Apéndice A

Procesos aleatorios

Como base del concepto de proceso aleatorio está el de experimentos aleatorios, con un conjunto de posibles eventos {A} y la medida de probabilidad de ocurrencia asociada. Una variable aleatoria puede definirse al asignar el valor de un número real v(A), a cada elemento unitario de A. Definimos una función con valores reales v(A; t) con variable independiente t para cada elemento unitario de A. A la colección de posibles “funciones muestra” v(A; t) junto con su probabilidad de ocurrencia asociada; se les denomina proceso aleatorio [13].

En general la dependencia explícita del proceso aleatorio en el conjunto de eventos {A} no se indicará en la notación, al proceso aleatorio se le representará como V(t) y a la función de muestreo especifica como v(t), junto con la medida de sus probabilidades. Para la mayoría de las aplicaciones es suficiente con una descripción parcial de los procesos aleatorios, debido a que el tipo de variables físicas que se quieren determinar no requieren más que un desarrollo estadístico parcial [13]. En algunos casos será suficiente el considerar fijo a t, y especificar la función de densidad de probabilidad de primer orden de la variable aleatoria V(t), que será tomada como $p_v(v;t)$. Dada esta descripción podremos especificar $\overline{v}, \overline{v}^2$ y otros momentos estadísticos de V para un valor dado de t [13].

Procesos estacionarios y ergódicos

A un proceso aleatorio se le llama estrictamente estacionario si la función de densidad del tiempo. Es decir

$$p_v\left(v_1, v_2, \ldots, v_k; t_1, t_2, \ldots, t_k\right) = p_v\left(v_1, v_2, \ldots, v_k; t_1 - T, t_2 - T, \ldots, t_k - T\right), \qquad \text{(A1)}$$

Para todo k y todo T.

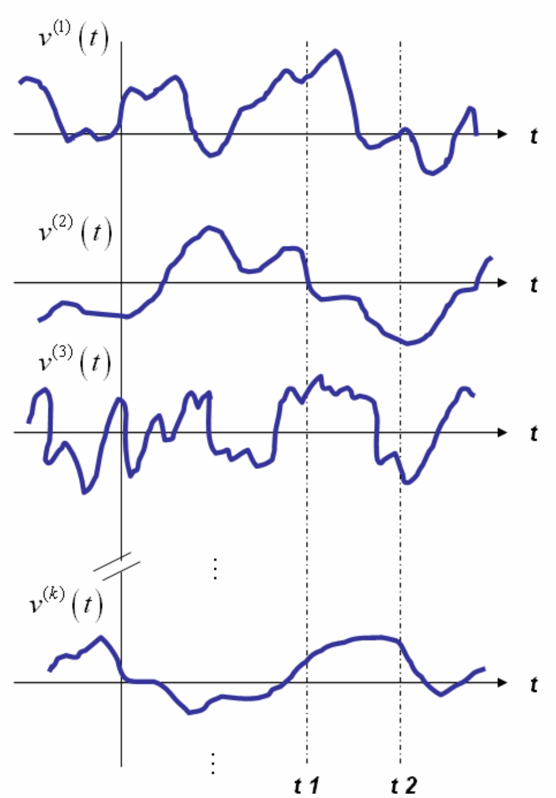

Figura A1: Ensamble de funciones de muestreo, t_1 y t_2 son los parámetros para los cuales la función de densidad $P_v(v_1,v_2; t_1, t_2)$ esta especificada.

Para dichos procesos la función de densidad de primer orden es independiente del tiempo y como consecuencia se puede escribir como $P_v(v)$. De forma similar la función de densidad de segundo orden depende únicamente de la diferencia de dos tiempos $t_1 - t_2 = \tau$. Así la función puede escribirse como $P_v(v_1,v_2:\tau)$. En lo subsiguiente cuando se refiera a procesos estacionarios se hablará de cantidades estadísticas particulares que se utilizarán en los cálculos y que se consideran independientes de la elección del tiempo inicial [13].

Un proceso aleatorio se denomina ergódico si el promedio calculado sobre una función muestra (ie, promedio temporal) es igual al promedio calculado sobre el ensamble. Sí g(v) es la cantidad a ser promediada, entonces su promedio temporal, ecuación A3, que debe ser igual a su promedio sobre el ensamble, ecuación A4 [17]. Como se muestra en la ecuación A4.

$$\langle g \rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g\left[v(t)\right] dt \qquad (A2)$$

$$\overline{g} = \int_{-\infty}^{\infty} g(v)\, p_v(v)\, dv \qquad (A3)$$

En un proceso ergódico

$$\langle \mathrm{g} \rangle = \overline{g} \qquad (A4)$$