

Primer error..... 900×10 (2ª suposición) = 9000
 Segundo error..... 450×1 (1ª suposición) = 450
 Diferencia de errores 450 Diferencia de productos, 8550 $\left\{ \begin{array}{l} 450 \text{ Diferencia de errores.} \\ 19 \text{ Número menor de relojes.} \end{array} \right.$
 4050
 0000

COMPROBACIÓN.—Número menor de relojes.. $19 \times 75 = \$1425$
 Número mayor de relojes.. $24 \times 125 = \$3000$
 Relojes..... 43 Costo, \$4425

TERCER PROBLEMA DE FALSA POSICIÓN DOBLE.

Se impusieron \$4693 en dos partidas, al 5 y 9 p% anual: se ganaron \$343,65 de réditos en un año: ¿cuánto se impuso al 5, y cuánto al 9 p% anual?

ANÁLISIS.

Examinando esta cuestión, se advertirá que para resolverla no sería conveniente elegir los números 1 y 10, supuesto que el capital de base en el tanto por ciento, es el de cien; por esto este número será el menor que se suponga; en la inteligencia que con cualquiera otro menor que se supusiera, la operación saldría bien, pero dificultándose algo más el procedimiento en razón de algunas fracciones que deberían presentarse.

RESOLUCIÓN.

Primera suposición.	Segunda suposición.
$100 \times 5 \text{ p\%} = 5,00$	$200 \times 5 \text{ p\%} = 10,00$
$4593 \times 9 \text{ p\%} = 413,37$	$4493 \times 9 \text{ p\%} = 404,37$
Total de réditos falsos. <u>418,37</u>	Total de réditos falsos. <u>414,37</u>
Rédito verdadero..... <u>343,65</u>	Rédito verdadero.... <u>343,65</u>
Error por exceso..... <u>\$ 74,72</u>	Error por exceso.... <u>\$ 70,72</u>
Primer error..... $74,72 \times 200$ (suposición 2ª) = 14944(00)	
Segundo error..... $70,72 \times 100$ (suposición 1ª) = 7072(00)	
Diferencia de errores.. <u>4,00</u>	Diferencia de productos, <u>7872</u> $\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ Diferencia de errores} \\ \text{Núm. menor. } 1968 \end{array} \right.$

COMPROBACIÓN.— $\$1968 \times 5 \text{ p\%} = \$ 98,40$ Total..... 4693
 $\$2725 \times 9 \text{ p\%} = \$245,25$ Núm. mayor. 2725
 Capital impuesto, \$4693 Réditos, \$343,65

La parte expuesta respecto de esta regla, basta para darla á comprender; advirtiéndose que dicha regla es una de las que mayor práctica necesitan para llegarla á poseer.

SÉTIMA SECCIÓN

Teorías y Práctica de la Regla de Aligación.

Regla de Aligación es la que sirve para encontrar el precio medio á que deben venderse distintos objetos de diversos precios designados, á fin de hallar el mismo producto que vendidos á los precios primitivos; ó bien la que determina las porciones que de distintos objetos deban mezclarse proporcionalmente para poderse vender á un precio medio fijado, obteniendo el mismo producto que el que resultara vendiendo las porciones á sus respectivos precios.

Como de la definición anterior se deduce, esta regla comprende dos casos generales.

El primero se refiere á encontrar el precio medio entre otros varios, de los cuales unos sean mayores y otros menores, circunstancia indispensable para que el primero sea en realidad precio medio.

La regla que para tal caso debe aplicarse se reduce á la que en seguida se expone:

Dados los objetos con sus precios correspondientes, se colocan los primeros en forma de sumandos y los segundos se ponen, en seguida, bajo el mismo orden, interponiéndoles el signo de multiplicar. Después se multiplicará cada número de los objetos por su precio indicado, colocando á continuación cada producto, y en el orden debido para verificar su suma. Dicha suma se dividirá por la de los objetos, expresando el cociente que se hallare el precio medio pedido.

PROBLEMA DEL PRIMER CASO.—¿A qué precio medio se podrá vender un

conjunto de varas de alfombra, poniéndose 48 varas de á 12 reales vara, 56 de á 18 rs., 32 de á 20 rs., y 64 de á 26 rs.?

Varas.	Precios.	Productos.
48	× 12 rs.	= 576
56	× 18 rs.	= 1008
32	× 20 rs.	= 640
64	× 26 rs.	= 1664
<hr/>		
200		3888
		200
		1888
		19,44
		0880
		0800
		000

La comprobación de que el resultado es bueno, consistirá en que el producto del conjunto de las varas por su precio medio sea igual á la suma de los productos parciales.

Por ejemplo:—Suma de los productos parciales..... 3 8 8 8
 Número de varas.... 2 0 0
 Precio medio × 1 9,4 4
3 8 8 8(0 0) igual 3 8 8 8

El primer caso de que se viene tratando no presenta dificultad alguna, y sólo se advierte que cuando los precios son heterogéneos, como si fueran unos en pesos y otros en reales, se anotarían convertidos á una misma especie, que en el caso serían reales, y por consecuencia homogéneos.

La operación que sigue pone en claro este punto.
 PROBLEMA.—¿Qué precio medio sacará la @ de azúcar en un conjunto compuesto de 200 @ á 12 rs., 325 á \$ 2 y 475 á \$ 2-4 rs.?

Según antes se dijo, los precios se considerarán todos convertidos en reales al plantear el problema; entonces el procedimiento se verifica como sigue:

Arrobas.	Reales	Productos.
200	× 12	= 2400
325	× 16	= 5200
475	× 20	= 9500
<hr/>		
1000		17100
		1000
		07100
		17,10
		01000
		00000

Por supuesto que para dividir cualquiera cantidad por mil, bastará separar sus tres últimas cifras de la derecha, por lo que la división anterior se repite bajo el supuesto indicado:

17(1 0 0

El segundo caso que la definición abarca, consiste en que conocidos los precios de los objetos y el precio medio, se busque la parte proporcional que de cada objeto debe ponerse, á fin de que, sumadas éstas, den la mezcla general, la que vendida al precio medio fijado, produzca la misma cantidad que las partidas proporcionales multiplicadas por sus precios respectivos.

Para conseguir tal resultado obsérvese la regla siguiente:

Colóquense los precios en forma de sumandos, encerrándolos por la izquierda con una llave, colocando fuera de ella y en su punto intermedio el precio medio fijado. De los precios de los objetos se elegirán dos, bajo la circunstancia precisa de que sean uno menor y otro mayor que el referido precio medio. Se comparará éste con el menor, colocando su diferencia al lado del precio mayor, separándolos por medio de un guión. Luego se buscará la diferencia entre el precio mayor y el medio, colocándola al lado del precio menor. Este mismo procedimiento se observará con los demás términos que el problema pudiere contener. Estas diferencias representarán la porción que de cada efecto debe ponerse, esto es, el número colocado en dirección del precio menor indicará la porción que se pondrá del efecto de ese precio, considerando análogamente la porción relativa al precio mayor.

PROBLEMA.—¿Cuántos relojes de á \$ 15, de \$ 25, de \$ 40 y de \$ 55 se pondrán para formar un conjunto que pueda venderse á razón de \$ 30 el reloj?

Precios	Porciones.
15	- 25 relojes.
25	- 10 "
40	- 5 "
55	- 15 "
<hr/>	
	55 conjunto de las porciones pedidas.

Para comprobar el problema anterior, así como todos los de su género, se multiplicará cada porción por el precio primitivo que le corresponda, y la suma de todos esos productos parciales deberá ser igual al producto del conjunto hallado, multiplicado por el precio medio, como se ve á continuación:

Comprobación.	Productos	
Porciones.	Precios.	parciales.
25	× \$ 15	= 375
10	× \$ 25	= 250
5	× \$ 40	= 200
15	× \$ 55	= 825
<hr/>		
	55 conjunto.	
	× 30 precio medio.	
	<hr/>	
	1650	= 1650

Es de advertirse que cuando en los diversos precios que se fijan en esta clase de problemas, sólo uno de ellos sea mayor ó menor que el precio medio,

ese mismo precio mayor ó menor se tomará para compararse con cada uno de los otros, á fin de buscar las diferencias, y por consecuencia el referido precio mayor ó menor tendrá á su lado tantas diferencias como sean los otros términos. La suma de estas distintas porciones representará la total relativa al precio respectivo.

PROBLEMA.—¿Cuántos tápalo de á \$ 4, de á \$ 6, de á \$ 8 y de á \$ 12 se han de poner para hacer un conjunto que pueda venderse á razón de \$ 10 el tápalo?

	Operación.	Comprobación.
10	$4 - 2$	$= 2 \times 4 = 8$
	$6 - 2$	$= 2 \times 6 = 12$
	$8 - 2$	$= 2 \times 8 = 16$
	$12 - 6 + 4 + 2$	$= 12 \times 12 = 144$
Conjunto de porciones		$18 \times 10 = 180$

El segundo caso de la regla de aligación de que se está tratando, comprende otras tres cuestiones de géneros distintos, las cuales pueden denominarse de *Doble y Triple Aligación*.

Consiste la de *Doble Aligación* en que el problema que la comprende no sólo demande las porciones parciales que deban buscarse según los casos generales anteriores, sino además, que la suma de esas porciones se ajuste á la prefijada en la cuestión propuesta.

Otra circunstancia que también ocasiona la *Doble Aligación*, es la de indicarse en el problema que se ponga de alguno de los efectos cantidad fija ó determinada.

En cualquiera de los dos últimos supuestos, ya se deja comprender la necesidad de dos operaciones distintas, á fin de obtener el resultado pedido. Tal necesidad sanciona la *Doble Aligación*.

Las cuestiones que se llaman de *Triple Aligación*, serán las que exijan que se busquen los tres datos que puedan desconocerse en la regla de que se trata, y los cuales se han considerado en lo que se deja expuesto.

A fin de aclarar el significado de *Triple Aligación*, se marcan por orden los tres datos distintos que en dichos problemas deben demandarse.

1º Hallar las porciones generales.

2º Que las sumas de estas porciones se ajusten á la prefijada en el problema.

3º Que una de las porciones halladas se ajuste á otra determinada.

PROBLEMA DE DOBLE ALIGACIÓN.—¿Qué número de cargas de frijol, de á \$ 5, de á \$ 7 y de á \$ 10 deberán incorporarse para hacer una mezcla de 150 cargas que pueda venderse á \$ 6 por precio medio.

ANÁLISIS.—Este problema exige dos operaciones distintas. La primera para hallar las porciones generales. Tal operación se verifica como ya se dejó expuesto.

La segunda operación se practica por la Regla de Tres, y con la cual la mezcla hallada se ajustará á la pedida.

Las Reglas de Tres que en el caso deben hacerse, serán tantas como las partidas proporcionales que se hayan encontrado. El razonamiento se hará así:

Si la mezcla general hallada es menor que la pedida en el problema, entonces se dirá:

La mezcla general hallada ha de subir á la mezcla pedida, como cada porción particular encontrada subirá á la porción relativa que se busca.

Si al contrario, el conjunto que se encontró fuere mayor que el que se pide, entonces las Reglas de Tres se establecerán diciendo:

La mezcla pedida ha de bajar á la que se encontró, como cada partida parcial bajará á su relativa.

Según las teorías anteriores, se procede á la resolución del problema.

PRIMERA OPERACIÓN.

$$6 \left\{ \begin{array}{l} 5 - 4 + 1 = 5 \\ 7 - 1 = 1 \\ 10 - 1 = 1 \end{array} \right. = 7 \text{ mezcla general.}$$

SEGUNDA OPERACION.

$$7 < 150 :: 5 < x = 107\frac{1}{7}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 750 \overline{) 7} \\ 050 \quad 107\frac{1}{7} \\ 1 \end{array}$$

$$7 < 150 :: 1 < x = 21\frac{5}{7}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 150 \overline{) 7} \\ 10 \quad 21\frac{5}{7} \\ 3 \end{array}$$

$$7 < 150 :: 1 < x = 21\frac{5}{7}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 150 \overline{) 7} \\ 10 \quad 21\frac{5}{7} \\ 3 \end{array}$$

$$= 150 \overline{) 7} > 150 \text{ mezcla pedida.}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 150 \overline{) 7} \\ 10 \quad 21\frac{5}{7} \\ 3 \end{array}$$

La comprobación de este problema se verificará bajo el mismo respecto que la del problema anterior, considerando por supuesto para ello las porciones y mezcla general últimamente encontradas. De este modo:

Porciones.	Precios.	Importe.
$107\frac{1}{7}$	$\times \$ 5$	$= 535\frac{5}{7}$
$21\frac{3}{7}$	$\times \$ 7$	$= 150$
$21\frac{3}{7}$	$\times \$ 10$	$= 214\frac{3}{7}$
Mezcla pedida . . .	150	
Precio medio . . .	$\times 6$	
	<u>900</u>	<u>= 900</u>

Sin la comprobación en esta clase de problemas, no se puede tener seguridad de sus resultados, pues que bien puede suceder que la mezcla general pedida resulte exacta, y sin embargo las porciones que la formen no sean las proporcionales verdaderas.

PROBLEMA CON DIFERENTE DOBLE ALIGACIÓN.—¿Cuántas mantillas de á \$ 40, de á \$ 60 y de á \$ 75 se deberán poner con 20 de á \$ 100, para venderlas al precio medio de \$ 50?

ANÁLISIS.—Este problema deberá resolverse por la regla general, á fin de encontrar las partes proporcionales que deban incorporarse. Después se harán las Reglas de Tres necesarias para subir ó bajar dichas porciones, según lo que deba verificarse para ajustar á la pedida, la encontrada respecto del precio \$ 100. Por ejemplo:

PRIMERA OPERACIÓN.

Precios.	Porciones.	Mezclas proporcionales.
\$ 40 - 50 + 10		$= 85$
\$ 60 - 10		$= 10$
\$ 75 - 10		$= 10$
\$ 100 - 10		$= 10$

SEGUNDA OPERACIÓN.

Las Reglas de Tres que ahora se establecerán se basarán en las 10 mantillas que á \$ 100 debían ponerse, según la operación anterior; el raciocinio será: Si las 10 mantillas indicadas de á \$ 100 han de subir á 20 que exige el problema, ¿cada una de las demás porciones á qué subirá?

$$10 < 20 \left\{ \begin{array}{l} 85 < 170 \times 40 = 6800 \\ 10 < 20 \times 60 = 1200 \\ 10 < 20 \times 75 = 1500 \\ 10 < 20 \times 100 = 2000 \end{array} \right.$$

Mezcla general . . .	230	
Precio medio . . .	50	
	<u>11500</u>	<u>= 11500</u>

Las cuestiones de *Triple Aligación* de que en seguida se va á tratar, comprenden alguna dificultad en los cálculos sucesivos que para su resolución deben verificarse. La regla general que para resolver tales cuestiones debe aplicarse, es como sigue:

Búsqese el valor total del conjunto fijado en el problema, multiplicándolo por el precio medio dado; del referido conjunto y de su producto se restarán respectivamente las unidades propuestas á cierto precio y su producto por ese mismo precio. Con tal operación quedará eliminado dicho dato. Después, dividiéndose la diferencia de los productos por la de las unidades relativas, se obtendrá un nuevo precio medio, con el cual y los precios de las demás unidades pendientes ya se podrá formar un problema de doble aligación que se resolverá por las reglas que ya se dieron á conocer.

La regla que antecede se comprenderá en la resolución progresiva del problema que en seguida se propone. De esta manera se facilita mucho más la aplicación é inteligencia de la mencionada regla.

PRIMER PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACIÓN.—¿Cuántos quintales de café de á \$ 30 y de á \$ 15 se incorporarán con 10 quintales de á \$ 9 para hacer una mezcla de 100 quintales que pueda venderse á \$ 20 por precio medio?

RESOLUCIÓN COMPRENDIENDO LA REGLA DEL PROCEDIMIENTO.—Búsqese el valor total de los 100 qq. á \$ 20, lo que dará (100 qq. \times \$ 20 = 2000).—De este resultado réstese el producto de los 10 qq. á \$ 9, y se tendrán (10 qq. \times \$ 9 = 90).—Dividiendo ahora \$ 1910 (que resultan de \$ 2000 - \$ 90) entre 90 qq. (diferencia entre 100 de la mezcla general, menos 10 qq. fijados de á \$ 9), se tendrán:

$$\$ 1910 \mid 90 \text{ qq.}$$

110 $21\frac{2}{9}$ resultado que representa un segundo precio medio á que salen los

90 qq. que se van á formar ahora con el café de á \$ 30 y de á \$ 15 el qq. Estos 90 quintales se forman conforme á la Regla de Aligación general, tomando por precio medio los \$ 21 $\frac{2}{9}$.

Esta segunda operación se dispone así:

$$21\frac{2}{9} \left\{ \begin{array}{l} 30 - 6\frac{2}{9} \\ 15 - 8\frac{2}{9} \end{array} \right.$$

15 De donde resulta que para formar 15 qq.

á \$ 21 $\frac{2}{9}$ deberán tomarse 6 $\frac{2}{9}$ qq. de á \$ 30 y 8 $\frac{2}{9}$ de á \$ 15.

Para tener la mezcla de los 90 qq. se establecerán las siguientes proporciones que representan la tercera operación:

$$15 : 90 :: \begin{cases} 6\frac{2}{5} : x = 37\frac{5}{15} \\ 8\frac{1}{5} : x = 52\frac{10}{15} \\ \hline 90 \text{ qq.} \end{cases}$$

Para comprobar los resultados y ponerlos en claro, se establecen las igualdades siguientes:

COMPROBACIÓN.

$$\begin{array}{r} 37\frac{5}{15} \text{ qq.} \times \$ 30 = 1120 \\ 52\frac{10}{15} \text{ ,,} \times \$ 15 = 790 \\ 10 \text{ ,,} \times \$ 9 = 90 \\ \hline 100 \text{ qq.} \\ \times \$ 20 \text{ precio medio.} \\ \hline \$ 2000 = \$ 2000 \end{array}$$

SEGUNDO PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACIÓN.—¿Cuántas piezas de casimir de á \$ 90 y de á \$ 50 se pondrán con 15 piezas de á \$ 30 para hacer un conjunto de 80 piezas que puedan venderse á \$ 58,75 por precio medio?

Para resolver este problema, se seguirá el mismo procedimiento que en el anterior, aplicando punto por punto la regla que en el mismo problema se comprendió. Para mayor claridad, se anotarán las cantidades y datos que deban considerarse.

RESOLUCIÓN.

1.ª OPERACION.

$$\begin{array}{l} \text{Conjunto de } 80 \text{ piezas} \times \$ 58,75 \text{ precio medio} = \$ 4700 \text{ (Valor de la mezcla al precio medio.)} \\ \text{Cantidad fijada } 15 \text{ ,,} \times \$ 30,00 \text{ su precio} = \$ 450 \\ \text{Diferencia } \dots \dots 65 \text{ ,,} \text{ valor correspondiente.} = 4250 \end{array}$$

2.ª OPERACION.

Precios:	Porciones:	
90	15	40 { Suma de nuevas porciones } 65 { Diferencia } :: { 15\frac{25}{65} : x = 25 } { 24\frac{40}{65} : x = 40 } 65
50	24	
40 { Suma de nuevas porciones }		

COMPROBACIÓN.

Piezas.	Precios.	Productos.
25	\$ 90	= 2250
40	\$ 50	= 2000
15	\$ 30	= 450
Suma de piezas		80
Precio medio		\$ 58,75
		<u>4700(00)</u> = 4700

TERCER PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACIÓN.—¿Cuántas cajas de vino, de á \$ 30, de á \$ 24, de á \$ 16 y de á \$ 14 se pondrán con 8 cajas de á \$ 20 para hacer un conjunto de 46 cajas que puedan venderse á \$ 22\frac{4}{6} por precio medio de caja?

$$\begin{array}{r} 46 \times 22\frac{4}{6} = 1056 \\ 8 \times 20 = 160 \\ \hline 38 \qquad \qquad 896 \end{array} \quad \begin{array}{r} 38 \\ 136 \\ 22 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 30 - 9\frac{2}{3} \\ 24 - 7\frac{2}{3} \\ 16 - 0\frac{1}{3} \\ 14 - 6\frac{1}{3} \\ \hline 24 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Nuevo pre-} \\ \text{cio medio} \end{array}$$

COMPROBACIÓN.

$$\begin{array}{l} 1^a \text{ } 24 : 38 :: 9\frac{2}{3} : x = 15\frac{1}{4} \times 30 = \$ 455 \\ 2^a \text{ } 24 : 38 :: 7\frac{2}{3} : x = 12 \times 24 = 288 \\ 3^a \text{ } 24 : 38 :: 0\frac{1}{3} : x = 0\frac{1}{3} \times 16 = 10\frac{1}{3} \\ 4^a \text{ } 24 : 38 :: 6\frac{1}{3} : x = 10\frac{1}{4} \times 14 = 142\frac{3}{4} \\ \text{Cantidad fija de cajas, } 8 \times 20 = 160 \\ \hline 46 \text{ cajas} \times 22\frac{4}{6} = 1056 \end{array}$$

CUARTO PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACIÓN.—¿Cuántos quintales de arroz, de á \$ 10, de á \$ 9, de á \$ 7 y de á \$ 6 se mezclarán con 20 quintales de á \$ 5 para hacer un conjunto de 90 quintales, que puedan venderse á \$ 6\frac{2}{5} por precio medio?

$$\begin{array}{r} 90 \text{ qq.} \times 6\frac{2}{5} = 582 \\ 20 \text{ qq.} \times 5 = 100 \\ \hline 70 \text{ qq.} \qquad \qquad \$ 482 \end{array} \quad \begin{array}{r} 482 \\ 62 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 10 - 6\frac{2}{5} \\ 9 - 6\frac{2}{5} \\ 7 - 6\frac{2}{5} \\ 6 - 3\frac{2}{5} + 2\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = 5\frac{2}{5} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Nuevo pre-} \\ \text{cio medio} \end{array}$$

Conjunto, $8 \left| \begin{array}{r} 210 \\ 000 \end{array} \right. \frac{70}{3}$

COMPROBACIÓN.

$$\begin{array}{l} 8 : 70 :: 6\frac{2}{5} : x = \frac{62}{8} = 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \\ 8 : 70 :: 9 : x = \frac{62}{8} = 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \\ 8 : 70 :: 7 : x = \frac{62}{8} = 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \\ 8 : 70 :: 5\frac{2}{5} : x = \frac{52}{8} = 46\frac{6}{8} \text{ qq.} \\ \hline 70 \text{ qq.} \end{array} \quad \begin{array}{l} 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \times 10 = \$ 77\frac{1}{2} \\ 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \times 9 = 69\frac{3}{4} \\ 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \times 7 = 54\frac{3}{4} \\ 46\frac{6}{8} \text{ qq.} \times 6 = 280\frac{3}{4} \\ 20 \times 5 = 100 \\ \hline 90 \text{ qq.} \times 6\frac{2}{5} = 582 \end{array}$$

Con lo que se deja expuesto respecto á la presente regla, se ha dado á conocer todo lo que en general á ella pueda referirse. En dicha regla ha puesto el autor mucho de su parte, como todo lo relativo á la "Triple Aligación," cuyas teorías y problemas ningún autor, de los que él conoce, las había tratado, ni en álgebra ni en aritmética.