15. a. Un alambre muy largo lleva un corriente dada por $I(t) = I_0$ para $t > 0$, $I(t) = 0$ para $t < 0$. Calcule el potencial vector y los C.E.M.. Interprete el resultado para tiempos muy grandes.
b. Repita para $I(t)= kt$ para $t > 0$.

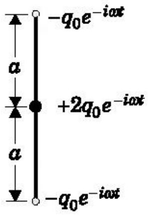
16. Considere una carga q_0 que efectúa oscilaciones sinusoidales de frecuencia w en el eje z y de amplitud a. Calcule la potencia radiada. Exprese este resultado en función de la aceleración: la fórmula obtenida es la llamada fórmula de Larmor.

17. Un anillo no conductor de radio b tiene una densidad de carga lineal $\lambda = \lambda_0$ sen ϕ, siendo ϕ el ángulo azimutal. Calcule la potencia radiada cuando gira a velocidad angular ω.

18. Considere la expresión del potencial vector deducida en clase.
a. Calcule **B** desarrollando **J** a primer orden y obtenga que para la zona de radiación y a orden 1/r se cumple $\mathbf{B} = - \mu_0/4\pi r \ \mathbf{r} \times \partial\mathbf{A}/\partial t$ y $\mathbf{E} = - 1/r \ \mathbf{r} \times \mathbf{B}$. Muestre que estas aproximaciones implican r >> tamaño del sistema y $\lambda << r$.
b. Desarrolle el potencial vector a partir de la expresión dada en clase y obtenga directamente el desarrollo multipolar escribiendo el potencial vector en función de $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t-r/c)$ hasta los términos dipolar eléctrico y magnético y cuadrupolar eléctrico. Muestre que el desarrollo es válido si tamaño del sistema $<< \lambda << r$.
c. Muestre a partir de este resultado que en la aproximación diplar eléctrica $\mathbf{A} = \mu_0/4\pi r \ [d\mathbf{p}/dt]$, donde [] significa evaluar en el tiempo t-r/c. Calcule B y E usando la parte a. y a partir de esto calcule el vector de Poyning, la distribución de potencia radiada y potencia total.

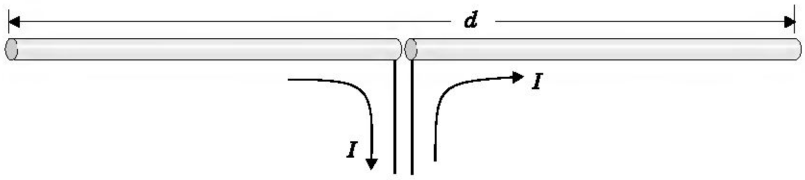
19. Sea una carga que gira en un plano alrededor de un centro fijo a distancia a y con velocidad angular ω. Calcule la distribución angular de potencia radiada y la potencia total radiada. Obtenga el resultado de dos formas: usando el ejercicio anterior y con los resultados obtenidos en clase.

20. Encuentre la distribución angular de radiación y la potencia total emitida para un cuadrupolo lineal compuesto de dos cargas iguales $-q_0$ a distancia 2a y una carga $2q_0$ ubicada en el punto medio.



21. Radiación de fuentes extendidas: antenas. Considere la radiación emitida por una antena lineal, delgada alimentada por el centro. Cada sección recibe una corriente $I_0 (1-2|z|/d) e^{-iwt}$ que se anula en los extremos. Calcule la densidad lineal de carga, el momento dipolar eléctrico, la distribución angular y potencia total emitida. Calcule el coeficiente de $I_0^2/2$ de la potencia total se llama resistencia de radiación. Asuma $d<<\lambda$. Considere ahora la antena en el caso de una corriente sinusoidal en las mismas condiciones, pero sin asumir ninguna hipótesis acerca de la longitud. Calcule el vector densidad de corriente con la condición de borde en los extremos de la antena J=0. Calcule el potencial vector en la zona de radiación y

los C.E.M.. Finalmente calcule la distribución angular de potencia radiada y discuta para kd $<< \pi$, kd = π (media onda), k d $<< \pi$ (onda entera). Grafique la distribución angular y la potencia total (en función de kd) y compare con la aproximación dipolar. Calcule en esos casos la potencia total radiada.



22. Considere un átomo que emite radiación de longitud de onda 500 nm. Calcule la potencia radiada si esta es dipolar eléctrica, magnética o cuadrupolar, suponiendo que es aplicable la electrodinámica clásica. ¿Cuál sería el resultado si la longitud de onda fuese 50 nm?

23. a. Suponga un electrón que desacelera con aceleración -a desde su velocidad inicial v_0 hasta el reposo. Suponiendo la velocidad mucho menor que c, calcule la fracción de energía cinética inicial que es radiada. Calcule esta fracción para electrones térmicos en un conductor y asuma que la distancia recorrida es 30 Angstrom.
b. En el átomo de Bohr para hidrógeno un electrón en el estado base tiene una trayectoria de radio 5×10^{-11} m. La electrodinámica clásica predice que el electrón radía y por tanto caería en espiral hacia el protón del núcleo. Muestre que siendo $v<<c$ para la mayoría de la trayectoria se puede estimar el tiempo de caida usando la fórmula de Larmor, y suponiendo que en cada revolución la trayectoria es circular.

24. Una esfera perfecta dieléctrica ($\varepsilon = \varepsilon(\omega)$, $\mu \approx \mu_0$) tiene, en presencia de campos, un momento dipolar eléctrico $\mathbf{p} = 4\pi\varepsilon_0 (\varepsilon-\varepsilon_0)/(\varepsilon+\varepsilon_0)\, a^3\ \mathbf{E}_{inc}$,mientras que su momento magnético es nulo (obtenga estos resultados). En cambio, una esfera perfecta conductora tiene, en presencia de campos, un momento dipolar eléctrico $\mathbf{p} = 4\pi\varepsilon_0 a^3\ \mathbf{E}_{inc}$,mientras que su momento magnético es $\mathbf{m} = -2\pi a^3\, \mathbf{H}_{inc}$ (obtenga estos resultados). Considere una onda plana linealmente polarizada que incide en esta esfera. Calcule, para ambas esferas, el cociente entre la potencia radiada por unidad de ángulo sólido en la dirección **n** y con polarización $\boldsymbol{\varepsilon}$, por unidad de flujo incidente (potencia por unidad de área). Esta magnitud tiene dimensiones de área por unidad de ángulo sólido y se llama sección eficaz. Calcule la sección eficaz para potencia radiada en el plano de incidencia y en el plano normal. Calcule la sección eficaz total.

25. Suponga que la velocidad y aceleración son colineales en un instante en el movimiento de una partícula cargada. Encuentre la distribución angular y la potencia total de la radiación emitida. Calcule el ángulo en el que se emite potencia máxima y estime este valor en el caso ultrarelativista. Compare el valor máximo de la radiación emitida con el mismo valor en el caso no relativista, y exprese el resultado en función de γ. Repita el ejercicio en el caso en que velocidad y aceleración son perpendiculares.