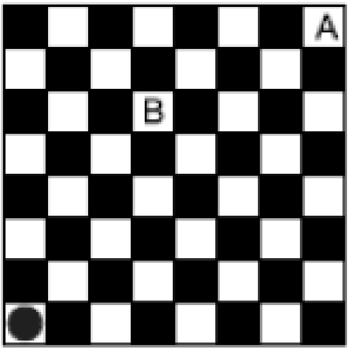
Quesito 7

Una pedina è collocata nella casella in basso a sinistra di una scacchiera, come in figura. Ad ogni mossa, la pedina può essere spostata o nella casella alla sua destra o nella casella sopra di essa. Scelto casualmente un percorso di 14 mosse che porti la pedina nella casella d'angolo opposta A, qual è la probabilità che essa passi per la casella indicata con B?



Svolgimento

Osserviamo che per andare dalla casella in basso a sinistra alla casella A sono necessari 7 passi a destra e 7 passi in alto. Lo spazio di probabilità Ω è formato da "quattordicine". Ogni quattordicina descrive un percorso. Ciascun elemento di una quattordicina è un passo verso destra (possiamo indicarlo con D) o verso l'alto (possiamo indicarlo con A). Calcoliamo il numero totale dei percorsi possibili per andare dalla casella in basso a sinistra ad A. Ricordiamo quanto osservato precedentemente: ogni percorso è formato da 7 passi a destra e 7 passi in alto. Con 14 elementi ottengo 14! Possibili quattordicine ma se scambio tra di loro passi a destra o passi in alto ottengo le stesse quattordicine[1]: devo escludere le serie uguali.
Lo spazio di probabilità Ω è formato da

$$Totale\ percorsi = \frac{14!}{7!\,7!} = 3432$$

Elementi. Tra questi ci saranno tutti i percorsi per andare dalla casella in basso a destra ad A passando per B. Dalla figura vediamo che per raggiungere B dal punto di partenza sono necessari 3 passi a destra e 5 in alto. 8 passi in totale. Per raggiungere A da B servono 4 passi a destra e 2 in alto. 6 passi in totale.
Tra tutte le quattordicine che compongono Ω dobbiamo contare quante sono quelle che hanno i primi 8 elementi che descrivono i percorsi dalla casella in basso a sinistra a B e i 6 elementi successivi che ci indicano la strada per andare da B ad A.
Quanti sono i possibile percorsi per arrivare a B? Facendo il ragionamento di prima troviamo:

$$Totale\ percorsi\ da\ inizio\ a\ B = \frac{8!}{5!\,3!} = 56$$

Allo stesso modo contiamo tutti i possibili percorsi da B ad A:

$$Totale\ percorsi\ da\ B\ ad\ A = \frac{6!}{4!\,2!} = 15$$

[1] Vedi anagrammi di parole con lettere ripetute: http://cmathilde.altervista.org/Matematica/CalcComb/PermEs9.pdf

Notiamo adesso che per ogni percorso dall'origine a B possiamo seguire uno dei diversi percorsi che ci portano da B ad A quindi:

$$Totale\ percorsi\ passanti\ per\ B = 56 \cdot 15 = 840$$

Possiamo finalmente determinare la probabilità richiesta:

$$p = \frac{eventi\ "favorevoli"}{totale\ eventi} = \frac{840}{3432} \cong 0.24$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales