Gregori Aleksandrovic Margulis, en la senda de la teoría ergódica y los grupos de Lie

Nacido en 24 de febrero de 1946 en Moscú, Gregori Margulis se educa en el High School, donde graduándose en 1962 [1]. Ese mismo año comenzó sus estudios de pregrado en la Universidad de Moscú obteniendo su primer título en 1967. Luego se mantendría en esta universidad para la realización de los estudios de postgrado.

Siempre desarrolló un gran potencial como matemático y fue durante esta época de estudiante de postgrado cuando recibió su primer premio de importancia. Se trataba del premio a Jóvenes Matemáticos que otorgaba la Sociedad Matemática de Moscú en 1968. Completó sus estudios en 1970 y le fue otorgado el grado de Candidato en Ciencias con una tesis *sobre Algunos problemas en la teoría de los U-sistemas (On some problems in the theory of U-systems.).* Después de haber sido galardonado con el grado de Candidato de Ciencia (era el equivalente a un doctorado británico o americano), Margulis comenzó a trabajar en el Instituto de Problemas en Transmisión de la Información. Fué trabajador científico junior de 1970 a 1974, cuando fue promovido al puesto de trabajador científico, de categoría superior. Ocupó este cargo hasta 1986 cuando fue ascendido de nuevo, esta vez a trabajador científico líder.

El reconocimiento internacional a Grigori Margulis tuvo lugar en el año 1978, cuando se le concedió la Medalla Fields en el Congreso Internacional de Matemáticos de Helsinki. Sin embargo, no fue una ocasión feliz para él, ya que no le fue permitido por las autoridades soviéticas el viaje a Helsinki para recibir la Medalla. El matemático Jacques Tits, en la entrega, mostró su tristeza porque Margulis no pudiera estar presente en la ocasión:

... No puedo dejar de expresar mi profunda decepción, sin duda compartida por mucha gente aquí, por la ausencia de Grigori Margulis en esta ceremonia. Teniendo en cuenta el significado simbólico de esta ciudad de Helsinki, tenía ciertamente motivos para esperar tener la oportunidad de conocer por fin a un matemático al que conozco sólo a través de su trabajo y por el que siento un gran respeto y admiración.

Jacques Tits pronunció su discurso en el *Finlandia Hall,* de Helsinki y conviene explicar someramente lo que entendía por "significado simbólico". Fue aquí donde Grigori Margulis debería haber recibido la Medalla y donde se habían firmado un par de años antes los llamados Acuerdos de Helsinki, el 1 de agosto de 1975. Estos importantes acuerdos, fueron refrendados al final de la primera Conferencia sobre la Seguridad y la Cooperación en Europa. Los Acuerdos de Helsinki, firmados por todos los países de Europa (con exclusión de Albania) y por los Estados Unidos y Canadá, habían sido diseñados para reducir la tensión de la guerra fría mediante la aceptación de las fronteras europeas existentes.

Tits habló [2] sobre el conjunto de los trabajos de Margulis en los campos de la combinatoria, geometría diferencial, teoría ergódica, sistemas dinámicos discretos y subgrupos de los grupos de Lie. La concesión de la Medalla Fields fue principalmente por su trabajo en este último tema:

Ya Henri Poincaré se preguntó acerca de la posibilidad de describir todos los subgrupos discretos de covolumen finito en un grupo de Lie G. La profusión de estos subgrupos en $T=PSL_2(R)$ hace que en principio se dude de tal posibilidad. Sin embargo, $PSL_2(R)$ fue durante mucho tiempo el único grupo simple de Lie que se sabe que contenía subgrupos discretos no aritméticos de covolumen finito, y otros ejemplos descubiertos en 1965 por Makarov y Vinberg involucraban sólo algunos otros grupos de Lie, añadiendo así crédito a las conjeturas de Selberg y Pyatetski-Shapiro en el sentido de que "para la mayoría de los grupos de Lie semisimples" los subgrupos discretos de covolumen finito son necesariamente aritméticos. El logro más espectacular de Grigori Margulis ha sido la solución completa de ese problema y, en particular, la prueba de la conjetura.

Margulis pronto abandona la Unión Soviética y, en 1979, puede pasar tres meses en la Universidad de Bonn. Entre 1988 y 1991 realiza varias visitas al Max Planck Institute, en Bonn, al Institut des Hautes Études y al Colegio de Francia, asimismo a la Universidad de Harvard y al Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Desde 1991 ocupa una cátedra en la Universidad de Yale.

La *conjetura de Oppenheim* fué hecha por Alexander Victor Oppenheim en 1929 y se refiere a los valores de formas cuadráticas irracionales indefinidas en puntos enteros. Los primeros trabajos se basaron en los resultados de Jarnik y Walfisz . En la década de 1940 Davenport y Heilbronn contribuyeron al probar casos especiales, y en 1946 Watson extiende sus resultados mostrando la veracidad de la conjetura para otros casos especiales. Margulis demostró la conjetura completa en 1986, ofreciendo un hermoso estudio de los trabajos que condujeron a esta solución en [3]. Explica:

Los diferentes enfoques de esta y otras conjeturas relacionadas (*y también algunos teoremas*) *implican a la teoría analítica de números, la teoría de grupos de Lie y de grupos algebraicos, la teoría ergódica, la teoría de la representación, la teoría de la reducción, la geometría de números y algunos otros temas más.*

Ha recibido muchos honores por su trabajo. Además de la medalla Fields, ha sido galardonado con la Medalla del Collège de France (1991) y, en el mismo año, fué elegido miembro honorario de la Academia Americana de las Artes y las Ciencias. En 1995 recibió también el Premio Humboldt, y en 1996 fue honrado al ser elegido miembro del Instituto Tits de investigación fundamental.

Ha sido asimismo galardonado con el Premio Internacional Lobachevsky, de la Academia de Ciencias de Rusia, siendo también elegido para la Academia Nacional de las Ciencias de los Estados Unidos. En 2005 fue galardonado con el Premio Wolf de Matemáticas:

... Por sus contribuciones monumentales al álgebra, en particular, a la teoría de redes en grupos de Lie semi-simples y las sorprendentes aplicaciones de ésta a la

teoría ergódica, teoría de la representación, teoría de números, combinatoria y teoría de la medida.

Un artículo de 2005 en el parte de *avisos* de la Sociedad Americana de Matemáticas explica el trabajo que llevó a la licitación:

En el centro de la obra de Gregori Margulis está su prueba de la conjetura de Selberg-Piatetskii-Shapiro, afirmando que la red de mayor rango de grupos de Lie es la aritmética, una pregunta cuyos orígenes se remontan a Poincaré. Con esto se logró dar una notable vuelta de tuerca, en el que las ideas probabilísticas que giran alrededor de una versión no conmutativa del teorema ergódico se combinaron con análisis p-ádico y con ideas geométricas algebraicas que muestran que el fenómeno de "rigidez", establecido con anterioridad por Margulis y otros, podrían formularse de tal manera (*"super-rigidez"*) *que podría dar a entender su aritmeticidad. Este trabajo muestra un impresionante virtuosismo técnico y su originalidad, con métodos tanto algebraicos como analíticos. El trabajo ha reformado posteriormente la teoría ergódica sobre acciones grupales generales en variedades.*

En un segundo embate, Margulis resolvió la conjetura de Oppenheim, de 1929, según la cual el conjunto de valores en puntos enteros de una forma cuadrática indefinida irracional no degenerada en más de tres variables es denso en R^n. *Esto había sido reducido (por Rhagunathan) a una conjetura sobre los flujos unipotentes en espacios homogéneos, probada por Margulis. Este método transformado lleva a este ajuste ergódico a una familia de preguntas hasta entonces investigada sólo en la teoría analítica de números.*

Un tercer avance espectacular vino cuando Margulis mostró que la "T-Propiedad" de Kazhdan (*conocida por el mantenimiento de redes rígidas*) *podría ser utilizada en una sola construcción de red aritmética para resolver dos problemas aparentemente no relacionados. Uno de ellos era la solución a un problema planteado por Rusiewicz, en lo que respecta a medidas finitamente aditivas sobre esferas y espacios euclídeos. La otra fue la primera construcción explícita de familias infinitas de gráficos de expansión de grado acotado, un problema de aplicación práctica en el diseño de las redes de comunicación eficientes. El trabajo de Margulis se caracteriza por una profundidad extraordinaria, gran poder técnico, la síntesis creativa de ideas y métodos provenientes de distintas áreas de las matemáticas, y una gran unidad arquitectónica de su forma final. Aunque su trabajo se centra en los problemas sin resolver profundas, sus soluciones se encuentran en los nuevos marcos conceptuales y metodológicos de la aplicación amplia y duradera. Ha demostrado ser uno de los gigantes matemáticos de los últimos cincuenta años.*

En 2008, la *Revista Trimestral de Matemática Pura Aplicada* (*Pure and Applied Mathematics Quarterly*) publicó una edición especial en honor de Margulis. En la Introducción se establece lo siguiente:

Gregory Margulis es un matemático de gran profundidad y originalidad. Además de sus resultados debemos celebrar la super-rigidez y arithmeticity de redes irreducibles de grupos de Lie semisimples de mayor rango, y la solución de la *conjetura de Oppenheim sobre los valores de las formas cuadráticas indefinidas irracionales en puntos enteros, iniciando también muchas otras direcciones de investigación y resolviendo una gran variedad de conocidos problemas abiertos.*

Finalmente terminamos esta biografía citando nuevamente a Tits [2]:

Margulis ha resuelto completamente o casi completamente una serie de problemas importantes en la teoría de los subgrupos discretos de los grupos de Lie, problemas cuyas raíces se encuentran profundamente en el pasado y cuya importancia va mucho más allá que la propia teoría. No es exagerado decir que, en varias ocasiones, ha desconcertado a los expertos mediante la resolución de cuestiones que parecían estar completamente fuera de su alcance en ese momento. Logró que a través de su dominio de una gran variedad de técnicas que utiliza con los recursos extraordinarios de su habilidad e ingenio. Los nuevos y poderosos métodos que él ha inventado ya han tenido otras aplicaciones importantes además de aquellas para las que fueron creados y, teniendo en cuenta su carácter general, no tengo ninguna duda de que van a tener muchas más en el futuro.

Basado en el artículo de
J J O'Connor* and *E F Robertson
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Margulis.html
casanchi.com

Referencias del texto:

1. Biografía de Margulis en la Enciclopedia Británica:
http://www.britannica.com/eb/article-9097902/Gregori-Aleksandrovich-Margulis

2. J Tits, The work of Gregori Aleksandrovitch Margulis, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Helsinki, 1978* (Helsinki, 1980), 57-63.

3. G A Margulis, Oppenheim conjecture, in M Atiyah and D Iagolnitzer (eds.), *Fields Medallists Lectures* (Singapore, 1997), 272-327.