

4.¿QUE ES EL CONCRETO PRESFORZADO?

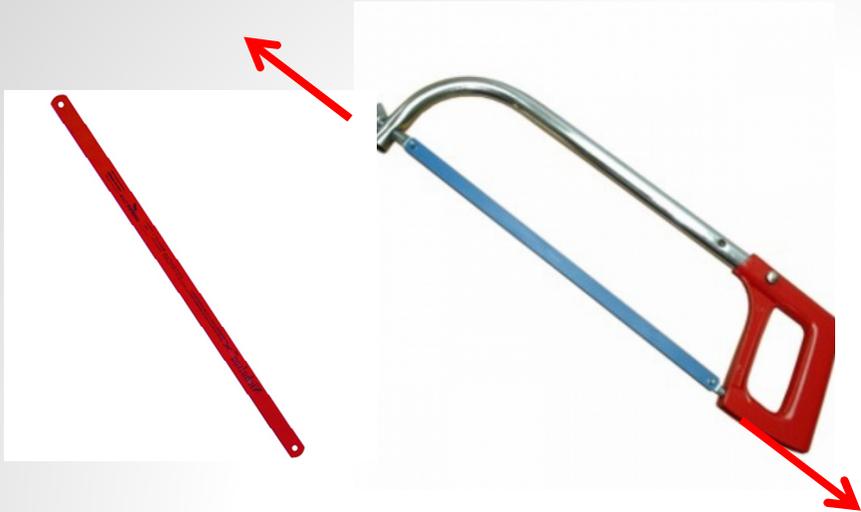
- Es la deliberada creación de esfuerzos internos permanentes, en una estructura o sistema, con el objeto de mejorar su desempeño.

Tales esfuerzos son calculados para contrarrestar aquellos producidos por las cargas externas. (Naaman, 2004)

¿Entonces por que pre-comprimimos el concreto?

R/- Por su debilidad a la tensión

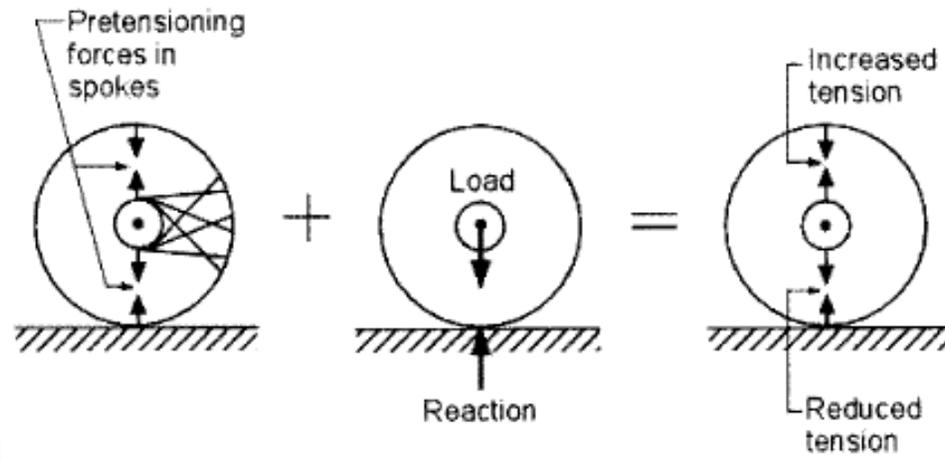
Ejemplos de Presfuerzo



Segueta



Rayos de rueda



5. Metodos de Presfuerzo

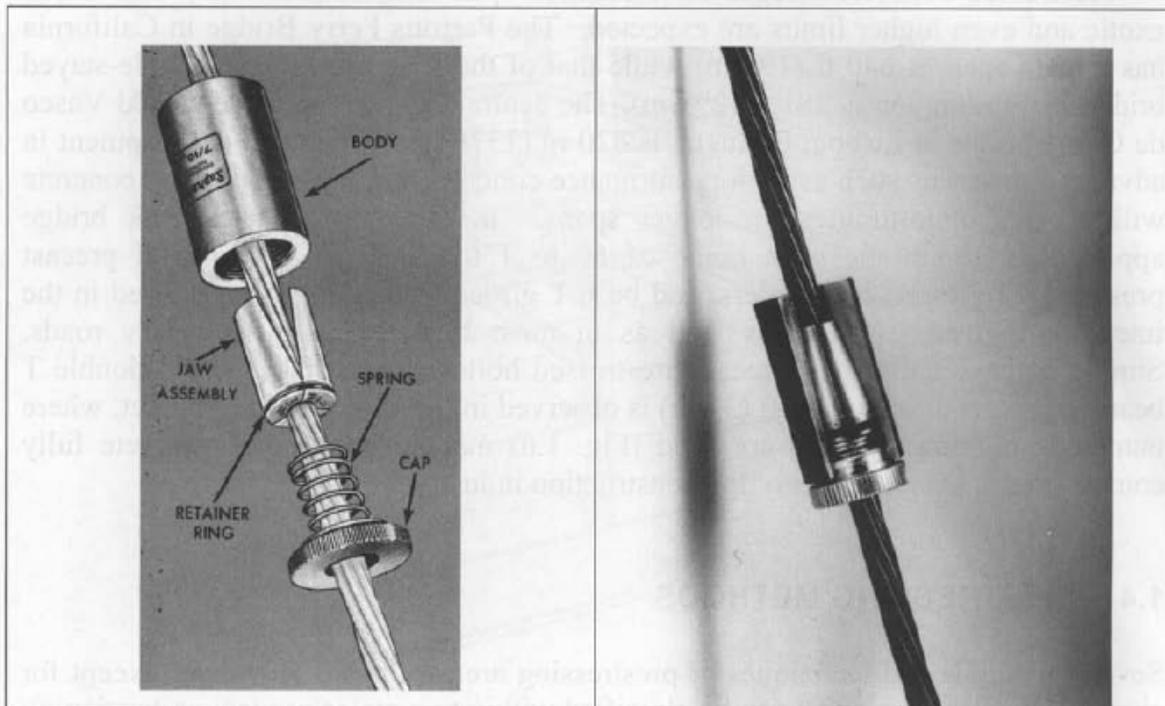
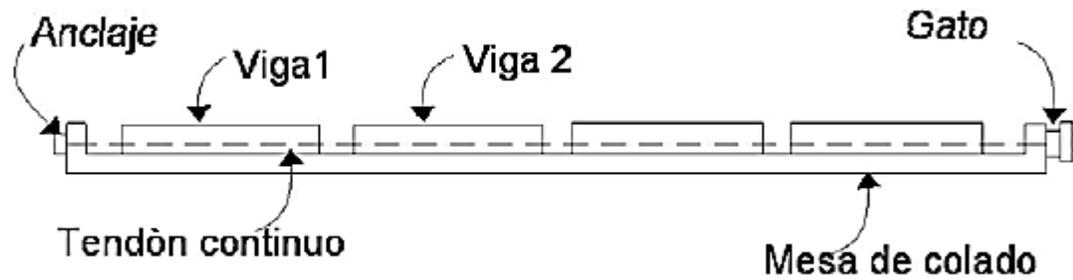
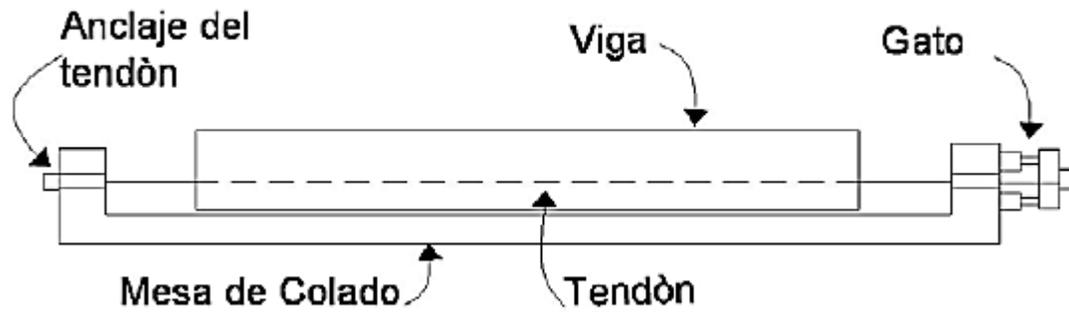
5.1 Pretensado

El acero de presfuerzo (alambres, torones) es tensado a cierta tensión y anclado a en sus extremos en muertos o moldes muy rígidos.

El concreto es colado alrededor de los alambres o torones, curado y una vez que el concreto endurece estos son liberados.

Debido a que la adherencia entre el acero y el concreto es suficiente para soportar el acortamiento del acero, el concreto es comprimido.

Para el tensado del acero de presfuerzo se utiliza uno o varios gatos hidráulicos. Cuando el acero logra la elongación predeterminada este se ancla en los extremos.



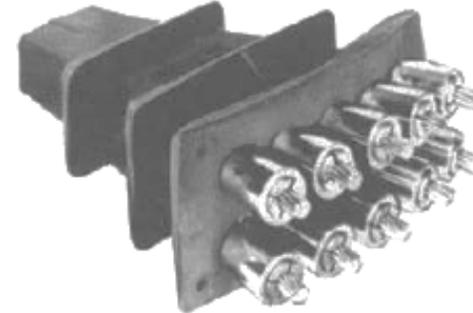
Anclas típicas para un solo tendón

Pretensado

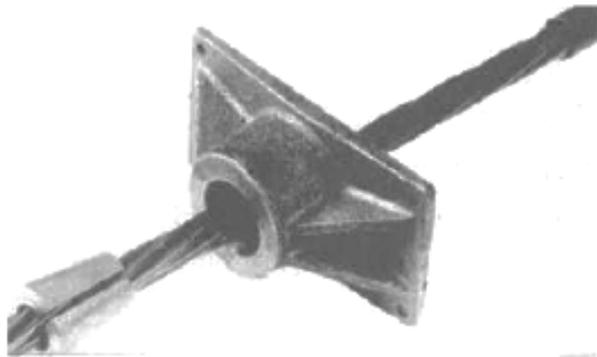
Anclas típicas para diferentes sistemas de presfuerzo



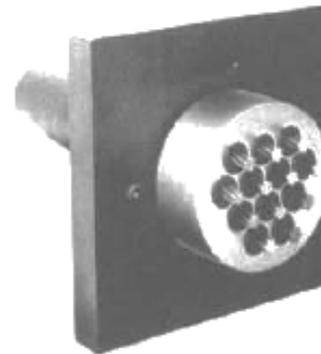
Freyssinet multistrand K range anchorage.



CCL systems multistrand anchorage.



Inryco Cona monostrand anchorage.



VSL multistrand type E anchorage.

Anclas típicas para viguetas y elementos pretensado de bajo peralte



**Anclaje activo
(gato hidráulico)**

Anclaje pasivo



Pretensado

Anclas típicas para viguetas y elementos pretensado de bajo peralte



Anclaje

Gato Hidráulico (5 ton)



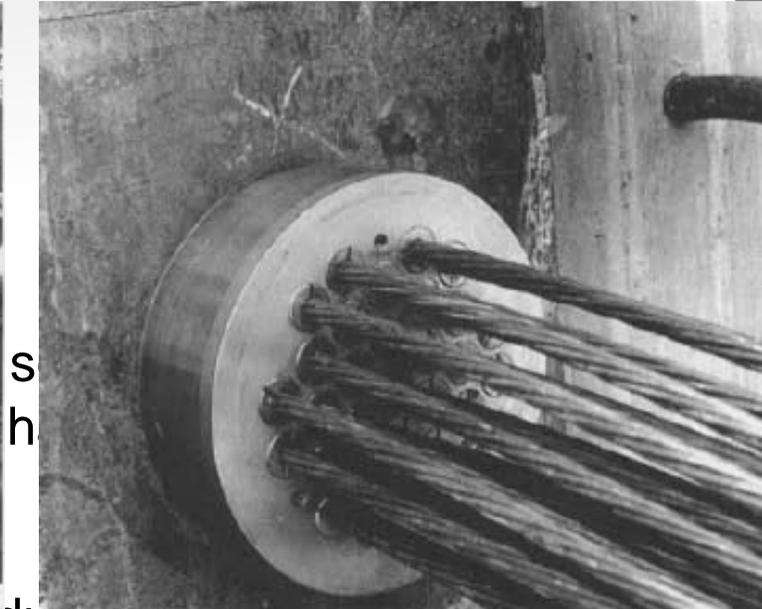
Cuñas

Anclaje pasivo



5.2

En
des
suf



extremos
alcanzado

Generalmente se coloca un ducto a lo largo de todo el elemento previo a que este se colado o c

Posteriormente
endurece.
la fuerza de



posteriormente
ridos en donde
jes.

Postensado

6. MATERIALES

- Se utilizan materiales de alta calidad y de alta resistencia, concreto y acero. En elementos de gran tamaño se utiliza acero convencional como refuerzo.

6.1 Acero de presfuerzo

- Se utiliza
acero. I
como re



a, concreto y
convencional
barras

- **Tendón**
para ap



de concreto

TENDONES
Alambres
concret



Alambres
ra presforzar

- **Torón:**



han un torón.

- **Cable:**



- Barras l
de la pa



. El diámetro
Torones

6.2 Concreto

- La resistencia a compresión de los concretos utilizados en elementos pretensados se encuentran sobre los 350 kg/cm^2 .



7. Filosofía de diseño

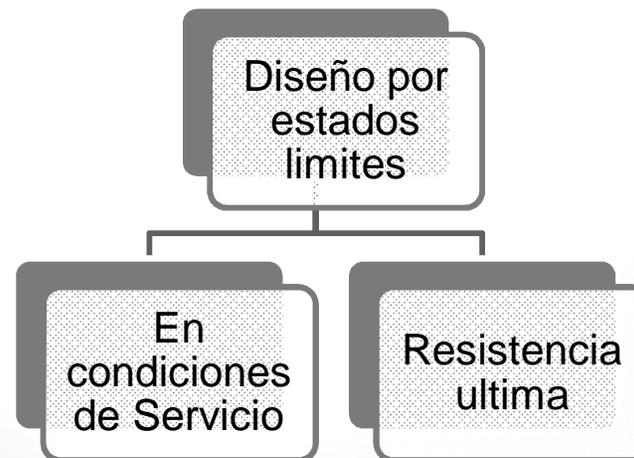
7.1 Diseño Vs. Análisis

En ingeniería estructural, cuando se habla de diseño implica un producto nuevo o al menos en parte, mientras que el análisis implica la investigación o revisión de un producto propuesto o terminado.

7.2 Objetivos del Diseño

Funcionalidad, economía, seguridad, factibilidad, estética, constructibilidad, sustentabilidad.

7.3 Diseño por Estado Limite



7.4 Enfoques de diseño

WSD, ASD:	Working Stress Design , or Allowable Stress Design
USD or SD:	Ultimate Strength Design, or Strength Design
LRFD:	Load and Resistance Factor Design
LSD:	Limit State Design

- Esfuerzos Permisibles (WSD, ASD, PSD)

En este enfoque se trabaja bajo cargas de servicio en donde los esfuerzos son limitados a valores permisibles y se considera que la estructura y sus materiales observan un comportamiento elástico lineal

En esfuerzos permisibles todas las cargas son tratadas de la misma manera, no importando su variabilidad.

Esto es menos realista que el enfoque de resistencia ultima en donde cada carga es tratada de acuerdo a su grado de incertidumbre.

$$Esfuerzo Real < Esfuerzo Permissible$$

$$Esfuerzo Permissible = \frac{Resistencia}{FS}$$

- Resistencia ultima (USD, LRFD)

Las cargas de trabajo son multiplicadas por factores de carga. La estructura es diseñada para resistir cargas factor izadas en su capacidad ultima.

$$U = \sum \gamma_i Q_i \leq \phi R_n$$

U = Resistencia ultima requerida

γ = Factor de carga

Q = Carga nominal

ϕ = Factor de reduccion

R_n = Resistencia nominal

Combinaciones de Carga

Factores de reducción de la resistencia

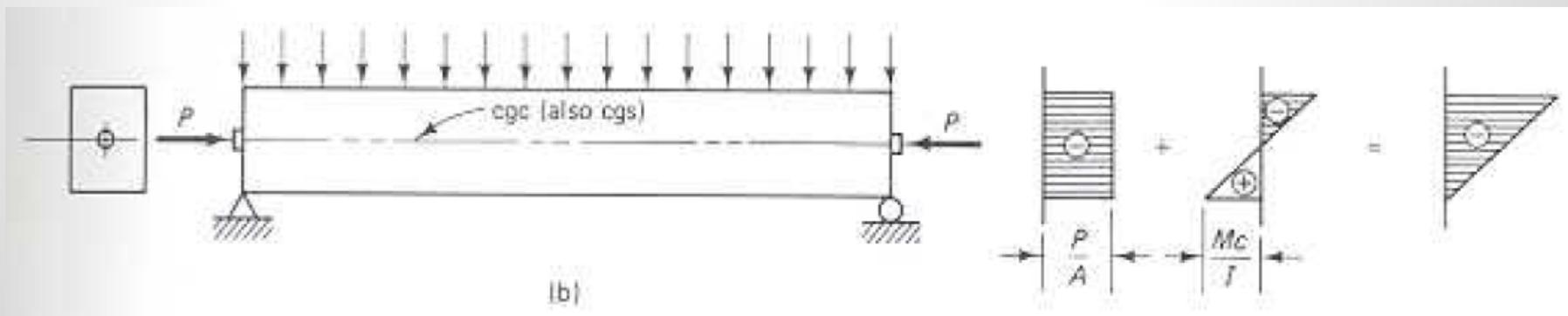
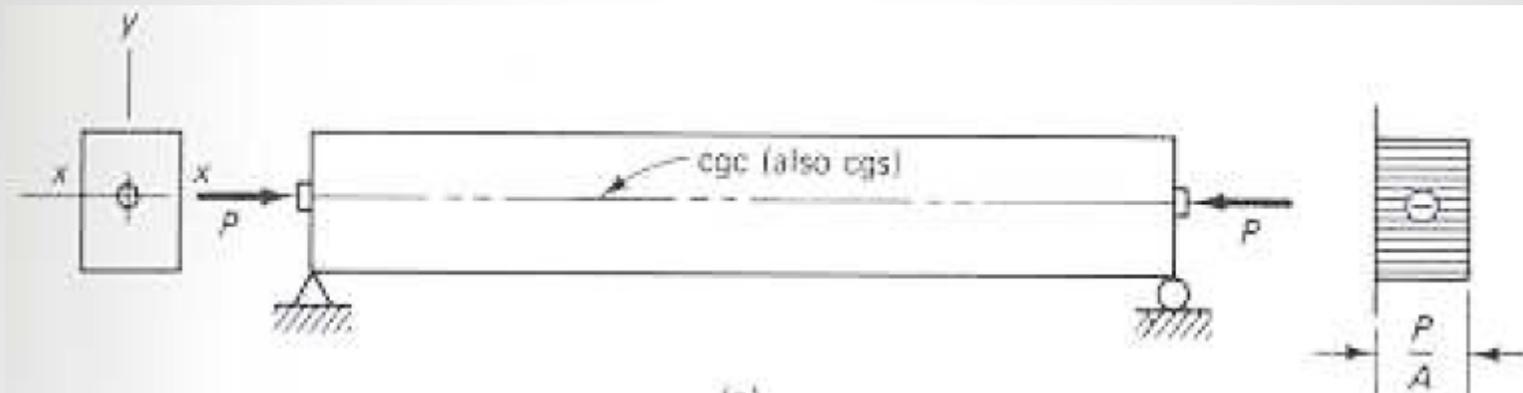
ϕ	=	0.9	for bending
ϕ	=	0.75	for shear and torsion

- $U = 1.4(D + F)$
- $U = 1.2(D + F + T) + 1.6(L + H) + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
- $U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.8W)$
- $U = 1.2D + 1.6W + 1.0L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
- $U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$
- $U = 0.9D + 1.6W + 1.6H$
- $U = 0.9D + 1.0E + 1.6H$

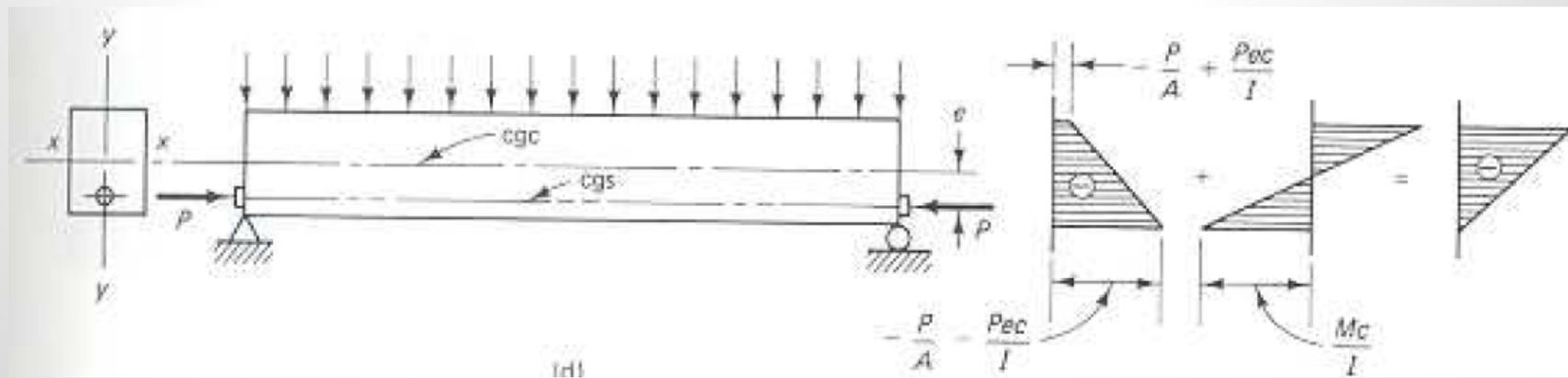
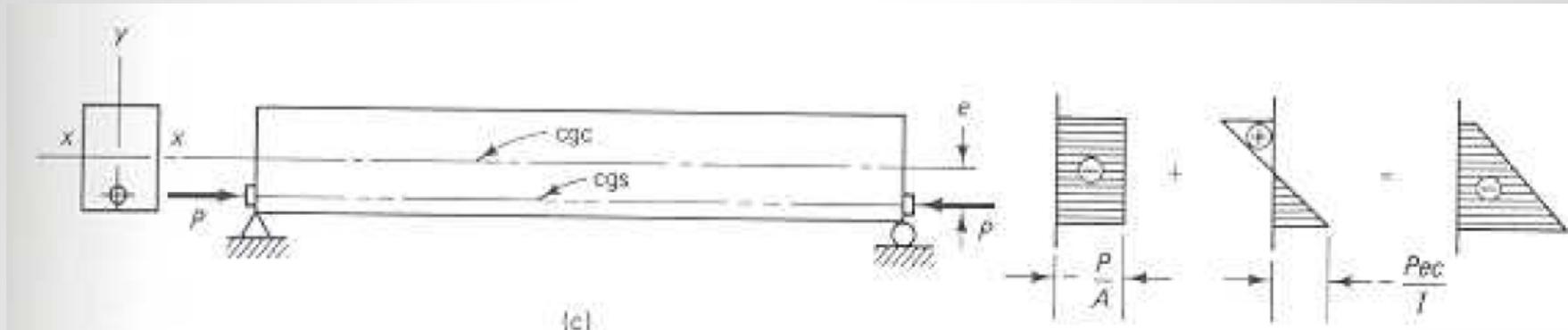
8. Proceso de Fabricación de la vigueta pretensada



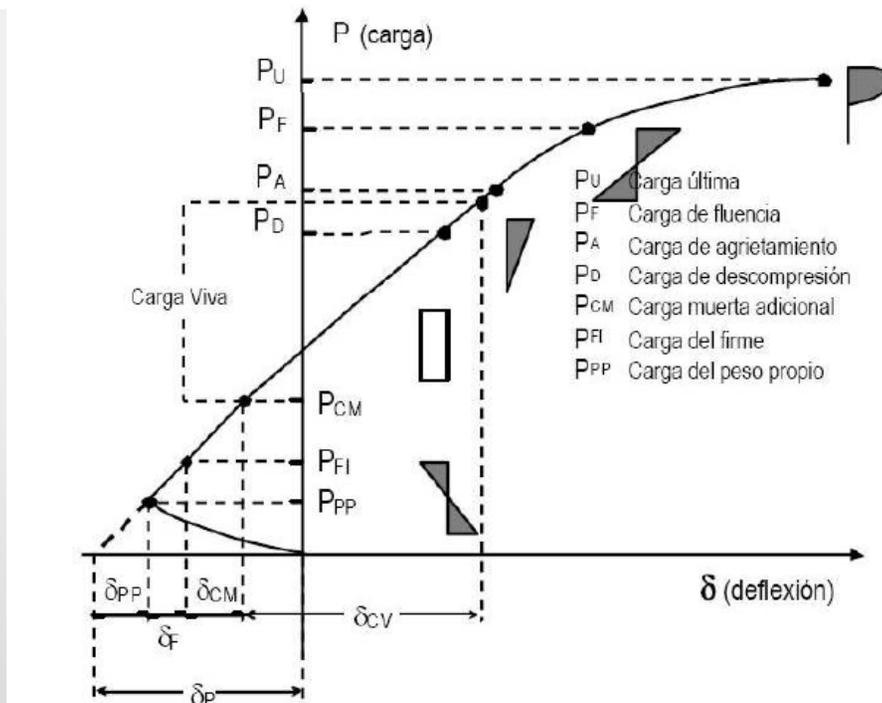
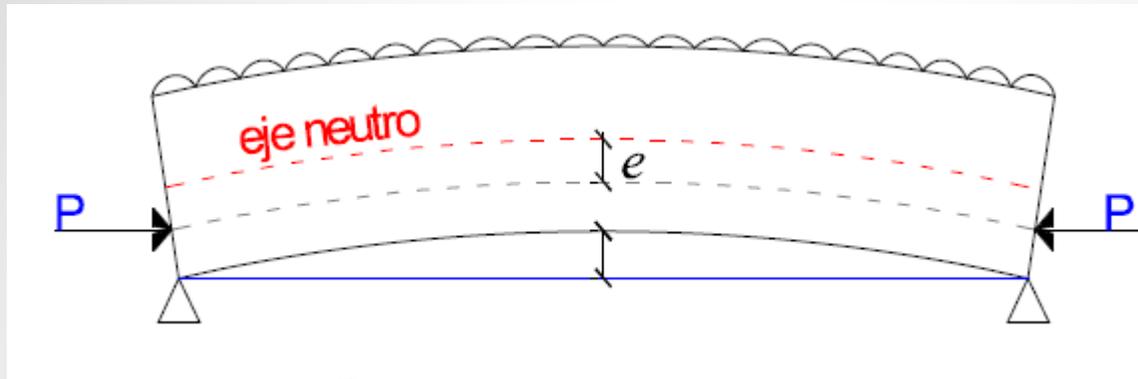
¿Efecto de la excentricidad en el concreto presforzado?



¿Efecto de la excentricidad en el concreto presforzado?

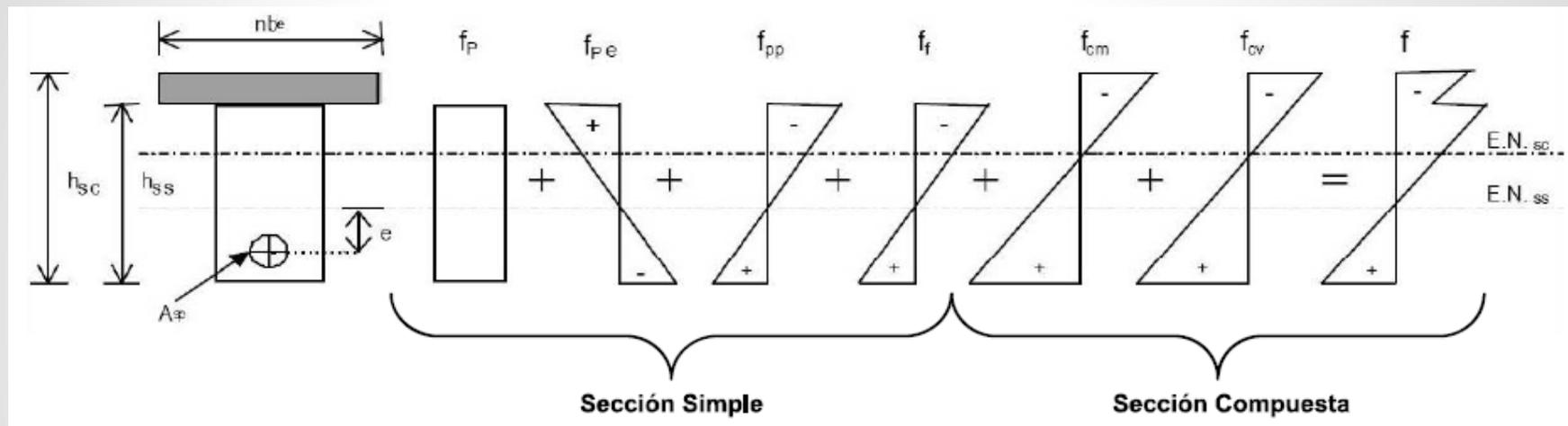


¿Efecto de la excentricidad en el concreto presforzado?



8. ANÁLISIS POR ESFUERZOS PERMISIBLES

Estados de Carga



f_p = Esfuerzo debido al presfuerzo axial.

f_{pe} = Esfuerzo debido al presfuerzo excéntrico.

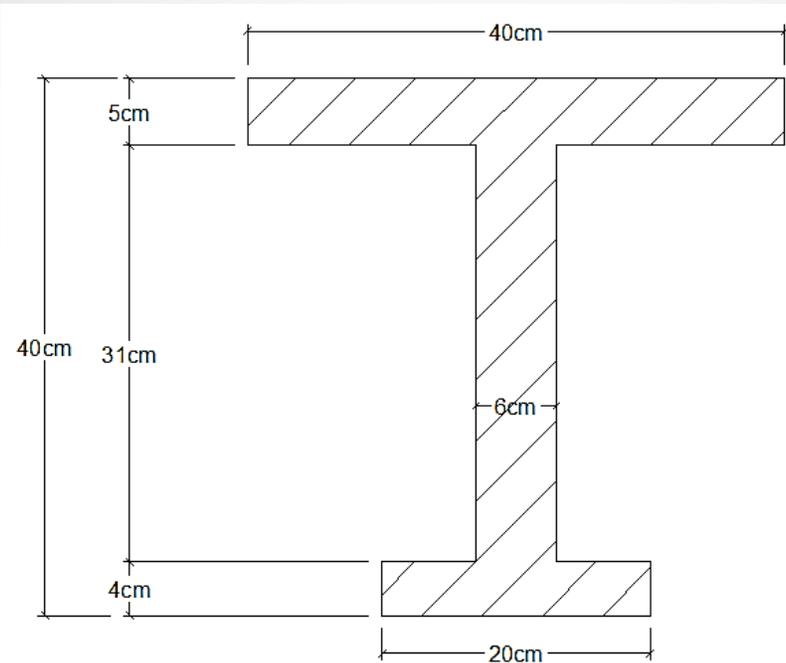
f_{pp} = Esfuerzo debido al peso propio en sección simple.

f_f = Esfuerzo debido al peso del firme.

f_{mc} = Esfuerzo debido al peso de la carga muerta.

f_{cv} = Esfuerzo debido al peso de la carga viva.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LAS SECCIONES



Notación

I = momento de inercia de la sección, cm^4

A_c = área bruta de concreto de la sección, cm^2

h = peralte de la sección, cm

y_1 = distancia del centroide a la fibra extrema superior, cm

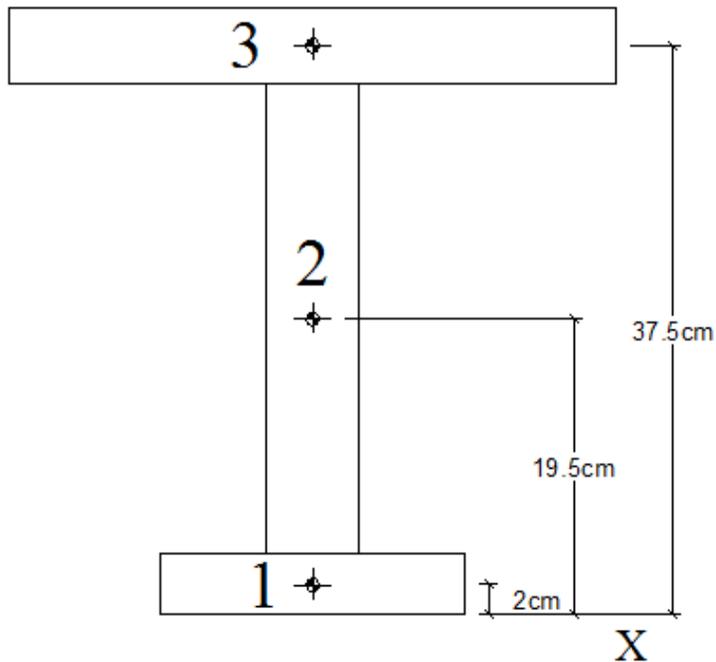
y_2 = distancia del centroide a la fibra extrema inferior, cm

S_1 = modulo de sección respecto fibra extrema superior, $S_1 = I/y_1$, cm^3

S_2 = modulo de sección respecto fibra extrema inferior, $S_2 = I/y_2$, cm^3

r = radio de giro de la sección, $r = \sqrt{I/A_c}$, cm

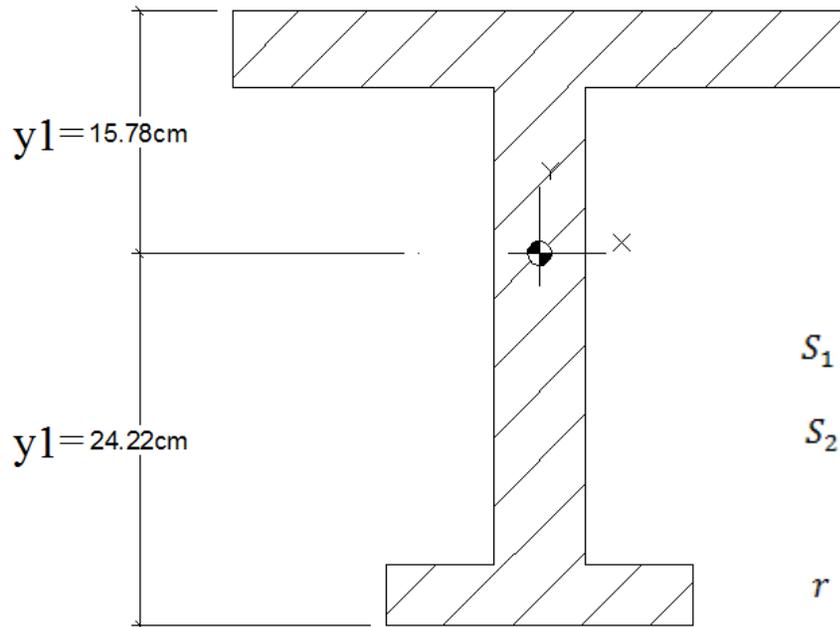
PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LAS SECCIONES



AREA	b	h	A=bh	d	Q=Ad
1	20.00	4.00	80.00	2.00	160.00
2	6.00	31.00	186.00	19.50	3,627.00
3	40.00	5.00	200.00	37.50	7,500.00
$\Sigma =$			466.00		11,287.00

$$\bar{y} = \frac{\sum Qy_i}{\sum A} = \frac{11,287}{466} = 24.22 \text{ cm}$$

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LAS SECCIONES



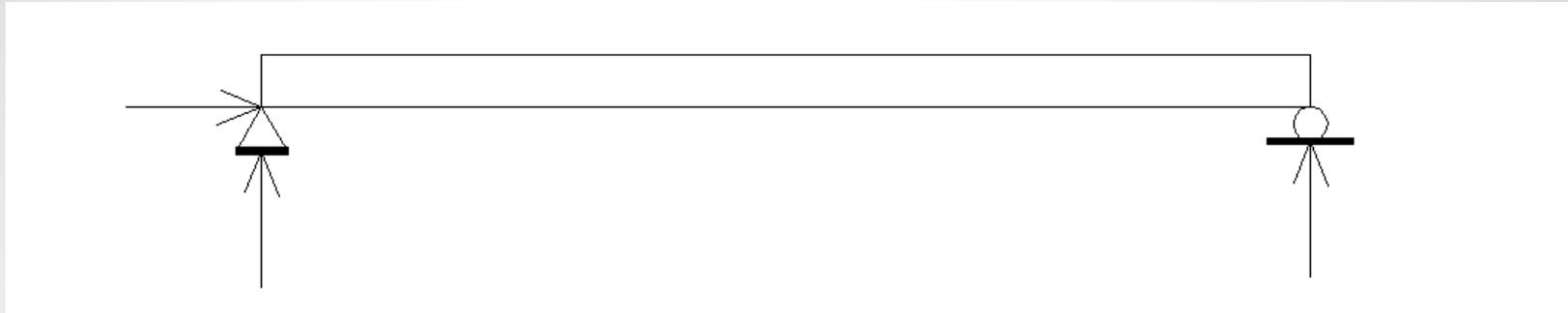
$$S_1 = I/y_1 = 94,332.57/15.78 = 5,977.98 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = I/y_2 = 94,332.57/24.22 = 3894.82 \text{ cm}^3$$

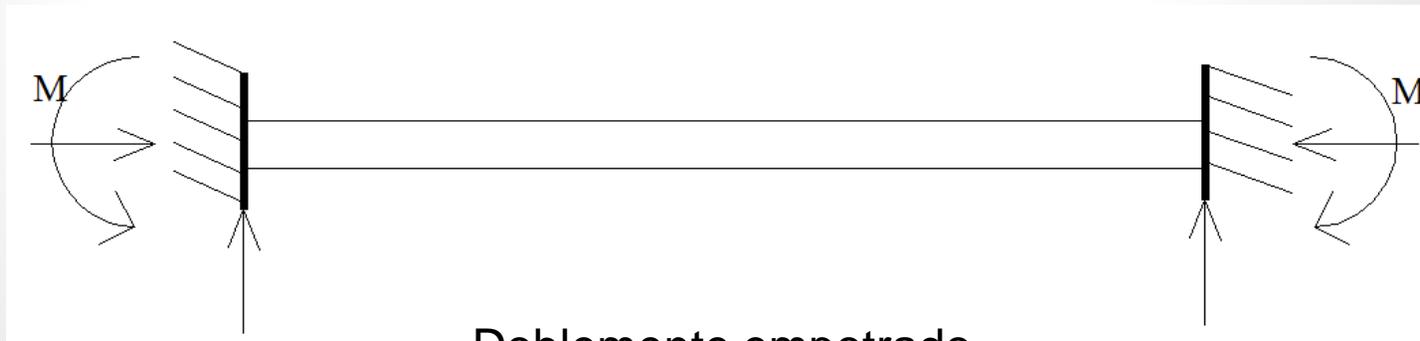
$$r = \sqrt{I/A_c} = \sqrt{94,332.57/466} = 14.22 \text{ cm}$$

AREA	b	h	A=bh	d	Q=Ad	li	d	d^2	I
1	20.00	4.00	80.00	2.00	160.00	106.67	-22.22	493.73	39,604.94
2	6.00	31.00	186.00	19.50	3,627.00	14895.50	-4.72	22.28	19,039.28
3	40.00	5.00	200.00	37.50	7,500.00	416.67	13.28	176.36	35,688.35
$\Sigma=$			466.00		11,287.00				94,332.57

CONDICIONES DE APOYO

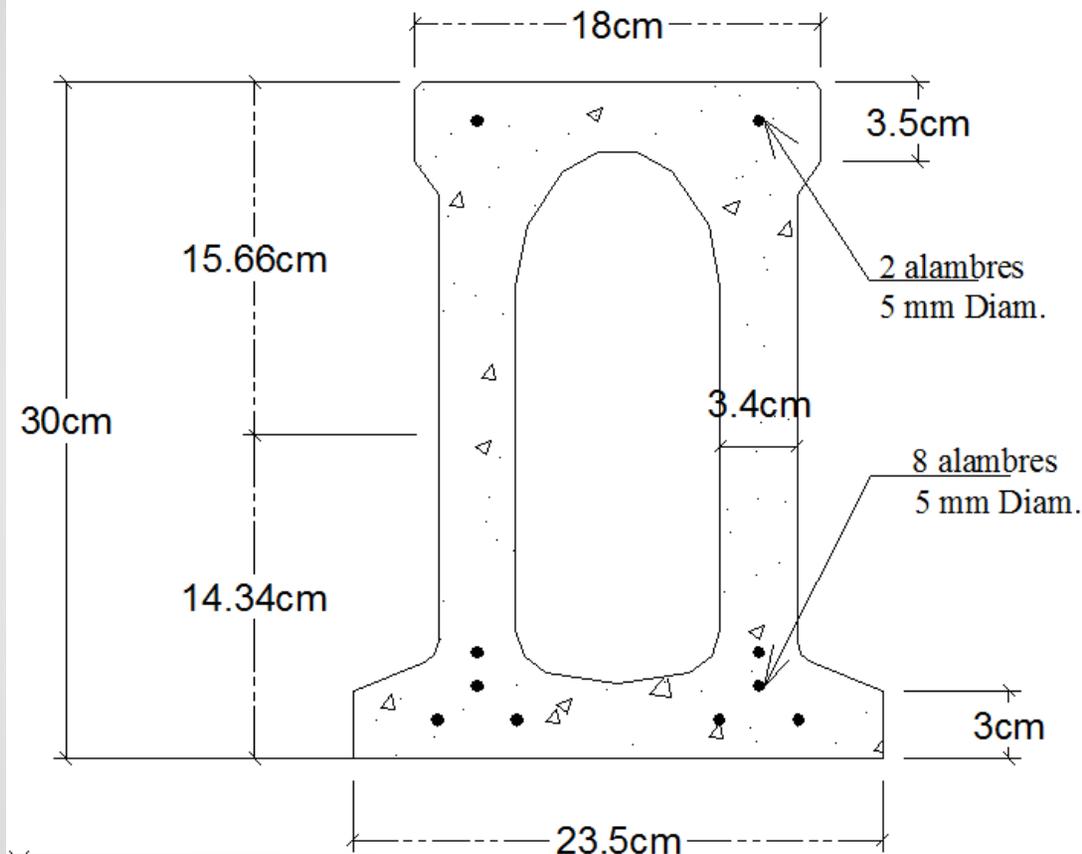


Simplemente apoyado



Doblemente empotrado

ANÁLISIS POR ESFUERZOS PERMISIBLES DE UNA VIGA TUBULAR PRESFORZADA



Realizar el análisis por esfuerzos permisibles de una viga presforzado de concreto de 7.50 m de longitud.

Considere el análisis en sección simple y en sección compuesta.

ANÁLISIS POR ESFUERZOS PERMISIBLES DE UNA VIGA TUBULAR PRESFORZADA

1. Propiedades del Concreto		
Resistencia del Concreto de la Vigüeta f'_{cv} (kg/cm ²) =		350.00
Resistencia del Concreto de la losa f'_{cl} (kg/cm ²) =		200.00
Porcentaje del concreto en transferencia		0.80

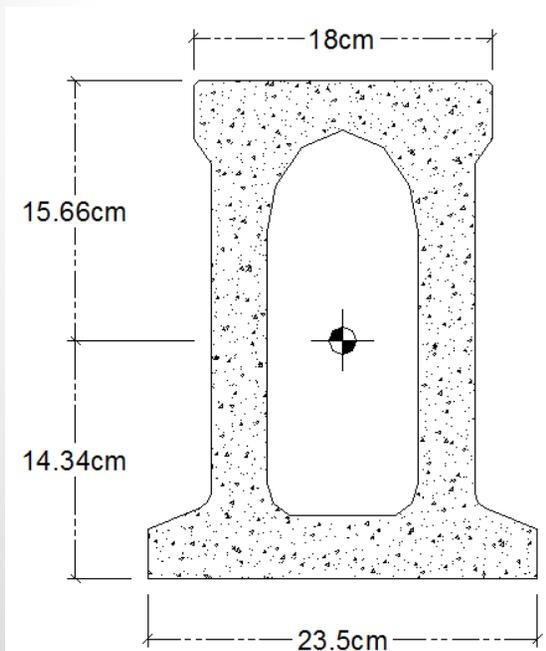
$$Resistencia\ del\ concreto\ en\ transferencia = 0.80 \times f'_{cv} = 0.80 \times 400 = 320\ kg/cm^2$$

$$E_v = 14000\sqrt{f'_c} = 14,000\sqrt{400} = 280,000\ kg/cm^2$$

ANÁLISIS POR ESFUERZOS PERMISIBLES DE UNA VIGA TUBULAR PRESFORZADA

2. Propiedades de la sección de la viga tubular

Peralte de la viga tubular, $H_v(\text{cm}) =$	30.00
Inercia X (cm^4) =	33,840.00
Fibra Extrema Superior, y_1 (cm) =	15.66
Fibra Extrema Inferior, y_2 (cm) =	14.34
Espesor de las paredes del alma, t (cm) =	4.00
Longitud de la viga tubular, L (cm) =	750.00



$$S_1 = I/y_1 = 33,840/15.66 = 2,160.92 \text{ cm}^3$$

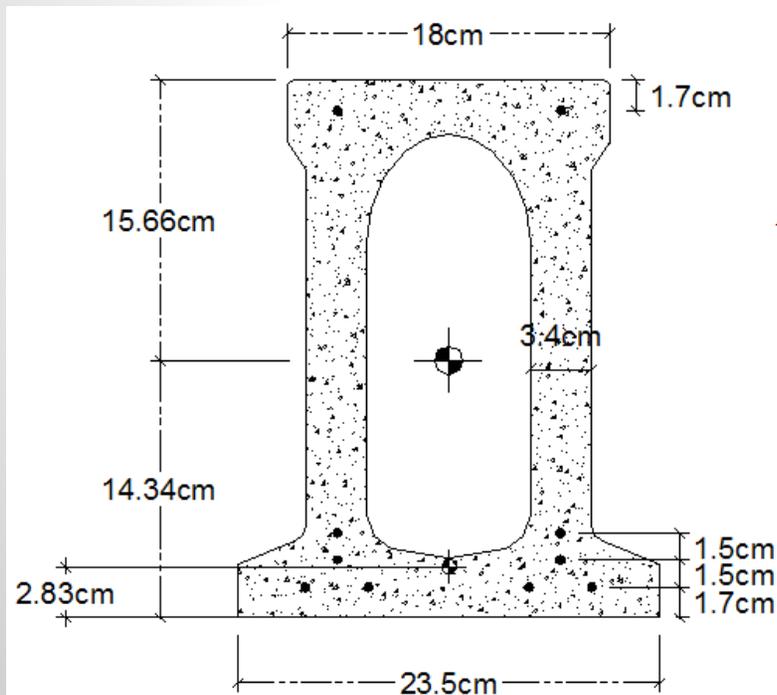
$$S_2 = I/y_2 = 33,840/14.34 = 2,359.83 \text{ cm}^3$$

$$r = \sqrt{I/A_c} = \sqrt{33,840/314.98} = 10.36 \text{ cm}$$

$$r^2 = 107.43 \text{ cm}$$

3. Condiciones de Presfuerzo

Distancia de la base al centroide del acero inferior, d1 (cm)=	2.83
Distancia del borde superior al centroide del acero superior, d2 (cm)=	1.70
Área de Alambre 5 mm, (cm ²) =	0.20
Numero de alambre en lecho inferior	8.00
Numero de alambres lecho superior	2.00
fpy del acero de presfuerzo (kg/cm ²) =	17,000.00
Modulo elastico del acero, Ep (kg/cm ²) =	2,000,000.00
Área transversal de la viga tubular, Av (cm ²) =	314.98

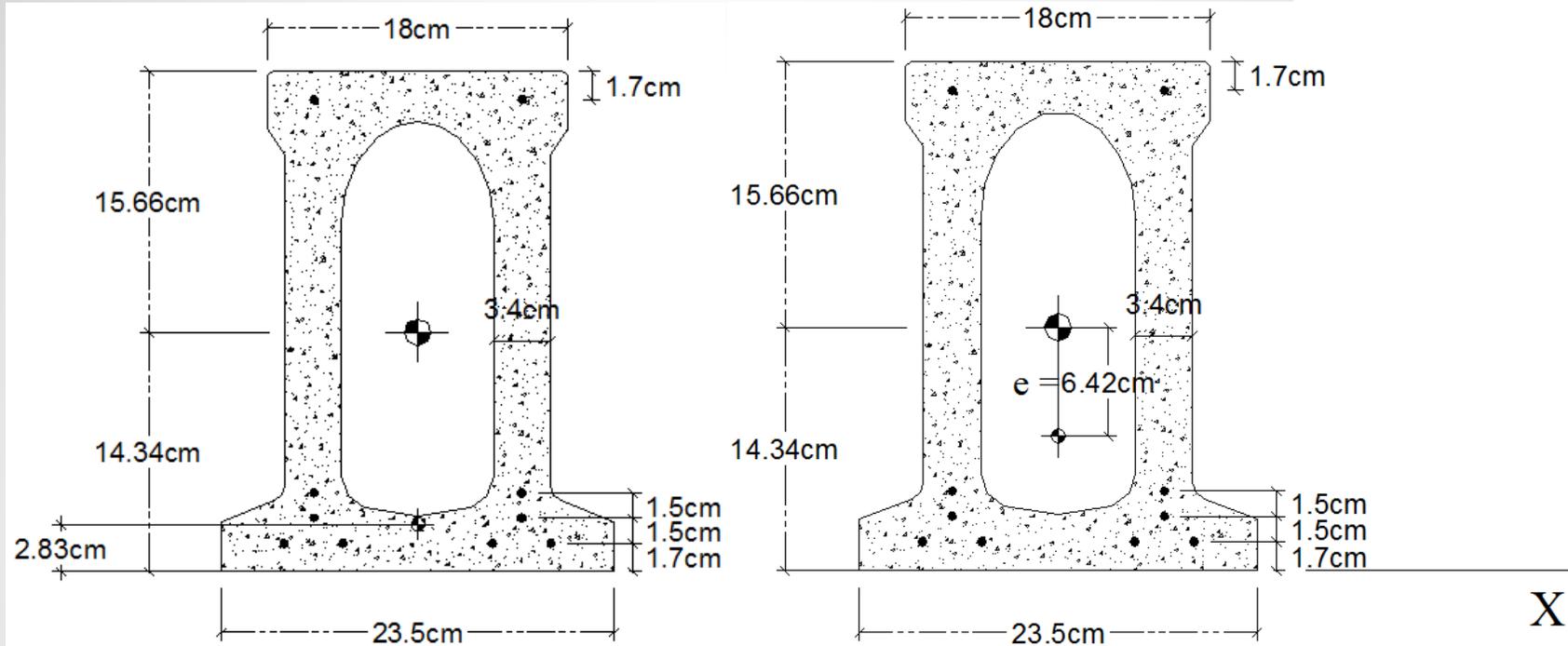


$$\text{Esfuerzo de tensado, } ET = 0.8 \times f_{py} = 0.80 \times 17,000 = 13,600 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Area de Presfuerzo, } A_{ps} = 10 \times \frac{\pi(0.50)^2}{4} = 1.96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Fuerza total Inicial, } P_i = 13,600 \times 1.96 = 26,656 \text{ kg}$$

Esfuerzos Permisibles



$$\text{Centroide del acero, } Y_s = \frac{8 \times 0.2 \times 2.83 + 2 \times 0.2 \times (30 - 1.70)}{10 \times 0.2} = 7.92 \text{ cm}$$

$$e_o = y_2 - Y_s = 14.34 - 7.92 = 6.42 \text{ cm}$$

4. Propiedades de la sección compuesta

Peralte total de la losa, H (cm) =	36.00
Espesor firme de concreto armado, hf (cm) =	6.00
Distancia entre vigas tubulares, d (cm) =	88.00

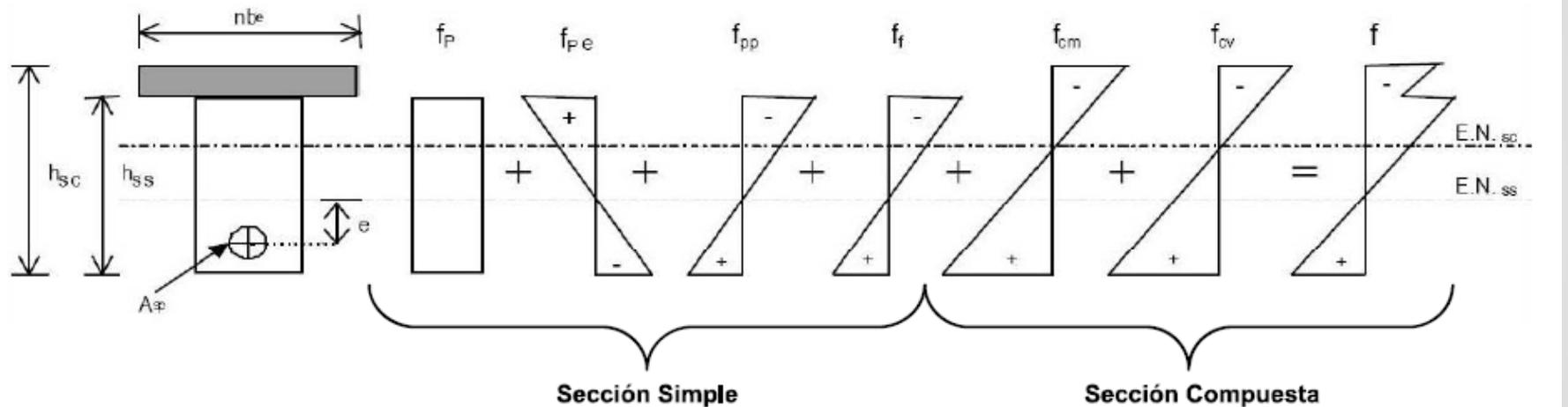
5. Condiciones de Carga

Peso de la Viga tubular , Wo (kg/m) =	76.00
Peso de la Bovedilla de poliestireno, Wb (kg/m) =	2.42
Peso del concreto colado en sitio, Wc (kg/m) =	169.58
Peso Aplanado y acabados de piso, Wa (kg/m) =	70.00
Carga Muerta Total (kg/m)=	318.00

$$M_o = \frac{w_{pp} l^2}{8} = \frac{76 \times 7.50^2}{8} = 534.37 \text{ kg/m}$$

6. Esfuerzos Permisibles

En transferencia, f_{ci} (kg/cm ²) =	-168.00	$0.60 f'_{ci}$
En transferencia, f_{ti} (kg/cm ²) =	26.77	$1.60 \sqrt{f'_{ci}}$
En transferencia, f_{cs} (kg/cm ²) =	100.00	$0.45 f'$



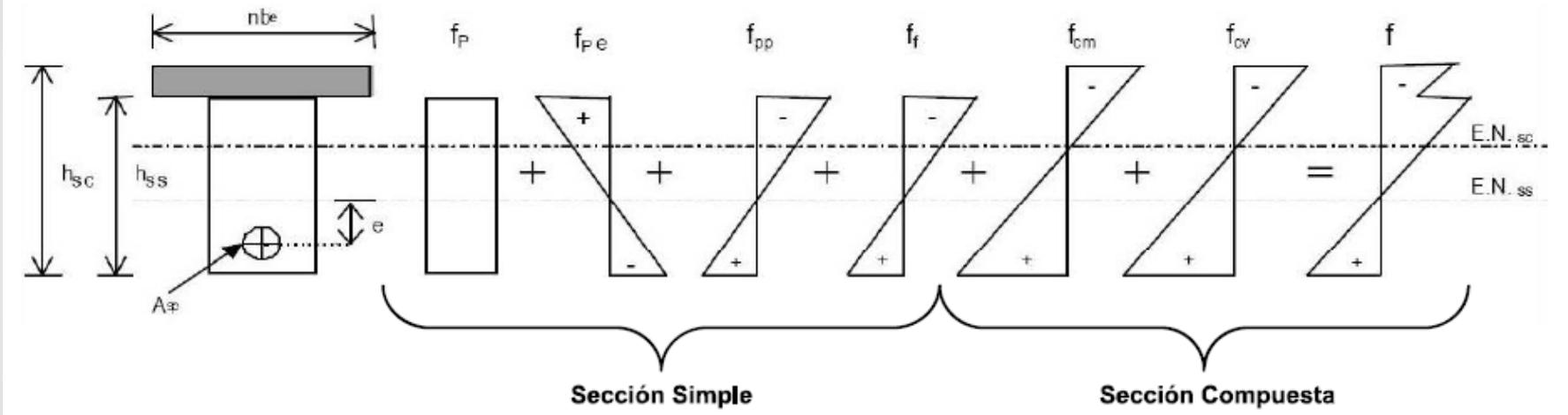
$$f_1(P_i) = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{ey_1}{r^2} \right) = -\frac{26,656}{314.98} \left(1 + \frac{(-6.42)(15.66)}{107.43} \right) = -5.42 \text{ kg/cm}^2 < -168 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_2(P_i) = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{ey_1}{r^2} \right) = -\frac{26,656}{314.98} \left(1 - \frac{(-6.42)(14.34)}{107.43} \right) = -157.15 \text{ kg/cm}^2 < -168 \text{ kg/cm}^2$$

6. Esfuerzos Permisibles

En transferencia, f_{ci} (kg/cm ²) =	-168.00
En transferencia, f_{ti} (kg/cm ²) =	26.77
En servicio, f_{cs} (kg/cm ²) =	100.00

$0.60 f'_{ci}$
 $1.60 \sqrt{f'_{ci}}$
 $0.45 f'$



Esfuerzo resultante por carga de presfuerzo y peso propio

$$f_1(P_e + M_o) = Rf_1(P_i) + f_1(M_o) = -0.90 \times 5.42 - 24.74 = -29.61 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_2(P_e + M_o) = Rf_2(P_i) + f_2(M_o) = -0.90 \times 167.15 + 22.64 = -127.79 \text{ kg/cm}^2$$

6. Esfuerzos Permisibles

En transferencia, f_{ci} (kg/cm ²) =	-168.00	$0.60f'_{ci}$
En transferencia, f_{ti} (kg/cm ²) =	26.77	$1.60\sqrt{f'_{ci}}$
En servicio, f_{cs} (kg/cm ²) =	-180.00	$0.45f'_c$
En servicio, f_{cs} (kg/cm ²) =	32.00	$1.60\sqrt{f'_c}$

7. Calculo de esfuerzos

Debido a las cargas de colado

$$f_1(M_{col}) = -\frac{M_o}{S_1} = \frac{100 \times 7.50^2 \times 100}{8} = -32.53 \text{ kg/cm}^2 \quad f_2(M_{col}) = \frac{M_o}{S_1} = \frac{100 \times 7.50^2 \times 100}{8} = 29.79 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo resultante por carga de presfuerzo y peso propio

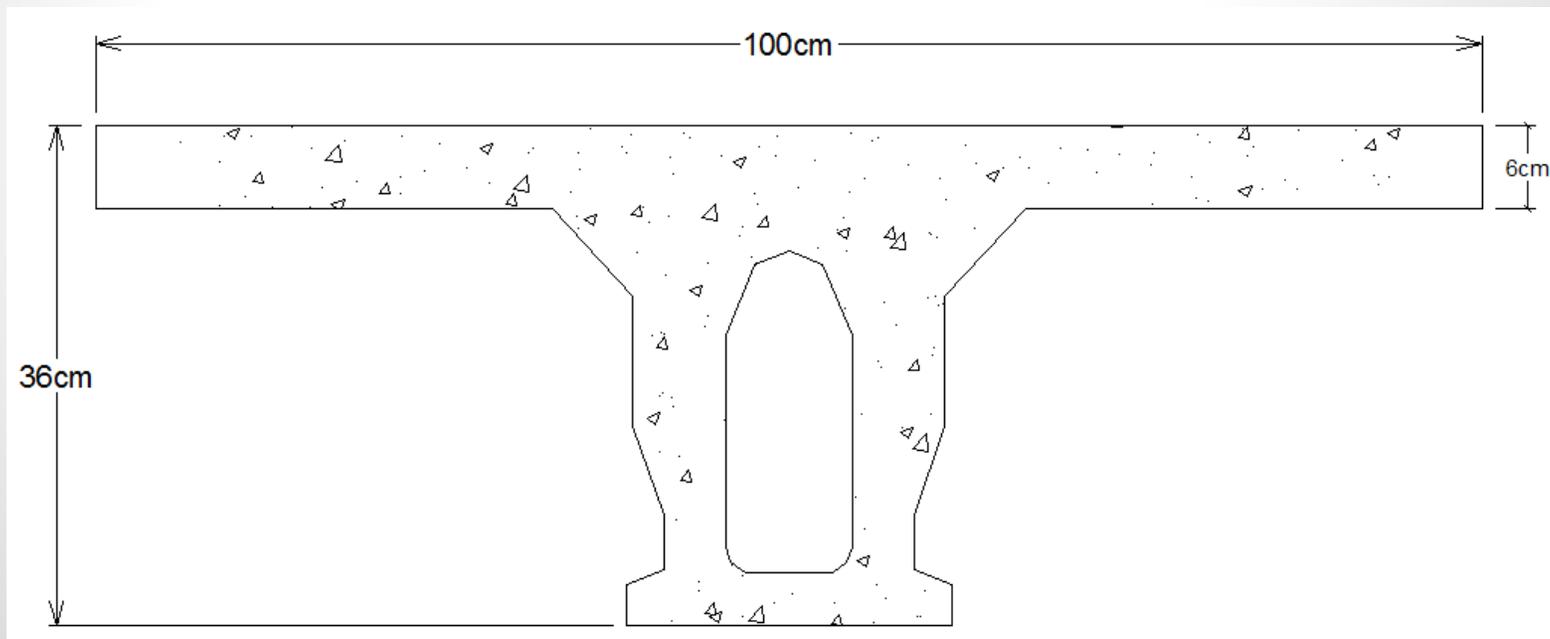
$$f_1(M_{col}) = f_1(P_e + M_o) + f_1(M_{col}) = -32.53 - 29.61 = -62.14 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_2(M_{col}) = f_2(P_e + M_o) + f_2(M_{col}) = -127.79 + 29.79 = -98.00 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzos Permisibles

Análisis de sección compuesta en condición de servicio

Peralte total de la losa, H (cm) =		36.00
Espesor firme de concreto armado, h_f (cm) =		6.00
Distancia entre vigas tubulares, d (cm) =		100.00
Ancho efectivo b		
	$b_w + 16(h_f)$	104.00
	$L/4$	187.50
	Entre eje	100.00
	Entonces rige (cm)	100.00

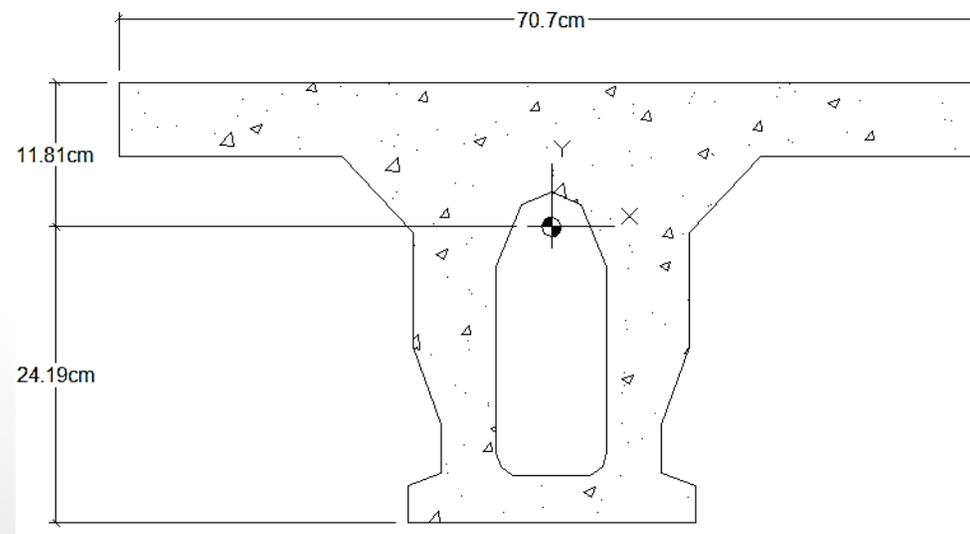


Esfuerzos Permisibles

Análisis de sección compuesta en condición de servicio

Resistencia del Concreto de la losa f'_{cl} (kg/cm ²) =	200.00
E_{cl} (kg/cm ²) =	155,563.49

Relación Modular (E_{cl}/E_{cv}) =	0.71
ancho efectivo modificado b_e	70.71
Área de la sección compuesta equivalente, A_e (cm ²) =	875.05
Momento de Inercia X sección compuesta equivalente, I_c (cm ⁴)=	106,290.00
Excentricidad respecto a la sección compuesta, e_c (cm) =	17.38
Distancia a la fibra extrema superior, y_{c1} (cm) =	12.20
Distancia a la fibra extrema inferior, y_{c2} (cm) =	23.80



Análisis de sección compuesta en condición de servicio

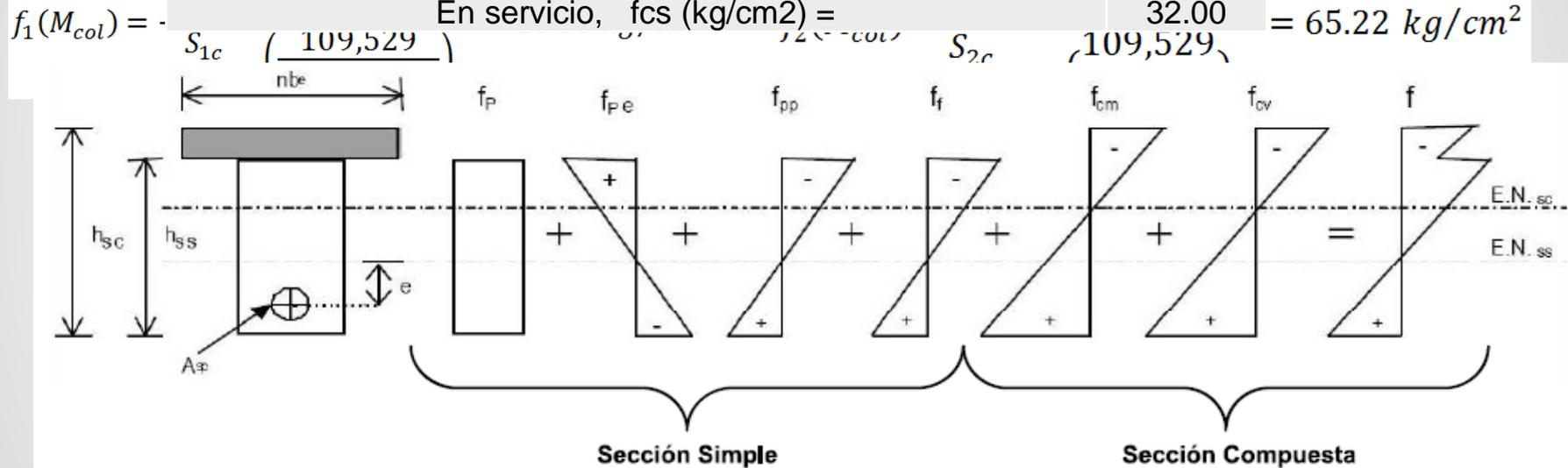
Sección 6. Esfuerzos Permisibles

En transferencia, f_{ci} (kg/cm²) = -168.00

En transferencia, f_{ti} (kg/cm²) = 26.77

En servicio, f_{cs} (kg/cm²) = -180.00

En servicio, f_{cs} (kg/cm²) = $\frac{32.00}{109,529} = 65.22 \text{ kg/cm}^2$

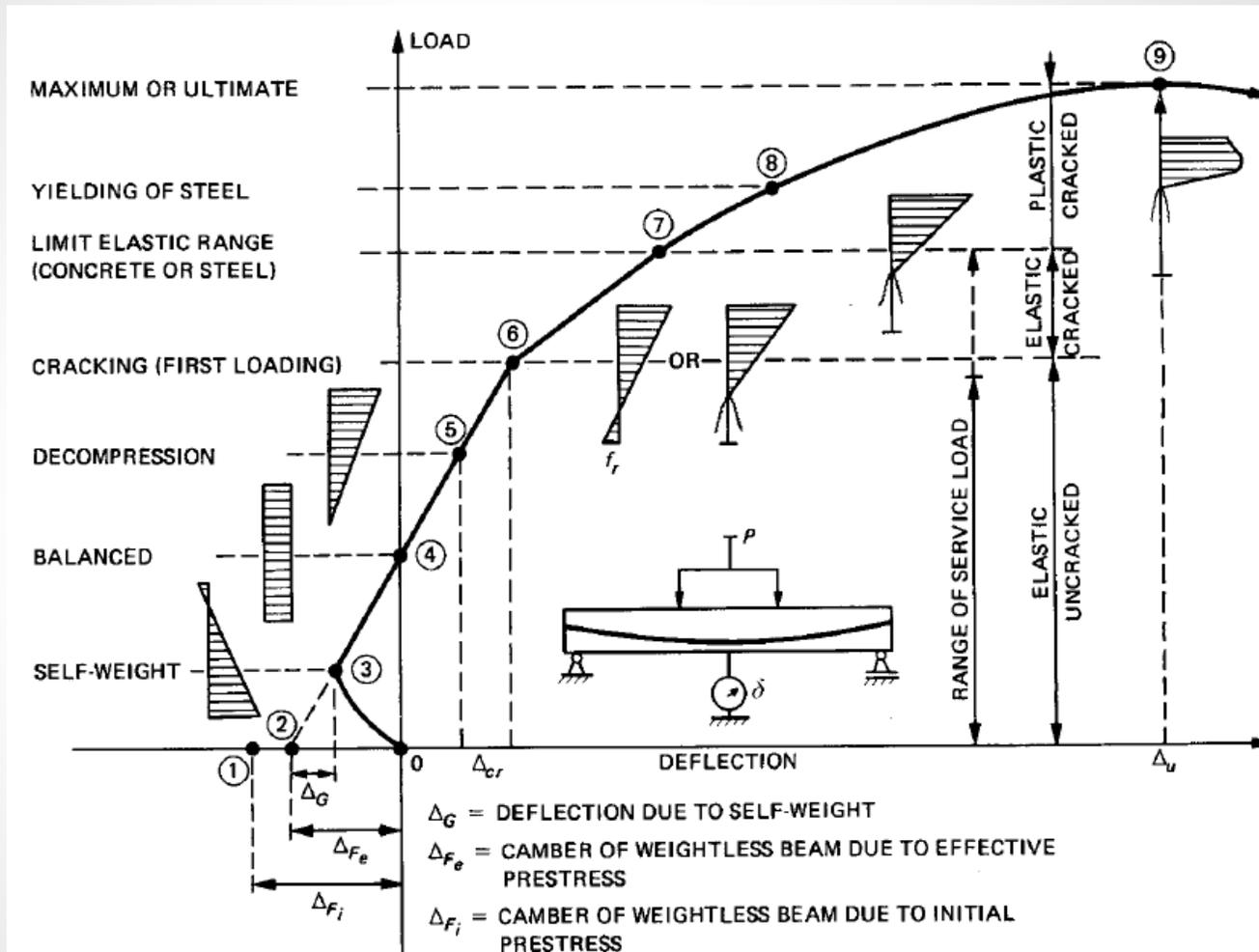


$$f_1(\text{final}) = -62.14 - 15.66 = -77.80 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_2(\text{final}) = -98.00 + 65.22 = -32.78 \text{ kg/cm}^2$$

9. ANÁLISIS BAJO RESISTENCIA ULTIMA POR FLEXIÓN

Respuesta Carga - Deflexión

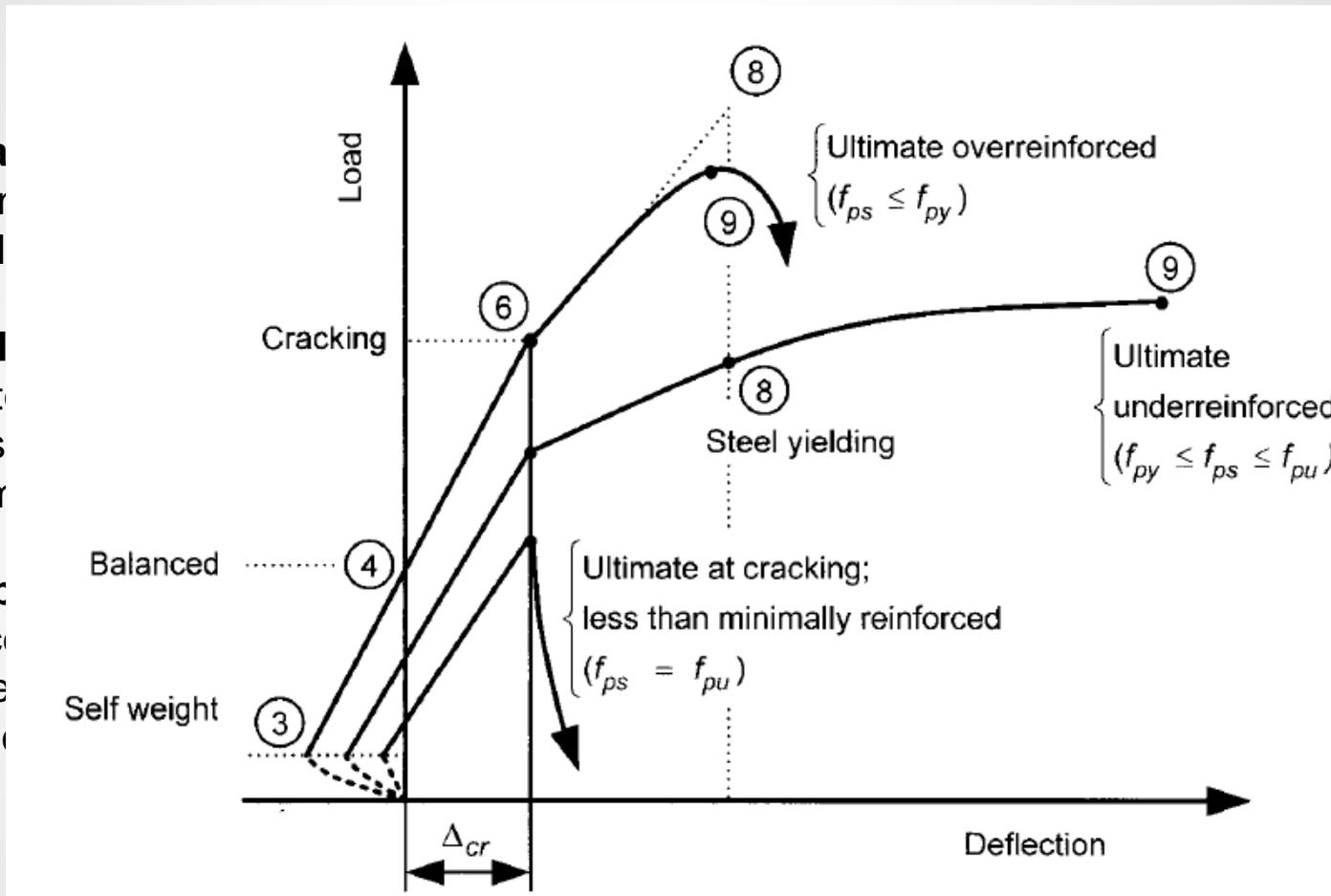


Carga – deflexión para sección subreforzada con tendones adheridos

9. ANÁLISIS BAJO RESISTENCIA ULTIMA POR FLEXIÓN

Tipos

- Fra
- Cor
- de l
- Apl
- Est
- des
- com
- Ap
- ac
- Ge
- se



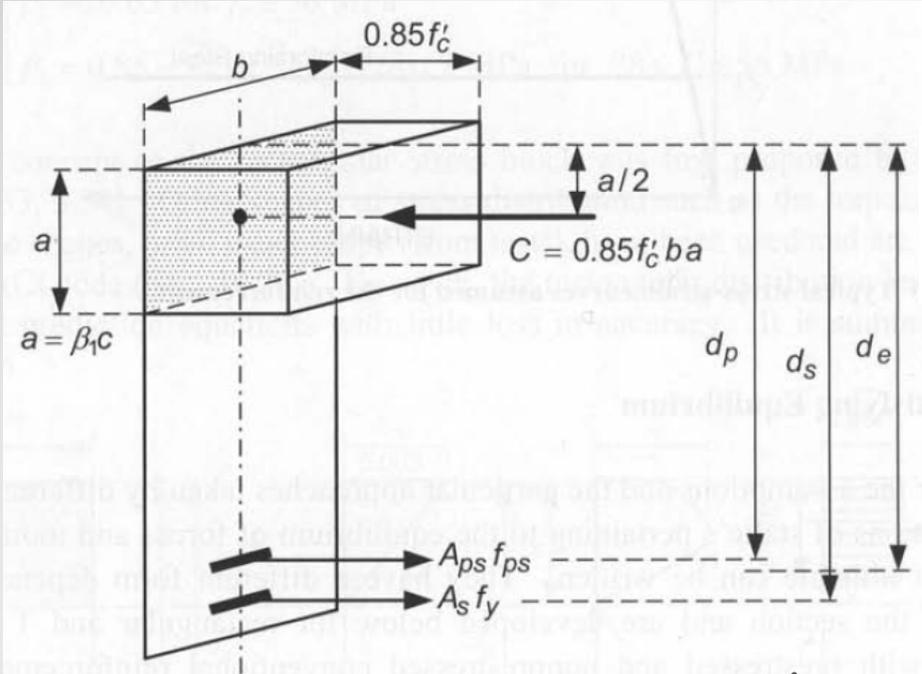
or debajo

alla mas
elementos

ncia del

e tipo de

Análisis Viga Rectangular



$$f_{ps} = f_{pu} \left[1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left\{ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d_s}{d_p} (\omega_s - \omega') \right\} \right]$$

Si se utiliza acero de compresión:

$$\begin{cases} \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d_s}{d_p} (\omega_s - \omega') \geq 0.17 \\ d' \leq 0.15 d_p \end{cases}$$

- $\gamma_p = 0.28$ for $f_{py} \geq 0.9 f_{pu}$ [low relaxation]
- $\gamma_p = 0.40$ for $f_{py} \geq 0.85 f_{pu}$ [stress relieved]
- $\gamma_p = 0.55$ for $f_{py} \geq 0.80 f_{pu}$ [bars]
- $\beta_1 = 0.85$ for $f'_c \leq 4$ ksi (28 MPa)
- $\beta_1 = 0.65$ for $f'_c \geq 8$ ksi (56 MPa)
- $\beta_1 = 0.85 - 0.05(f'_c - 4)$ for $4 \leq f'_c \leq 8$ ksi

$$0.85 f'_c b \beta_1 c = 0.85 f'_c b a = A_{ps} f_{ps} + A_s f_y$$

$$a = \beta_1 c = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y \left(d_s - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left(d_p - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + A_s f_y \left(d_s - \frac{\beta_1 c}{2} \right)$$

Momento nominal y refuerzo mínimo según ACI

Refuerzo mínimo

$$A_{s,\min} = \frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \geq \frac{14}{f_y} b_w d$$

Resistencia mínima

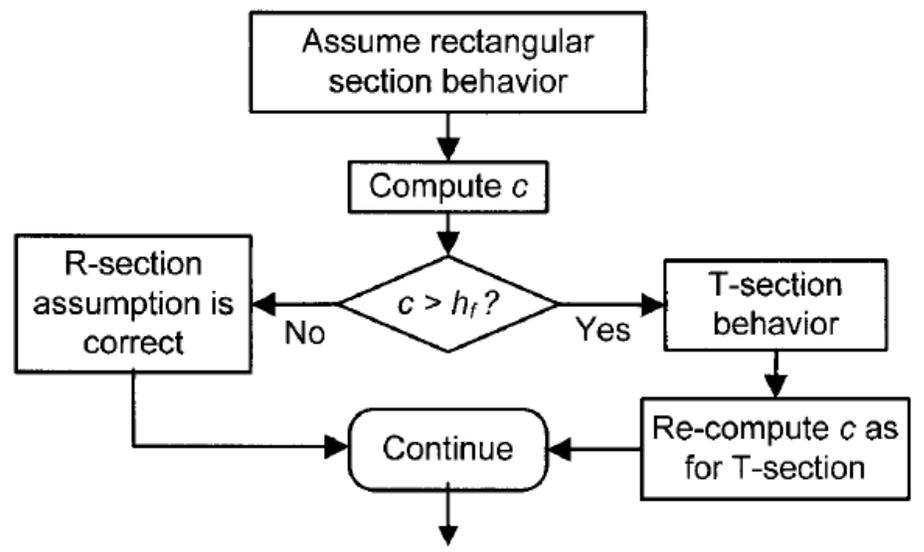
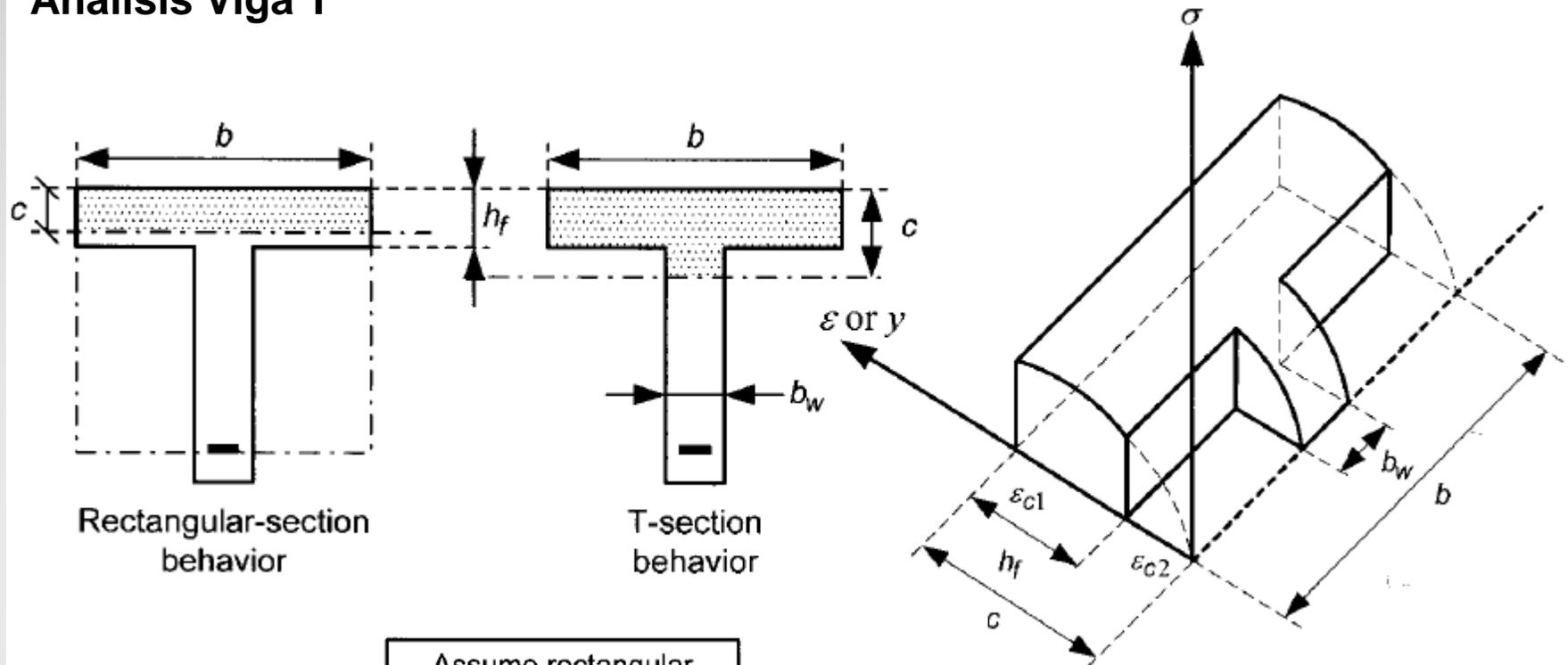
$$\phi M_n \geq 1.2 M_{cr}$$

$$M_{cr} = A_{ps} f_{pe} \left(e_o + \frac{Z_b}{A_c} \right) - f_r Z_b$$

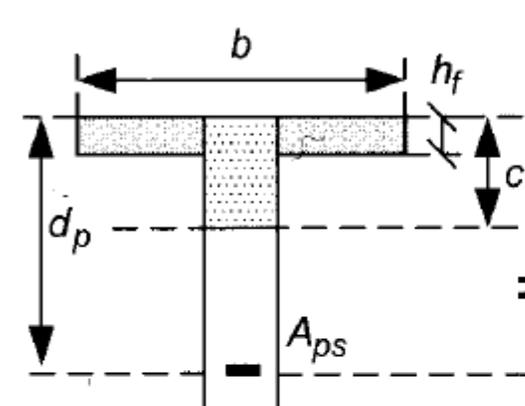
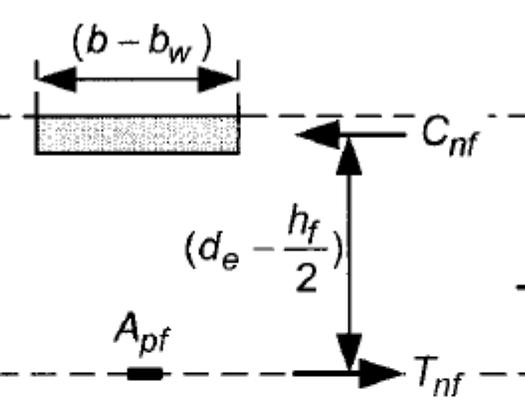
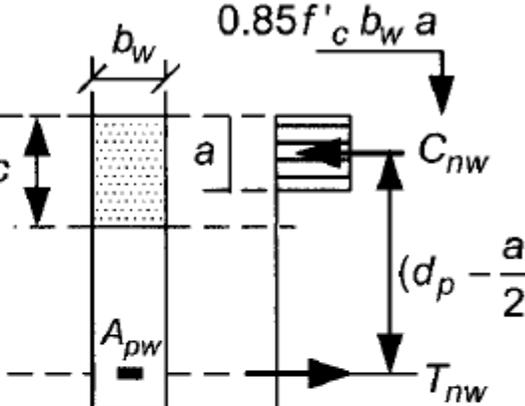
Z_b = Modulo de seccion en la fibra extrema inferior

f_r = Modulo de ruptura de concreto

Análisis Viga T

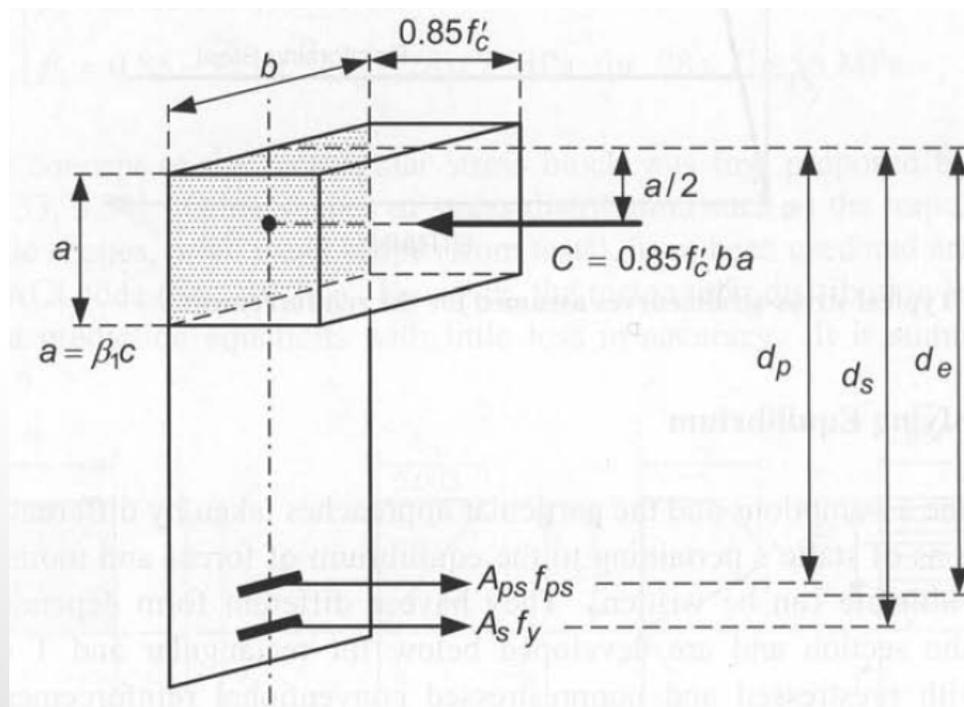


Análisis Viga T

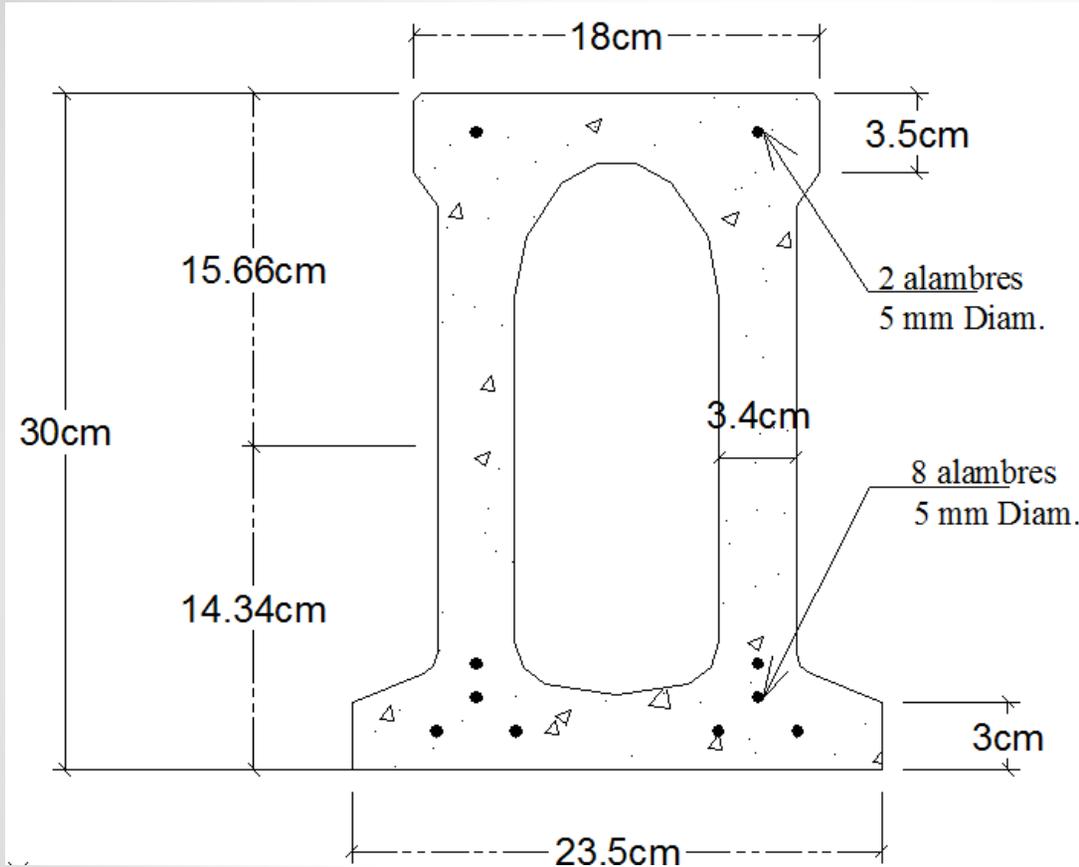
T-SECTION BEHAVIOR	OVERHANGING PORTION OF FLANGE	WEB
		
<p>FORCES: $A_{ps} f_{ps}$</p>	$A_{pf} f_{ps} = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f$ $A_{pf} = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f / f_{ps}$	$A_{pw} = A_{ps} - A_{pf}$ $A_{pw} f_{ps} = 0.85 f'_c b_w a$ $a = \frac{A_{pw} f_{ps}}{0.85 f'_c b_w}$
<p>MOMENTS: ϕM_n</p>	$= \phi A_{pf} f_{ps} (d_p - \frac{h_f}{2})$	$+ \phi A_{pw} f_{ps} (d_p - \frac{a}{2})$

Se realizan las siguientes asunciones:

- Las secciones se mantiene planas bajo las cargas. Por consiguiente se asume una distribución lineal de esfuerzos.
- Existe perfecta adherencia entre concreto y acero.
- La deformación limite en compresión en el concreto es de 0.003.
- Se desprecia la resistencia a tensión del concreto.
- La fuerza total en la zona de compresión del concreto puede ser aproximada a un esfuerzo uniforme de $0.85 f'_c$, sobre un bloque rectangular de esfuerzos.



ANÁLISIS POR RESISTENCIA ULTIMA DE UNA VIGA TUBULAR PRETENSADA (analizar sección compuesta)



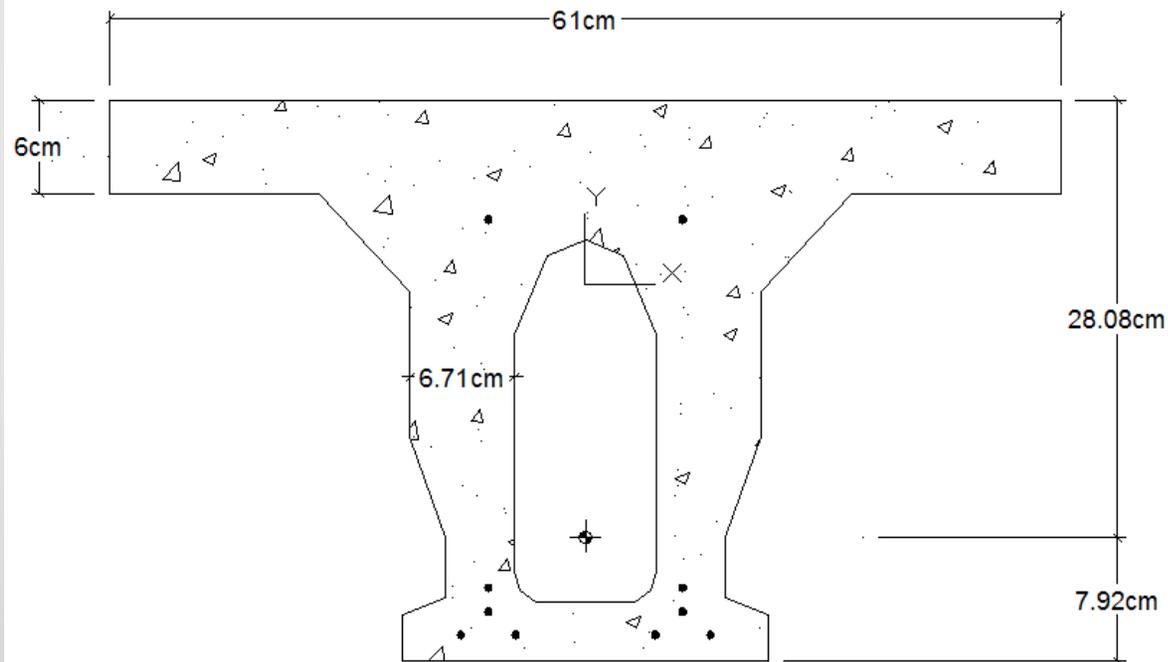
Realizar el análisis por resistencia ultima de una viga presforzado de concreto de 7.50 m de longitud.

ANÁLISIS POR RESISTENCIA ULTIMA DE UNA VIGA TUBULAR PRETENSADA

DATOS

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2, \quad \beta_1 = 0.80, \quad f_r = 0.1f'_c = 35 \text{ kg/cm}^2, \quad f_{pu} = 18,500 \text{ kg/cm}^2,$$

$$f_{pe} = 0.6f_{pu}, \quad f_{py} = 0.9f_{pu}, \quad A_{ps} = 2 \text{ cm}^2 \text{ (baja relajacion), tendones adheridos}$$



$$d_p = 28.08 \text{ cm}$$

$$bw = 6.71 \times 2 = 13.42 \text{ cm}$$

ANÁLISIS POR RESISTENCIA ULTIMA DE UNA VIGA TUBULAR PRETENSADA

$$\rho = \frac{A_{ps}}{bd_p} = \frac{10 \times 0.2}{61 \times 28.08} = 0.0012 \quad w_s = 0 \quad f_{pe} > 0.5 f_{pu}$$

$\gamma_p = 0.28$ for f_{py} / f_{pu} not less than 0.90 (typical for low relaxation strands)

$\gamma_p = 0.40$ for f_{py} / f_{pu} not less than 0.85 (typical for stress-relieved strands)

$\gamma_p = 0.55$ for f_{py} / f_{pu} not less than 0.80 (typical for prestressing bars)

$$f_{ps} = f_{pu} \left[1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left\{ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d_s}{d_p} (\omega_s - \omega') \right\} \right] = 18500 \left[1 - \frac{0.28}{0.80} \left\{ 0.0012 \frac{18500}{350} \right\} \right] = 18,089 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = \beta_1 c = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(10 \times 0.2 \times 18089)}{0.85 \times 350 \times 61} = 1.99 \text{ cm}$$

ANÁLISIS POR RESISTENCIA ULTIMA DE UNA VIGA TUBULAR PRETENSADA

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{1.99}{0.8} = 2.45 \text{ cm} < 6 \text{ cm} \rightarrow \text{Seccion rectangular}$$

$$M_n = A_{ps}f_{ps} \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y \left(d_s - \frac{a}{2} \right) = 10 \times 0.2 \times 18089 \left(28.08 - \frac{1.99}{2} \right) = 979881.13 \text{ kg.cm} = 9800 \text{ kg.m}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 9800 = 8820 \text{ kg.m}$$

Cargas

$$\text{Peso propio del sistema, } W_{pp} = 250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \quad \text{Carga viva, } W_l = 350 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

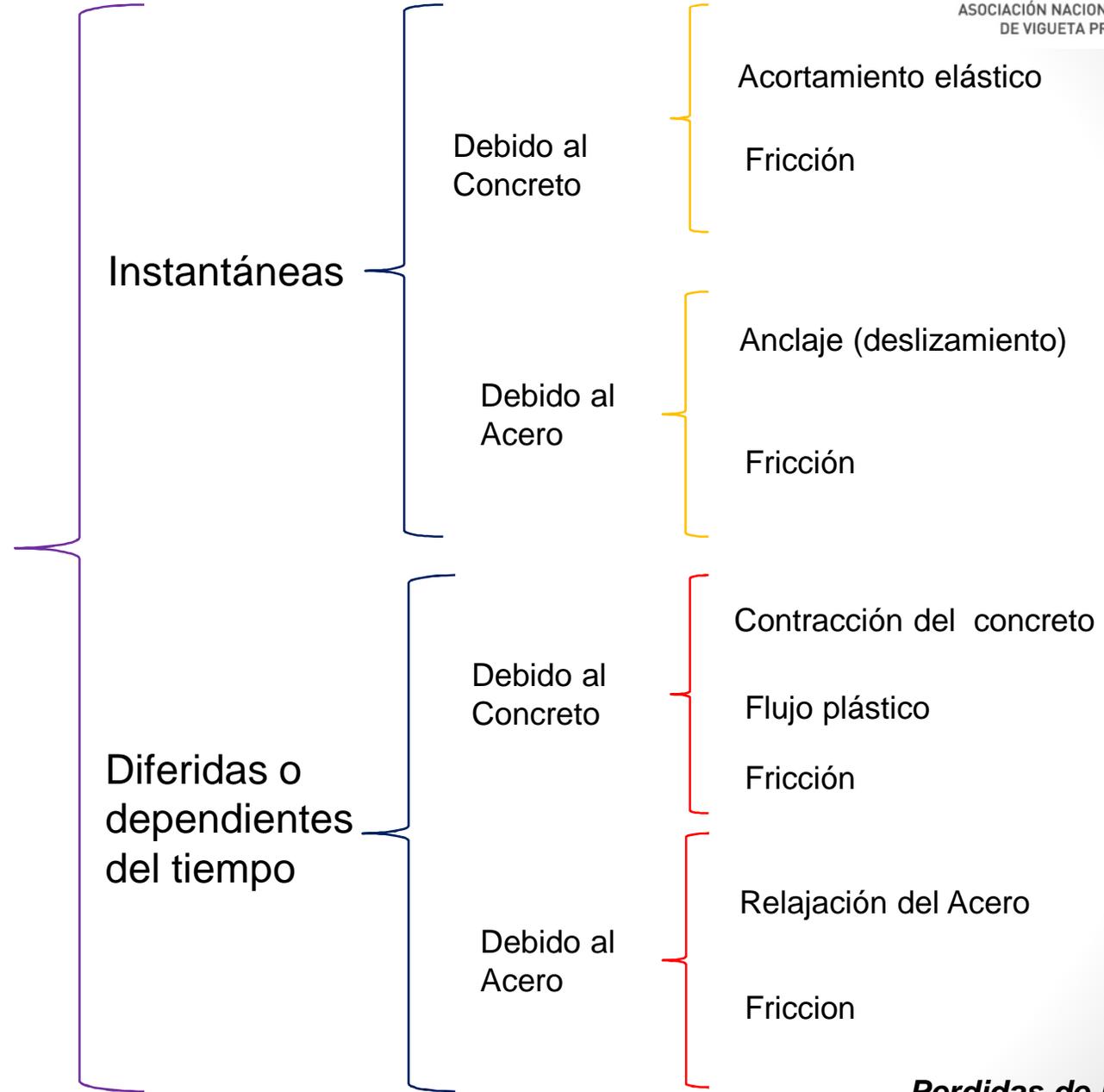
$$w_u = 250 \times 1.6 + 350 \times 1.2 = 820 \text{ kg/m}$$

Revisión por momento

$$M_u = \frac{w_u l^2}{8} = \frac{820 \times 7.5^2}{8} = 5765.62 \text{ kg.m} < \phi M_n = 8820 \text{ kg.m} \quad \text{Cumple!!!}$$

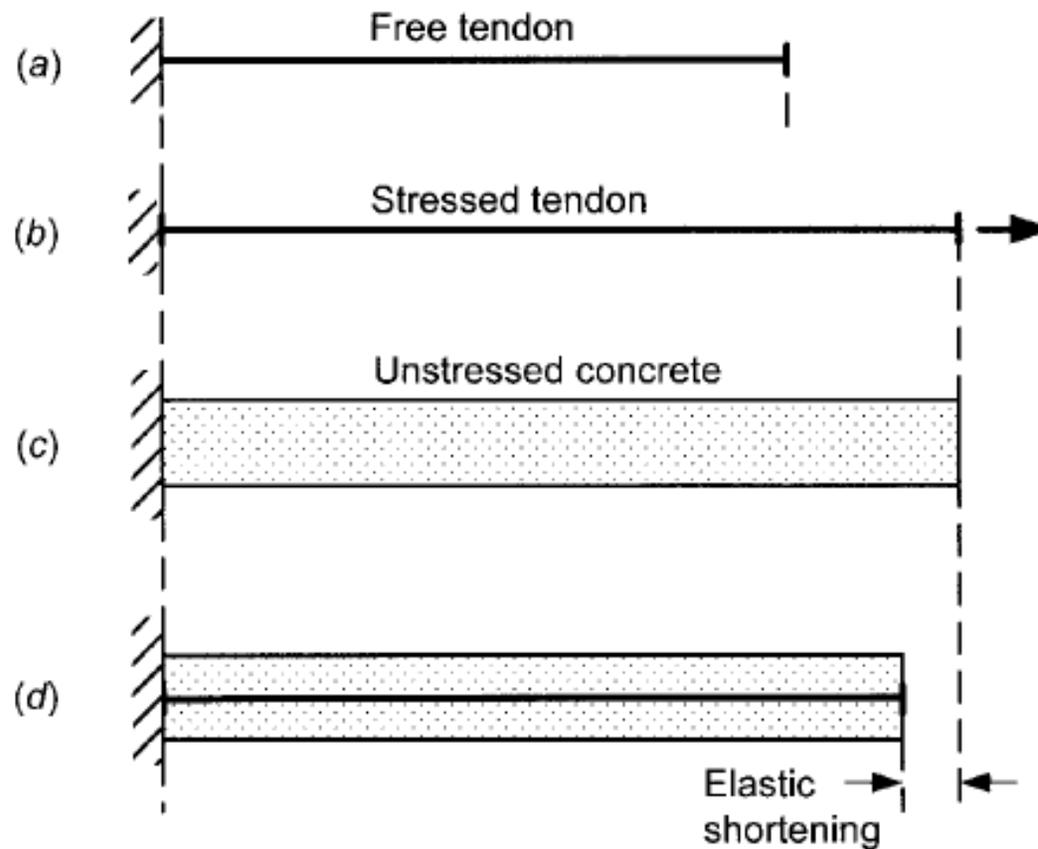
10. PERDIDAS DE PRESFUERZO

Perdida de Presfuerzo



10.1 Perdidas debido al acortamiento elástico del concreto

Debido a las fuerzas de presfuerzo el concreto la longitud del elemento de concreto se reduce, simultáneamente la longitud del acero de presfuerzo también se reduce.



10.1 Perdidas debido al acortamiento elástico del concreto

$$\Delta f_{pES} = \left(\frac{E_{ps}}{E_{ci}} \right) (f_{cgp})_{F_i+G} = n_{pi} (f_{cgp})_{F_i+G}$$



$$(f_{cgp})_{F_i+G} = (f_{cgp})_{F_i} + (f_{cgp})_G = \left(\frac{F_i}{A_c} + \frac{F_i e_o^2}{I} \right) - \left(\frac{M_G e_o}{I} \right)$$

$(f_{cgp})_{F_i}$ = Esfuerzo en el concreto en el centroide del acero de presfuerzo debido a la fuerza inicial de presfuerzo

$(f_{cgp})_G$ = Esfuerzo en el concreto en el centroide del acero de presfuerzo debido al peso propio del elemento

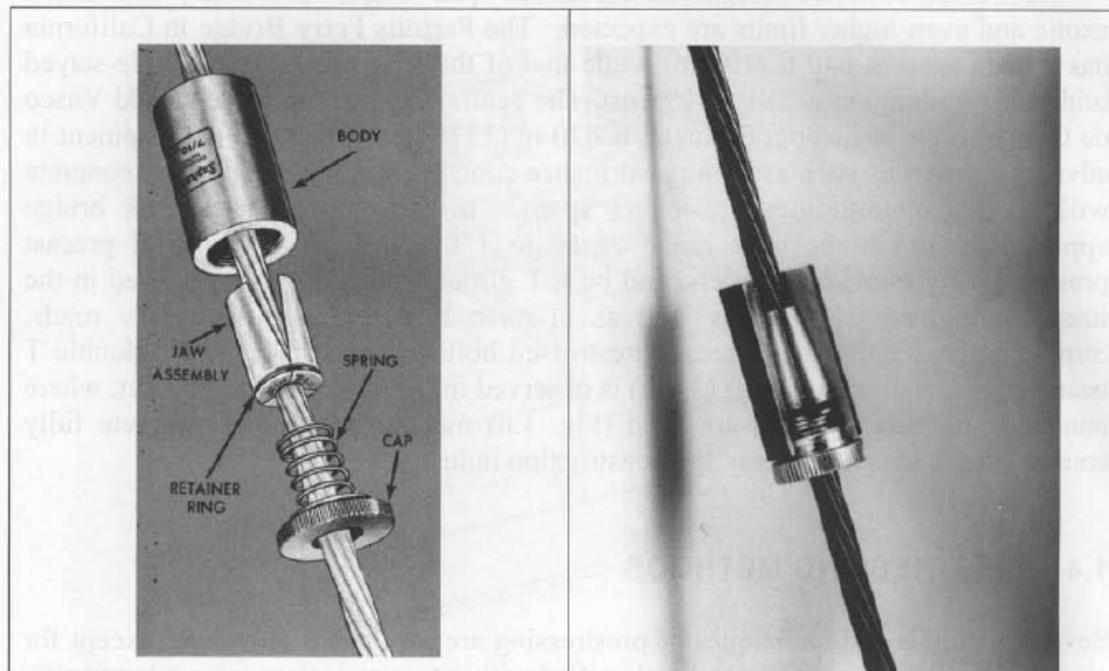
10.2 Deslizamiento de las cuñas de anclaje

$$\Delta f_{pA} = \frac{\Delta_L}{L} E_p$$

$\Delta_L =$ deslizamiento en las cuñas de anclaje

$L =$ longitud del Cable

$E_p =$ modulo elastico del acero de presfuerzo



Muchos sistemas de cuñas requieren un asentamiento para anclar el tendón en los extremos.

Entre menor sea la longitud del cable mayor serán las pérdidas por este concepto.

Anclas típicas para un solo tendón

10.3 Relajamiento del acero de presfuerzo

Es la pérdida de tensión que el tendón sufre a lo largo del tiempo a una longitud y temperatura constante

$$\Delta f_{p,t} = -\frac{\log(t)}{40} \left(\frac{f_{pj}}{f_{py}} - 0.55 \right) f_{pj}$$

t = tiempo en horas

f_{pj} = Esfuerzo inicial en el acero antes de todas las pérdidas

10.4 Perdidas por flujo plástico del concreto

Flujo plástico del concreto:

Se define como un cambio de longitud del elemento (acortamiento) bajo esfuerzo constante.

El acortamiento del concreto permite que el acero recupere algo su longitud original, produciéndose de esta forma una pérdida de presfuerzo.

Se sabe que el fenómeno del flujo plástico es afectado por los siguientes factores:

- Tiempo
- Dosificación del concreto
- Humedad relativa del ambiente
- Condiciones de curado
- Edad del concreto cuando es cargado por primera vez

10.4 Perdidas por flujo plástico del concreto

Método 1

$$\Delta f_{pC}(t_i, t_j) = n_p C_{CU} K_{CH} K_{CA} K_{CS} f_{cgp}(t_i) \left[\frac{t_j^{0.60}}{10 + t_j^{0.60}} - \frac{t_i^{0.60}}{10 + t_i^{0.60}} \right] \quad f_{cgp}(t_i) = \frac{f_p(t_i) A_{ps}}{A_c} \left(1 + \frac{e_o^2}{r^2} \right) - \frac{M_D e_o}{I}$$

Property	Relationship†	Values of constants of equations in second column	
		Moist-cured concrete	Steam-cured concrete
Creep coefficient	$C_C(t) = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} C_{CU} K_{CH} K_{CA} K_{CS}$ <p> K_{CH} humidity correction factor K_{CA} age at loading factor K_{CS} shape and size factor t_A age at loading </p>	$t, t_A \geq 7$ days and $H \geq 40\%$ $K_{CA} = 1.25 t_A^{-0.118}$ $K_{CH} = 1.27 - 0.0067 H$ $K_{CS} = \text{see Table 2.10} \ddagger$	$t, t_A \geq 1$ to 3 days and $H \geq 40\%$ $K_{CA} = 1.13 t_A^{-0.095}$ $K_{CH} = 1.27 - 0.0067 H$ $K_{CS} = \text{see Table 2.10} \ddagger$

†Valid in all systems of units; H given in percent.

‡In lieu of Table 2.10, the author recommends the use of $K_{SS} = K_{CS} = 1.14 - 0.09(V/S) \geq 0.6$ for shrinkage and ≥ 0.68 for creep, where (V/S) is the volume-to-surface ratio of the member.

10.4 Perdidas por flujo plástico del concreto

Método 2 (simplificado)

$$\Delta f_{p,p} = C_u n_p f_{ci}$$

$$\Delta f_{p,p} = C_u n_p f_{ci}$$

n_p = relación modular concreto acero de presfuerzo

$C_u = 2.35 f_{e,c}$, 2.35 valor recomendado por Branson

$f_{e,c} = 1.13 t_{e,c}^{-0.095}$, para concreto curado con vapor y edades de carga mayor a 1 día

$f_{e,c} = 1.25 t_{e,c}^{-0.118}$, para concreto curado con humedad y edades de carga mayor a 7 días

$f_{h,r} = 1.27 - 0.0067H$, para humedades relativas mayores al 40%

$$f_{ci} = -\frac{0.9P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{M_{perm}e}{I}$$

10.5 Perdidas por contracción del concreto

La pérdida gradual de agua, en el tiempo, del concreto se conoce como contracción, este produce acortamiento en el elemento de concreto y por consiguiente una pérdida de presfuerzo.

$$\Delta f_{pS}(t_i, t_j) = E_{ps} \varepsilon_{SU} K_{SH} K_{SS} \frac{b(t_j - t_i)}{(b + t_i)(b + t_j)}$$

Property	Relationship†	Values of constants of equations in second column	
		Moist-cured concrete	Steam-cured concrete
Shrinkage strain	Same for normal weight and lightweight concretes using Type I or Type III cements. K_{SH} humidity correction factor K_{SS} shape and size factor	$t \geq 7$ days $K_{SH} = 1.40 - 0.01H$ $K_{SS} = \text{see Table 2.10} \ddagger$	$t \geq 1$ to 3 days $K_{SH} = 1.40 - 0.01H$ $K_{SS} = \text{see Table 2.10} \ddagger$
		$80\% \leq H \leq 100\%$ $b = 35$ $t \geq 7$ days $K_{SH} = 3 - 0.03H$ $K_{SS} = \text{see Table 2.10} \ddagger$	$80\% \leq H \leq 100\%$ $b = 55$ $t \geq 1$ to 3 days $K_{SH} = 3 - 0.03H$ $K_{SS} = \text{see Table 2.10} \ddagger$

†Valid in all systems of units; H given in percent.

‡In lieu of Table 2.10, the author recommends the use of $K_{SS} = K_{CS} = 1.14 - 0.09(V/S) \geq 0.6$ for shrinkage and ≥ 0.68 for creep, where (V/S) is the volume-to-surface ratio of the member.

$$E_{SU} = 800 \times 10^{-6}, \text{ para concreto curado con humedad}$$

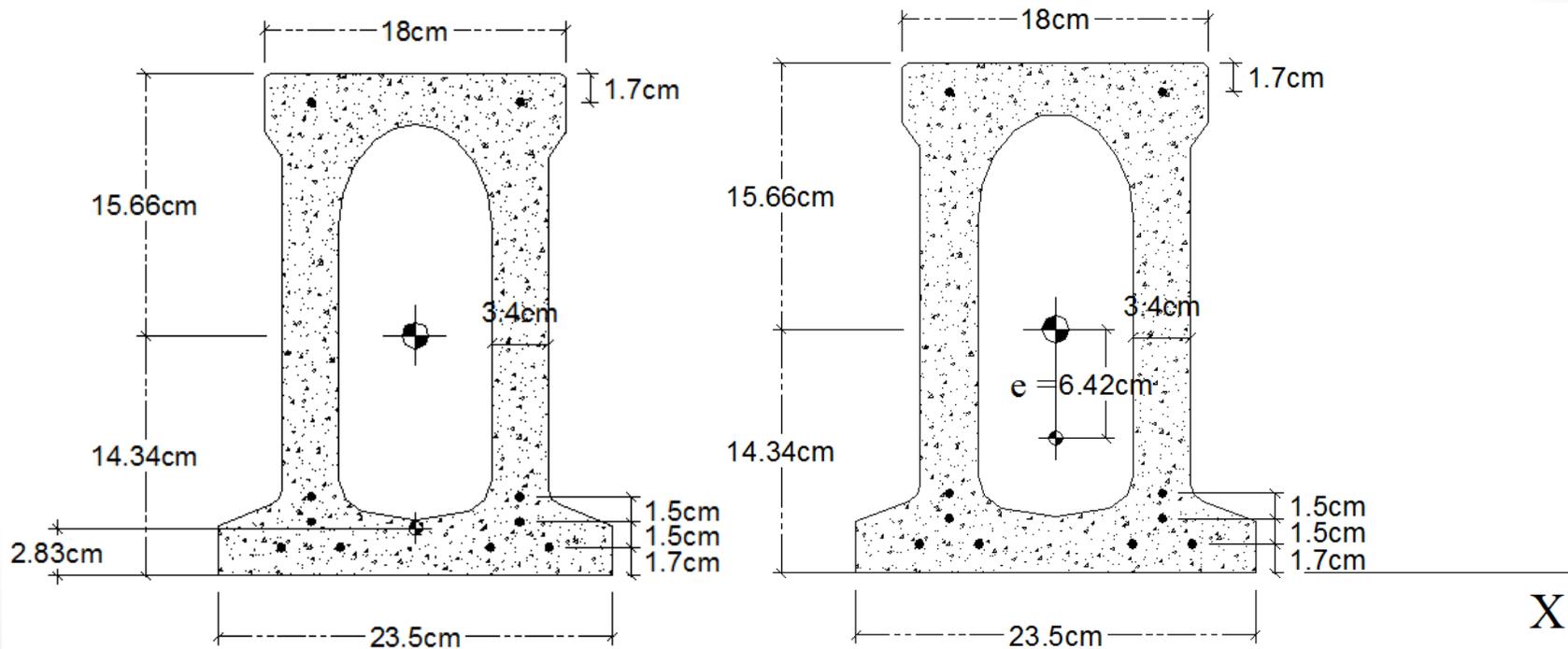
$$E_{SU} = 730 \times 10^{-6}, \text{ para concreto curado con vapor}$$

Ejemplo Perdidas de presfuerzo en una viga pretensada

Datos:

$$E_{ps} = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad E_{ci} = 262,000 \text{ kg/cm}^2, \quad F_i = 26,656 \text{ kg}, \quad A_c = 314.98 \text{ cm}^2, \quad e_o = 6.42 \text{ cm}$$

$$w = 76 \text{ kg/m}, \quad I = 33,840 \text{ cm}^4$$



Acortamiento elástico del concreto

$$(f_{cgp})_{Fi} = \left(\frac{F_{iv}}{A_c} + \frac{F_{iv}e_o^2}{I} \right) = \left(\frac{0.9 \times 26656}{314.98} + \frac{0.9 \times 26656 \times 6.42^2}{33,840} \right) = 105.36 \text{ kg/cm}^2$$

$$(f_{cgp})_G = -\frac{(M_G)e_o}{I} = -\frac{(wl^2/8)e_o}{I} = -\frac{\left(\left(\frac{76}{100} \right) \times 750^2 / 8 \right) \times 6.42}{33,840} = -10.14 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta_{pES} = \frac{E_{ps}}{E_{ci}} \left((f_{cgp})_{Fi} - (f_{cgp})_G \right) = 7.63(105.36 - 10.14) = 726.87 \text{ kg/cm}^2$$

Deslizamiento de las cuñas de anclaje

Considere :

$L = 120 \text{ m}$, longitud del Cable

$\Delta_L = 0.635 \text{ cm}$ (1/4") deslizamiento en las cuñas de anclaje

$$\Delta f_{pA} = \frac{\Delta_L}{L} E_p = \frac{0.635}{120 \times 100} \times 2000000 = 105.83 \text{ kg/cm}^2$$

Relajamiento en el acero

Considere que la transmisión (corte) de presfuerzo se realiza a las 36 horas

$$\frac{f_{pj}}{f_{py}} = 0.80$$

$$\Delta f_{p,t} = -\frac{\log(t)}{40} \left(\frac{f_{pj}}{f_{py}} - 0.55 \right) f_{pj} = -\frac{\log(36)}{40} (0.80 - 0.55) (0.80 \times 17000) = -132.28 \text{ kg/cm}^2$$

*El signo negativo indica perdida

Resumen de Perdidas Instantáneas de Presfuerzo

Perdida Instantánea	Valor (kg/cm ²)
Acortamiento elástico	726.87
Deslizamiento de cuñas	105.83
Relajamiento del acero	132.28
Total	964.98

En fase inicial o en transmisión el esfuerzo inicial es:

$$f_{pi} = 0.80 \times 17,000 - 964.98 = 12,635.02 \text{ kg/cm}^2$$

$$\% \text{ real de perdidas instantaneas} = \frac{12,635.02}{0.8 \times 17,000} \times 100 = 93\%$$

Realizar los cálculos de esfuerzos permisibles con $f_{pi}=12,635.02 \text{ kg/cm}^2$

**Se debe verificar el estado de esfuerzos en los extremos de la viga.
Para ello no se incluye el peso propio en los cálculos efectuados**

Perdidas Diferidas de Presfuerzo (dependientes del tiempo)

Perdidas por Flujo plástico

Se considera que el concreto ha sido curado al vapor y cargado después de un día

$$f_{e,c} = 1.13t_{e,c}^{-0.095} = 1.13(7)^{-0.095} = 0.94$$

$$C_u = 2.35f_{e,c} = 2.35 \times 0.94 = 2.21$$

$$f_{ci} = -\frac{0.9P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right) + \frac{M_{perm}e}{I} = -\frac{0.9 \times (12635.02 \times 0.2 \times 10)}{314.98} \left(1 + \frac{6.42^2}{107.43}\right) + \frac{\left(1.2 \times \left(\frac{250}{100}\right) \times 750^2 / 8\right) 6.42}{33840} = -59.88 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta f_{p,p} = C_u n_p f_{ci} = 2.21 \times 7.63 \times (-59.88) = 1008.36 \text{ kg/cm}^2$$

Perdidas Diferidas de Presfuerzo (dependientes del tiempo)

Perdidas por contracción del concreto

Se considera:

- una humedad relativa promedio de 50%
- Concreto curado con vapor
- Se calcula las perdidas por contracción a los 7 días

$$\Delta f_{pS}(t_i, t_j) = E_{ps} \varepsilon_{SU} K_{SH} K_{SS} \frac{b(t_j - t_i)}{(b + t_i)(b + t_j)}$$

$$\Delta f_{pS} = (t_i, t_j) = 2 \times 10^6 \times 730 \times 10^{-6} \times 0.90 \times 0.68 \times \frac{55(7 - 2.08)}{(55 + 2.08)(55 + 7)} = 68.32 \text{ kg/cm}^2$$

Perdidas Diferidas de Presfuerzo (dependientes del tiempo)

Perdidas por relajamiento del acero

Se considera:

- Se calcula las perdidas por relajamiento los 7 días

$$\Delta f_{p,t} = -0.90 \frac{\log(t_j) - \log(t_i)}{40} \left(\frac{0.90 f_{pj}}{f_{py}} - 0.55 \right) f_{pj}$$

$$\Delta f_{p,t} = -0.90 \frac{\log(24 \times 7) - \log(24)}{40} (0.80 - 0.55) 0.80 \times 17,000 = -56.89 \text{ kg/cm}^2$$

Resumen de Perdidas diferidas de Presfuerzo

$$f_{pi} = 0.80 \times 17,000 - 964.98 = 12,635.02 \text{ kg/cm}^2$$

Perdida diferidas	Valor (kg/cm2)
Flujo plástico	1008.36
Contracción del concreto	68.32
Relajamiento del acero	59.89
Total	1136.57

En fase final calculados a 7 días el esfuerzo es:

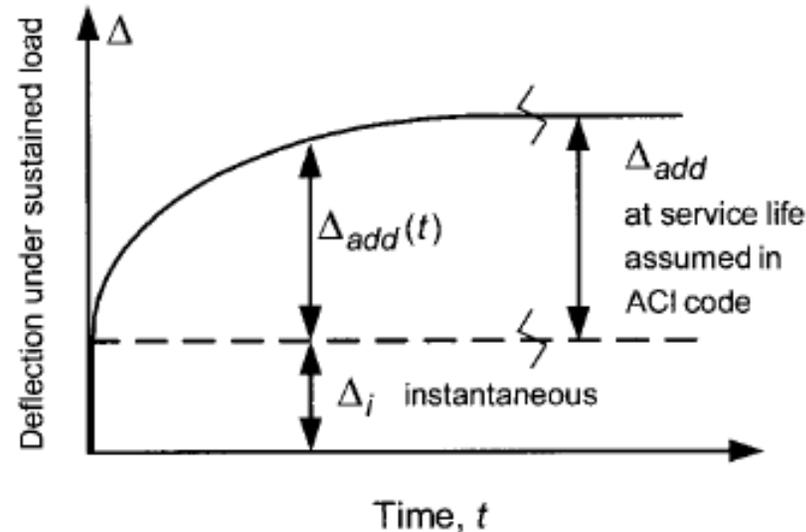
$$f_{pe7} = 12,635.02 - 1,136.57 = 11,498.45 \text{ kg/cm}^2$$

$$\% \text{ real de perdidas finales} = \frac{11,498.45}{0.8 \times 17,000} \times 100 = 84.54 \%$$

Realizar los cálculos de resistencia ultima con $f_{pe}=11,498.45 \text{ kg/cm}^2$

**Se debe verificar el estado de esfuerzos en los extremos de la viga.
Para ello no se incluye el peso propio en los cálculos efectuados**

11. DEFLEXIONES



Consideraciones:

- El área de la sección es suficientemente precisa para calcular el momento de inercia de la misma.
- El principio de superposición aplica en el cálculo de deflexiones debido a las cargas transversales y a las de presfuerzo.
- Todos los cálculos de deflexiones pueden ser basados en el centro de gravedad de acero de presfuerzo, donde estos son tratados como un solo tendón.
- Deformaciones por cortante son despreciadas.
- Las secciones son tratadas totalmente elásticas sobre la carga de descompresión.

11. DEFLEXIONES

Deflexiones Instantáneas

$$\Delta_{pi} = -\frac{P_i e l^2}{8 E_{ci} I_g}, \quad \text{Deflexion debido a fuerza de presfuerzo (contraflecha)}$$

$$\Delta_{pe} = \Delta_{pi} R \frac{E_{ci}}{E}, \quad \text{Deflexion por carga de presfuerzo efectiva}$$

$$\Delta_o = \frac{5 w l^4}{384 E I}, \quad \text{Carga por peso propio del elemento}$$

Verificar Momento de agrietamiento

$$M_{cr} = A_{ps} f_{pe} \left(e_o + \frac{Z_b}{A_c} \right) - f_r Z_b$$

11. DEFLEXIONES

Calculo de deflexiones instantáneas

$$A_{ps} = 2 \text{ cm}^2, \quad f_{pe} = 11,498.45 \text{ kg/cm}^2, \quad A_c = 314.98 \text{ cm}^2, \quad S_2 = 2,359.83 \text{ cm}^3, \quad e_0 = 6.42 \text{ cm}, \quad I = 33,840 \text{ cm}^4$$

$$w_o = 76 \text{ kg/m}$$

$$E_{ci} = 14000\sqrt{0.80 \times 350} = 234,264 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 14000\sqrt{350} = 261,916 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_r = 2\sqrt{f'_c} = 2\sqrt{350} = 34.42 \text{ kg/cm}^2$$

Verificar Momento de agrietamiento

$$M_{cr} = 2 \times 11,498.45 \left(6.42 + \frac{2,359.83}{314.98} \right) - 34.42 \times 2,359.83 = 238,707 \text{ kg.cm} = 2387 \text{ kg.m}$$

$$M_o = \frac{1.2w_o l^2}{8} = \frac{1.2 \times (76/100) \times 750^2}{8} = 64,125 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 641.25 \text{ kg/m} < 2387 \text{ kg.m}$$

11. DEFLEXIONES

Por carga de presfuerzo inicial

$$\Delta_{pi} = -\frac{P_i e l^2}{8 E_{ci} I_g} = -\frac{(12,635.02 \times 2) \times 6.42 \times 750^2}{8 \times 234,264 \times 33,840} = -1.439 \text{ cm } \uparrow$$

Por carga de presfuerzo efectiva

$$\Delta_{pe} = \Delta_{pi} R \frac{E_{ci}}{E} = -1.439 \times 0.84 \times \frac{234,264}{261,916} = -1.08 \text{ cm } \uparrow$$

Por peso propio

$$\Delta_o = \frac{5 w l^4}{384 E I} = \frac{5 \times (76/100) \times 750^4}{384 \times 261,916 \times 33,840} = 0.35 \text{ cm } \downarrow$$

$$\Delta_{i,transfer} = \Delta_{pe} + \Delta_o = -1.08 + 0.35 = -0.73 \text{ cm } \uparrow$$



Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería

División de Ingenierías Civil y Geomática
Departamento de Estructuras



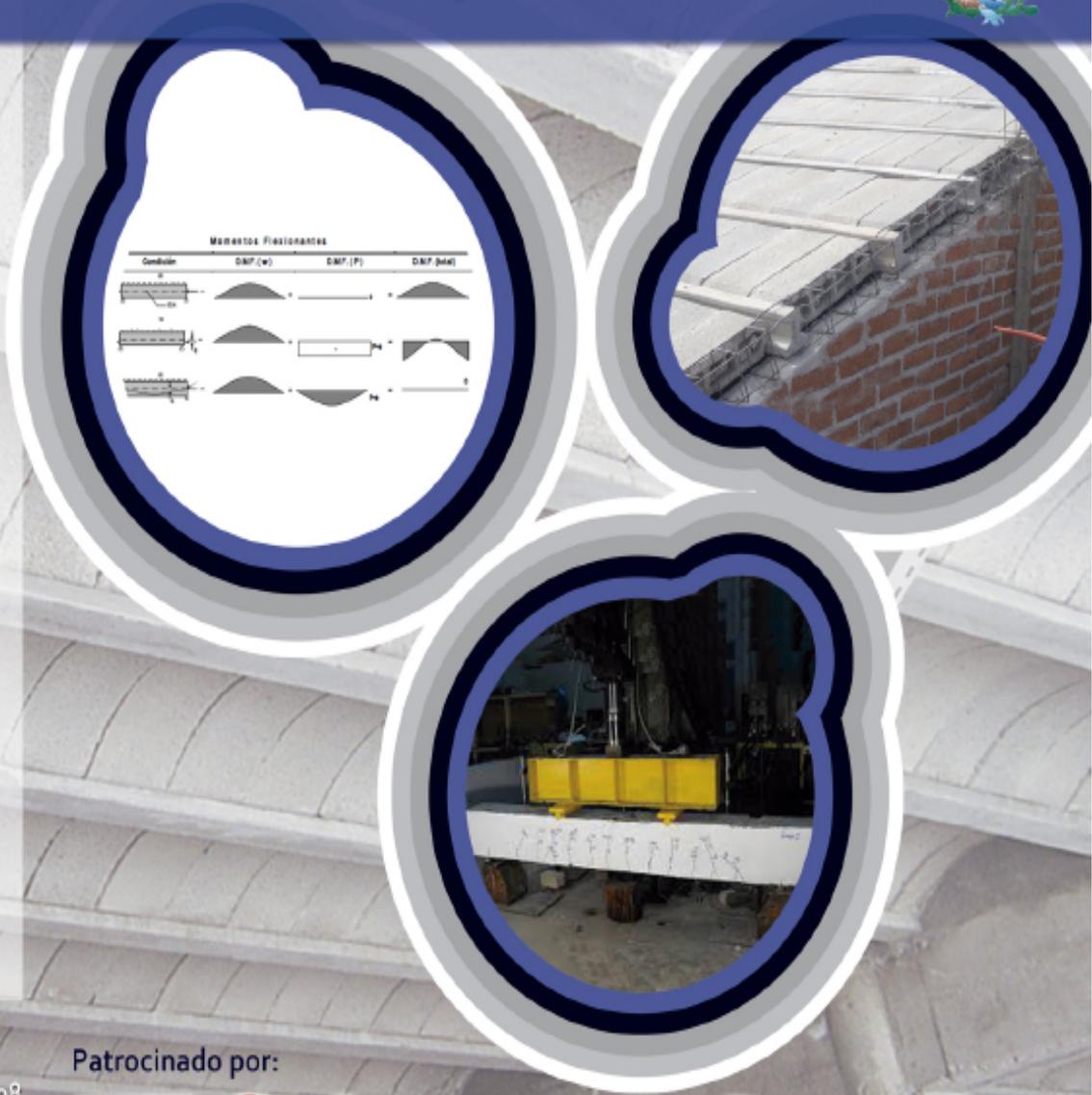
En el marco del 9° Ciclo de Conferencias
"La Ingeniería Civil ante los Riesgos Naturales"
y homenaje al Ing. Francisco Moreno Derbez

Se invita al:

1^{ER} CONCURSO NACIONAL

SOBRE PREDICCIÓN DE LA RESISTENCIA DE UNA VIGA DE CONCRETO PRESFORZADO

- Equipos formados por tres alumnos
- Impartición de cursos sobre Concreto Presforzado
- Visita a Planta de Prefabricados
- Premios a los primeros 3 lugares
- Cuota de inscripción: \$1000.00 por equipo

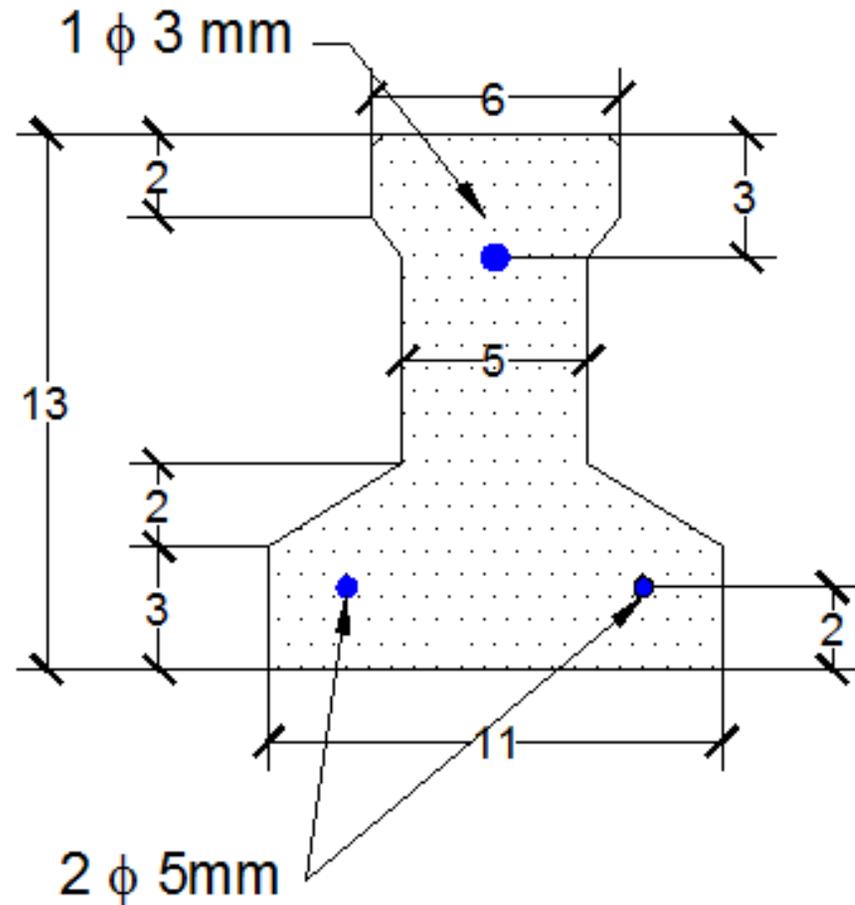


Mayores Informes en: Departamento de Estructuras
Tels.(55) 5622-8002 al 07, Exts. 1202, 1204 y 1208
<http://dicyg.fi-c.unam.mx>
Correos: fernando-monroy@comunidad.unam.mx
mazunigab@comunidad.unam.mx
y struc.f@unam.mx

Patrocinado por:



Vigueta 1



$$L = 360 \text{ cm}$$

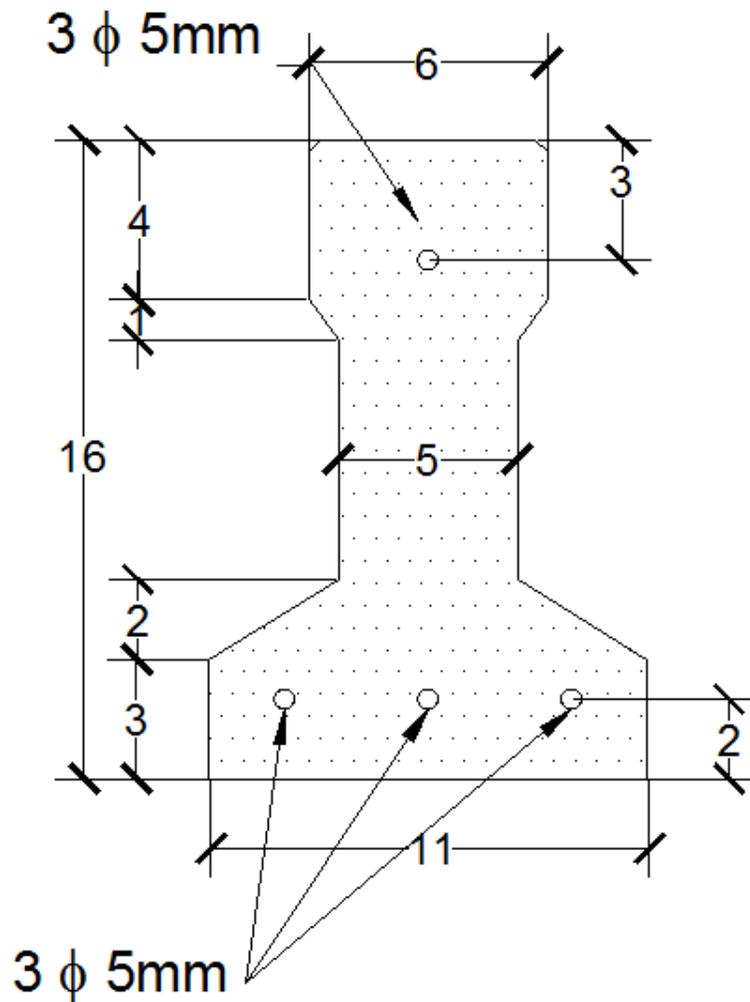


Las cargas puntuales serán aplicadas en los tercios de la longitud de la vigueta

Estas cargas serán aplicadas gradualmente.

Considerar los extremos simplemente apoyados

Vigueta 2



$$L = 400 \text{ cm}$$

Se aplicara una carga puntual al centro del claro. Esta carga será aplicada gradualmente.

Considerar los extremos simplemente apoyados

Datos:

- Todas la viguetas fueron coladas el día 3 de diciembre de 2013.

Vigueta de 13 cm de peralte

- Fueron cortadas a los 2 días de ser coladas.
- Resistencia a compresión del concreto a los 28 días **412 kg/cm²**
- Según los datos de laboratorio en planta el concreto tenia un 52% de resistencia de diseño a las 24 horas y el 82% a las 72 hrs.

Vigueta de 16 cm de peralte

- Las viguetas de 16 cm de peralte fueron cortadas a los 3 días de ser coladas.
- Resistencia a compresión del concreto a los 28 días **415 kg/cm²**
- Según los datos de laboratorio en planta el concreto tenia una resistencia de 55% a las 24 hrs horas y el 82% a las 76 hrs.

Concepto	Valor
fpu (acero de presfuerzo)	18,200 kg/cm ²
fpv (acero de presfuerzo)	16,900 kg/cm ²
Ep (Modulo elástico del acero de presfuerzo)	2,000,050 kg/cm ²
Esfuerzo máximo al estirar los cables de presfuerzo	0.80fpv
Peso del concreto de la vigueta	2200 kg/m ³
Acero de baja relajación	Si
Deslizamiento de las cuñas de anclaje	6.35 mm (1/8")
Longitud del alambre en pista	125 m
Considerar concreto curado con humedad (sin vapor)	Si

***En caso de faltar algún dato, asumirlo con el mejor criterio.**

Se pide:

- Memoria de calculo precisa y clara, en donde se describan los procedimientos desarrollados, así como los criterios aplicados y las respectivas conclusiones.
- El calculo de los estados de esfuerzos en las diferentes etapas de carga.
- Carga momento de agrietamiento y su respectiva deflexión
- Determinar la deflexión cuando la carga produzca un momento al centro del claro equivalente a 4 veces el provocado por el peso propio de la vigueta.
- Calculo de la resistencia ultima teórica.
- Predicción de la carga máxima que puede soportar la vigueta
- Determinación de la deflexión considerando al sección agrietada
- Considerar si la vigueta puede o no fallar por corte. Justificar.
- Calcular teóricamente la carga de descompresión

Puntos importantes a considerar dentro de la memoria de calculo para el concurso ANIVIP – FI-UNAM

- Definir si durante el calculo se considerara el factor de seguridad de los esfuerzos permisibles o no. Justificar por que si o no.
- Definir se durante el calculo por resistencia ultima se aplicaran los factores de carga y los factores de reducción. Justificar por que si o no.
- Establecer todas las propiedades geométricas exactas del la sección
- Realizar el análisis completo por esfuerzos admisibles y resistencia ultima en sección simple.
- Calcular la excentricidad real del acero de presfuerzo.
- Realizar la revisión por esfuerzos al centro del claro y en los extremos de la vigueta.
- Revisar si la cuantía de acero de presfuerzo cumple con el mínimo exigido.
- Determinar el estado de esfuerzos de las viguetas previo a la aplicación de las cargas del laboratorio.
- Determinar la carga de descompresión de las viguetas
- Calcular las viguetas bajo resistencia ultima considerando que la forma de la sección transversal de la vigueta es irregular.

Puntos importantes a considerar dentro de la memoria de calculo para el concurso ANIVIP – FI-UNAM

- Evaluar las perdidas de presfuerzo considerando la edad del concreto y el tiempo en que este será cargado.
- Determinar las deflexiones instantáneas.
- Determinar las deflexiones a largo plazo que apliquen
- Realizar el análisis de deflexiones de la sección agrietada de las viguetas bajo carga total ultima.
- Determinar si es necesario el análisis por corte y torsión de las viguetas.

Bibliografía



- Naaman, Antonie E. *“Prestress Concrete Analisis and Design, Fundamentals”*, 2ed., Techno Press 3000, 2004
- Nawy, Edward G., *“Prestressed Concrete, A Fundamental Aproach”*, 2ed., Prentice Hall, 1995.
- Asociacion Nacional de Indsutriales de Vigueta Pretensada A.C., ANIVIP., *“Manual de Diseño estructural de Piso o Losa a Base de Vigueta Prtensada y Bovedilla para edificaciones en zonas Sismicas”*, 2009.
- ANIPPAC, *“Manual de Diseño de Estructuras Presforzadas y Prefabricadas”*, 2000.
- Orozco Zepeda, F.E., *“Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”*, Editado por Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C..2006.

GRACIAS !!!!



ASOCIACIÓN NACIONAL DE INDUSTRIALES
DE VIGUETA PRETENSADA, A.C.

www.anivip.org.mx

dmanzanares@anivip.org.mx