

第三章 自动控制系统的时域分析

自动控制原理B
面向专业：微电子系
授课教师：刘剑毅

24-Sep-13

1

本章主要内容

- 典型输入作用和时域性能指标
- 一阶系统的瞬态响应
- 二阶系统的瞬态响应
- 高阶系统分析
- 稳定性和代数稳定判据
- 稳态误差分析

24-Sep-13

2

第一节 典型输入信号和时域性能指标

24-Sep-13

3

什么是时域分析?

指控制系统在一定的输入下，根据输出量的时域表达式，分析系统的**稳定性、瞬态和稳态性能**。

由于时域分析是直接^{在时间域中}对系统进行分析的方法，所以时域分析具有直观和准确的优点。

在初值为零时（拉式变换的要求），一般都**利用传递函数**间接的评价系统的性能。

24-Sep-13

4

一、典型初始状态

规定控制系统的初始状态均为零状态，即在 $t = 0^-$ 时

$$c(0^-) = c'(0^-) = c''(0^-) = \dots = 0$$

这表明，在外作用加入系统之前系统是相对**静止的**，被控制量及其各阶导数相对于平衡工作点的增量为零。

零初值是微分方程取拉普拉斯变换获得传函的前提条件 (precondition)。

24-Sep-13

5

二、典型输入作用

分析控制系统，为了公平对各系统的性能进行比较，需要预先规定一些特殊形式**测试信号**作为系统输入，然后比较各系统对这些输入信号的响应。

选取测试信号时必须考虑的原则：

- 选取的输入信号的典型形式应反映系统工作时**大部分实际情况**。
- 选取外加输入信号的形式应**尽可能简单**，易于在实验室获得，以便于数学分析和实验研究。
- 应选取那些能使系统工作在**最不利情况下**的输入信号作为典型的测试信号。

24-Sep-13

6

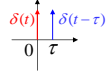
在控制工程中采用下列五种信号作为典型输入信号

1. 脉冲函数:

理想单位脉冲函数:

[定义]: $\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$, 且 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$, 其积分面积为1。

其拉氏变换后的像函数为: $L[\delta(t)] = 1$

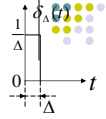


出现在 $t = \tau$ 时刻, 积分面积为A的理想脉冲函数定义如下:

$$A\delta(t - \tau) = \begin{cases} 0, t \neq \tau \\ \infty, t = \tau \end{cases} \quad \text{且} \quad \int_{-\infty}^{\infty} A\delta(t - \tau) dt = A$$

实际单位脉冲函数:

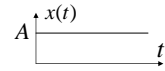
$$\delta_{\Delta}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \text{ 和 } t > \Delta \\ \frac{1}{\Delta} & 0 < t < \Delta \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta_{\Delta}(t) dt = \Delta \times \frac{1}{\Delta} = 1$$



当 $\Delta \rightarrow 0$ 时, $\delta_{\Delta}(t) = \delta(t)$

2. 阶跃函数:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t \geq 0 \end{cases}$$

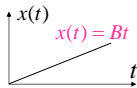


A为阶跃幅度, $A=1$ 称为**单位阶跃函数**, 记为1(t)。

其拉氏变换后的像函数为: $L[x(t)] = \frac{A}{s}$

3. 斜坡函数 (速度阶跃函数):

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Bt & t \geq 0 \end{cases}$$

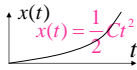


$B=1$ 时称为**单位斜坡函数**。

其拉氏变换后的像函数为: $L[x(t)] = \frac{B}{s^2}$

4. 抛物线函数 (加速度阶跃函数):

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{2} Ct^2 & t \geq 0 \end{cases}$$

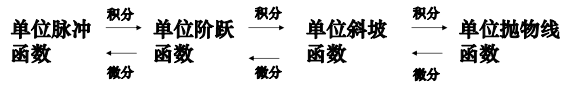


$C=1$ 时称为**单位抛物线函数**。

其拉氏变换后的像函数为: $L[x(t)] = \frac{C}{s^3}$

[提示]: 上述几种典型输入信号的关系如下:

$$A\delta(t) = \frac{d}{dt}[A \times 1(t)] = \frac{d^2}{dt^2}[At] = \frac{d^3}{dt^3}\left[\frac{1}{2}At^2\right] \quad \text{——导数公式}$$



5. 正弦函数: $x(t) = A \sin \omega t$, 式中, A为振幅, ω 为频率。

其拉氏变换后的像函数为: $L[A \sin \omega t] = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

三、时域分析的基本策略

- 1. 单位脉冲函数响应: $C(s) = G(s) \times 1 \quad c(t) = L^{-1}[G(s)]$
- 2. 单位阶跃函数响应: $C(s) = G(s) \frac{1}{s} \quad c(t) = L^{-1}\left[\frac{G(s)}{s}\right]$
- 3. 单位斜坡函数响应: $C(s) = G(s) \frac{1}{s^2} \quad c(t) = L^{-1}\left[\frac{G(s)}{s^2}\right]$
- 4. 单位抛物线函数响应: $C(s) = G(s) \frac{1}{s^3} \quad c(t) = L^{-1}\left[\frac{G(s)}{s^3}\right]$

Notes:

分析系统特性究竟采用何种典型输入信号, 取决于实际系统在正常工作情况下最常见的输入信号形式。

——当系统的输入具有突变性质时, 如指令的突然转换、电源的突然接通、负荷的突变等均可选择阶跃函数为输入信号;

——当系统的输入是随时间线性增长变化时, 如速度控制系统, 可选择斜坡函数为典型输入信号;

——当考虑海浪对舰艇的扰动、电源及机械噪声等均可近似为正弦输入。

讨论系统的时域性能指标时, 常选择单位阶跃信号作为典型输入信号。本章后续部分即是如此。

四、瞬态响应和稳态响应

在典型输入信号的作用下，控制系统的时域响应由瞬态响应和稳态响应两部分组成。

1. 瞬态响应：又称为瞬态过程或过渡过程。是指系统在典型输入信号的作用下，系统的输出量**从初始状态到达最终状态之前**的响应过程。

■瞬态过程曲线形态可表现为**衰减振荡、等幅振荡和发散**等形式。

■瞬态过程中包含的输出响应的各种**运动特性**称为瞬态性能。

■一个可以实际运行的控制系统，瞬态过程必须是衰减的。即系统必须是稳定的。

24-Sep-13

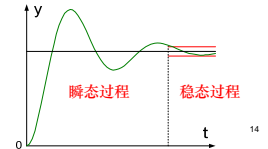
13

2. 稳态响应：又称为稳态过程。是指系统在典型输入信号的作用下，当**时间趋近于无穷大**时，系统的输出响应状态。

■稳态过程反映了系统输出量最终**复现输入量的程度**，包含了输出响应的稳态性能。

■理论上，只有当时间趋于无穷大时，才进入稳态过程；工程上，认为典型输入信号**加入后一段时间后**，即进入了稳态过程。

如某系统的单位阶跃响应曲线如图所示：



24-Sep-13

14

五、瞬态过程的性能指标

通常采用**单位阶跃响应**来衡量系统控制性能的优劣和定义瞬态过程的时域性能指标。**稳定的随动系统**的单位阶跃响应函数有**衰减振荡**和**单调变化**两种。

(一) 衰减振荡：

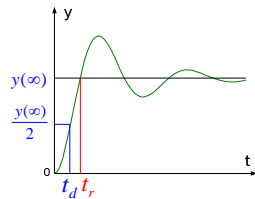
具有衰减振荡的瞬态过程如图所示：

1. 延迟时间 t_d ：

输出响应第一次达到稳态值的50%所需的时间。

2. 上升时间 t_r ：

输出响应第一次达到稳态值 $y(\infty)$ 所需的时间。



24-Sep-13

15

3. 峰值时间 t_p ：

输出响应超过稳态值达到第一个峰值 y_{max} 所需要的时间。 $y(\infty)$

4. 最大超调量(简称超调量) $\delta\%$ ：瞬态过程中输出响应的最大值超过稳态值的百分数。

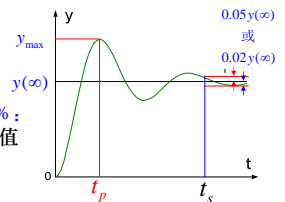
$$\delta\% = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

式中： y_{max} —输出响应的最大值； $y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ —稳态值；

5. 调节时间或过渡过程时间 t_s ：

当 $y(t)$ 和 $y(\infty)$ 之间的误差达到规定的范围之内[一般取 $y(\infty)$ 的 $\pm 5\%$ 或 $\pm 2\%$ ，称允许误差范围，用 Δ 表示]且以后不再超出此范围的最小时间。即当 $t \geq t_s$ ，有：

$$|y(t) - y(\infty)| \leq y(\infty) \times \Delta\% \quad (\Delta = 2 \text{ 或 } 5)$$

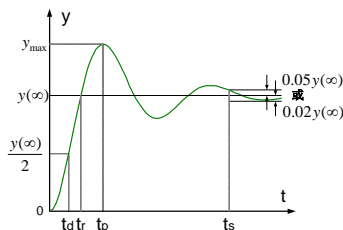


24-Sep-13

16

6. 振荡次数N：

在调节时间内， $y(t)$ 穿越 $y(\infty)$ 次数的一半。下例 $N=1.5$



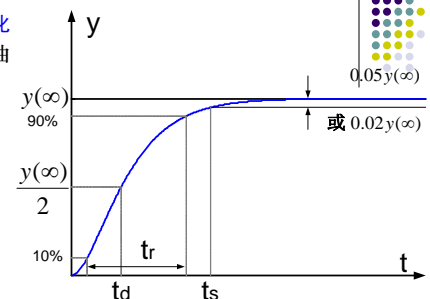
在上述几种性能指标中， t_p, t_r, t_s 表示瞬态过程进行的快慢，是**快速性指标**；而 $\delta\%, N$ 反映瞬态过程的振荡程度，是**振荡性指标**。其中 $\delta\%$ 和 t_s 是两种最常用的性能指标。

24-Sep-13

17

(二) 单调变化

单调变化响应曲线如图所示：



这种系统无法使用**峰值时间、超调量、振荡次数**这些指标。而常使用**调节时间**来表示瞬态过程的快速性。**上升时间**的定义则发生了变化：指由稳态值的10%上升到稳态值的90%所需的时间。

24-Sep-13

18