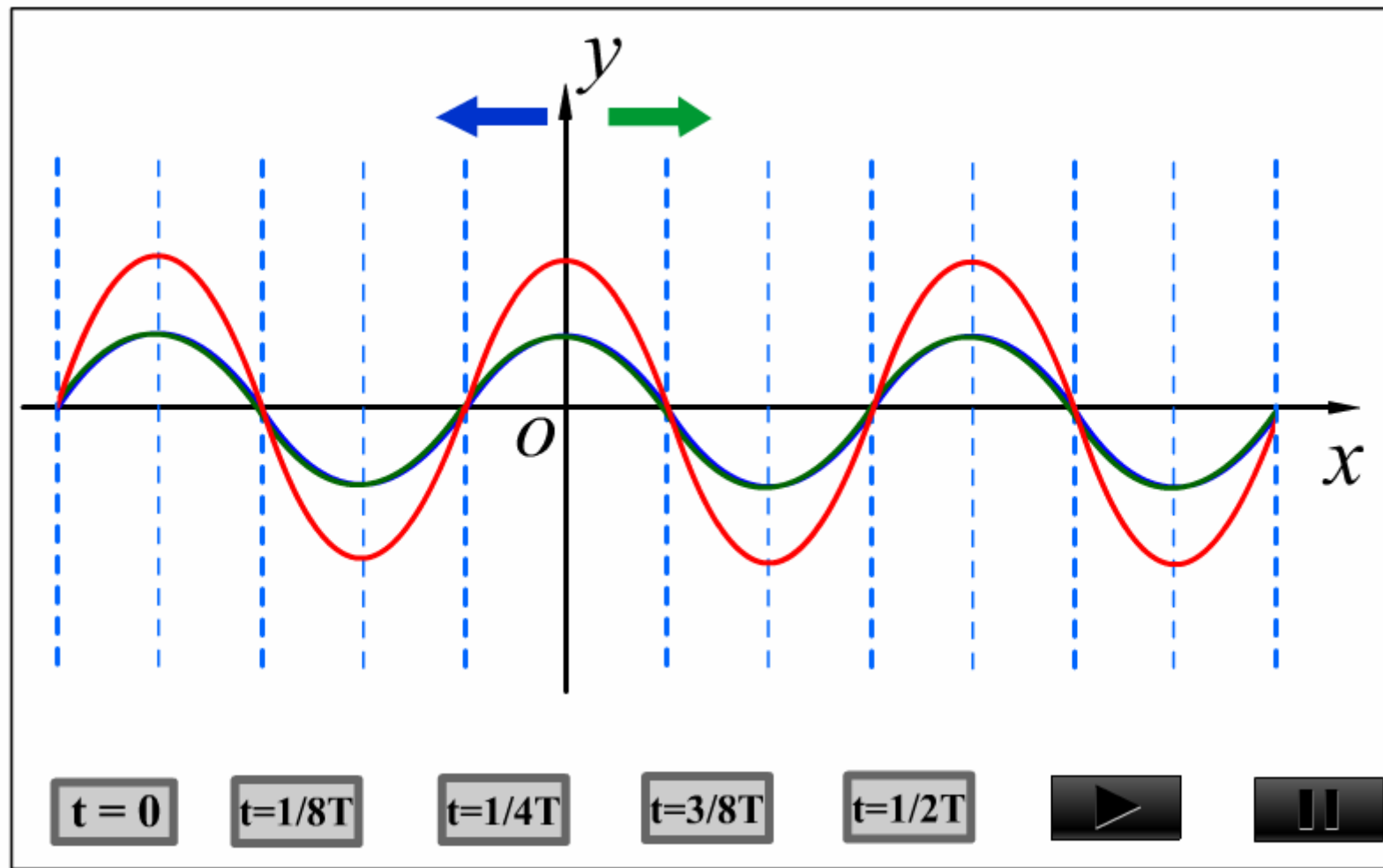


### 一 驻波的产生

振幅、频率、传播速度都相同的两列相干波，在同一直线上沿相反方向传播时叠加而形成的一种特殊的干涉现象。



## 驻波的形成



## 二 驻波方程

正向  $y_1 = A \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$

负向  $y_2 = A \cos 2\pi \left( \nu t + \frac{x}{\lambda} \right)$

$$y = y_1 + y_2$$

$$= A \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right) + A \cos 2\pi \left( \nu t + \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$= 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos 2\pi \nu t$$

驻波的振幅  
与位置有关

各质点都在作同  
频率的简谐运动

## 讨论

➤ 驻波方程  $y = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos 2\pi \nu t$

1) 振幅  $\left| 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right|$  随  $x$  而异, 与时间无关.

$$\left| \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right| = \begin{cases} 1 & 2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm k\pi \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & 2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm (k + \frac{1}{2})\pi \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} \pm k \frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, \dots \quad A_{\max} = 2A \\ \pm (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, \dots \quad \nu^{\text{驻}} = 0 \end{cases}$$

波腹

波节

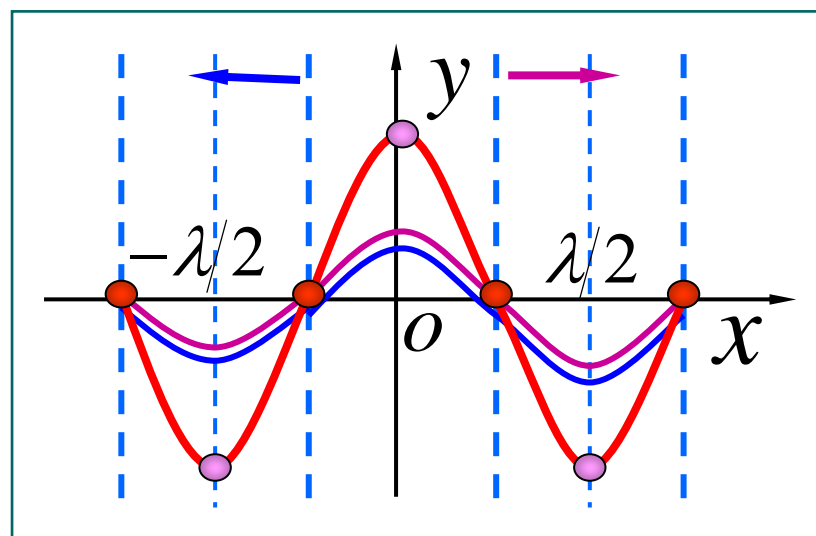
相邻波腹(节)间距 =  $\lambda/2$

相邻波腹和波节间距 =  $\lambda/4$

2) 相邻两波节之间质点振动同相位, 任一波节两侧振动相位相反, 在波节处产生  $\pi$  的相位跃变.  
(与行波不同, 无相位的传播).

$$y = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos 2\pi \nu t$$

例  $x = \pm \frac{\lambda}{4}$  为波节



$$\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} > 0, -\frac{\lambda}{4} < x < \frac{\lambda}{4}, y = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos 2\pi \nu t$$

$$\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} < 0, \frac{\lambda}{4} < x < \frac{3\lambda}{4}, y = \left| 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right| \cos(2\pi \nu t + \pi)$$

## 三 相位跃变（半波损失）

波疏介质  
 $\rho u$  较小



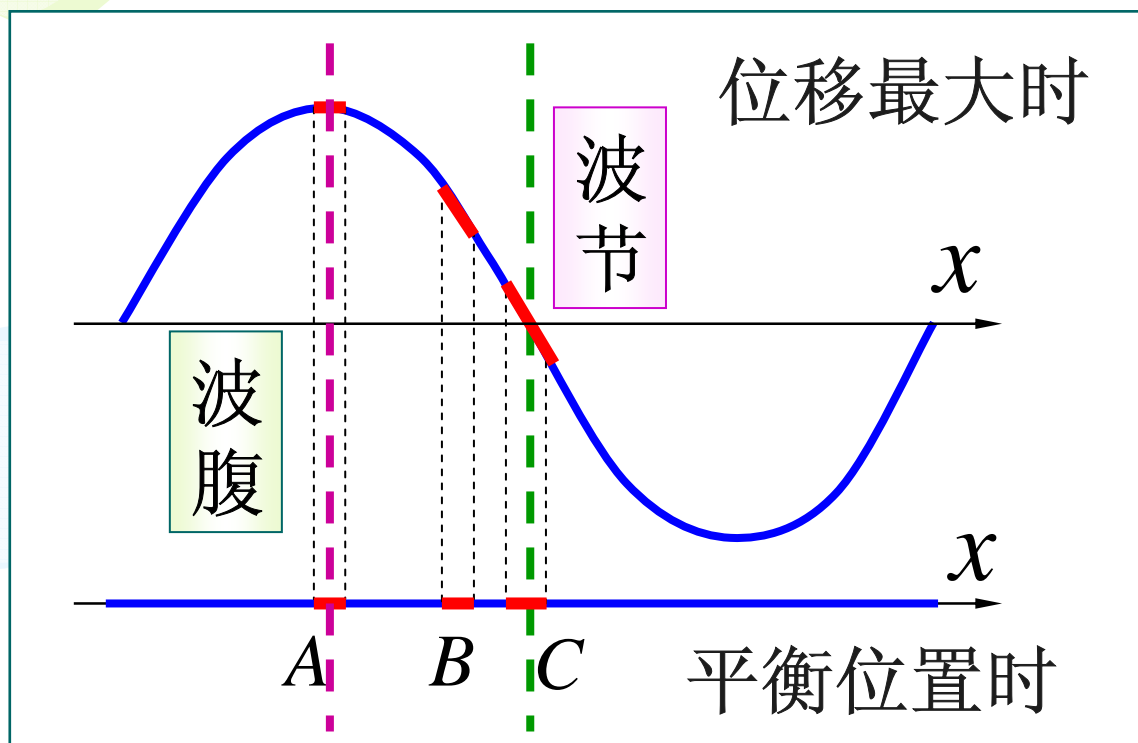
波密介质  
 $\rho u$  较大

当波从波疏介质垂直入射到波密介质，被反射到波疏介质时形成**波节**。入射波与反射波在此处的相位时时**相反**，即反射波在**分界处**产生 **$\pi$** 的相位**跃变**，相当于出现了半个波长的波程差，称**半波损失**。



当波从波密介质垂直入射到波疏介质，被反射到波密介质时形成**波腹**。入射波与反射波在此处的相位时时**相同**，即反射波在分界处**不产生相位跃变**。

## 四 驻波的能量



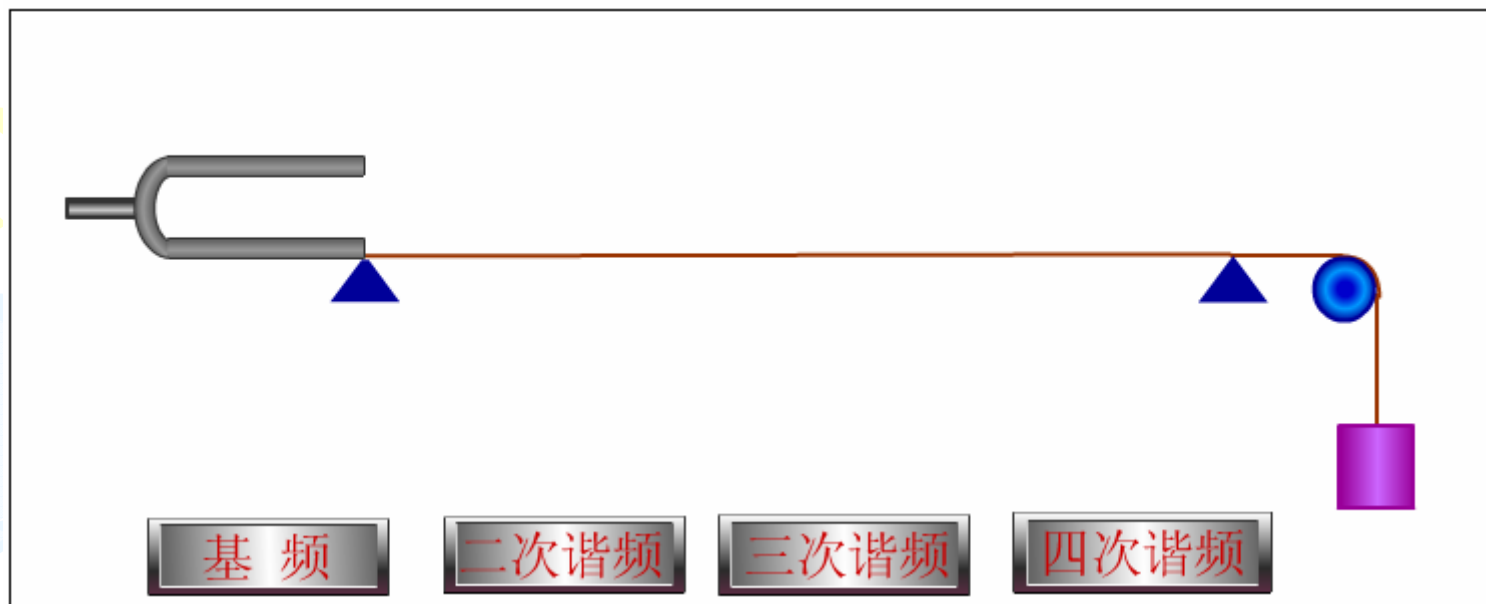
$$dW_p \propto \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

$$dW_k \propto \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$$

驻波的能量在相邻的波腹和波节间往复变化，在相邻的波节间发生动能和势能间的转换，动能主要集中在波腹，势能主要集中在波节，但无长距离的能量传播。



## 五 振动的简正模式



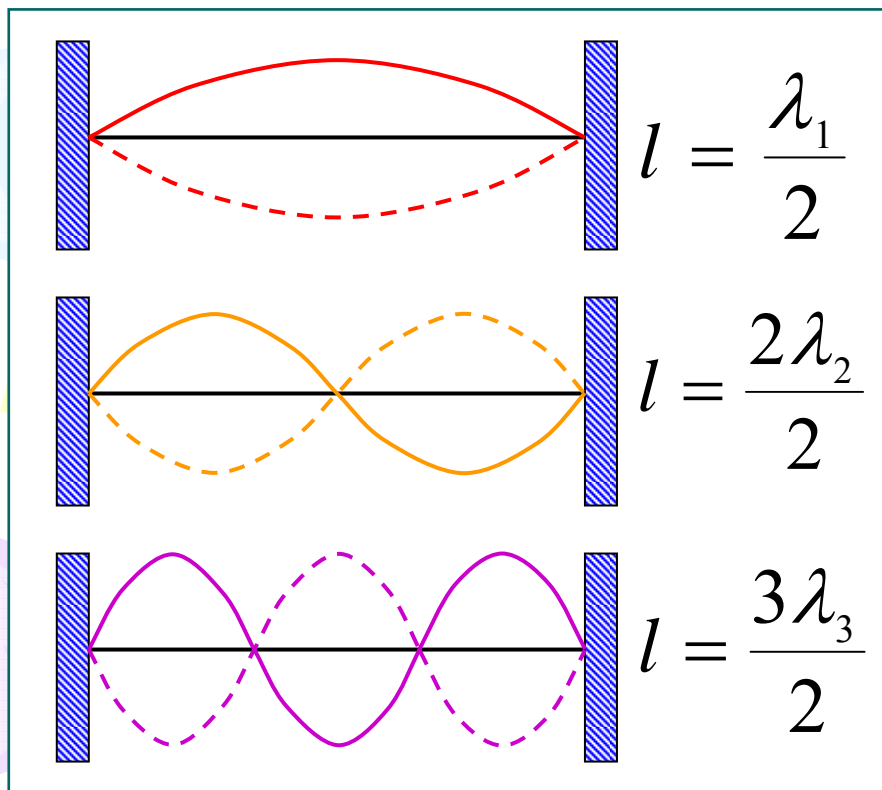
两端**固定**的弦线形成**驻波**时，波长 $\lambda_n$ 和弦线长 $l$

应满足  $l = n \frac{\lambda_n}{2}$ ， $\nu_n = n \frac{u}{2l}$   $n = 1, 2, \dots$  由此频率

决定的各种振动方式称为弦线振动的**简正模式**。

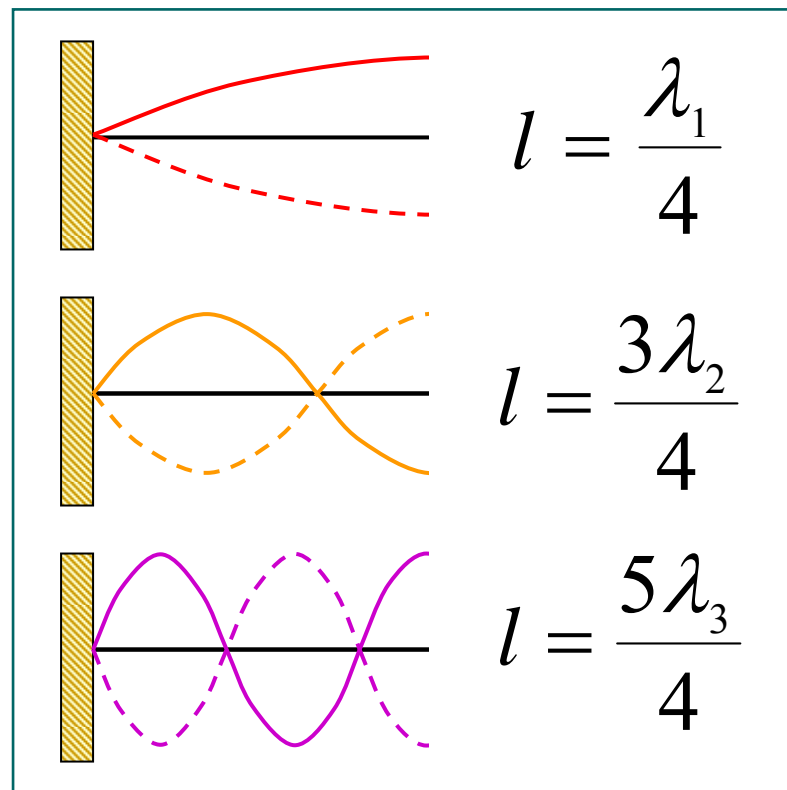
两端**固定**的弦  
振动的简正模式

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, \dots$$



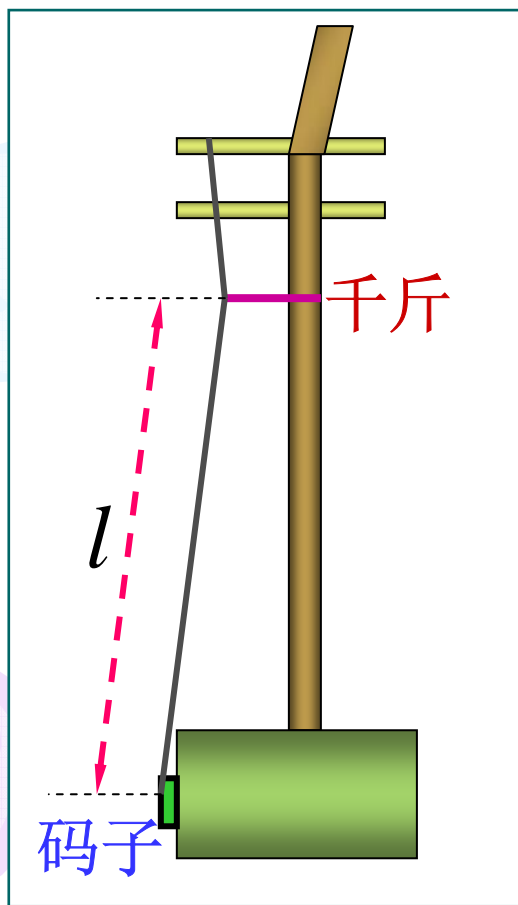
一端**固定**一端**自由**  
的弦振动的简正模式

$$l = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, \dots$$



讨论

如图二胡弦长  $l = 0.3 \text{ m}$ ，张力  $T = 9.4 \text{ N}$ 。密度  $\rho = 3.8 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$ 。求弦所发的声音的基频和谐频。



解：弦两端为固定点，是波节。

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad n = 1, 2, \dots$$

频率  $\nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{nu}{2l}$       波速  $u = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$

基频  $n = 1 \quad \nu_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho}} = 262 \text{ Hz}$

谐频  $n > 1 \quad \nu_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$