Der Sonnenuhr auf der Spur

Theorieteil

Louis-Sepp Willimann

Der Sonnenuhr auf der Spur: Theorieteil

Louis-Sepp Willimann

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Kapitel 1. Das Uhrwerk der Sonnenuhr

Das Uhrwerk der Sonnenuhr ist unsere Erde. Sie dreht sich täglich einmal um die eigene Achse, und gleichzeitig umrundet sie die Sonne in einem Jahr einmal. In diesem Kapitel studieren wir diese Bewegung im Detail.

1.1. Die Bewegung der Erde im Sonnensystem

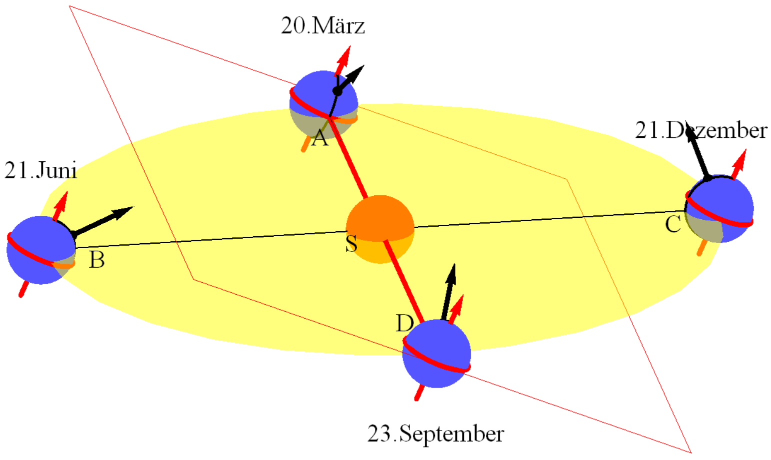
Die Sonne geht am Morgen im Osten auf, erreicht am Mittag ihren höchsten Stand im Süden und sinkt am Abend im Westen wieder unter den Horizont. Das wissen wir aus Erfahrung, und so haben wir es auch in der Schule gelernt. Wir wissen ferner, dass die Sonne im Sommer früh erscheint, in einem hohen Bogen über den Himmel wandert und sich spät verabschiedet, während sie im Winter spät auf- und früh untergeht und einen viel flacheren Bogen über das Firmament zeichnet. Aber wie kehrt die Sonne während der Nacht vom westlichen Horizont zum östlichen zurück? Schon in der Antike hatte man für dieses Phänomen eine plausible Erklärung, welche uns der bedeutendste Astronom und Geograf des Altertums, Claudius Ptolemäus im 2. Jahrhundert n. Chr. überliefert hat: Die Erde steht im Zentrum des Universums. Die Sonne, der Mond und die Planeten[1] drehen sich auf je einer kugelförmigen Schale um die Erde und ganz zu äusserst gibt es noch eine Schale, welche alle Fixsterne trägt. Dieses sogenannte *geozentrische* oder Ptolemäische Weltbild war rund 2000 Jahre lang fast unbestritten, bis im Jahr 1543 Nikolaus Kopernikus, ein Chorherr aus Frauenburg, in seinem Werk „De revolutionibus orbium coelestium"[2] verkündete: Falsch! Nicht die Erde, sondern die *Sonne* steht still, und die Erde umkreist genau wie die Planeten Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn die Sonne. Die Umlaufzeiten für die einzelnen Planeten sind verschieden; für die Erde beträgt sie ein Jahr. Der Mond aber umkreist die Erde. Das grosse Heer der Fixsterne steht wie die Sonne still.

Während ihrer jährlichen Reise um die Sonne dreht sich die Erde permanent um ihre eigene Achse, welche den Nordpol mit dem Südpol verbindet. Dabei macht sie pro Jahr rund 365 ¼ Umdrehungen. Auf der Sonnenseite der Erde ist Tag, und auf der Schattenseite herrscht Nacht.

Dieses neue Weltbild, welches also die Sonne ins Zentrum stellt, nennt man das *heliozentrische*[3]. Die These von Kopernikus, welche rund 70 Jahre später vom kaiserlichen Hofmathematiker und Astronomen Johannes Kepler (1571-1630) in Prag noch präzisiert und ergänzt wurde, sorgte für Aufruhr in der wissenschaftlichen Welt, stellte sich aber im weiteren Laufe der Forschungen als stichhaltig heraus.

[1] Bekannt waren damals die von blossem Auge sichtbaren Planeten Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn. Auch die Sonne und der Mond wurden zu den Planeten gezählt.
[2] „Über die Drehungen der Himmelskreise"
[3] abgeleitet vom griechische Wort „helios" für Sonne

Abbildung 1.1. Die Erde im Sonnensystem



Die Erde auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne. Unser Standort ist mit einem schwarzer Pfeil markiert, dessen Spitze zum Zenit über unserem Kopf weist.

In Abbildung 1.1 ist die Position der Erde an vier ausgewählten Daten des Jahres dargestellt. Bei jeder Position ist jeweils jener Tageszeitpunkt gezeichnet, an dem unser Standort genau der Sonne zugerichtet ist. Dann ist bei uns wahrer Mittag.

Die Ebene des jährlichen Umlaufes der Erde um die Sonne heisst *Ekliptikebene* oder kurz *Ekliptik* (im Bild gelb dargestellt). Die Drehachse der Tagesrotation steht dabei schief auf der Ekliptikebene. Die beiden Drehachsen, also jene der täglichen Eigenrotation und jene der jährlichen Sonnenumrundung, bilden einen Winkel von 23.5°, welcher *Ekliptikschiefe* genannt wird. Bedingt durch die Ekliptikschiefe steht auch die Ebene des Erdäquators schief zur Ekliptikebene und bildet mit ihre ebenfalls einen Winkel von 23.5°. Die Parallelebene zur Erdäquatorebene, welche die Sonne enthält, bezeichnet man als *Himmelsäquatorebene* (im Bild als roter Rahmen dargestellt).

1.2. Die scheinbare Bahn der Sonne

Nun ist die antike ptolemäische Vorstellung, dass sich nämlich die Sonne um die Erde drehe, für das Verständnis von Sonnenuhren im Prinzip gleichwertig und für uns erdgebundene Menschen intuitiv besser zugänglich. Es ist nämlich wie bei einem Karussell: Wenn es sich um seine eigene, vertikale Achse dreht, so haben die Kinder auf den Pferdchen den Eindruck, die Häuser und die zuschauenden Eltern drehten sich in entgegengesetzter Richtung um die Karussellachse. Wir Mensch sitzen nun auf unserem Kreisel namens Erde und wirbeln durch das All. Dadurch erhalten wir den Eindruck, unsere Umgebung, nämlich die Sterne, Planeten und vor allem die Sonne, drehten sich um unsere Drehachse. Diesen Effekt kann man mit einem Fotoapparat sehr schön sichtbar machen. Wenn man in einer klaren Nacht eine Kamera mit einer Neigung von ca. 45° auf den nördlichen Himmel richtet und den Verschluss längere Zeit offen lässt, so hinterlassen die Sterne auf dem Bild kreisbogenförmige Spuren. Es scheint dann, als ob die Sterne um einen festen Punkt genau im Norden, etwa auf halber Höhe zwischen dem Horizont und dem Zenit, kreisten.

Abbildung 1.2. Sternspuren

Dieser Punkt heisst der *Himmelsnordpol*. Er liegt nahe beim *Polarstern*, dem hellsten Stern im Sternbild des kleinen Bären. Die Drehachse für die Sterne scheint eine Gerade zu sein, welche von unserem Standort aus zum Himmelsnordpol führt. In Analogie zum Karussell erkennen wir, dass diese scheinbare Drehachse der Sterne in Wirklichkeit die über den Nordpol hinaus verlängerte Rotationsachse der Erde ist. Wir Menschen auf der rotierenden Erde haben, wie die Kinder auf dem Karussell, den Eindruck, die Umgebung, also die Sterne, drehten sich um diese Achse. Und weil unser Abstand von der Erdachse mit ein paar tausend Kilometern verglichen mit dem Abstand des Polarsterns von ungefähr 400 Lichtjahren bedeutungslos ist, haben wir den Eindruck, diese Drehachse verlaufe durch unseren Standort. Man nennt diese scheinbare Drehachse an unserem Standort die *lokale Polachse*. Um es noch etwas anschaulicher zu sagen: Wenn wir ein Fernrohr auf den Polarstern richten, so ist das Fernrohr parallel zur Erdpolachse und befindet sich damit in der lokalen Polachse.

Schon die Phönizier wussten, dass der Polarstern zwei Informationen liefert:

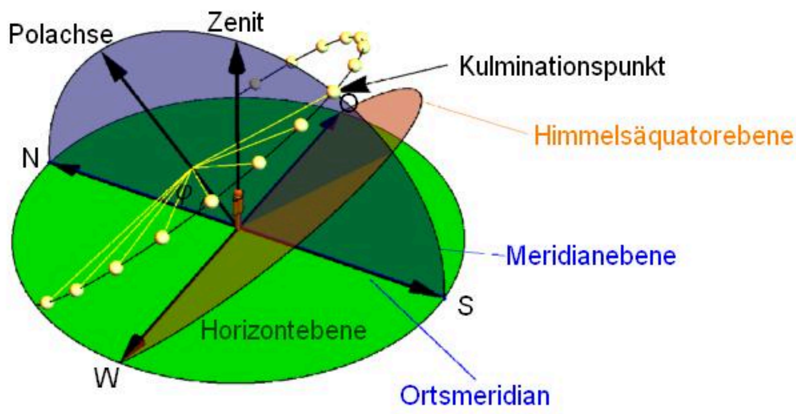
1. Er zeigt die Nordrichtung an.
2. Der Winkel φ zwischen dem Nordpunkt am Horizont[4] und der Blickrichtung zum Polarstern ist immer gleich der geografischen Breite[5] des Standortes. Je weiter nördlich wir uns also auf der Erde befinden, umso höher steht der Polarstern über dem Horizont.

Beides sehr nützliche Informationen für die Navigation auf hoher See.

In der Zeitspanne, in der sich die Erde einmal um ihre eigene Achse dreht, also in einem Tag, ist sie auf ihrer Jahresreise um die Sonne nur wenig weiter gekommen, nämlich von der Sonne aus gesehen nur knapp 1°[6]. Daher verhält sich Sonne von uns aus gesehen während eines Tages fast wie ein Fixstern. Zwar sehen wir am Tag den Polarstern nicht, doch auch die Sonne dreht sich scheinbar auf einer Kreisbahn um die lokale Polachse (siehe Abbildung 1.3). Natürlich nehmen wir von der Sonnenbahn nur jenen Teil wahr, der sich über dem Horizont befindet. Man nennt diesen sichtbaren Teil der Kreisbahn den *Tagbogen* der Sonne. Der sieht an einem Sommertag etwa so aus:

[4]Wenn in diesem Zusammenhang jeweils von *Horizont* oder *Horizontebene* die Rede ist, ist immer die mathematische Horizontebene gemeint. Das ist die waagrechte Ebene an unserem Standort ohne Berücksichtigung von Gebirgen, Gebäuden oder anderen Sichthindernissen, also ungefähr das, was wir auf dem offenen Meer wahrnehmen würden.
[5]Zum Begriff „geographische Breite“ siehe Abschnitt 3.1 von Kapitel 3
[6]In 365 ¼ Tagen vollendet die Erde ja eine ganze Umrundung der Sonne von 360°.

Abbildung 1.3. Der Tagbogen der Sonne



Die Sonnenstände im Verlaufe eines Tages in stündlichem Abstand.

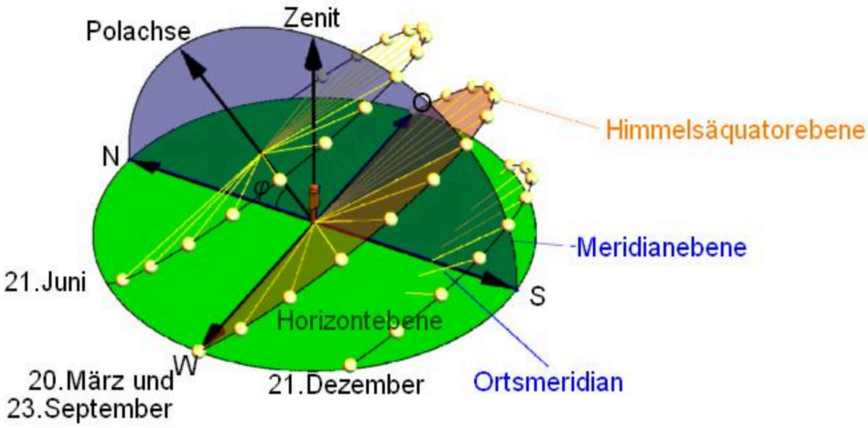
Das kleine Männchen im Zentrum der Kreise stellt uns selber an unserem Standort dar. Für uns entsteht der Eindruck, dass sich die Sonne im Verlaufe des Tages wie auf einem Wagenrad, dessen Nabe auf der lokalen Polachse liegt, drehe. Sie erreicht ihren Höchststand an einem Punkt genau südlich von uns. Dieser Punkt heisst der *Kulminationspunkt* der Sonne und der Zeitpunkt, zu dem sie den Kulminationspunkt erreicht, heisst der *wahre Mittag*. Der Kulminationspunkt liegt von uns aus gesehen in einer gedachten vertikalen Ebene, welche den Südpunkt am Horizont, die Richtung zum Zenit über unserem Kopf, die lokale Polachse sowie den Nordpunkt am Horizont enthält. Diese für die Sonnenuhrenlehre sehr wichtige Ebene heisst die *lokale Meridianebene*[7] (im Bild blau). Die Meridianebene spielt in der Sonnenuhrenlehre eine wichtige Rolle. Sie teilt den Tagbogen der Sonne in eine Vormittags- und eine Nachmittaghälfte. Ferner schneidet sie die Horizontebene unter unseren Füssen in einer Geraden, welche vom Nordpunkt am Horizont zum Südpunkt verläuft. Diese Gerade heisst der *Ortsmeridian*.

Weil die Erde in 24 Stunden eine vollständige Umdrehung von 360° ausführt, beträgt ihr Drehwinkel pro Stunde 360° / 24 = 15°. Für uns Erdenbürger sieht das dann so aus, als ob sich das Sonnenrad pro Stunde 15° um seine Achse drehen würde. Zwei Stunden nach dem wahren Mittag ist die Sonne also auf ihrer Kreisbahn 30° in Richtung zu ihrem Untergangspunkt auf der Tagesbahn weiter gewandert, während sie drei Stunden vor dem wahren Mittag noch 45° vor dem Kulminationspunkt stand. Der Winkel zwischen der Verbindungsstrecke vom Zentrum des Tagbogens zur aktuellen Sonnenposition und der Verbindungsstrecke vom Zentrum des Tagbogens mit dem Kulminationspunkt heisst der *Stundenwinkel* τ der Sonne, wobei die Winkel am Nachmittag positiv und jene am Vormittag aber negativ gezählt werden. Um auf das vorherige Beispiel zurück zu kommen: Zwei Stunden nach dem wahren Mittag beträgt der Stundenwinkel 30°, drei Stunden vor dem wahren Mittag beträgt er −45°.

[7] „meridies“ ist das lateinische Wort für Mittag. Die Meridianebene ist somit die Mittagsebene.

Es stellt sich nun noch die Frage, auf welcher Höhe der Polachse die Nabe des Sonnenrades liegt. Wie aus der Abbildung 1.1 ersichtlich, ist unsere Blickrichtung zur Sonne am wahren Mittag wegen der Ekliptikschiefe von der Jahreszeit abhängig, was natürlich auch durch unsere Erfahrung bestätigt wird: Im Sommer steht die Sonne viel höher am Himmel als zur selben Tageszeit im Winter. Das rührt daher, dass das Zentrum des Tagbogens der Sonne je nach Jahreszeit scheinbar höher oder tiefer auf der Polachse liegt. Im folgenden Bild sind die Tagesbahnen der Sonne für die selben vier astronomisch wichtigen Daten wie in der Abbildung 1.1 schematisch dargestellt.

Abbildung 1.4. Tagesbahnen der Sonne im Verlauf des Jahres



Je nach Jahreszeit scheint die Nabe des Sonnenrades höher oder tiefer auf der Polachse zu liegen

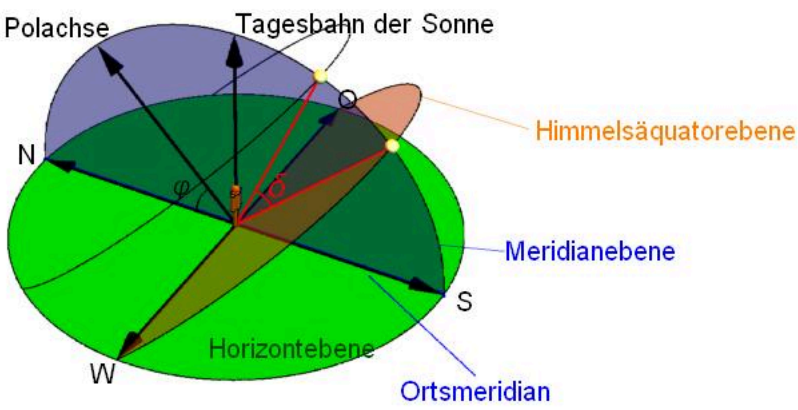
Die Nabe des Sonnenrades verschiebt sich also im Verlauf des Jahres auf den Polachse auf und ab. Am 21. Juni erreicht sie ihren höchsten und am 21. Dezember ihren tiefsten Punkt. Die beiden Daten heissen daher die *Sonnwendtage* oder kurz *Sonnenwenden*. Der 20. März und der 22. September sind ebenfalls zwei spezielle Daten: Dann stehen wir scheinbar selber im Zentrum des Sonnenrades. An diesen beiden Tagen ist unsere Blickrichtung zur Sonne während des ganzen Tages senkrecht zur lokalen Polachse, und damit parallel zur Erdäquatorebene. Deshalb heisst die Ebene, in welcher sich die Sonne an den beiden Tagen bewegt, die *lokale Äquatorebene* oder die *Himmelsäquatorebene* (im Bild rot schraffiert). Im Sommerhalbjahr befindet sich die Nabe des Sonnenrades oberhalb und im Winterhalbjahr unterhalb der Himmelsäquatorebene. Aus der Figur ist auch gut ersichtlich, dass der Tagbogen am 20. März und am 22. September genau ein Halbkreis ist; die Sonne befindet sich daher an diesen beiden Tagen während genau 12 Stunden über und während der anderen 12 Stunden unterhalb des mathematischen Horizonts, weshalb diese beiden Daten die *Tagundnachtgleichen* oder mit dem Fachausdruck Äquinoktien[8] heissen. Die Sonnwendtage und die Tagundnachtgleichen definieren auch die „astronomischen Jahreszeiten“: Astronomischer Frühlingsanfang ist

[8] vom lateinischen aequa nox, d.h. gleiche Nacht (wie der Tag)

Tag der Frühlings-Tagundnachtgleiche, Sommeranfang am Tag der Sommer-Sonnenwende, Herbstanfang am Tag der Herbst-Tagundnachtgleiche und schliesslich Winteranfang am Tag der Wintersonnenwende.

Die Position des Sonnenrades kann man mit einem Winkel beschreiben, nämlich mit dem Winkel δ, den man zwischen der Richtung zur Sonne am wahren Mittag des entsprechenden Tages und der Richtung zur Sonne am wahren Mittag der Tagundnachtgleichen (wenn die Sonne in der Äquatorebene steht) misst. Er heisst der *Deklinationswinkel* oder kurz die *Deklination* der Sonne. Das wird im Bild links von Abbildung 1.5 gezeigt. Wenn sich die Sonne oberhalb der Himmelsäquatorebene befindet, wird die Deklination positiv gerechnet, unterhalb negativ.

Abbildung 1.5. Zum Begriff der Deklination



Im Prinzip kann man die Deklination während des ganzen Tage messen. Sie ist gleich dem Winkel zwischen der aktuellen Sonnenrichtung und der Himmelsäquatorebene. Die Deklination ändert sich zwar kontinuierlich, kann jedoch für Sonnenuhrenanwendungen als während eines Tages konstant betrachtet werden.

Schauen wir nochmals die Abbildung 1.1 an: Am Frühlingsanfang, dem 20. März, steht die Sonne in der Erdäquatorebene und damit an unserem Standort scheinbar in der lokalen Äquatorebene, was bedeutet, dass die Deklination 0° ist. Danach nimmt an unserem Standort auf der Erde der Winkel zwischen der Richtung zur Sonne und der Richtung zum Zenit über unserem Kopf dauernd ab, was bedeutet, dass der Winkel zwischen der Richtung zur Sonne und der Äquatorebene, also die Deklination, zunimmt. Am 21. Juni, dem Tag der Sonnenwende erreicht sie mit 23.45°[9] ihren grössten Wert. Die Sonne steht jetzt am längsten über dem Horizont. Wie lange, das hängt von unserem Standort ab, in der Schweiz sind es fast 16 Stunden. Nach der Sonnenwende sinkt das Zentrum der scheinbaren Sonnenbahn wieder täglich tiefer, und die Deklination der Sonne nimmt entsprechend ab. An der Herbst-Tagundnachtgleiche, um den 22. September herum, beträgt sie wieder 0°. Danach sinkt das Zentrum des Tagesbogens unterhalb die Äquatorebene, und die Deklination wird negativ. Der Tagbo-

[9]Das ist gerade der Wert der *Ekliptikschiefe*.

gen wird täglich kürzer, bis um den 21. Dezember herum mit rund 8 Stunden der kürzeste Tag des Jahres stattfindet. Die einfallenden Sonnenstrahlen bilden mit der Äquatorebene am Tag der Wintersonnenwende denselben Winkel von 23.45° wie zur Sommersonnenwende, jedoch von unten; die Deklination der Sonne beträgt also −23.45°. Von nun an wächst die Deklination wieder täglich, bis sie zur Frühjahrs-Tagundnachtgleiche wieder den Wert 0° erreicht.

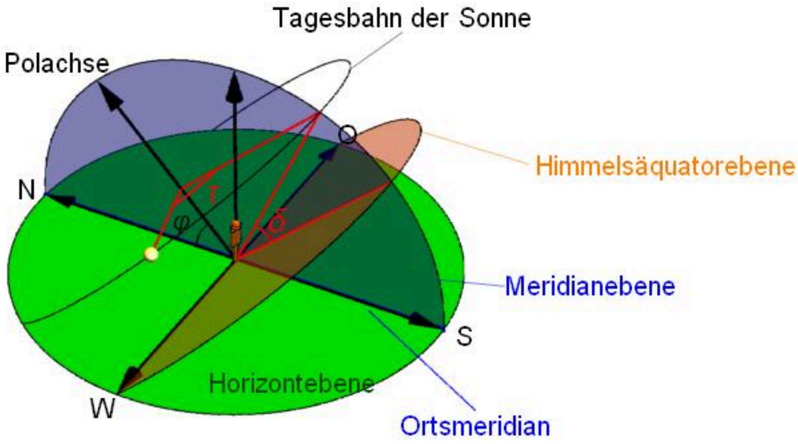
In der Tabelle B.3 im Anhang sind die Werte der Deklination an zwölf speziellen Tagen, welche für den Sonnenuhrenbau von traditioneller Bedeutung sind, zusammengestellt. Es handelt sich um die Zeitpunkte, zu denen die Sonne von der Erde aus gesehen in ein neues sogenanntes Tierkreiszeichen eintritt. Das ruft nach einer Erklärung: Infolge des jährlichen Umlauf der Erde um die Sonne steht die Sonne vor einem wechselnden Fixsternehintergrund. Die scheinbare Bahn der Sonne durch die Fixsterne heisst die *Ekliptik*. Der Punkt auf der Ekliptik, an dem die Sonne im Zeitpunkt der Frühlings-Tagundnachtgleiche steht, heisst der *Frühlingspunkt*. Ausgehend vom Frühlingspunkt wird nun die Ekliptik in zwölf je 30° breite Sektoren eingeteilt. In der Antike wurden diese nach dem markantesten Sternbild in ihrem Bereich benannt, und mit speziellen Symbolen, den sogenannten *Tierkreiszeichen* bezeichnet. Ein schmales Band von Fixsternen entlang der Ekliptik wir daher der *Tierkreis* genannt. Es hat sich eingebürgert, dass man nicht nur die grafischen Symbole, mit denen man die Tierkreisabschnitte bezeichnet, sondern auch Abschnitte selber kurz Tierkreiszeichen nennt. Nun hat sich aber der Frühlingspunkt und damit die Grenzen der Tierkreiszeichen im Verlauf der Jahrhunderte infolge der sogenannten Präzession gegenüber dem Fixsternenhimmel erheblich verschoben, so dass heute die namengebenden Sternbilder im benachbarten Tierkreiszeichen liegen.

Man kann es auch so sehen: Die Tierkreiszeichen sind die natürlichen, astronomischen Monate und die Frühlings-Tagundnachgleiche ist das natürliche, astronomische Neujahr.

Wir fassen zusammen:

- Die *Deklination δ* beschreibt die *Lage der Tagesbahn* der Sonne am Himmel. Sie ist nur von der *Jahreszeit* abhängig.
- Der *Stundenwinkel τ* beschreibt die genaue *Position der Sonne auf ihrer Tagesbahn*. Er ist nur von der *Tageszeit* abhängig.
- Das *Tierkreiszeichen* beschreibt, die *Position der Erde auf ihrer jährlichen Bahn* um die Sonne sich die Erde befindet.

Abbildung 1.6. Die Beschreibung des Sonnenstandes



Deklination δ und Stundenwinkel τ

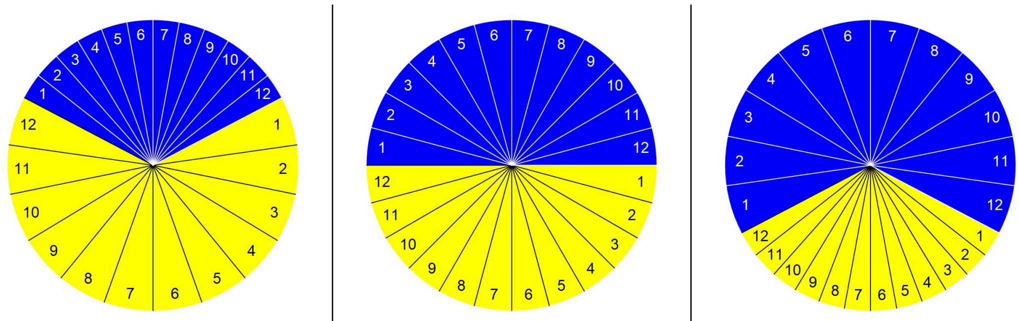
Kapitel 2. Das Mass der Zeit

Immer wieder hört man das Verdikt: «Alle alten Sonnenuhren gehen total falsch». Natürlich gibt es gelegentlich falsch konstruierte Sonnenuhren, meist als Folge einer gut gemeinten, aber nicht fachkundigen Restaurierung. Wir haben solche Pseudosonnenuhren auch auf unseren Exkursionen angetroffen. In der Regel aber ist dieser Vorwurf selber «total falsch» und auf ein Missverständnis zurückzuführen. Dieses müssen wir ausräumen, um die verschiedenen Typen von Sonnenuhren verstehen zu können. Werfen wir einen Blick zurück auf die Geschichte der Zeitmessung!

2.1. Temporale und äquinoktiale Stunden

Der Geschichtsschreiber Herodot (+ 424 v. Chr.) überliefert uns: „Die Verwendung des Schattenstabes und die Einteilung des Tages in zwölf Abschnitte haben die Griechen von den Babyloniern gelernt“. Mit einem Tag meint Herodot die Zeit vom Sonnenaufgang bis zum Untergang. Weil nun dieser sogenannte lichte Tag im Sommer erheblich länger dauert als im Winter, waren die so definierten Stunden im Verlauf des Jahres unterschiedlich lang. In unseren Breitengraden beträgt die Länge des lichten Tages am Tag der Sommersonnenwende etwa 15.7 moderne Stunden und am Tag der Wintersonnenwende bloss deren 8.3. Entsprechend dauerte eine antike Stunde anlässlich der Sommersonnenwende rund 1.3 und anlässlich der Wintersonnenwende bloss etwa 0.7 heutige Stunden.

Abbildung 2.1. Temporalstunden in Luzern



Anlässlich der Sommersonnenwende | Anlässlich der Tagundnachtgleichen | Anlässlich der Wintersonnenwende

In den Zeitdiagrammen ist der lichte Tag[1] gelb, die Nacht blau dargestellt.

Die von Herodot beschriebenen Tagesabschnitte variabler Länge nennt man *Temporalstunden*. An den beiden Tagundnachtgleichen dauert der lichte Tag, wie der Name sagt, gleich lang wie die Nacht, also je 12 heutige Stunden. Eine temporale Stunde dauerte somit an diesen beiden Tagen gerade gleich lang wie eine heutige Stunde, weshalb man unsere neuzeitlichen Stunden zur Unterscheidung von den Temporalstunden auch als *Äquinoktialstunden* bezeichnet.

Im Alltag der *römischen* Frühzeit hatte man keine grossen Ansprüche an die Genauigkeit der Zeitmessung. Man teilte den Tag grob in vier Teile ein: Mane (Früher Vormittag ab Tagesanbruch), ad meridiem (später Vormittag), de meridie (früher Nachmittag) und suprema (später Nachmittag bis Sonnenuntergang). Mit dem Aufblühen des Handels, etwa ab dem 2. Jahr-

[1] Die Zeitspanne zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang

hundert v. Chr., wuchs aber das Bedürfnis, die Zeit genauer zu erfassen, und so übernahmen die Römer von den Griechen nebst verschiedenen Arten von Sonnenuhren auch die Einteilung des lichten Tages in zwölf Stunden. Wenn also zum Beispiel der Evangelist Matthäus bei der Schilderung der Kreuzigung Christi schreibt: „Von der sechsten bis zur neunten Stunde kam eine grosse Finsternis über das Land“, so bedeute das, dass die Finsternis vom Mittag bis zur Mitte des Nachmittags dauerte.

Die Einteilung des lichten Tages in 12 Temporalstunden wurde während des ganzen *Mittelalters* beibehalten. Bei alten Klöstern sind vereinzelt noch Sonnenuhren, welche diese Art der Tageseinteilung anzeigen, erhalten geblieben. An ihnen lasen die Mönche die Zeiten für die regelmässigen, gemeinsamen Chorgebete ab. Die Bezeichnungen „Prim“, „Terz“, „Sext“ und „Non“, die heute noch in den Klöstern als Bezeichnungen für die Stundengebete verwendet werden, weisen darauf hin, dass diese zur ersten, dritten, sechsten respektive neunten temporalen Stunde verrichtet wurden. Später wurden die Gebetszeiten meistens den praktischen Erfordernissen des Alltags angepasst, doch die Bezeichnungen sind bis heute geblieben. Mittelalterliche Sonnenuhren, welche solche temporalen Stunden anzeigen, nennt man daher auch „kanoniale[2] Sonnenuhren“ und die Temporalstunden entsprechend „kanoniale Stunden“.

Auch die Nacht wurde vom Sonnenuntergang bis zum Sonnenaufgang in 12 Stunden unterteilt, welche konsequenterweise nicht gleich lang die wie die anschliessenden Tagesstunden waren. Weil aber die Sonnen in der Nacht nicht zur Zeitmessung herangezogen werden konnte, musste man für eine genaue Zeitmessung den Lauf der Sterne beobachten, was sehr aufwändig war und astronomische Kenntnisse voraussetzt. Nun waren aber oft die Ansprüche an die Genauigkeit nicht besonders gross, weshalb man sich häufig mit sogenannten Klepshydren behalf. Eine Klapshydra, wörtliche übersetzt ein „Wasserdieb“, ist eine Vorrichtung, die aus einem mit Wasser gefüllten Gefäss besteht, aus welchem durch eine kleine Öffnung im Boden Wasser in ein darunter aufgestelltes Auffangbecken tropft. Der Wasserstand entweder des oberen Wasserbehälters oder des Auffangbeckens diente als Mass für die verflossene Zeit. Auch dünne Kerzen, deren Abbrandhöhe zur Zeitmessung dienten, waren verbreitet. Eine originelle Art, die Nachtzeit zu messen, wird aus einem englischen Kloster überliefert. Dort wurde der verantwortliche Sakristan angewiesen, bis zur Weckzeit für das nächtliche Chorgebet der Mönche eine Folge bestimmter Psalmen zu singen.

Das charakteristische Mess- und Anzeigeinstrument für die temporalen Stunden ist die in Abschnitt 3.2 erläuterte kanoniale Sonnenuhr.

2.2. Die wahre Ortszeit

Die Erde dreht sich in 24 Stunden einmal um die eigene Achse, pro Stunde somit um 15°. Im Abschnitt 1.1 wurde gezeigt, dass infolge dieser Drehung sich die Sonne von der Erde aus gesehen auf einem Kreisbogen um die lokale Polachse zu drehen scheint, um zwar mit eben dieser Geschwindigkeit von 15° pro Stunde. Wenn die Sonne also auf ihrem Tagesbogen um 15° weitergerückt ist, ist 1/24 der Zeitspanne von einem wahren Mittag zum nächsten verflossen. Die Dauer dieses sogenannten „wahren Sonnentages“ schwankt zwar, wie wir noch sehen werden, im Laufe eines Jahres auch ein wenig, jedoch in weit geringerem Masse als der lichte Tag, beträgt doch die Differenz zwischen dem längsten und dem kürzesten Sonnentage weniger als eine Minute. Wenn wir zum Beispiel am Nachmittag den Stundenwinkel der Sonne messen, also den Winkel, den die Sonne seit dem wahren Mittag zurückgelegt hat, so können wir mit einer einfachen Dreisatzrechnung die seit dem wahren Mittag verflossene Zeit berechnen. Ein Beispiel:

[2] d. h. gemäss der Ordensregel

Wenn der Stundenwinkel 35° beträgt, so geht die Rechnung so:

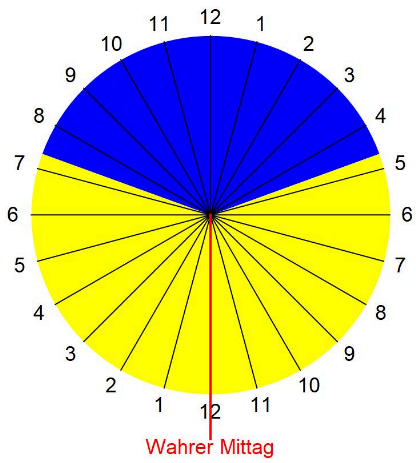
- In einer Stunde legt die Sonne auf ihrer Bahn 15° zurück
- Für 1° benötigt sie daher 60 Minuten / 15 = 4 Minuten
- Für 35° also 35 · 4 Minuten = 140 Minuten.

Seit dem wahren Mittag sind somit 2 Stunden und 20 Minuten verstrichen.

Der Stundenwinkel ist am Nachmittag ein Mass, wie viel Zeit seit dem wahren Mittag verflossen ist, und am Vormittag ein Mass, wie viel Zeit uns noch bis zum wahren Mittag bleibt. Auf diesem Prinzip baut die *wahre Ortszeit*, kurz *WOZ* genannt, auf. Sie wird deshalb auch als *astronomische Zeit* bezeichnet und ist wie folgt definiert:

- Eine Stunde ist die Zeitspanne, in der die Sonne einen Stundenwinkel von 15° zurücklegt.
- Die Vormittagsstunden werden ab Mitternacht gezählt, der wahre Mittag findet also um 12 Uhr statt. Mit der Zählung der Nachmittagsstunden wurde nördlich der Alpen traditionell und in der Umgangssprache noch heute wieder bei 1 begonnen; man nennt dies die *gebrochene Stundenzählung*. Um Missverständnissen vorzubeugen zieht man heute im formellen Gebrauch die südlich der Alpen schon immer gebräuchliche *durchgehende* Zählung (13 Uhr, 14 Uhr, …) vor.

Abbildung 2.2. Die wahre Ortszeit



Die wahre Ortszeit t_{WOZ} in der fortlaufenden Zählung kann man aus dem Stundenwinkel τ mit einer einfachen Formel berechnen

$$t_{\text{WOZ}} = 12 + \frac{\tau}{15°} \tag{2.1}$$

Das Ergebnis ist die Uhrzeit in Stunden als Dezimalbruch, dessen Nachkommastellen noch in Minuten und Sekunden umgerechnet werden können. Wenn zum Beispiel der Stundenwinkel $\tau = -50°$ misst, dann ist die wahre Ortszeit

$$t_{\text{WOZ}} = 12 + \frac{-50°}{15°} = 8.67$$

In Stunden und Minuten ausgedrückt wäre das dann 8 Uhr und 40 Minuten, also zwanzig Minuten vor 9 Uhr. Natürlich kann man die Formel auch nach dem Stundenwinkel auflösen und damit aus der wahren Ortszeit (die man zum Beispiel von einer alten Sonnenuhr abliest) den Stundenwinkel der Sonne berechnen.

$$\tau = 15° \times (t_{\text{WOZ}} - 12) \tag{2.2}$$

Wenn also eine gute Sonnenuhr die wahre Ortszeit 16 Uhr anzeigt, beträgt der Stundenwinkel

$\tau = 15° \times (16 - 12) = 60°$

Man kann das auch so sehen, dass die wahre Ortszeit bloss eine andere Masseinheit für den Stundenwinkel der Sonne ist, ähnlich wie man zum Beispiel die Temperatur bei uns in Grad Celsius, im angelsächsischen Raum jedoch gerne in Grad Fahrenheit ausdrückt.

Die wahre Ortszeit ist, wie der Name sagt, eine lokale Zeit. Wir wissen ja, dass der Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes vom Ort auf der Erdkugel abhängt. Wenn die Sonne in Luzern in ihrem höchsten Punkt steht, ist sie in Hongkong bereits untergegangen, und in New York geht sie eben erst auf. Selbst in der kleinräumigen Schweiz ist dieser Effekt durchaus bemerkbar: In Genf erreicht die Sonne ihren höchsten Stand erst gut 8 Minuten später als in Luzern. Diese Verschiebung der wahren Ortszeit betrifft natürlich alle Tageszeiten gleich: Um 9 Uhr morgens nach wahrer Luzerner Ortszeit ist in Genf nach wahrer Ortszeit erst 8:52 Uhr. Die Genfer WOZ geht also gegenüber der Luzerner WOZ generell um 8 Minuten nach.

Die wahre Ortszeit hat sich etwa ab 1500 gegenüber der kanonialen Zeit durchgesetzt. Das charakteristische Mess- und Anzeigeinstrument für die wahre Ortszeit ist die in Abschnitt 3.3 erläuterte Sonnenuhr mit Polstab.

2.3. Die mittlere Ortszeit

Sonnenuhren waren die wichtigsten Zeitmesser in der Antike und im Mittelalter. Die ersten mechanischen Uhren traten etwa ab dem Jahr 1300 in Erscheinung. Anfänglich waren das aber bloss automatische Schlagwerke für den Stundenschlag. Erst rund 100 Jahre später wurden dann die Uhren für die optischen Anzeige auf einem Zifferblatt und vorerst nur einem Zeiger, der die Stunden anzeigte, ausgerüstet. Die Innovation verbreitete sich recht schnell in ganz Europa. Jede Stadt, die etwas auf sich hielt, leistete sich eine öffentliche Uhr. Die Uhren dieser Epoche waren aber noch sehr ungenau, weshalb man noch lange neben den Turmuhren eine Sonnenuhr platzierte, im einfachsten Falle bloss einen sogenannten Mittagszeiger, der den wahren Mittag anzeigte. Mit Hilfe der Sonnenuhr wurde dann bei Sonnenschein die mechanische Uhr jeweils wieder auf die Ortszeit nachgerichtet.

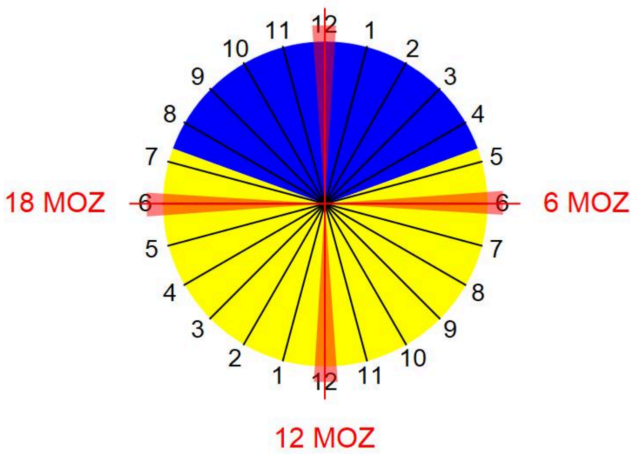
Abbildung 2.3. Der Zytturm des Rapperswiler Schlosses

Mechanische Uhr und Sonnenuhr in Koexistenz

Der Toggenburger Uhrmacher und Astronom Jost Bürgi war der erste, der 1585 für seinen Arbeitgeber, den Hessischen Landgrafen Wilhelm II, eine so genaue Uhr anfertigte, dass sich die Anzeige von Sekunden rechtfertigte. Mit den neuen, genauen Uhrwerken trat nun eine Abweichung der Zeitanzeige gegenüber den alten Sonnenuhren zutage. Eine perfekte mechanische Uhr läuft absolut gleichmässig. Es mag nun überraschen, dass dies bei der natürlichen Sonnenzeit nicht der Fall ist. Aus astronomischen Gründen sind nämlich nicht alle Sonnentage von einem wahren Mittag bis zum nächsten genau gleich lang. Der Unterschied zwischen dem längsten und dem kürzesten wahren Sonnentag beträgt rund 50 Sekunden. Das wäre vielleicht nicht so gravierend, doch summieren sich die Differenzen über viele Tage hinweg so, dass die Zeitanzeige einer korrekt gebauten Sonnenuhr gegenüber einer mechanischen oder elektronischen Präzisionsuhr im Extremfall bis zu 14 Minuten nach oder bis zu 16 Minuten vor geht. Nun wird natürlich eine moderne Uhr so justiert, dass die Unterschiede nach Ablauf eines ganzen Jahres ausgeglichen sind, das heisst, dass die Länge eines Tages gleich dem Mittelwert der Längen aller Sonnentage eines ganzen Jahr ist.

Das auf der mittleren Tageslänge aufgebaute Zeitmass nennt man die *mittlere Ortszeit*, kurz *MOZ*. 12 Uhr nach mittlerer Ortszeit weicht also im Jahresverlauf von 12 Uhr nach wahrer Ortszeit um einen unterschiedlichen Betrag ab. Die Extremwerte der Abweichung werden am 3. November, wenn 12 Uhr MOZ etwa um 12:16 Uhr WOZ stattfindet, und am 11. Februar, wenn 12 Uhr MOZ etwa um 11:46 Uhr WOZ stattfindet, erreicht. Dieselben Abweichungen gelten natürlich auch für alle anderen Zeiten.

Abbildung 2.4. Die mittlere Ortszeit



Die mittlerer Ortszeiten (MOZ) weichen von den entsprechenden wahrenn Ortszeiten im Verlauf des Jahres um denn Wert der Zeitlgleichung ab.

Die Differenz zwischen der wahren Ortszeit (WOZ) und der mittleren Ortszeit (MOZ) heisst die *Zeitgleichung* (ZG)[3].

$$\mathrm{ZG} = \mathrm{WOZ} - \mathrm{MOZ} \tag{2.3}$$

Die Eckwerte der Zeitgleichung findet man im Anhang in der Tabelle B.5. Für Tage, die zwischen den in der Tabelle angegebenen Daten liegen, kann man die angenäherten Werte der Zeitgleichung schätzen oder die genauen Werte einem astronomischen Handbuch entnehmen. Man kann die Werte mit für Sonnenuhrenanwendungen genügender Genauigkeit auch mit Hilfe der Näherungsformel Gleichung C.12 im Anhang berechnen. Mit den Zeit-

[3]Die Bezeichnung hat historische Gründe. In unserer heutigen mathematischen Sprechweise ist ZG nicht eine Gleichung, sondern eine Funktion der Jahreszeit.

gleichungswerten kann man von einer gut konstruierten Polstabsonnenuhr die MOZ berechnen, indem man einfach von der Anzeige der Sonnenuhr (WOZ) den Wert der Zeitgleichung (ZG) subtrahiert, gilt doch nach Umstellung von Gleichung 2.3

$$MOZ = WOZ - ZG \tag{2.4}$$

Am 11. Februar entnehemn wir aus der Tabelle den Wert −14 Minuten für die Zeitlgeichung. Um 12 Uhr WOZ (also am wahren Mittag), würde eine genaue moderne Uhr, welche auf mittlere Ortszeit gerichtet ist, nach dieser Formel also MOZ = 12 Uhr − (−14 Minuten) = 12 Uhr + 14 Minuten = 12:14 Uhr anzeigen[4].

2.4. Die Zonenzeiten

Auch die mittlere Ortszeit ist, wie der Name sagt, eine *lokale* Zeit, das heisst, dass jeder Ort seine eigene Tageszeit hat. Die durch unterschiedliche geografische Längen zweier Orte bedingte Zeitverschiebung beträgt pro 15° eine Stunde oder 4 Minuten pro Längengrad. Das macht zum Beispiel zwischen dem östlichsten Punkt der Schweiz im Münstertal und dem westlichsten bei Genf immerhin rund 18 Minuten aus. Solange das Pferd das schnellste Verkehrsmittel war, störte das natürlich niemanden. Nach dem rasanten Aufbau des Eisenbahnnetzes und mit der Einführung der Telegrafie in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurden diese lokalen Zeiten aber immer mehr zum Problem. So trafen zum Beispiel in Genf neben den Zügen aus der Schweiz auch solche aus Paris ein, die ihre Fahrpläne je im Zeitmass des Heimatbahnhofes publizierten. Daher gab es an der Tour de l'Ile in Genf drei verschiedene Zifferblätter, nämlich je eines für die mittlere Genfer Zeit, eines für die mittlere Pariser und eines für die mittlere Berner Zeit, die damals als Standard für die Schweizer Bahnen diente.

Dieser Zustand war längerfristig im Industriezeitalter nicht mehr haltbar. Mindestens in einem grösseren zusammenhängenden Gebiet sollte ein einheitliches Zeitmass verwendet werden. Aus diesem Grunde einigten sich 25 Nationen an der Internationalen Meridiankonferenz in Washington im Jahre 1884 darauf, die Erde in 24 *Zeitzonen* einzuteilen, wobei die Zeiten benachbarter Zonen sich jeweils um eine volle Stunde unterscheiden sollen. Ausgehend vom Meridian von Greenwich als verbindlichem Nullmeridian wurde die Erdkugel in Streifen mit einer Breite ungefähr 15° Längengraden eingeteilt, die sich vom Nordpol bis zum Südpol erstrecken, jedoch die Ländergrenzen berücksichtigen. Für jede dieser Zeitzonen wurde eine einheitliche, mittlere Zeit definiert. In Westeuropa, mit Ausnahme von Grossbritannien und Portugal, war das die *mitteleuropäische Zeit* MEZ. Sie ist definiert als die mittlere Zeit eines Ortes auf dem 15. Längengrad. Auf diesem liegt zum Beispiel die östlichste Stadt Deutschlands, Görlitz, und auch die Tschechische Hauptstadt Prag liegt mit 14.5° östlicher Länge recht nahe bei ihm.

In der Schweiz wurde die MEZ auf den 1. Juni 1894 eingeführt, nachdem seit 1848 die Berner Zeit die offizielle Schweizer Zeit gewesen war; seither leben wir also nach Görlitzer Zeit. In den Kriegsjahren 1941 und 1942 wurde in der Schweiz erstmals eine Sommerzeit verordnet, danach aber wieder abgeschafft. 1981 schloss sich die Schweiz nach zähem Seilziehen dem benachbarten Ausland an und führte die *Sommerzeit* MESZ ein, die jeweils vom frühen Morgen des letzten Märzsonntags bis zum frühen Morgen des letzten Oktobersonntags gilt[5].

Bei der Sommerzeit ist noch eine Stunde zur Standardzeit addieren; sie ist damit gleich der mittleren Ortszeit der 30. Längengrades. Im Sommer leben wir also in der natürlichen Zeit der ukrainischen Stadt Kiew.

[4]Nach den Regeln der Algebra bedeutet die Subraktion einer negativen Zahl eine Addition ihres Betrages.
[5]1981 bis 1995 nur bis zum letzten Septembersonntag

Wie verhält sich nun diese künstliche Zonenzeit zur mittleren Ortszeit und zur astronomischen, wahren Ortszeit? Wir überlegen die Antwort exemplarisch anhand der Stadt Luzern. Aus einem Atlas, oder zeitgemäss und schnell auf Wikipedia, erfahren wir, dass Luzern die geografischen Länge 8° 18' hat, und somit 6° 42' westlich des 15. Längengrades liegt. Nachdem die Sonne auf dem 15. Längengrad im Zenit gestanden hat, muss sich die Erde somit um 6° 42' weiterdrehen, bis die Sonne in Luzern im Zenit steht. Wie wir wissen, dreht sich die Erde in einer Stunde um 15°. Für 1 Grad braucht sie daher vier Zeitminuten und für 1 Winkelminute einen Sechzigstel davon, was 4 Zeitsekunden ergibt. Für die 6° 42' benötigt sie somit 6×4 Minuten plus 42×4 Sekunden, was 26 Minuten und 48 Sekunden ergibt. Das bedeutet nun konkret, dass zum Zeitpunkt des wahren Mittags in Luzern der wahre Mittag in Görlitz bereits seit 26 Minuten und 48 Sekunden vorbei ist, oder anders gesagt, der wahre Mittag von Luzern findet 12 Uhr 26 Minuten und 48 Sekunden gemessen in Görlitzer wahrer Ortszeit statt. Diese Verschiebung von 26 Minuten und 48 Sekunden gilt für beide Ortszeiten, sei es die wahre oder die mittlere.

Betrachten wir die wahren Ortszeiten: Allgemein gilt zwischen der wahren Ortszeit WOZ_λ eines Ortes mit der geografischen Länge λ und der wahren Ortszeit $WOZ_{15°}$ des 15. Längengrades der Zusammenhang

$$WOZ_\lambda = WOZ_{15°} - ZV \tag{2.5}$$

wobei ZV die *Zeitverschiebung* des Ortes gegenüber dem Referenzmeridian ist. Man kann die Zeitverschiebung für einen Ort innerhalb der mitteleuropäischen Zeitzone aus dessen geografischen Länge λ nach folgender Formel berechnen:

$$ZV = (15° - \lambda) \times 4\text{min} \tag{2.6}$$

In der Zentralschweiz beträgt die Zeitverschiebung, wie oben berechnet, rund 27 Minuten, im östlichsten Zipfel der Schweiz etwa 18 Minuten und im westlichsten rund 35 Minuten.

Die Zeitverschiebung gilt auch für die mittleren Ortszeiten MOZ_λ und $MOZ_{15°}$

$$MOZ_\lambda = MOZ_{15°} - ZV \tag{2.7}$$

Nun ist die mitteleuropäische Zeit MEZ gleich der mittleren Ortszeit des 15. Längengrades, also $MEZ = MOZ_{15°}$. Damit können wir die Gleichung 2.7 auch so schreiben

$$MOZ = MEZ - ZV$$

wobei der Index λ hier und auch im Folgenden weggelassen wird, wenn keine Verwechslung zu befürchten ist. Auf die Mitteleuropäische Zeit aufgelöst erhält man aus der letzten Formel

$$MEZ = MOZ + ZV$$

Die mittlere Ortszeit MOZ lässt sich mit Hilfe von Gleichung 2.4 durch die wahre Ortszeit WOZ ausdrücken, womit wir die wichtige Formel

$$MEZ = WOZ - ZG + ZV \tag{2.8}$$

erhalten. Mit ihrer Hilfe können wir die Anzeige einer alten Polstabsonnenuhr, welche die wahre Ortszeit WOZ anzeigt, in die moderne mitteleuropäische Zeit MEZ unserer Armbanduhr umrechnen. Die mitteleuropäische Sommerzeit MESZ erhält man, indem man zur MEZ nochmals eine Stunde addiert.

$$\mathrm{MESZ} = \mathrm{WOZ} - \mathrm{ZG} + \mathrm{ZV} + 1\mathrm{h} \tag{2.9}$$

Wir können die vorletzte Gleichung auch auf die wahre Ortszeit auflösen und erhalten dann

$$\mathrm{WOZ} = \mathrm{MEZ} + \mathrm{ZG} - \mathrm{ZV} \tag{2.10}$$

Man beachte:

- Die Zeit*verschiebung* ZV berücksichtigt die *geographische Lage* des betrachteten Ortes innerhalb der Zeitzone. Sie macht 4 Minuten pro Längengrad aus.

- Die Zeit*gleichung* ZG berücksichtigt die im Verlauf des Jahres schwankenden *Länge des natürlichen Tages*. Ihr Wert schwankt zwischen rund −14 Minuten (am 11. Februar) und etwa +16 ½ Minuten (am 3. November).

Diese Gleichung gestattet, die wahre Ortszeit mit Hilfe unserer Armbanduhr zu bestimmen. Wir wollen die Beziehung zwischen den Zeiten mit einem Rechenbeispiel illustrieren: Am 3. August beobachten wir in Zürich eine alte Sonnenuhr, welche für die wahre Ortszeit konstruiert ist. Um zu testen, ob sie in gutem Zustand ist, wollen wir ihre Anzeige mit der Anzeige unserer Armbanduhr vergleichen. Die Sonnenuhr zeigt genau 16 Uhr an.

- Zuerst bestimmen wir die *Zeitverschiebung*. Wikipedia gibt für das Stichwort „Zürich“ die geografische Länge 8° 32' 28" an. Das ergibt eine Differenz zum 15. Längengrad von 6° 27' 32" oder 6.459°. Ein Grad Längendifferenz entspricht einer Zeitverschiebung von 4 Minuten, die Differenz zum 15. Längengrad entspricht somit einer Zeitverschiebung von 6.459 x 4 = 25.836 Minuten = 25 Minuten und 50 Sekunden.

- Den Wert der *Zeitgleichung* für den 3. August entnimmt man einer einschlägigen Tabelle[6]. Er beträgt −6 Minuten 13 Sekunden.

Gemäss Gleichung 2.8 gilt nun MEZ = 16 Uhr −(−6 Minuten 13 Sekunden) + 25 Minuten 50 Sekunden.

Der Wert der Zeitgleichung ist negativ, und dieser muss von der wahren Ortszeit subtrahiert werden. Nach den Regeln der Algebra wird eine negative Zahl subtrahiert, indem man ihren Betrag[7] addiert. Damit erhalten wir MEZ = 16 Uhr + 6 Minuten 13 Sekunden + 25 Minuten 50 Sekunden = 16 Uhr + 31 Minuten + 63 Sekunden.

Nach mitteleuropäischer Zeit ist nun also rund 16:32 Uhr. Nun liegt aber der 3. August mitten im Sommer und damit gilt die Sommerzeit. Wir müssen daher noch eine Stunde dazu zählen. Falls unsere Armbanduhr also nicht ca. 17:32 Uhr anzeigt, so wäre das ein Zeichen, dass die Sonnenuhr nicht korrekt konstruiert ist – oder dass wir unsere Armbanduhr zum Uhrmacher bringen müssen.

Es gibt noch eine elegantere Methode, um wahre Ortszeit in mitteleuropäische Normal- oder Sommerzeit umzurechnen: Man überlässt die Arbeit den für die astronomischen Daten verantwortlichen Leuten auf der Redaktion einer Lokalzeitung. Viele Zeitungen publizieren

[6] zum Beispiel https://prlbr.de/2014/uhrzeit-sonne-im-zenit/zeitgleichung-tabelle
[7] die Zahl ohne das Minuszeichen davor

nämlich täglich die Zeiten der Sonnenaufgangs und des -untergangs gemessen in mitteleuropäischer Zeit. Der wahre Mittag, also 12 Uhr WOZ, liegt genau in der Mitte dieser Zeitspanne. In der Ausgabe der Neuen Zürcher Zeitung vom 3. August wird der Zeitpunkt des Sonnenaufgangs mit 6:06 Uhr und jener des Untergangs mit 20:56 angegeben. Damit beträgt die Länge des lichten Tages 14 Stunden und 50 Minuten. Der Zeitpunkt der Taggesmitte ist daher 6:06 Uhr plus ein halber Lichttag von 7 Stunden und 25 Minuten, also 13:31 Uhr. Wenn es also in Zürich 12 Uhr nach wahrer Ortszeit ist, so ist es nach mitteleuropäischer Sommerzeit 13:31 Uhr. Nun gilt nach der Gleichung 2.9

$$\mathrm{MESZ} = \mathrm{WOZ} - \mathrm{ZG} + \mathrm{ZV} + 1\mathrm{h}$$

Mit MESZ = 13h 31min und WOZ = 12h erhalten wir dann

$$13\mathrm{h}31\mathrm{min} = 12\mathrm{h} - \mathrm{ZG} + \mathrm{ZV} + 1\mathrm{h}$$

Daraus

$$-\mathrm{ZG} + \mathrm{ZV} + 1\mathrm{h} = 1\mathrm{h}31\mathrm{min}$$

Der Einfluss des Datums (ZG), des Ortes (ZV) und der Sommerzeit (1h) machen also zusammen 1 Stunde und 31 Minuten aus. Das ist also der Betrag, der am 3. August in Zürich zur wahren Ortszeit zu addieren ist, um die mitetteleuropäische Sommerzeit desselben Zeitpunktes zu erhalten.

Um nun zu unserem Beispiel zurückzukehren: Wenn die Polstabsonnenuhr die wahre Ortszeit 16 Uhr anzeigt, so zeigt unsere Armbanduhr 16 Uhr + 1h 31min = 17:31 Uhr.[8]

Wir können das hier vorgeführte Verfahren verallgemeinern: Gegeben seien die Zeiten t_a und t_u des Sonnenaufgangs und des Untergangs in mitteleuropäischer Normal- oder Sommerzeit. Dann ist der Zeitpunkt des wahren Mittags in mitteleuopräischer Normal- rep. Sommerzeit gegeben durch

$$t_m = \frac{t_a + t_u}{2}$$

Mit dieser Grösse kann man, wie im Beispiel gezeigt, den Korrekturterm für die Umrechnung der wahren Ortszeit in mitteleuropäische Normal- resp. Sommerzeit berechnen und erhält dann

$$\mathrm{MEZ} = \mathrm{WOZ} + t_m - 12\mathrm{h} \qquad (2.11)$$

Diese Formel gilt genauso für die Sommerzeit, weil die zusätzliche Zeitverschiebung von einer Stunde im Korrekturterm automatisch enthalten ist.

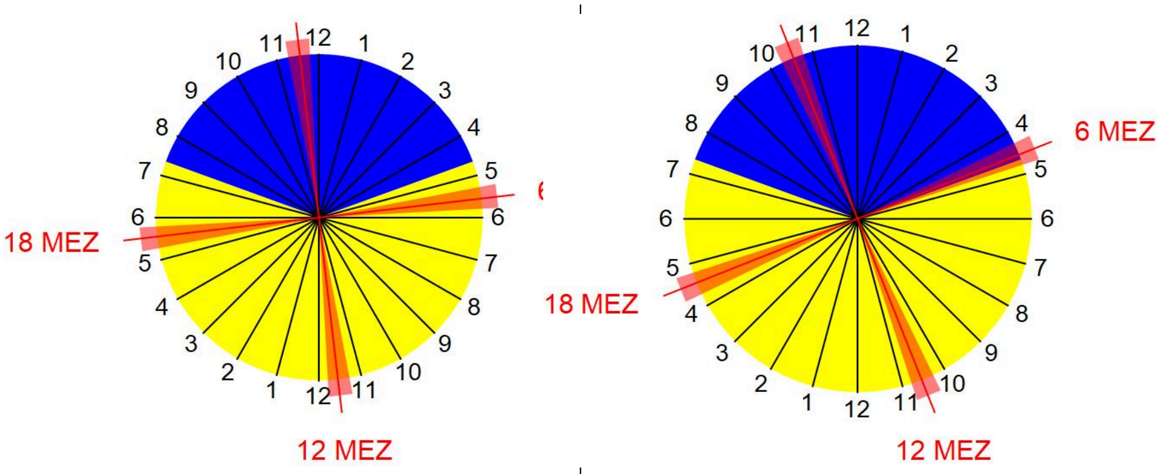
$$\mathrm{MESZ} = \mathrm{WOZ} + t_m - 12\mathrm{h} \qquad (2.12)$$

In den folgenden Grafiken wir der Zusammenhang zwischen der wahren Ortszeit und 12 Uhr mitteleuropäischer Zeit für den Standort Luzern illustriert: Die wahre Ortszeit von Luzern

[8] Die Abweichung von einer Minute gegenüber unserer ersten Rechnung ist wohl verschiedener Rundung zuzuschreiben und im Zusammenhang mit üblichen Sonnenuhren nicht von Bedeutung.

ist als Kreisdiagramm dargestellt. Die Anzeige unserer Armbanduhr in mitteleuropäischer Winter- oder Sommerzeit liegt im rot schraffierften Bereich. Die Position des Bereiches ist durch die Zeitverschiebung gegeben, seine Breite durch die Zeitgleichung.

Abbildung 2.5. 12 Uhr mitteleuropäischer Zeit gemessen in wahrer Ortszeit von Luzern



Winterzeit | Sommerzeit

Man lernt daraus. Wenn eine alte Sonnenuhr eine Zeit anzeigt, die von jener unsere Armbanduhr abweicht, so bedeutet das nicht, dass die Sonnenuhr falsch geht, sie zeigt bloss eine *andere* Zeit an, nämlich die natürliche Zeit des Sonnenlaufes WOZ und nicht unsere auf der Washingtoner Konferenz künstlich definierte MEZ!

Man kann auch Sonnenuhren konstruieren, welche direkt die mittlere Zeit und damit auch die mitteleruopäische Zeit anzeigen. Eine solche braucht jedoch zwingend einen punktförmigen Zeiger, sei es der Schatten der Stabspitze, der Schatten einer aufgesetzten kleinen Kugel oder der durch eine Lochblende erzeugte Lichtpunkt. Näheres erfährt man in Abschnitt 3.6.

2.5. Die Zählung der Stunden

2.5.1. Deutsche oder französische Uhr

Die nördlich der Alpen traditionelle Stundenzählung mit zweimal zwölf Stunden je ab Mittag und ab Mitternacht orientierte sich ursprünglich am astronomisch fundamentalen Ereignis des wahren Mittags, weshalb sie als *astronomische*, oftmals auch als *deutsche* oder als *französische* Uhr bezeichnet wird. Die doppelte Zwölferzählung hat natürlich den Nachteil, dass Zeitangaben für einen bestimmten Tag nicht eindeutig sind. Im Zweifelsfalle muss man daher ausdrücklich sagen, ob 9 Uhr am Vormittag oder 9 Uhr am Abend gemeint ist. Das wurde mit dem Aufkommen der Eisenbahnen mit ihren Fahrplänen und der Telegrafie über Kontinente sehr unhandlich, sodass die International Meridian Conference in Washington D.C. im Jahre 1884 empfahl, generell die in Italien schon immer gebräuchliche, durchgehende 24-Stunden-Zählung zu verwenden. Bei den Schweizer Bahnen wurde diese Empfehlung aber erst mit dem Sommerfahrplan von 1920 umgesetzt. Im Alltag jedoch hat sich die sogenannte gebrochene Zählung von zweimal 12 Stunden bis heute gehalten, und die grosse Mehrheit der Menschen trägt nach wie vor eine Uhr mit dem althergebrachten 12-Stunden-Zifferblatt am Handgelenk, obwohl es seit Jahrzehnten elektronische Armbanduhren mit digitaler 24-Stunden Anzeige gäbe.

2.5.2. Basler Stunden

Eine Kuriosität ist vom nördlichen Ende der Schweiz zu vermelden: Bis zum Neujahr 1799 gingen die Basler Uhren gegenüber den Uhren der umgebenden Kantone und Länder um eine Stunde vor. Am Basler Münster findet man noch heute eine Polstab-Sonnenuhr, die im Prinzip wahre Ortszeit anzeigt, deren vertikale Mittagslinie aber mit der Ziffer 1 beschriftet ist.

Abbildung 2.6. Polstabsonnenuhr am Basler Münster

Die vertikale Mittagslinie ist mit 1 beschriftet!

Das war nicht etwa eine frühe Sommerzeit, sondern galt das ganze Jahr hindurch. Es kursieren verschiedene amüsante Geschichten über den Grund für diesen Brauch, so zum Beispiel, dass die Basler von einem Spion erfahren hätten, dass die Stadt vom Feind angegriffen werden sollte, sobald die Münsteruhr Mitternacht schlage. Um die Angreifer zu verwirren, wurde die Uhr um Halb Zwölf um eine Stunde vor gestellt, womit der Mitternachtsschlag ausblieb und der Feind verwirrt wurde. Im entstehenden Chaos konnte er darauf erfolgreich abgewehrt werden. Danach sei die Uhr nicht mehr zurückgestellt worden.

Der wahre Ursprung dürfte jedoch eher darin liegen, dass in Basel der *Beginn* einer Stunde und nicht deren Ende angezeigt wurde. Wenn wir zum Beispiel heute sagen, es sei 10 Uhr vormittags, dann drücken wir damit aus, dass seit Mitternacht 10 Stunden *verflossen* sind. Die Basler hingegen sagten zum selben Zeitpunkt, nun *beginne* die 11. Stunde.

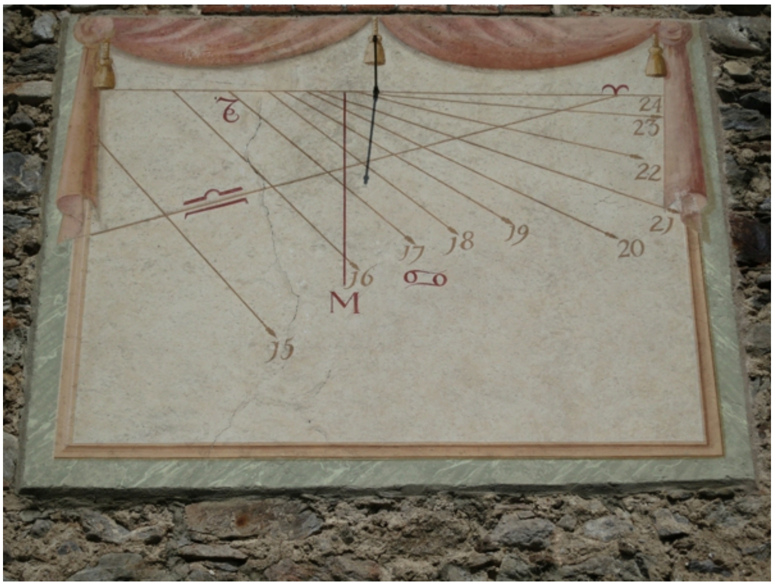
2.5.3. Babylonische Stunden

Für das gewöhnliche Volk war der Sonnenaufgang das natürliche Startsignal für den Tag, denn ab Sonnenaufgang konnte man wieder seiner Beschäftigung nachgehen. Wie schon erwähnt, war das schon die Zählart in der Bibel, die mit den kanonischen Stunden auch im Mittelalter beibehalten wurde. Es gab aber auch eine der Zählung von neuzeitlichen, äquinoktialen Stunden, die mit Sonnenaufgang begann und bis zum nächsten Sonnenaufgang bis 24 durchgezählt wurden. Diese Zählart bezeichnet man als *babylonische Stunden*, obwohl sie bei den alten Babyloniern nachweislich nie in Gebrauch waren. Auf alten Sonnenuhren jedoch findet man sie gelegentlich, wo sie als „Horae babylonicae“ oder als „Horae ab ortu“[9], also „Stunden seit dem Aufgang“, bezeichnet werden.

2.5.4. Italienische Stunden

Manch eine Italienreisende oder manch ein Wanderer im Tessin mag schon überrascht und ratlos vor einer Sonnenuhr wie etwa jener von Mugena im Malcantone (Abbildung 2.7) gestanden sein.

Abbildung 2.7. Sonnenuhr an der Kirche von Mugena im Malcantone



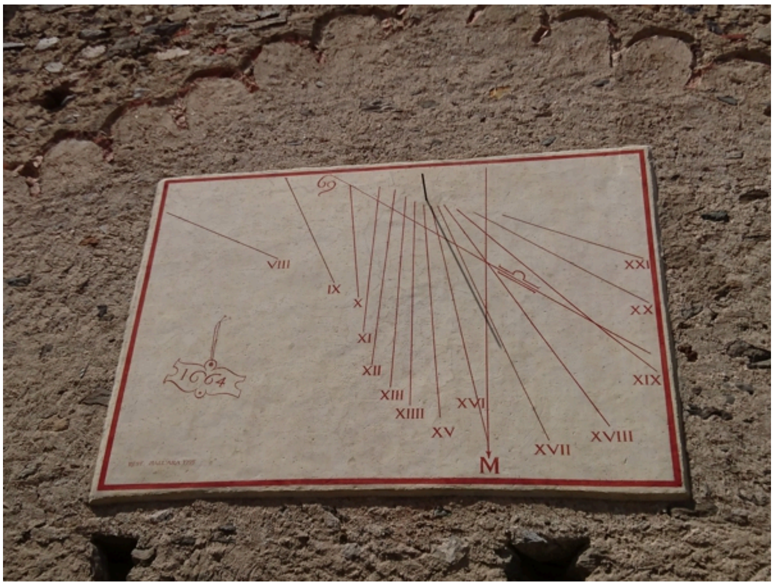
Bürgerliche italienische Stunden oder Ave-Maria-Stunden

Eine Sonnenuhr, deren Anzeige bis 24 Uhr reicht? Selbst im Sonnenland Ticino scheint doch die Sonne nicht bis Mitternacht!

Natürlich nicht! Des Rätsels Lösung ist, dass man südlich der Alpen bis ins 19. Jahrhundert hinein die Stunden auf eine für uns überraschend Art zu zählen pflegte. Man begann nämlich mit der Zählung bei Sonnen*untergang*. Diese Zählung bezeichnet man als *italienische Stunden*, und zwar speziell als „antike“ italienische Stunden. Es gab nämlich noch eine Variante, die sogenannten „bürgerlichen“ italienischen Stunden, die vor allem in der Lombardei verbreitet war, bei welcher mit der Zählung eine halbe Stunde nach dem Sonnenuntergang begonnen wurde. Dann war nämlich die Dämmerung so weit fortgeschritten, dass die Arbeit im Freien niedergelegt werden musste. Zu diesem Zeitpunkt wurde mit einer Kirchenglocke zum Ave Maria-Gebet aufgerufen. Dieses Glockenzeichen war der Start der Stundenzählung, weshalb man diese Variante auch „Ave Maria-Stunden“ nennt. Im Tessin koexistieren beide Varianten: Die Sonnenuhr von Arosio aus dem Jahr 1664 ist für antike italienische Stunden konstruiert (Abbildung 2.8), während die nur 40 Jahre jüngere Sonnenuhr im Nachbardorf Mugena die bürgerliche Zählung verwendete (Abbildung 2.7).

[9] z.B. bei der Sonnenuhr am Gästehaus des Zisterzienserinnenklosters in Eschenbach im Kanton Luzern.

Abbildung 2.8. Sonnenuhr an der Kirche von Arosio im Malcantone

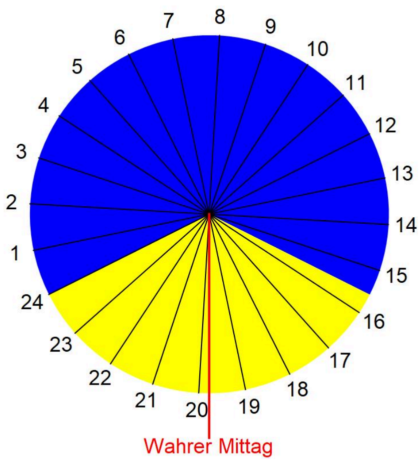


Antike italienische Stunden

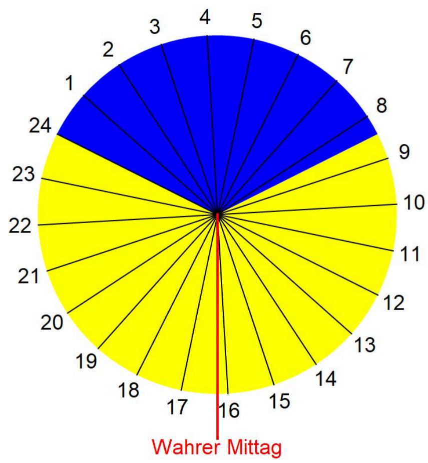
Einer italienischen Sonnenuhr zeigt übrigens die Zeit immer mit der Spitze des Stabschattens an, nicht wie eine Postabsonnenuhr für die wahre Ortszeit, bei welcher der ganze Stabschatten als Zeiger funktioniert.

Es ist eine Besonderheit der italienischen (und der babylonischen) Zeit, dass die Uhrzeit des wahren Mittags natürlich nicht 12 Uhr ist und vor allem im Verlauf des Jahres erheblich schwankte, wie in den folgenden beiden Diagrammen für die beiden Sonnenwendtage in Lugano gezeigt wird. Die mit dem Buchstaben M bezeichnete rote Linie markiert den lokalen wahren Mittag.

Abbildung 2.9. Antike Italienische Stunden in Lugano



Anlässlich der Wintersonnenwende: Wahrer Mittag kurz vor 20 Uhr



Anlässlich der Sommersonnenwende: Wahrer Mittag kurz nach 16 Uhr

Um antike italienische Stunden unsere moderne Zählung, die mitteleuropäische Sommerzeit, umzurechnen, muss man den Zeitpunkt des Sonnenunterganges kennen. Das Vorgehen sei hier an einem Beispiel illustriert:

Nehmen wir an, die Sonnenuhr von Arosio zeige am 21. Mai die Zeit 19 Uhr an. Der Lokalzeitung entnehmen wir, dass im nahen Lugano der astronomische Sonnenuntergang am Vorabend um 20:56 Uhr mitteleuropäischer Sommerzeit stattfand. Somit ist es derzeit nach unserer unserer Zeitrechnung 20 Uhr 56 Minuten plus 19 Stunden minus 24 Stunden also 15:56 MESZ.

Sonnenuhrenfreunde mit höheren mathematischen Kenntnissen können den Zeitpunkt des Sonnenunterganges auch berechnen, wenn keine Angaben aus der Zeitung zur Verfügung stehen. Gemäss Gleichung C.2 im Anhang beträgt der halbe Tagwinkel

$$\tau_{HT} = \arccos(-\tan(\varphi)\tan(\delta))$$

Die geographische Breite von Arosio beträgt $\varphi = 46.05°$ und die Sonnendeklination am Vortag, den 20. Mai 2018 $\delta = 20.02°$. Daher $\tau_{HT} = \arccos(-\tan(46.05°)\tan(20.02°)) = 112.21°$. Die halbe Taglänge beträgt damit (1° Stundenwinkel entspricht 4 min) $t_{HT} = 112.21° \times 4\text{min} = 7.48\text{h}$ entsprechend 7 Stunden und 29 Minuten. Der Sonnenuntergang findet somit 7 Stunden und 29 Minuten nach dem wahren Mittag statt, somit um 19:29 Uhr wahrer Ortszeit. Die mitteleuropäische Sommerzeit erhält man, indem man die Zeitverschiebung gegenüber dem 15. Längengrad dazu addiert, den Wert der Zeitgleichung subtrahiert und eine Stunde für die Sommerzeit addiert. Mit der geographischen Länge $\lambda = 8.90°$ von Arosio erhält man die Zeitverschiebung

$$ZV = (15° - 8.90°) \cdot 4\text{Min} = 24.4\text{Min}$$

Der Wert der Zeitgleichung betrug an diesem Tag laut Tabelle ZG = 3.2 Minuten. Damit wäre der rechnerische Sonnenuntergang um 19 : 29 Uhr plus 24.4 Minuten minus 3.2 Minuten plus 1 Stunde, also um 20 : 50 Uhr.

Die 6 Minuten Differezn zur Zeitangabe in der in der Tageszeitung lässt sich dadurch erklären, dass die publizierte Zeit sich auf das Verschwinden des oberen Sonnenrandes bezieht und auch die Lichtbrechung in der Atmosphäre berücksichtigt, während die Berechnung mit Hilfe des Halbtagswinkel sich auf das Zentrum der Sonnenscheibe bezieht und die Lichtbrechung ausser Acht lässt. Die Zeitverschiebung von Arosio gegnüber Lugano von etwa 20 Sekunnden kann vernachlässigt werden.

Weil es für die Südländer schwierig war, den Zeitpunkt für des Mittagessen, der sich ja – ausgedrückt in italienischen Stunden – im Verlauf des Jahres dauernd verschiebt, wurde auf dem Zifferblatt in der Regel auch noch die vertikale Linie für den Wahren Mittag, welche meisten mit dem Buchstaben „M“ markiert ist, angebracht. Zusätzlich findet man häufig noch eine weitere Gerade, die quer über das Zifferblatt läuft und mit dem Tierkreiszeichen des Widders und der Waage gekennzeichnet ist; es handelt sich um die Tagesbahn des Schattens des Zeigerpunktes an den beiden Tagundnachtgleichen, wenn also die Sonnen in das Zeichen des Widders (20. März) respektive der Waage (23. September) eintritt. Mit Hilfe der Mittagslinie und der Geraden für die Tagundnachtgleiche kann man die beiden Varianten von italienischen Sonnenuhren einfach unterscheiden. Auf ihren Schnittpunkt fällt nämlich am wahren Mittag der beiden Tagundnachtgleichen der Schatten des Zeigerpunktes. An diesen Tagen dauert die Zeit von Sonnenuntergang bis Mitternacht 6 Stunden. Am Wahren Mittag einer Tagundnachtgleiche zeigt daher eine Sonnenuhren mit *antiken* italienischen Stunden 18 Uhr, eine solche mit *Ave Maria*-Stunden hingegen 17:30 Uhr, weil die Zählung der letzten eine halbe Stunde später begann. Man vergleiche diesbezüglich die Uhr von Arosio von Abbildung 2.8 mit jener von Mugena in Abbildung 2.7.

Sonnenuhren für die italienischen (oder für die babylonischen) Stunden benötigen zwingend einen punktförmigen Zeiger, weil ihre Anzeige von der Jahreszeit und damit von der Sonnendeklination abhängt. Details dazu werden in Abschnitt 3.5 erläutert.

Wenn Sie nun von den italienischen Stunden etwas irritiert sind, sind Sie in bester Gesellschaft: Auch Johann Wolfgang von Goethe enervierte sich darüber und fügte seinen „Italienische Reisen“ Tabellen für die Umrechnung in die nördlich der Alpen übliche Stundenzählung an.

Gegen Ende des 18. Jahrhunderts wechselte man in auch im Süden auf den «orologio oltremontano»[10]. Dass das nicht immer reibungslos über die Bühne ging, überliefert uns der für seine amourösen Abenteuer berüchtigten venezianische Schriftsteller Giacomo Casanova (1725 - 1798) in seinen «Mémoires» in einem kleinen Dialog: "Jetzt sind wir in einen unglaublichen Wirrwarr hineingeraten, und seit drei Monaten weiss in Parma kein Mensch mehr, wieviel Uhr es ist". "Hat man denn die Uhren zerstört?", fragt sein Gegenüber. "Das nicht. Aber seit Gott die Welt erschaffen hat, ist die Sonne stets um dreiundzwanzigeinhalb Uhr untergegangen, um vierundzwanzig Uhr hat man das Angelus geläutet und alle frommen Leute zündeten die Kerze an. Jetzt aber spielt die Sonne verrückt, denn sie geht jeden Tag zu einer anderen Zeit unter …".

In den südlichen Alpentälern hielt sich die Tradition der italienischen Zählung noch weit bis ins 19. Jahrhundert hinein. In Lugano wurden zwar in amtlichen Publikationen im Jahr 1818 auf die deutsche Zählung umgestellt, doch in den Valli hielt sich die traditionelle Uhr zum Teil bis zum Ende des 19. Jahrhunderts. Die meisten Sonnenuhren im Tessin, die in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts erstellt wurden, zeigten aber schon beide Zählungen an. Zum Schmunzeln sind die Argumente, welche von der Landbevölkerung gegen die neue Stundenzählung angeführt wurden: "Wie sollen wir denn wissen, wann Mitternacht ist! Den Einbruch der Dämmerung aber kann jeder, der Augen hat, leicht erkennen".

[10] d.h. "Die Uhr von jenseits der Berge"

Kapitel 3. Kleine Sonnenuhrenlehre

Eine Sonnenuhr ist im Prinzip ein astronomisches Instrument, mit dem man die Position der Sonne am Himmel messen und aus ihr die Tageszeit und möglicherweise weitere Informationen wie das Datum oder die Länge des lichten Tages gewinnen und darstellen kann. Weil man die Sonne ohne speziellen Augenschutz nicht direkt anvisieren kann, zieht man zu diesem Zweck seit Menschengedenken den Schatten eines Stabes oder eines anderen Gegenstandes heran. Die Lehre von den Sonnenuhren heisst in der Fachsprache die *Gnomonik*. Das Wort leitet sich vom griechischen Wort «Gnomon» ab, welches wörtlich übersetzt «der Wissende» heisst. Das Wort wurde von den alten Griechen im Sinne von «Der die Zeit kennt» als Bezeichnung für den Schattenstab einer Sonnenuhr verwendet.

Der Stand der Sonne am Himmel zu einem bestimmten Zeitpunkt ist vom Beobachtungsstandort abhängig – es ist ja allgemein bekannt, dass die Sonne am Mittag nahe beim Äquator höher steht als am Nordkap. Jede Sonnenuhr muss daher individuell für ihren Standort berechnet werden und ist damit ein Unikat. Der erste Arbeitsschritt eines Sonnenuhrmachers besteht daher darin, den Standort der Sonnenuhr mathematisch zu erfassen. Der erste Abschnitt dieses Kapitels ist diesem Problem gewidmet.

Im Laufe der Jahrhunderte haben viele findige Köpfe zum Teil sehr ausgeklügelte Geräte für die Messung der Sonnenzeit ausgedacht. Im öffentlichen Raum haben sich aber nur wenige Typen von breit durchgesetzt. Mit Abstand am häufigsten trifft man Sonnenuhren an vertikalen Wänden von Gebäuden, weil diese aus Distanz gut abgelesen werden können. In den restlichen Abschnitten dieses Kapitels werden die wichtigsten Typen besprochen. Leserinnen und Leser, die sich für ausgefallenere Konstruktionen interessieren, seien auf die Spezialliteratur verwiesen.

3.1. Der Standort der Sonnenuhr

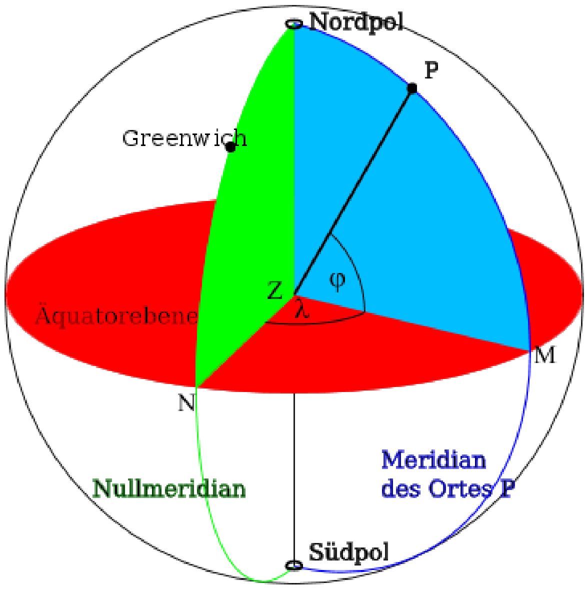
Einen Ort auf der Erdoberfläche beschreibt man mit seinen „geografischen Koordinaten“. Dieses Konzept hat schon der bedeutendste Astronomen und Geograf des Altertums, Claudius Ptolemäus, im 2. Jahrhundert n. Chr. ersonnen:

Wir stellen uns die Erde vereinfachend als ideale Kugel vor. Um einen Ort P auf deren Oberfläche zu beschreiben, benötigen wir zwei Angaben:

1. Ein Mass für die Lage in nord-südlicher Richtung
2. Ein Mass für die Lage in ost-westlicher Richtung.

Als dritte Dimension käme die Höhe über dem Meeresspiegel dazu, doch ist diese für die Theorie der Sonnenuhren nicht von Bedeutung.

Abbildung 3.1. Geografische Koordinaten eines Punktes auf der Erdoberfläche



Geografische Länge λ und Breite φ

Als Mass für die „Nördlichkeit" eines Ortes P auf der nördlichen Halbkugel könnte man zum Beispiel seine Entfernung vom Äquator verwenden. Schon Ptolemäus hat aber erkannt, dass es praktischer ist, statt mit Distanzen mit Winkeln zu arbeiten. Zu diesem Zweck verbindet man in Gedanken den Ort P auf der Erdoberfläche mit dem Erdzentrum Z und ebenso den Schnittpunkt M des Ortsmeridiansvon P und des Äquators. Dann ist der Winkel $\varphi = < MZP$ ein Mass für die nord-südliche Lage. Dieser Winkel heisst die *geografische Breite*. Für einen Ort auf dem Äquator ist die geografische Breite 0°, auf der nördlichen Halbebene ist sie positiv und für den Nordpol gilt $\varphi = 90°$. Für Punkte auf der südlichen Halbkugel verwendet man negative Winkel, für den Südpol ist also $\varphi = -90°$. Die Schweiz liegt zwischen den geografischen Breiten 45°49' (Chiasso TI) und 47°49' (Bargen SH).

Während man für die Beschreibung der nord-südlichen Lage die Äquatorebene als natürliche Bezugsebene heranziehen kann, gibt es keine naheliegende, natürliche Ebene, von der aus man die ost-westliche Position messen könnten. Man ist daher gezwungen, eine solche künstlich zu definieren. Dazu müssen wir etwas weiter ausholen: Betrachten wir wieder den Ort P auf der Erdoberfläche. Die Ebene, welche die Erdachse und P enthält, heisst die „Meridianebene" von P (im Bild blau). Die Meridianebene schneidet die Erdoberfläche in einem Kreis. Jener Halbkreis, der durch den Nordpol und den Südpol begrenzt wird und der P enthält, heisst der „Meridian" von P.

Nun zeichnet man den Meridian eines im Prinzip frei gewählten Punktes als Referenz aus, den sogenannte „Nullmeridian" (im Bild grün). Während Ptolemäus zu diesem Zweck den Meridian des westlichsten Punktes der damals bekannten Welt, eines Ort auf den Kanarischen Inseln, benützte, verwendete später fast jede zur See fahrende Nation ihren eigenen Nullmeridian. Erst 1884 wurde auf der International Meridian Conference in Washington D.C. der Meridian der Sternwarte von Greenwich verbindlich als globale Referenz festgelegt. Wir bezeichnen nun den Schnittpunkt des Nullmeridians mit dem Äquator mit N. Dann heisst der Winkel $\lambda = < NZM$ die *geografische Länge* von P. Dabei werden Längen von Orten östlich von Greenwich positiv, jene von westlicheren Orten hingegen negativ gezählt. Die Schweiz liegt zwischen den Längen 5°58' (Chancy GE) und 10°30' (Piz Cavalatsch im Val Müstair GR).

Wenn man einen Ort mit seinen beiden geografischen Koordinaten beschreibt, wird die Breite zuerst genannt und mit dem Buchstaben N (für Nord) gekennzeichnet, die Länge entsprechend mit dem Buchstaben E (für das englische Est = Osten). Die geografischen Koordinaten von Luzern gibt man zum Beispiel mit 47°3' N 8°18' E an. Für die praktische Rechnung ist die historisch überlieferte Gradunterteilungen in Minuten und Sekunden unpraktisch, man zieht Dezimalbrüche von Graden vor. Für Luzern sähe das dann so aus: 47.05°N 8.3° E. Der Internationale Standard für den Austausch geografischer Daten, die auf dem System von Längen und Breiten beruhen, heisst *WGS84*[1]. Ortskoordinaten nach diesem Format können zum Beispiel direkt in Google Earth eingegeben werden.

Für kleinere Gebiete der Erde sind manchmal die geografischen Winkel nicht so praktisch. Auf den offiziellen Karten der einzelnen Länder werden daher in der Regel eigene, dem Land angepasste und auf Distanzen statt Winkeln beruhende Koordinaten verwendet, so auch auf den Karten des Schweizerischen Bundesamtes für Landestopografie swisstopo. Diese stützen sich auf das im Jahre 1903 eingeführt System *CH1903*, welches auch *LV03* (für Landesvermessung 1903) oder *Swiss Grid* genannt wird.

3.2. Kanoniale Sonnenuhren

Wie im (Abschnitt 2.1) erwähnt, haben schon die Babylonier, und im Gefolge auch die Griechen und dann die Römer, den lichten Tag in zwölf Teile eingeteilt. Diese so genannten Temporalstunden waren im Verlauf des Jahres ungleich lang, weil der lichte Tag im Winter viel kürzer ist als im Sommer. Die Details wurden im Abschnitt 2.1 erläutert. Um die Gebetszeiten in diesem System zu bestimmen, verwendeten die Mönche einen Vorläufer unserer heutigen Sonnenuhren, die sogenannte *kanoniale* oder *kanonische* Sonnenuhr.

Abbildung 3.2. Kanoniale Sonnenuhr

An einem Pfeiler neben dem Südeingang zur Liebfrauenkirche in Gernsbach (Deutschland)

[1]Dieser Standard beruht allerdings nicht auf einer idealen Kugel und ist auch sonst noch viel differenzierter definiert. Für unsere Zwecke genügt aber das hier beschriebene, einfache Modell.

Eine kanoniale Sonnenuhr ist immer an einer Südwand angebracht, und der Schattenstab steht senkrecht zur Wand. Er liegt also einerseits in einer horizontalen Ebene und andererseits in der vertikalen, lokalen Meridianebene. Die Stundenlinien entspringen strahlenförmig dem Stabfusspunkt und bilden so zwölf gleiche grosse Sektoren. In der Regel sind die Linien nicht mit Ziffern gekennzeichnet, weshalb die Bezeichnung "Zifferblatt" streng genommen nicht angebracht wäre.

Wenn nun die Sonne am Morgen über dem Horizont erscheint, so fallen die Sonnenstrahlen horizontal ein und der Stabschatten fällt vom Stabfusspunkt aus horizontal nach Westen auf die oberste Stundenlinie der linken Seite[2]. Am wahren Mittag dann steht die Sonne in der Meridianebene, so dass der Schatten vom Stabfuss aus senkrecht nach unten auf die mittlere Stundenlinie fällt, und bei Sonnenuntergang schliesslich scheint die Sonne horizontal von Westen, womit der Stabschatten horizontal nach Osten auf die oberste Linie rechts fällt. Eine so konstruierte Sonnenuhr teilt offenbar die Zeitspanne vom Sonnenaufgang bis zum Untergang in zwölf Abschnitte, zeigt also Temporalstunden an. Bei Klostersonnenuhren waren es manchmal auch nur vier Sektoren, deren Trennungslinien dann die Gebetszeiten (von links nach rechts) Laudes, Terz, Sext, Non und Vesper anzeigten.

Allerdings sind die Zeitabschnitte, in denen der Schatten von einer Stundenlinie zur nächsten wandert, nicht von genau gleicher Dauer. Der Grund dafür ist, dass die Ebene, in der sich die Sonne über den Himmel bewegt, nicht senkrecht zum Schattenstab steht – aber so genau hat man es mit den Bet- und Arbeitszeiten damals nicht genommen. Die „Stunden“ waren ja zwischen Sommer und Winter wegen der unterschiedlichen Tageslängen sowieso noch viel grösseren Schwankungen unterworfen.

Im Folgenden wenden wir uns nun den so genannt neuzeitlichen Sonnenuhren zu, die im Verlauf des Tages gleich lange Stunden anzeigen, und welche im Abendland etwa ab 1500 in Gebrauch kamen.

3.3. Sonnenuhren für die wahre Ortszeit

Im Abschnitt 2.2 wurde gezeigt, dass die wahre Ortszeit eigentlich bloss ein anderes Mass für den Stundenwinkel der Sonne ist. Der Stundenwinkel ist der Winkel, um welchen sich die Erde seit dem Zeitpunkt des lokalen wahren Mittags um ihre eigene Achse gedreht hat, respektive bis zum wahren Mittag noch drehen wird. Wie aber misst man diesen Winkel?

3.3.1. Ein Erdmodell als Sonnenuhr

Zum besseren Verständnis bauen wir ein Modell unserer Erde, welches sich absolut parallel und synchron zur echten Erde durch das Weltall bewegt. Dann können wir bei Sonnenschein jederzeit beobachten, wo und aus welcher Richtung auf der echten Erde gerade die Sonne scheint. Das Modell besteht, wie im linken Bild von Abbildung 3.3 gezeigt, aus einem käuflichen Erdglobus.

[2] Das ist allerdings nur im Winterhalbjahr der Fall, denn im Sommer geht die Sonne im Nordosten auf und bescheint zu diesem Zeitpunkt die Südwand noch nicht.

Abbildung 3.3. Ein Globus als Sonnenuhr

Ein Globus als paralleles Modell der Erde

Die Sonnenuhr für die wahre Ortszeit: Die Polachse wirft ihren Schatten auf das am Nordpol tangential angebrachte Zifferblatt.

Zuerst richten wir Polachse des Modelles parallel zur echten Erdachse aus. Wir rufen uns in Erinnerung (siehe Abschnitt 1.2), wie das geht. Die lokale Polachse, also die Parallele zur Erdachse durch unseren Standort, erfüllt zwei Kriterien:

1. Sie liegt in der örtlichen Meridianebene, das heisst, in einer vertikalen Ebene, welche von Süden nach Norden verläuft.
2. Der Winkel φ zwischen der Polachse und der horizontalen Ebene ist gleich der geografischen Breite des Standortes.

Nachdem die Modellachse wie beschrieben ausgerichtet ist, müssen wir noch dafür sorgen, dass die Horizontebene unseres Modellstandortes (= Tangentialebene am Modellstandort) parallel zur echten Horizontebene zu liegen kommt. Zu diesem zweck drehen wir den Modellglobus so um seine Polachse, dass unser Modellstandort auf den höchsten Punkt zu liegen kommt. Die Tangentialebene ist nun horizontal und damit parallel zur echten Horizontebene. Als Modell von uns selber wurde im Bild links von Abbildung 3.3 ein rotes Spielmännchen am Modellstandort aufgestellt, welches damit parallel zu uns selber ist (falls wir aufrecht stehen).

Die besonnten Teile des Modellglobus stellen nun jene Erdteile dar, in denen derzeit Tag ist, in den nicht besonnten Gebieten herrscht Nacht. Im Bild ist ersichtlich, dass im Westen von Nordamerika und im mittleren Südamerikas derzeit gerade die Sonne aufgeht.

Dieses Erdmodell können wir nun als Sonnenuhr verwenden. Die wahre Ortszeit an unserem Standort ist nämlich durch den Winkel bestimmt, um welchen sich die Erde seit unserem wahren Mittag gedreht hat (am Nachmittag), respektive um welchen Winkel sie sich bis zum wahren Mittag noch drehen muss (am Vormittag). Wir lesen also am Erdmodell ab, wo auf der Erde derzeit gerade wahrer Mittag ist, wo also die Sonne senkrecht auf unser Modell scheint. Um diesen Punkt zu lokalisieren, können wir das Spielmännchen auf dem Globus an jenen Punkt verschieben, an dem es keinen Schatten mehr wirft, weil die Sonne senkrecht auf seinen Kopf scheint. Auf dem Globus im linken Bild Abbildung 3.3 war das ein Ort im Sudan etwa auf dem 30. Längengrad (im Bild nicht sichtbar). Das bedeutet, dass zu diesem Zeitpunkt auf dem ganzen 30. Längengrad gerade wahrer Mittag war. Das Erdmodell stand in der Zentralschweiz bei einer geografische Länge von rund 7°, also 23° westlich vom 30. Längengrad. Das wiederum bedeutet, dass sich die Erde noch um 23° drehen muss, bis dann bei uns wahrer Mittag ist. Für eine Drehung um 1° braucht die Erde 4 Minuten und somit für die 23° noch 92 Minuten oder eine Stunde und 32 Minuten. Mit anderen Worten: An unserem Standort ist es nach wahrer Ortszeit 10 Uhr und 28 Minuten.

3.3.2. Die Äquatorsonnenuhr

Dieses Verfahren ist offensichtlich nicht sehr genau und die Kopfrechnung mühsam! Doch es gibt eine einfachere Lösung: Wir müssen nämlich nicht den genauen Ort des vertikalen Sonnenscheins wissen, sondern nur dessen Längengrad. Diesen können wir anhand des Schattens, den die verlängerte Achse des Modells wirft, leicht bestimmen. Wir montieren daher am Nordpol unseres Erdmodells tangential eine Scheibe mit einer Winkelskala wie bei einem Transporteur. Dabei können wir gleich auch noch das zweite Problem, die Kopfrechnerei, umgehen, indem wir die Winkelskala in 15°-Schritte einteilen, welche jeweils einer Stunde Drehzeit der Erde entsprechen. Die Linien werden aber nicht in Winkelgrad, sondern direkt mit den entsprechenden Uhrzeiten angeschrieben. Im Zeitpunkt des wahren Mittags an unserem Standort steht die Sonne in der Meridianebene im Süden. Die Meridianebene enthält nun auch die Erdachse, und so fällt der Schatten der Modellachse genau nach Norden. Wir richten daher das Messinstrument so ein, dass die 12-Uhr-Marke in die Meridianebene auf der Nordseite der Polachse zu liegen kommt, wie das rechte Bild von Abbildung 3.3 zeigt. Nun können wir die wahre Ortszeit am Zifferblatt ablesen. Im Bild ist das etwa 10:30 Uhr.

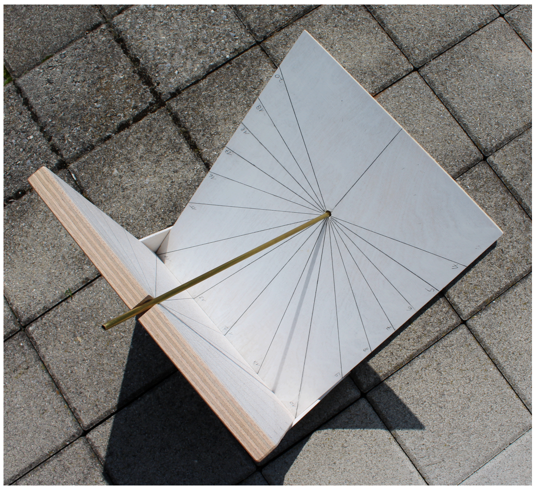
Eine weitere Vereinfachung erlaubt die Feststellung, dass wir nun eigentlich auf die Details des Modellglobus verzichten können, denn wir brauchen nur noch die Polachse als Schattenwerfer und ein zu ihm senkrecht stehendes Zifferblatt. Dafür genügt ein abstraktes Erdmodell, das aus der Polachse und der Äquatorebene besteht. In der Äquatorebene wird das Zifferblatt mit Stundenlinien wie beim kleinen Zifferblatt am Nordpol angebracht. Die Skala ist einfach zu konstruieren:

1. Die 12-Uhr-Linieverläuft vom Durchstosspunkt des Polstabes aus in der Falllinie nach unten.

2. Die übrigen Stundenlinien gehen strahlenförmig ebenfalls vom Durchstosspunkt aus und folgen sich in einem Winkelabstand von 15°.

Abbildung 3.4. Die Sonnenuhr

Das abstrakte Erdmodell bestehend aus Polachse und Äquatorebene



Das Zifferblatt der Äquatorialsonnenuhr

Ein Stab, der parallel zur Erdachse montiert ist, spielt eine zentrale Rolle für Sonnenuhren, welche die wahre Ortszeit anzeigen. Seine Verlängerung zeigt auf denselben Punkt am Himmel auf den die echte Erdachse zuläuft. Dieser Punkt heisst *Himmelsnordpol*, er liegt ganz nahe beim *Polarstern*. Der Stab, der die Globusachse in unserem Modell darstellt, ist ein Messingröhrchen. Wenn wir also nächtens durch dieses Röhrchen gucken würden, würden wir den Polarstern sehen. Einen so beschrieben aufgestellten Stab nennt man einen *Polstab*.

Ein Polstab als Schattenwerfer zusammen mit einem Zifferblatt, das parallel zur Äquatorebene ausgerichtet ist, bildet eine sogenannte *Äquatorialsonnenuhr*oder *Äquatorsonnenuhr*.

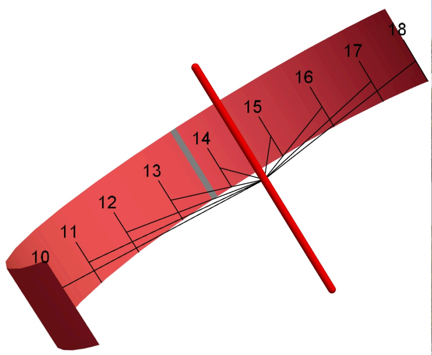
Zur Auflockerung nach der anstrengenden Theorie wird im folgenden Bild eine Äquatorialsonnenuhr gezeigt, welche mit einfachsten Mitteln improvisiert worden ist.

Abbildung 3.5. Simple Äquatorialsonnenuhr mit ebenem Zifferblatt

Ein Wagenrad mit zwölf Speichen ist so aufgestellt, dass der Stab, der als Nabe für das Rad dient, einen Polstab bildet. Das Rad selber liegt dann in der Äquatorebene. Es wird so gedreht, dass eine der Speichen zum Auflagepunkt des Rades am Boden führt. Diese Speiche stellt die Stundenlinie für 12 Uhr WOZ dar. Weil das Rad zwölf Speichen hat, beträgt der Abstand zwischen den Speichen 30°, was zwei Stunden entspricht. Die obige Installation ist somit etwa eine viertel vor zwei Uhr nachmittags wahrer Ortszeit fotografiert worden.

Die Äquatorsonnenuhr mit ebenem Zifferblatt, wie eben beschrieben, hat nun eine Besonderheit, die ihren Nutzen etwas einschränkt: Das Zifferblatt liegt ja, wie gesagt, in der Äquatorebene, und anlässlich der beiden Tagundnachtgleichen steht die Sonne selber in dieser Ebene. Die Sonne scheint dann also auf die Kante der Zifferblattebene, weshalb die Uhr an diesen und an ein paar Tagen vor- und nachher nicht oder nur schwer abgelesen werden kann. Im Winterhalbjahr steht die Sonne zudem unterhalb der Äquatorebene, und die Äquatorsonnenuhr muss auf der Unterseite abgelesen werden, was mühsam ist. Diese Nachteile kann man umgehen, indem man das Zifferblatt konstruktiv anders gestaltet, nämlich als zylindrischen Ring, wie in Abbildung 3.6 gezeigt.

Abbildung 3.6. Die Äquatorialsonnenuhr mit zylindrischem Zifferblatt



Das Prinzip

Grosse Äquatorialsonnenuhr in einem Verkehrskreisel in Schindelegi

Die Fachleute nennen diesen Typ *Zylindrische Äquatorialsonnenuhr* oder *Äquatorialsonnenuhr mit Ringzifferblatt*.

Diese Bauform ist zwar einfach zu berechnen und recht genau, hat aber auch Nachteile:

- Fertigung und Montage des zylindrischen Zifferblattes sind aufwendiger als das ebene und müssen mit hoher Präzision ausgeführt werden.
- Sie muss auf einem freien, gut besonnten Platz aufgestellt werden, erfordert einigen Raum und könnte dort im Weg stehen.

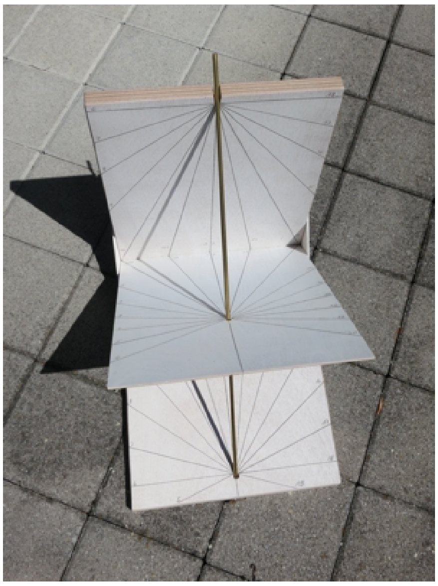
Vor allem wegen dem letzten Punkt zieht man im öffentlichen Raum meist ebene Wandsonnenuhren vor, die im nächsten Abschnitt diskutiert werden.

Die Äquatorsonnenuhr darf mit Fug und Recht als die Mutter der Sonnenuhren bezeichnet werden. Ihr Zifferblatt ist einfach zu konstruieren und dient als Ausgangspunkt für die Konstruktion anderer Sonnenuhrtypen für die wahre Ortszeit, wie in den folgenden Abschnitten gezeigt wird.

3.3.3. Die horizontale Uhr und die vertikale Süduhr

Wir betrachten nun nochmals unserer Elementarsonnenuhr (Abbildung 3.7) . Die vertikale Rückwand ist genau nach Süden ausgerichtet.

Abbildung 3.7. Konstruktion der vertikalen Süduhr



Äquatorsonnenuhr und vertikale Süduhr

Dort, wo eine Stundenlinie des Äquatorzifferblattes auf die vertikale Rückwand trifft, fällt der Schatten des Polstabes zur entsprechenden Stunde hin. Zudem verläuft der Schatten auf der Rückwand natürlich durch den Durchstosspunkt des Stabes durch die Wand. Mit diesen zwei Punkten lässt sich die entsprechende Stundenlinie für den Stabschatten auf der Rückwand leicht zeichnen. Für die Stundenlinien, die nicht nahe genug bei der Mittagslinie liegen, muss man für die Konstruktion die beiden Ebenen geeignet seitlich erweitern.

Mit derselben Überlegung kann man auch ein Zifferblatt auf der horizontalen Bodenplatte konstruieren, wobei statt des Durchstosspunktes durch die Rückwand der Fusspunkt des Stabes zu verwenden ist. Im folgenden Bild werden die Horizontaluhr und die vertikale Süduhr gezeigt.

Abbildung 3.8. Vertikale Süduhr und horizontale Uhr

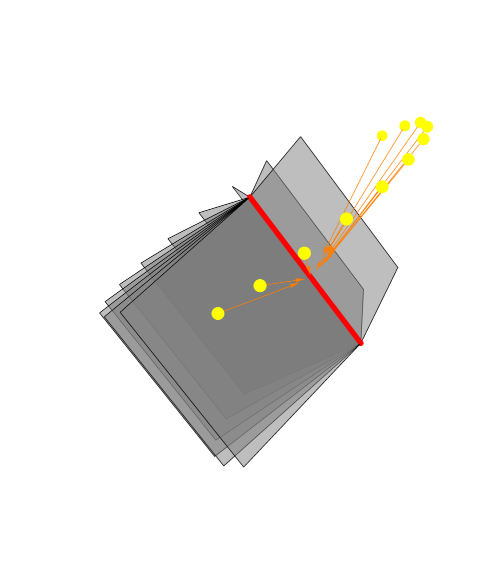
3.3.4. Die Sonnenuhr an einer beliebigen Wand

Dass eine genau nach Süden ausgerichtete Wand für die Sonnenuhr zur Verfügung steht, ist eher ein Glücksfall – die Gebäude werden ja nicht nach den Bedürfnissen der Sonnenuhrenbauer konzipiert. Wir überlegen nun, wie das Zifferblatt für den Schatten eines Polstabes an einer beliebigen Wand aussehen muss.

Man kann es man nicht genug betonen: Der Polstab einer Sonnenuhr liegt immer in der Meridianebene und bildet mit der horizontalen Ebene einen Winkel, der gleich der geografischen Breite des Standortes ist – unabhängig davon, an welcher Wand er befestigt ist! Alle korrekten Polstäbe auf unserer Erde sind daher parallel untereinander und parallel zur echten Erdachse.

Wir stellen uns nun zuerst einen frei im Raum schwebenden Polstab vor. Infolge der Erdrotation dreht die Sonne am Himmel scheinbar eine Bahn, deren Ebene senkrecht zum Polstab steht, also wie wenn sie auf einem riesigen Rad, dessen Nabe irgendwo auf der Verlängerung des Polstabes liegt, montiert wäre (siehe Abbildung 1.3). Der Stab erzeugt nun auf der der Sonne abgewendeten Seite eine Art Schattenfahne, die mit der Sonne im Gleichschritt um den Stab wandert, und zwar mit 15° pro Stunde. In Abbildung 3.9 sind diese Schattenfahnen im Abstand von einer Stunde dargestellt.

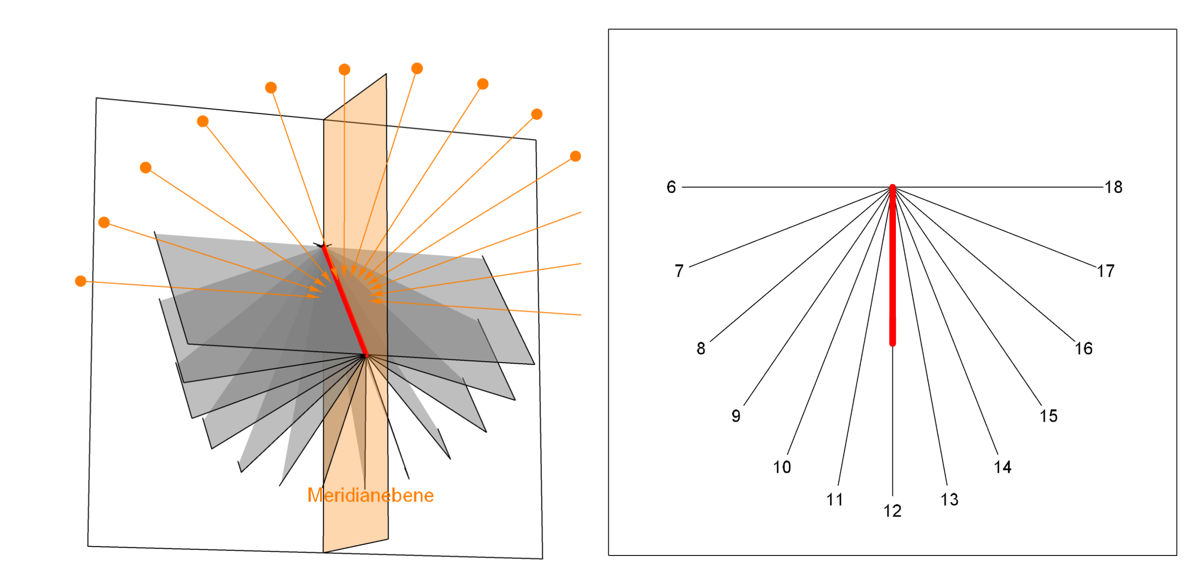
Abbildung 3.9. Der Schatten des Polstabes



Schattenfahnen in stündlichem Abstand.

Nun stellen wir in Gedanken die ebene Fläche in das Schattenbüschel, welche das Zifferblatt tragen soll. Die Spuren der stündlichen Schattenebenen auf der Zifferblattwand stellen dann die Stundenlinien des Zifferblattes dar. Das Verfahren wird im folgenden Bild für eine exakt nach Süden orientierte Wand illustriert.

Abbildung 3.10. Konstruktion einer vertikalen, exakt nach Süden ausgerichteten Sonnenuhr für die wahre Ortszeit



Nach Süden ausgerichtete Zifferblattebene im Schattenbüschel

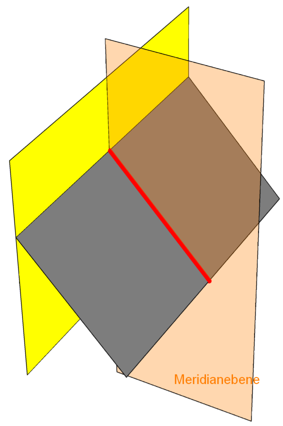
Resultierendes Stundenlinienbild

Man beachte, dass sich die Stundenlinien auf dem vertikalen Zifferblatt nicht, wie beim Äquatorzifferblatt, in gleichem Winkelabstand folgen. Bei der oben konstruierten Süduhr sind sie in der Umgebung von 12 Uhr etwas dichter als in der Umgebung von 6 Uhr und oder 18 Uhr.

Es sei noch auf zwei weitere Besonderheiten hingewiesen, auf die wir später zurück kommen:

- Die Stundenlinie für 12 Uhr fällt vom Durchstosspunkt des Polstabes durch die Zifferblattebene, dem sogenannten Stabfuss aus senkrecht nach unten. Dass das bei einem vertikalen Zifferblatt so sein muss leuchtet sofort ein, wenn wir bedenken, dass die Sonne am wahren Mittag definitionsgemäss in der Meridianebene liegt, in welcher auch der Polstab liegt. Nun ist die Meridianebene ja vertikal und schneidet daher die ebenfalls vertikale Zifferblattwand in einer vertikalen Geraden.
- Die Stundenlinien für 6 Uhr morgens und 6 Uhr abends sind horizontal. Das wird verständlich, wenn man bedenkt, dass beide Zeitpunkte sechs Stunden vom wahren Mittag entfernt sind. Weil die Sonne pro Stunde um 15° weiter um die Achse dreht, ergibt das in den sechs Stunden 90°. Sie liegt zu diesen beiden Zeiten daher in einer Ebene, welche mit der Meridianebene einen rechten Winkel bildet. Die 6-Uhr-Schattenebene des Polstabes ist dann in einer Lage wie das Vordach an einer Hauswand. Sie schneidet die vertikale Wand horizontal, wie im folgenden Bild ersichtlich ist.

Abbildung 3.11. Die 6-Uhr-Linie an einer Südwand



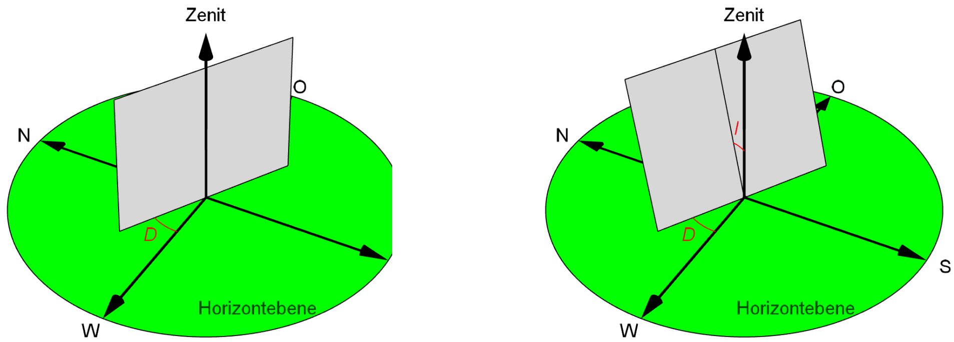
Der Polstab (rot) erzeugt um 6 Uhr morgens und 6 Uhr abends die graue Schattenebene. Auf einer genau nach Süden ausgerichteten,vertikalen Wand (gelb) erzeugt sie eine horizontale Schattenlinie.

Nun wenden wir uns dem Zifferblatt an einer nicht nach Süden ausgerichteten Wand zu. Die Orientierung einer solchen Ebene im Raum kann man mit zwei Winkeln beschreiben:

- Im einfacheren (und häufigen) Fall handelt es sich um eine senkrechte Wand, die jedoch nicht genau nach Süden ausgerichtet ist. Den Winkel D, um den die Wand gegenüber einer Südwand abgedreht ist, nennt man die *Abweichung* oder mit einem Fremdwort *Deklination* des Zifferblattes (siehe Bild links in Abbildung 3.12). Für mathematische Zwecke werden Abweichungen nach Westen positiv, solche nach Osten negativ gerechnet. Für mathematische Laien empfiehlt es sich jedoch, die Drehrichtung in Worten auszudrücken, also zum Beispiel „Das Zifferblatt weicht 20° nach Osten ab“ statt einfach „Das Zifferblatt weicht um −20° ab“.

- In selteneren Fällen ist die Wand nicht nur gedreht, sondern auch noch geneigt. Auch die *Neigung* oder *Inklination* wird mit einem Winkel I ausgedrückt, der zwischen der Fallrichtung auf der Ebene und der Zenitrichtung beschrieben wird.

Abbildung 3.12. Ausrichtung eines ebenen Zifferblattes

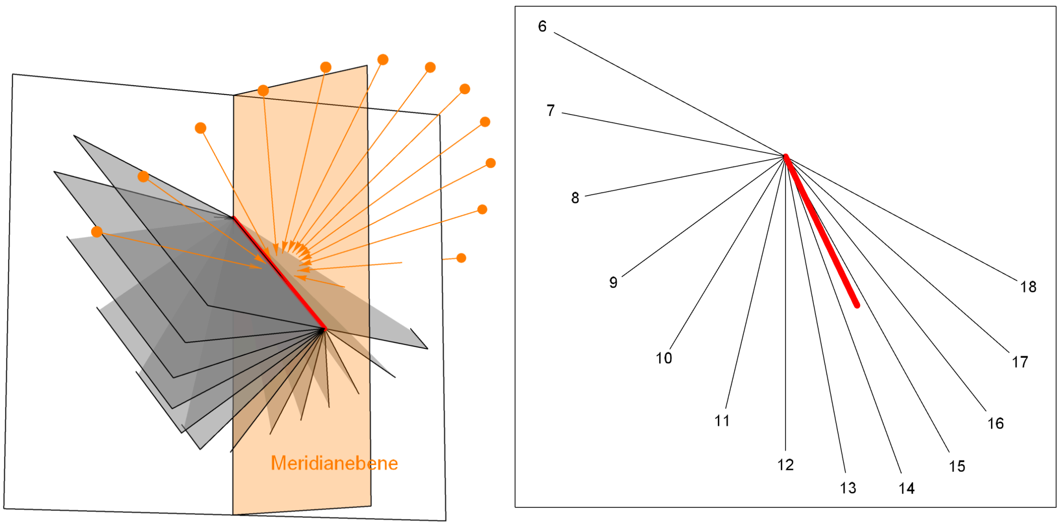


Um den Winkel D nach Westen abweichendes, vertikales Zifferblatt.

Zusätzlich um den Winkel I geneigtes Zifferblatt.

Im Folgenden wird die Konstruktion eines Zifferblattes an einer um 30° nach Westen abweichenden, aber nicht geneigten Wand gezeigt. Wieder stellen wir uns in Gedanken einen frei schwebenden Polstab vor und stellen dann die Wand in das Büschel der stündlichen Schattenfahnen (Bild links von Abbildung 3.13).

Abbildung 3.13. Konstruktion einer vertikalen, um 30° nach Westen abweichenden Sonnenuhr für die wahre Ortszeit



Ebene im Schattenbüschel

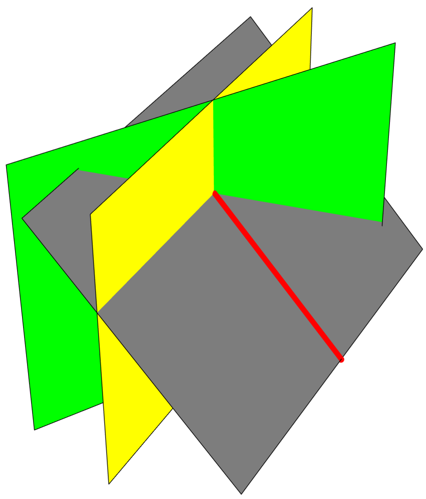
Resultierendes Stundenlinienbild

Wir stellen fest:

- Das Schnittlinienbild der Schattenfahnen mit der Zifferblattwand im Bild rechts zeigt, dass die 12-Uhr-Linie immer noch vertikal vom Stabfuss aus nach unten fällt. Das war zu erwarten, ist sie doch auch bei abweichendem Zifferblatt die Schnittlinie zweier vertikaler Ebenen, nämlich der Zifferblattebene und der Meridianebene des Polstabes.

- Im Unterschied zur perfekten Süduhr verlaufen nun aber die 6-Uhr-Linien nicht mehr horizontal. Wie bei der Besprechung der Süduhr erwähnt, steht die Schattenfahne des Polstabes um 6 Uhr und um 18 Uhr senkrecht zur Meridianebene. Wenn nun aber die Zifferblattebene nicht senkrecht zur Meridianebene liegt, verläuft die Schnittgerade mit der Schattenebene nicht horizontal, wie aus der folgenden Grafik ersichtlich ist.

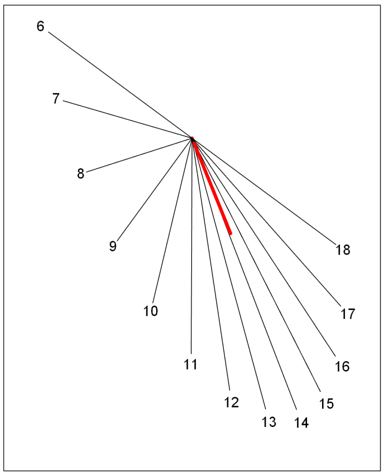
Abbildung 3.14. Die 6-Uhr-Linie



Der Polstab (rot) erzeugt um 6 Uhr morgens und 6 Uhr abends die graue Schattenebene. Auf einer genau nach Süden ausgerichteten,vertikalen Wand (gelb) erzeugt sie eine horizontale Schattenlinie, auf einer aus der Südrichtung abweichenden Wand (grün) hingegen eine schräg verlaufende.

Wie erwähnt, ist auch bei der vertikalen, aus der Südrichtung abweichenden Sonnenuhr die 12-Uhr-WOZ-Linie vertikal. Das ist hingegen nicht mehr der Fall, wenn die Wand zusätzlich geneigt ist. In diesem Fall sieht dann das Zifferblatt so aus:

Abbildung 3.15. Zifferblatt an einer abweichenden und geneigten Wand



Die Abweichung beträgt 30°, die Neigung 15°

Natürlich zeichnet der professionelle Sonnenuhrmacher das Zifferblatt nicht experimentell, wie hier geschildert, sondern er berechnet oder konstruiert das Schnittlinienbild im Voraus und liefert die Vorlage oft einem Künstler als Grundlage für eine grafisch überzeugende Gestaltung.

Sonnenuhren mit Polstab wurden im 12. Jahrhundert vom arabischen Gelehrten Abul Hassan al Marrakushi erstmals beschrieben. Mit dem neu erwachten Interesse an Mathematik und Astronomie in der Renaissance breiteten sich dieNeuerung etwa ab 1500 im Abendland rasant aus. Die älteste erhaltene Polstab-Sonnenuhr in Europa befindet sich am Kloster Alpirsbach im Schwarzwald. Sie stammt aus dem Jahre 1477.

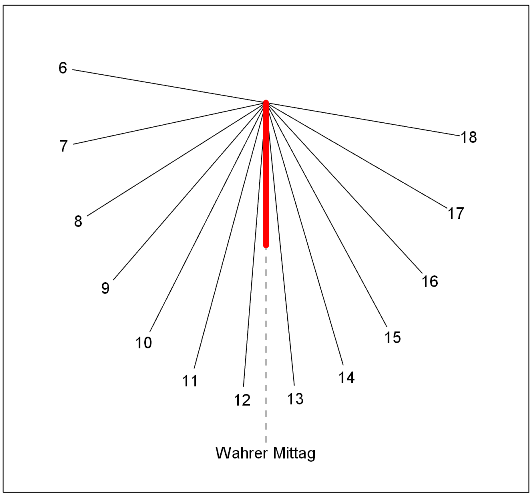
Auf einen interessanten Punkt muss noch hingewiesen werden: Mit einem Polstab misst man den Stundenwinkel der Sonne. Eine Polstabuhr zeigt daher primär die wahre Ortszeit des Standortes an. Nun unterscheiden sich die Stundenwinkel an zwei verschiedenen Orten auf der Erde aber bloss um die Differenz der beiden geografischen Längen, denn wenn die Sonne am östlicheren Ort in ihrem Höchststand ist, muss sich die Erde genau um die Längendifferenz weiter drehen, bis die Sonne am westlicheren Ort ihren Höchststand erreicht. Für die Stundenwinkel τ_1 und τ_2 von zwei Standorten mit den entsprechenden geografischen Breiten λ_1 und λ_2 gilt daher

$$\tau_2 = \tau_1 + \Delta\lambda \qquad (3.1)$$

wobei $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ ist. Man kann daher an einem gegebenen Standort durchaus auch ein Zifferblatt konstruieren, welches die wahre Ortszeit eines andern Ortes abzulesen gestattet.

Nachdem die Zonenzeit eingeführt worden war, passte man an einigen Orten die Zifferblätter entsprechend an, so dass die Sonnenuhren neu die wahre Ortszeit des 15. Längengrades anzeigten. Bei neu erstellten Sonnenuhren wurde das sogar zur Regel. Man erkennt solche Uhren, falls sie an einer vertikalen Wand angebracht sind, daran, dass die 12-Uhr-Marke nicht wie gewohnt genau senkrecht unter dem Polfuss liegt. Das Lot vom Polfuss aus fällt vielmehr auf jenen Zeitpunkt nach 12 Uhr, welcher der Zeitverschiebung des Standortes gegenüber dem Referenzmeridian entspricht, in der Schweiz also ungefähr auf halb Eins.

Abbildung 3.16. Sonnenuhr für die wahre Zonenzeit an einer Südwand am Standort Luzern



Die wahre Zonenzeit ist die wahre Ortszeit des 15. Breitengrades. Diese Uhr würde also in Luzern die wahre Ortszeit von Görlitz anzeigen.

Eine so konstruierte Sonnenuhr weicht dann gegenüber unserer Armbanduhr zur Winterzeit nur noch um den Wert der Zeitgleichung ab, also maximal rund eine Viertelstunde nach beiden Seiten. Die wahre Ortszeit des Referenzmeridians der Zeitzone, bei uns also des 15. Längengrades, wird als *wahre Zonenzeit* WZZ oder auch als *wahre Normalzeit* WNZ bezeichnet.

Zum Schluss sei noch bemerkt, dass das Zifferblatt nicht zwingend eben sein muss; es kann zum Beispiel auf einer zylindrischen Säule angebracht werden. Das Konstruktionsprinzip mit den Schattenebenen bleibt gleich. Auf solche Extravaganzen gehen wir hier aber nicht ein.

3.3.5. Analyse von Polstabsonnenuhren

Wenn man eine Sonnenuhr mit Stab antrifft, so stellen sich drei Fragen:

1. Ist der Stab ein Polstab?

2. Wenn ja, zeigt die Sonnenuhr die wahre Ortszeit oder wahre die wahre Zonenzeit an?

3. Wie ist das Zifferblatt ausgerichtet?

Ohne Messinstrument kann man die erste Frage nicht mit Sicherheit beantworten. Es gibt jedoch Ausschlussindizien: Ein Polstab bildet mit der horizontalen Ebene einen Winkel, der gleich der geografischen Breite ist. Diese liegt im Mittelland um die 47° und weicht am südlichsten und am nördlichsten Punkt um nicht mehr als etwa 1° ab. Man liegt also für das Augenmass mit der Hälfte eines rechten Winkels, die man sich gut vorstellen kann, nicht schlecht. Jedenfalls ist ein nahezu horizontaler Stab, oder einer der sehr steil montiert ist, ein sicheres Zeichen, dass es sich nicht um einen Polstab handelt.

Wenn es plausibel ist, dass der Stab erdachsenparallel ist, kann man sich der zweiten Frage zuwenden. Bei einer Sonnenuhr für die wahre Ortszeit laufen die Stundenlinien oder deren Verlängerungen im sogenannten Polstabfuss zusammen. Das ist der Punkt, in dem der Polstab oder seine Verlängerung die Zifferblattebene durchstösst.

Man stellt sich nun die Vertikalebene, welche den Polstab enthält, vor. Dabei mag es helfen, diese als schweren, faltenlosen Vorhang, der am Stab aufgehängt ist, zu denken. Das wäre dann eine Meridianebene. Wenn das Zifferblatt für die wahre Standortzeit konstruiert ist, so schneidet die Meridianebene die Zifferblattebene in der 12-Uhr-Stundenlinie. Im häufigen Fall, dass das Zifferblatt an einer vertikalen Wand angebracht ist, fällt die 12-Uhr-Stundenlinie daher vom Stabfuss aus vertikal nach unten. Wenn das nicht der Fall ist, so zeigt die Uhr die wahre Zeit eines anderen Ortes an. Wenn die Schnittgerade zwischen die 12-Uhr und 13-Uhr-Marke zu liegen kommt, handelt es sich vermutlich um die wahre Zonenzeit.

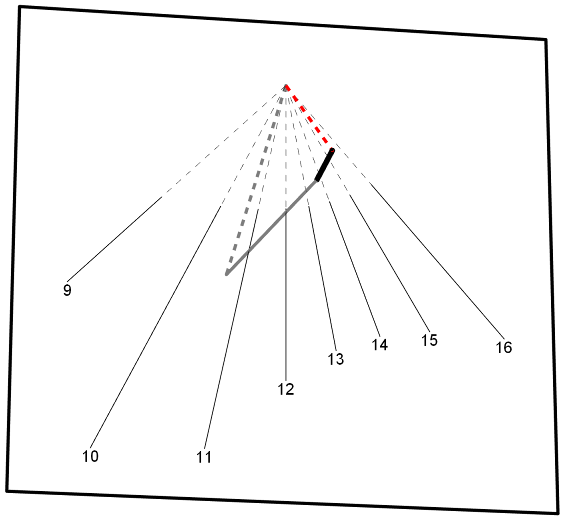
Die Vorstellung der Meridianebene als Vorhang, der am Polstab hängt, erleichtert es, die Orientierung der Zifferblattebene bezüglich der Himmelsrichtungen zu erkennen, denn dieser Vorhang ist von Süden nach Norden ausgerichtet. Wenn also der Polstab mit dem gedachten Vorhang an einer vertikalen Wand vom Betrachter aus nach links weist, so weicht die Wand gegen Osten ab, zeigt er aber nach rechts, so handelt es sich um eine nach Westen abweichende Wand. Bei einer perfekten Südwand schliesslich ragt der Polstab mit dem Vorhang frontal aus der Wand.

3.3.6. Virtuelle Polstäbe

Hin und wieder mal trifft man Sonnenuhren für die wahre Ortszeit oder die wahre Zonenzeit an, deren Schattenstab aber offensichtlich kein Polstab ist, sondern ein relativ kurzer Stummel, der horizontal oder manchmal auch schief aus der Wand ragt. Zudem laufen die Stundenlinien nicht im Stabfuss an der Wand zusammen (Abbildung 3.17). Dabei handelt es sich um eine konstruktive Variante der Polstabsonnenuhr, welche manchmal aus Platzgründen gewählt wird. Bei diesem Typus dient aber nicht der ganze Stabschatten zur Zeitanzeige, sondern nur der Schatten der Spitze.

Man muss sich hier den Polstab quasi vorstellen: Wenn man Stundenlinien in Gedanken verlängert (im Bild gestrichelt), so laufen sie in einem Punkt zusammenlaufen. Der Fusspunkt des gedachten Polstabes ist dieser gemeinsame Schnittpunkt, und seine Spitze fällt mit der Spitze des Stabstummels zusammen (im Bild rot gestrichelt dargestellt).

Abbildung 3.17. Sonnenuhr mit virtuellem Polstab



Die vertikale Zifferblattwand weicht um 20° nach Westen ab. Der schattenwerfende Stab ragt horizontal aus der Wand. Die wahre Ortszeit, hier ca. 20 Minuten vor 11 Uhr, wird an der Spitze des Stabschattens abgelesen. Der virtuelle Polstab (rot) und sein virtueller Schatten (grau) sind gestrichelt dargestellt.

Diesen Typus trifft man besonders häufig im Tessin an, weil die Leute dort wegen der Anzeige von italienischen Stunden von alters gewohnt waren, die Zeit am Schatten der Stabspitze abzulesen.

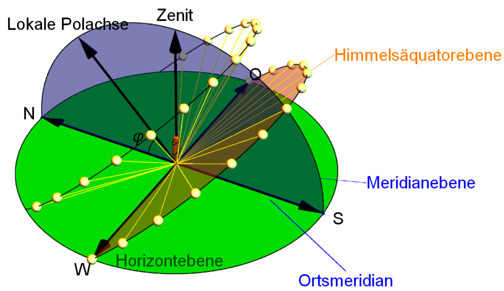
3.4. Sonnenuhren mit punktförmigem Zeiger

Die wahre Ortszeit hängt einzig vom Stundenwinkel der Sonne ab. Aber auch der im Jahresverlauf sich ändernde Wert des Deklinationswinkels kann uns interessante Informationen liefern. Wie wir in Abbildung 1.4 gesehen haben, befindet sich das Zentrum der scheinbaren Tagesbahn der Sonne im Sommer hoch und im Winter tief auf der Polachse. Die Deklination beschreibt Lage der Sonnenbahn mit dem Winkel, den die Richtung zur Sonne mit der Himmelsäquatorebene einschliesst. Um nun beide Informationen, nämlich die Lage der Sonnenbahn und die aktuelle Position der Sonne auf dieser anzeigen zu können, braucht man einen punktförmigen Zeiger.

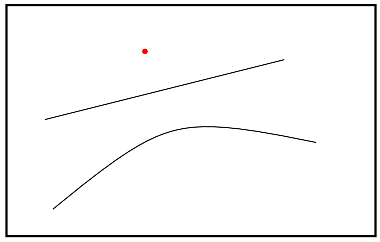
3.4.1. Datumslinien

Rufen wir uns die scheinbare Bahn der Sonne über die Himmelskugel an einem bestimmten Tag des Jahres in Erinnerung. In der folgenden Figur werden im Bild links die Sonnenbahnen für einen Sommertag und für eine der beiden Tagundnachtgleichen schematisch dargestellt.

Abbildung 3.18. Scheinbare Bahn der Sonne



Sonnenpositionen an einem Tagundnachtgleiche-Tag (untere Bahn) und an einem Sommertag (obere Bahn).



Zugehörige Bahnen des Schattens einer Kugel (rot) vor einer vertikalen, um 20° nach Westen abweichenden Wand. Oben an einer Tagundnachtgleiche, unten an einem Sommertag.

Wir betrachten nun die Bahn, welche der Schatten einer kleinen, vor einer vertikalen Wand montierten Kugel im Verlauf eines bestimmten Tages auf der Wand beschreibt. Anlässlich einer Tagundnachtgleiche wandert die Sonne von uns aus gesehen in der Himmelsäquatorebene über den Himmel. Der Schatten unserer Kugel liegt während des ganzen Tages ebenfalls in dieser Ebene. Die Schattenspur auf irgend einer Fläche ist die Schnittfigur der Himmelsäquatorebene, welche die Kugel enthält, mit der fraglichen Fläche. Wenn letztere eine Ebene ist, also eine ebenes Zifferblatt, erhalten wir als Schnittfigur von zwei Ebenen eine Gerade (obere Kurve im Bild rechts von Abbildung 3.18)). An den anderen Tagen wandert die Sonne scheinbar auf einem Kegel, dessen Spitze unsere schattenwerfende Kugel darstellt (siehe Bild links von Abbildung 3.18). Der Öffnungswinkel des Kegels hängt vom Datum ab, ist doch der halbe Öffnungswinkel gleich dem Komplementwinkel[3] zur Sonnendeklination. Der Schatten unserer kleinen Zeigerkugel dreht infolgedessen auf dem Gegenkegel. Die Schnittfigur dieses Schattenkegels mit einem ebenen Zifferblattes ist dann ein ebener Kegelschnitt, je nach Standort und Ausrichtung des Zifferblattes also ein Kreis, eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel. In unseren Breitengraden sind alle Tagesbahnen an einem vertikalen Zifferblatt Hyperbeln.

Im Prinzip kann man für jeden Tag des Jahres eine solche Datumslinie oder „Deklinationslinien" konstruieren. Mit Ausnahme der beiden Sonnwendtage gibt es stets zwei Tage im Jahr mit derselben Sonnendeklination, je einen im Frühlingshalbjahr zwischen der Winter- und der Sommersonnenwende und einen im Herbsthalbjahr Das bedeutet, dass es zwei verschiedene Daten mit derselben Datumskurve gibt, weshalb sich das Datum nicht ganz eindeutig bestimmen lässt. Wenn man aber wenigstens weiss, in welchem Halbjahr wir derzeit leben, gelingt die Zuordnung des Datums – auch wenn man dabei, zumindest bei gebräuchlichen öffentlichen Sonnenuhren, sich mit einer Treffgenauigkeit von zwei, drei Tagen begnügen muss.

Man kann nun natürlich nicht für jeden Tag des Jahres eine Datumskurve auf das Zifferblatt zeichnen, denn die würden dann viel zu dicht liegen. Naheliegend wäre es daher, die Datumskurven jeweils für den 1. jedes Monats zu markieren; das würde dann 12 Linien ergeben. Unter Sonnenuhrenbauern ist es von Alters her der Brauch, die zu ganz bestimmten, tradi-

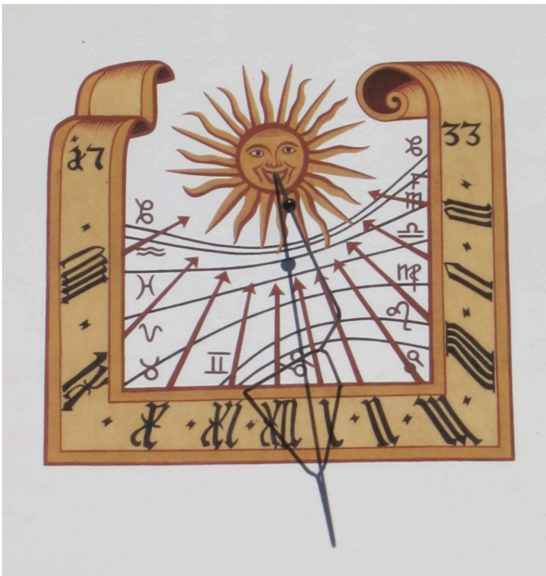
[3]Ergänzung zu 90°

tionellen Tagen gehörenden Datumslinien zu zeichnen, nämlich zu den Tagen, an welchen die Sonne in eine neues „Tierkreiszeichen“ eintritt. Näheres über die Tierkreiszeichen erfährt man im Abschnitt 1.2. Die Tage des Eintritts in eine neues Tierkreiszeichen sind in unserer Kalenderrechnung jeweils um den 21. jedes Monats herum. In Tabelle B.3 sind die Bezeichnungen der Tierkreisabschnitte samt ihren Symbolen zusammen mit den Daten des Sonneneintritts sowie mit der entsprechenden Sonnendeklination an diesen Tagen zusammengestellt.

Dass man die Daten des Eintritts der Sonne in ein neues Tierkreiszeichen, und nicht die Monatsanfänge, auf dem Sonnenuhrzifferblatt markiert, scheint auf den ersten Blick kompliziert zu sein, doch hat diese Lösung den Vorteil, dass die Sonnendeklination an jeweils zwei solchen Tagen, je einem im Frühlings- und einem im Herbsthalbjahr, gleich ist und daher die entsprechenden Datumslinien zusammenfallen. Damit sind dann nur 7 Tierkreislinien statt 12 Monatsanfänge auf dem Zifferblatt anzuzeigen, wodurch dieses an Übersichtlichkeit gewinnt. Die Tierkreise stellen quasi die astronomischen Monate dar.

Ein schönes Beispiel einer historischen Sonnenuhr mit Tierkreiszeichen wird in der folgenden Abbildung 3.19 gezeigt.

Abbildung 3.19. Historische Sonnenuhr im Innenhof des Klosters Engelberg



Dem Polstab ist eine kleine Kugel aufgesetzt, die auf dem Zifferblatt einen Schattenfleck als Zeiger erzeugt. Die oberste Datumslinie ist jene, auf welcher der Zeigerfleck anlässlich der Wintersonnenwende (am 21.12.) über das Zifferblatt wandert. Sie ist mit dem Zeichen des Steinbocks markiert . Die unterste Datumslinie ist die der Sommersonnenwende (am 21.6.) mit dem Zeichen des Krebses. In der Mitte verläuft die Gerade der beiden Tagundnachtgleichen . Diese ist links mit dem Zeichen des Widders (Frühlings-Tagundnachtgleiche am 20.3.) und rechts mit jenem der Waage (Herbst-Tagundnachtgleiche am 23.9.) gekennzeichnet.

Die Anzeige des Datums erfordert also einen punktförmigen Zeiger. Anstelle einer Kugel wie im Beispiel bei dieser Sonnenuhr im Kloster Engelberg, erfüllt im einfachsten Fall auch die Spitze eines Stabes diese Funktion. Der muss aber nicht zwingend ein Polstab sein. Bei alten Sonnenuhren im Tessin, welche italienische Stunden anzeigen (die ebenfalls einen punktförmigen Zeiger erfordern, wie im Abschnitt 3.5 ausgeführt), ist dies oft ein kurzer, horizontal aus der Zifferblattwand herausragender Stab. Auch eine gelochte Scheibe, eine sogenannte

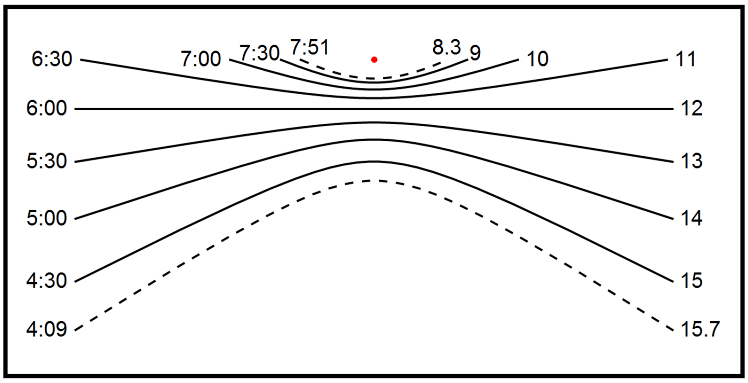
Lochblende, wird oft verwendet. Die Anordnung wirkt dann wie eine Lochkamera und wirft bei geeigneter Dimensionierung einen kleinen, scharfen Lichtfleck als Bild der Sonne auf das Zifferblatt. Diese Lösung wird vor allem für besonders präzise Sonnenuhren verwendet.

Man kann, wie gesagt, zu jedem beliebigen Tag des Jahres eine Datumslinie zeichnen, zum Beispiel für jene Tage, an denen die Länge des lichten Tages eine bestimmte, ganze Anzahl Stunden beträgt.[4] Diese Zeitspanne zwischen dem mathematischen[5] Sonnenaufgang und dem Untergang ist von der geographischen Breite des Ortes abhängig. In der Tabelle B.4 im Anhang findet man die Daten für den Raum Luzern.

Aus der Länge des lichten Tages kann man leicht die Zeitpunkte des Sonnenaufgangs und des Untergangs in wahrer Ortszeit berechnen, denn die Sonne geht genau einen halben lichten Tag vor dem wahren Mittag auf und einen halben lichten Tag danach unter.

In Abbildung 3.20 ist das Datumslinienbild für die Sonnenaufgangszeiten und Tageslängen auf einem vertikalen, genau nach Süden ausgerichteten Zifferblatt dargestellt.

Abbildung 3.20. Sonnenaufgang und Tageslänge im Raum Luzern



Datumslinien zu Tagen gegebener Länge. Die Beschriftung links gibt den Zeitpunkt des Sonnenaufgangs in WOZ an, die Beschriftung rechts die Länge des lichten Tages.

3.5. Sonnenuhren mit italienischen oder babylonischen Stunden

Im Abschnitt 2.5 haben wir erfahren, dass unsere Nachbarn südlich der Alpen in früheren Zeiten die Stunden nicht ab Mitternacht wie wir, sondern ab dem Zeitpunkt des letzten Sonnenuntergangs zu zählen pflegten. Der Kanton Tessin ist reich an alten Sonnenuhren, welche diese sogenannte italienische Zeit anzeigen. Welches sind die Charakteristika einer solchen Sonnenuhr?

Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, wie man die Länge des lichten Tages zwischen Sonnenaufgang und -untergang mit Hilfe eines punktförmigen Schattenwerfers anzeigen kann. Wenn man nun die Länge des lichten Tages kennt, so kann man den Zusammenhang zwischen der italienischen und der uns vertrauten deutschen Stundenzählung ab Mitternacht leicht herstellen. Wir überlegen den Rechengang anhand eines konkreten Beispiels:

[4]Siehe Sonnenuhr am Gästehaus des Klosters in Eschenbach im Kanton Luzern
[5]ohne Berücksichtigung von Geländeerhebungen und Lichtbrechung in der Atmosphäre

In Mugena im Kanton Tessin beträgt die Zeitspanne zwischen Sonnenaufgang und -untergang am 27. April 14 Stunden. Das heisst, dass die astronomische Nacht, nämlich die Zeitspanne zwischen Sonnenuntergang und -aufgang, an diesem Datum 10 Stunden beträgt, und somit die Zeitspanne zwischen Sonnenuntergang und Mitternacht 5 Stunden. Zu unserer heute gebräuchlichen Stundenzählung ab Mitternacht sind also für die italienische Zeit am 27. April 5 Stunden zu addieren. Nachmittags um 15 Uhr wahrer Ortszeit nach deutscher Zählung würde die Sonnenuhr in Mugena also 20 Uhr nach italienischer Zählung anzeigen. Diese Überlegungen in eine Formel gegossen liefert

$$h_I = h_D + \frac{24\text{h} - T_l}{2} = h_D + 12\text{h} - \frac{T_l}{2} \tag{3.2}$$

wobei h_I die italienischen Stunden, h_D die deutschen und T_l die Dauer des lichten Tages bedeutet.

In dieser Formel ist klar ersichtlich, dass die italienische Stunde, die zu einer bestimmten deutschen Stunde gehört, von der lichten Tageslänge T_l abhängt. Diese wiederum ist einerseits von der Sonnendeklination und damit von der Jahreszeit, und andererseits von der geografischen Breite, also vom Standort, abhängig. Das wiederum bedeutet, dass es keine generelle Tabelle für die Umrechnung von italienischen in deutsche Stunden gibt; man muss eine solche für jeden Ort gesondert und im Prinzip für jeden Tag des Jahres einzeln berechnen.

Wie sieht nun eine Sonnenuhr aus, welche italienische Stunden anzeigt? Weil man zur Darstellung der lichten Tageslänge einen punktförmigen Schattenwerfer benötig, wird sofort klar, dass ein solcher auch für eine italienische Sonnenuhr erforderlich ist. Man kann nun zeigen[6], dass die Zifferblattlinien für italienische Stunden Geradenstücke sind. Um eine Gerade zu konstruieren, genügt es, zwei verschiedene Punkte zu kennen. Wir müssen also für jede italienische Stundenlinie den Schattenpunkt an zwei Tagen mit verschiedenen Sonnendeklinationen bestimmen, am besten für die beiden Sonnwendtage. Und weil die Rechnung für die beiden Tagundnachtgleichen besonders einfach ist, nehmen wir auch diese noch in die folgende Tabelle auf.

Tabelle 3.1. Die Länge des lichten Tages im Raum Lugano[a]

Tageslänge	Datum	Sonnendeklination
8.4 Stunden	21. Dezember	−23.44°
12 Stunden	20. März | 23. September	0°
15.6 Stunden	21. Juni	23.44°

[a]Berechnet für das Sonnenzentrum, ohne Berücksichtigung der Lichtberchung in der Atmosphäre.

Auf der Stundenlinie für italienisch 20 Uhr liegen daher folgende Punkte nach deutscher Zählung

- Am Tag der Winter-Sonnenwende

$$h_D = h_I + \frac{T_l}{2} - 12\text{h} = 20\text{h} + 4.2\text{h} - 12\text{h} = 12.2\text{h}$$

- An den beiden Tagundnachtgleiche

$$h_D = h_I + \frac{T_l}{2} - 12\text{h} = 20\text{h} + 6\text{h} - 12\text{h} = 14\text{h}$$

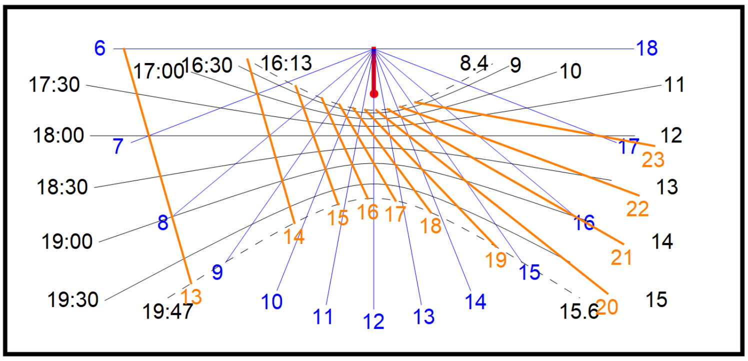
[6]Der Beweis ist nicht trivial. Man findet ihn z.B. in [Meyer]

- Am Tag der Sommer-Sonnenwende

$$h_D = h_I + \frac{T_I}{2} - 12\text{h} = 20\text{h} + 7.8\text{h} - 12\text{h} = 15.8\text{h}$$

Nach diesem Prinzip kann man nun alle Linien für die italienischen Stunden konstruieren, was im folgenden Bild gezeigt wird.

Abbildung 3.21. Vertikale Süduhr für deutsche und italienischen Stunden im Raum Lugano



Diese Sonnenuhr hat einen Polstab (rot), dessen Spitze den Punktförmigen Zeiger darstellt. Der Schatten des Polstabes zeigt auf der blauen Skale die wahre Ortszeit nach deutscher Zählung an. Der Schatten der Stabspitze zeigt auf der durch die schwarzen Kurven gebildeten Skala die Tageslänge (Beschriftung rechts) und die Zeit des Sonnenunterganges in deutscher Zählung (Beschriftung links) an. Schliesslich zeigt die Schattenspitze auf der orangen Skala die italienischen Stunden an.

Man richte nun die Aufmerksamkeit noch auf einen speziellen Punkt im Zentrum des Zifferblattes, nämlich den Schnittpunkt der horizontalen Geraden für die Tageslänge 12 Stunden (Tagundnachtgleiche) mit der vertikalen blauen Geraden für die deutsche Stunde 12 Uhr (wahrer Mittag). Auf diesen Punkt fällt die Spitze des Stabschattens den beiden Tagundnachtgleichen um 12 Uhr mittags nach wahrer Ortszeit. Nun beträgt an den Tagundnachtgleichen die Zeit von Sonnenuntergang bis Mitternacht 6 Stunden, weshalb um 12 Uhr Mittags nach wahrer Ortszeit die italienische Uhr 18 Uhr anzeigt. Unsere Sonnenuhr ist also für antike italienische Stunden konstruiert.

3.6. Sonnenuhren für die mittlere Zeit

Man kann auch Sonnenuhren bauen, welche die moderne mittlere Zeit, insbesondere die mitteleuropäische Zeit, anzeigen. Eine solche wurde erstmals 1778 an der Kathedrale St. Pierre in Genf auf Veranlassung der dortigen Uhrmacherzunft errichtet[7]. Sie diente den Meistern dazu, ihre mechanischen Präzisionswerke zu richten. Richtig durchgesetzt haben sie sich aber erst mit der Einführung der Zeitzonen im ausgehenden 19. Jahrhundert.

Eine Sonnenuhr, welche die mittlere Zeit anzeigen soll, muss die Werte der Zeitgleichung berücksichtigen. Diese sind, wie erwähnt, vom Datum im Jahreskreis abhängig. Im letzten Abschnitt haben wir gezeigt, wie mit einem punktförmigen Zeiger das Datum mindestens

[7] [Messerli]

näherungsweise innerhalb eines Halbjahres angezeigt werden kann. Von dieser Möglichkeit kann man Gebrauch machen. Um die Konstruktionsidee zu verstehen, betrachten wir eine Polstab-Sonnenuhr für die wahre Ortszeit an einer genau nach Süden ausgerichteten Wand. Auf der Spitze des Stabes sei eine kleine Kugel aufgesetzt. Der Stabschatten fällt um 12 Uhr wahrer Ortszeit vom Befestigungspunkt des Stabes aus senkrecht nach unten, auf die Mittagslinie des Zifferblattes. Der Schatten der aufgesetzten Kugel liegt daher ebenfalls auf der Mittagslinie, jedoch je nach Datum auf unterschiedlicher Höhe, weil die Sonne je nach Jahreszeit höher oder tiefer am Himmel steht. Der Zeitpunkt 12 Uhr nach mittlerer Ortszeit weicht von 12 Uhr nach der wahren Ortszeit um den aktuellen Wert der Zeitgleichung ab. Auch die Zeitgleichung variiert im Verlauf des Jahres, weshalb der Zeitpunkt 12 Uhr nach mittlerer Ortszeit je nach Jahreszeit vor oder nach dem wahren Mittag stattfindet.

Zur Illustration betrachten wir den Kugelschatten an drei ausgewählten Daten, jeweils um 12 Uhr mittlerer Ortszeit MOZ und überlegen, welche wahre Ortszeit WOZ diesem Zeitpunkt entspricht. Zu diesem Zweck stellen wir die früher hergeleitete Gleichung 2.3 um:

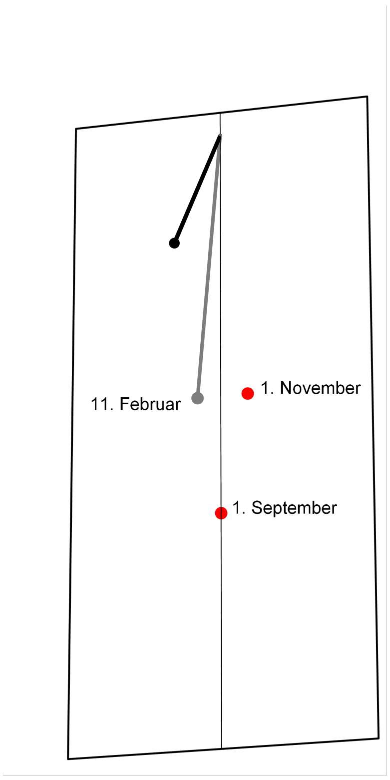
$$WOZ = MOZ + ZG \tag{3.3}$$

- Am 1. September beträgt die Deklination etwa 8,5°, und der Wert der Zeitgleichung ist 0. Letzteres bedeutet, dass an diesem Tag die mittlere Ortszeit identisch mit der wahren Ortszeit ist. Zum Zeitpunkt 12 Uhr MOZ liegt also der Kugelschatten auf der vertikalen Mittagslinie. Wir markieren diese Position (siehe Abbildung 3.22)

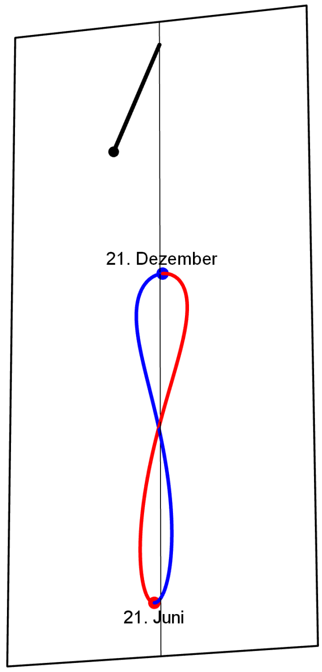
- Zwei Monate später, am 1. November, steht die Sonnen schon viel tiefer, die Deklination beträgt jetzt rund − 14°. Wenn die Sonne tiefer steht, fällt der Kugelschatten entsprechend höher auf das Zifferblatt. Der Wert der Zeitgleichung hat hingegen sehr stark zugenommen und beträgt nun rund 16 Minuten. Gemäss Gleichung 2.10 hat die WOZ nun den Wert 12 Uhr plus 16 Minuten, was bedeutet, dass der wahre Mittag bereits 16 Minuten zurück liegt. Der Schatten der Kugel wird also um 12 Uhr MOZ rechts von der Mittagslinie liegen. Wir markieren auch diesen Punkt und machen in Gedanken einen weiteren Zeitsprung.

- Am 11. Februar steht dann die Sonne gleich hoch am Himmel wie am 1. November, weshalb der Schatten der Stabspitze an den beiden Tagen auf gleicher Höhe liegt. Der Wert der Zeitgleichung jedoch ist jetzt negativ und beträgt rund −14 Minuten. Das bedeute, dass 12 Uhr MOZ nun um 12 Uhr minus 14 Minuten nach WOZ stattfindet, also um 14 Minuten vor dem wahren Mittag. Der Kugelschatten liegt somit um 12 Uhr MOZ links von der wahren Mittagslinie.

Abbildung 3.22. Zeitgleichungsschleife



Positionen des Kugelschattens um 12 Uhr MOZ an drei ausgewählten Tagen



Positionen des Kugelschattens um 12 Uhr MOZ im Verlauf des Jahres: blau 1. Halbjahr, rot zweites Halbjahr. Die schwarze vertikale Linie bezeichnet die Position des Kugelschattens um 12 Uhr WOZ

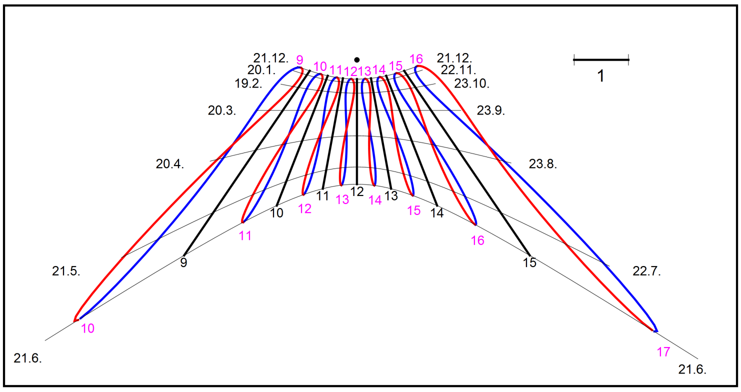
Aneinandergereiht bilden die Kugelschatten um 12 Uhr mittlerer Ortszeit im Verlauf eines Jahres eine Kurve in Form der Zahl 8 (Bild rechts in Abbildung 3.22). Diese Kurve heisst *Zeitgleichungsschleife*, *Achterschleife* oder *Analemma*[8]. Zur besseren Lesbarkeit ist die Kurve für das erste Halbjahr (zwischen Winter- und Sommersonnenwende) blau, jene für das zweite Halbjahr rot gezeichnet. Der Kugelschatten liegt also am wahren Mittag der Wintersonnenwende auf dem blauen Punkt zu oberst auf der Kurve, sinkt danach, immer am wahren Mittag beobachtet, täglich tiefer auf der blauen Kurve, bis er am 21. Juni den roten Punkt am unteren Ende erreicht, um dann auf der roten Kurve täglich wieder aufzusteigen.

Den Vergleich zwischen wahrer und mittlerer Zeit kann man natürlich ebenso gut für jede andere Tageszeit anstellen. Generell muss man im ersten Halbjahr die mittlere Zeit am S-förmigen Teil und im zweiten Halbjahr am (abgerundet gedachten) Z-förmigen Teil ablesen.

Zum Schluss und im Sinne einer Zusammenfassung der Theorie der Sonnenuhren mit punktförmigem Schattenwerfer ist im folgenden Bild eine modernen Sonnenuhr an einer vertikalen Südwand in Luzern dargestellt.

[8] In einigen Büchern wird sie auch *Lemniskate* genannt, was aber mathematisch nicht korrekt ist, obwohl eine Lemniskate recht ähnlich aussieht.

Abbildung 3.23. Sonnenuhr für wahre Ortszeit und mitteleuropäische Winter- und Sommerzeit für eine Südwand in Luzern



Die schattenwerfende Kugel ist beim schwarzen Punkt oben in der Mitte eine Einheit (Massstab siehe oben rechts) vor dem Zifferblatt montiert. Die Zeitgleichungsschleifen der mitteleuropäischen Zeit sind oben für die Winterzeit, unten für die Sommerzeit violett beschriftet. Die schwarzen Geradenstücke zwischen den Schleifen sind die Stundenlinien der wahren Ortszeit. Die feinen Querlinien stellen die Grenzen zwischen den Tierkreiszeichen dar. Sie sind links mit den Daten des Eintritts in die Tierkreiszeichen des Frühlingshalbjahres, rechts mit jenen des Herbsthalbjahres beschriftet.

Anhang A. Begriffe

Glossar

Abweichung, des Zifferblattes	Winkel, um den das Zifferblatt um die vertikale Achse aus der Südrichtung abgedreht ist.
Analemma	= Zeitlgeichungsschleife
Äquatorebene, lokale	Ebene, welche parallel zur Erdäquatorebene liegt. Sie steht senkrecht zur lokalen Polachse und damit auch zur Erdpolachse.
Äquatorialsonnenuhr	Sonnenuhr, deren Zifferblatt in der lokalen Äquatorebene liegt.
Äquinoktialstunde	Die heute gebräuchliche Stunde, zur Abgrenzug gegen die mittelalterliche Temporalstunde.
Äquinoktium	= Tagundnachtgleiche
Breite, geographische	Winkel zwischen der Verbindungsstrecke eines Punktes auf der Erdoberfläche mit dem Erdzentrum und der Äquatorebene.
Datumslinie	Kurve auf dem Zifferblatt, auf welcher der Schatten eines punktförmigen Zeigers oder der Lichtfleck einer Lochblende an einem bestimmten Tag über das Zifferblatt läuft.
Deklination der Sonne	Winkel zwischen der Richtung zur Sonne und der Himmelsäquatorebene.
Deklination des Zifferblattes	Abweichung der Ausrichtung eines Zifferblattes aus der Südrichtung. Nach Westen positiv gezählt.
Deklinationslinie	Kurve auf dem Zifferblatt, auf welcher der Schatten eines punktförmigen Zeigers oder der Lichtfleck einer Lochblende bei einer bestimmten Sonnendeklination über das Zifferblatt läuft. (Siehe auch „Datumslinie“)
Ekliptik	Kreis am Fixsternenhimmel, auf dem sich die Sonne sich im Jahresverlauf scheinbar bewegt.
Ekliptikebene	Ebene, in welcher die Erde die Sonnen umrundet.
Ekliptikschiefe	Winkel zwischen der Rotationsachse der Erde und der Achse ihrer der Umrundung der Sonne: $\varepsilon = 23.44\,°$
Erdachse, Erdpolachse	Achse zwischen den Südpol und dem Nordpol der Erde, um welche sich die Erde täglich einmal dreht.
Frühlingsanfang, astronomischer	= Frühlings-Tagundnachtgleiche, in der Regel am 20. März. Siehe „Tagundnachtgleichen“.

Geozentrisches Weltbild	Weltbild der Antike, wonach die Erde im Zentrum des Alls steht und von den Himmelskörpern umkreist wird.
Heliozentrisches Weltbild	Modernes Weltbild, wonach die Sonne von den Planteten, zu denen auch die Erde gehört, umkreist wird. Die Planeten werden zum Teil von Monden umkreist.
Herbstanfang, astronomischer	= Herbst-Tagundnachtgleiche, in der Regel am 23. September. Siehe „Tagundnachtgleichen“.
Himmelsäquator	Schnittlinie der lokalen Äquatorebene mit der gedachten Himmelskugel.
Himmelsmeridian	Schnittlinie der lokalen Meridianebene mit der gedachten Himmelskugel.
Himmelsnordpol	Durchstosspunkt der verlängerten Erdachse durch die gedachte Himmelskugel. Nahe beim Polarstern.
Himmelspolachse	= lokale Polachse
Inklination des Zifferblattes	= Neigung des Zifferblattes
Kanoniale Sonnenuhr	Mittelalterliche Sonnenuhr an einer Südwand mit horizontalem Schattenstab. Zeigt Temporalstunden an.
Kanonische Sonnenuhr	= Kanoniale Sonnenuhr
Kanonische Stunden	Ein Zwölftel der Zeit zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang.
Kopernikanisches Weltbild	= heliozentrisches Weltbild
Kulmination	Höchster Punkt der Tagesbahn eines Gestirns. Die Kulmination der Sonne findet am wahren Mittag in der Meridianebene statt.
Länge, geographische	Winkel zwischen Meridianebene der Sernwarte von Greenwich und der Meridianebene eines Punktes auf der Erdoberfläche.
Meridian	Halbkreis auf der Erdkugel, welcher vom Nordpol zum Südpol verläuft.
Meridianebene	Vertikale, von Süden nach Norden verlaufende Ebene.
Mittagslinie	Linie auf dem Zifferblatt, auf die am wahren mittag der Zeigerschatten fällt.
Mittlere Ortszeit	1 Tag ist das Jahresmittel der Längen der wahren Tage (von einem Sonnenhöchstand zum nächsten). 1 Stunde ist der 24. Teil eine mittleren Tages.
Mittleuropäische (Normal-)Zeit	Die mittlere Ortszeit des 15. Längengrades. Umgangssprachlich die Winterzeit.

Mittleuropäische Zonenzeit	= Mitteleuropäische Normalzeit
Mittleuropäische Sommerzeit	Mitteleuropäische Normalzeit + 1 Stunde = mittlere Ortszeit des 30. Längengrades.
Normalzeit	= Zonenzeit
Neigung des Zifferblattes	Winkel zwischen der Zifferblattnormalen und der horizontalen Ebene. Für ein vertikales Zifferblatt ist die Neigung 0.
Nullmeridian	Meridian der alten Sternwarte von Greenwich
Polachse, lokale	Gerade, welche parallel zur Erdpolachse ist.
Polarstern	Hellster Stern im Sternbild des kleinen Bären. Liegt sehr nahe beim Himmelsnordpol.
Polstab	Schattenstab, der parallel zur Erdrotationsachse montiert ist.
Polstabfuss	Punkt, in dem der (möglicherweise verlängerte) Polstab die Zifferblattebene durchdringt.
Ptolemäisches Weltbild	= Geozentrisches Weltbild
Skaphe	Antike Sonnenuhr in Form einer halbkugelförmigen Schale mit punktförmigem Schattenwerfer im Kugelzentrum. Kann auch als Messintrument für die Deklination und den Stundenwinkel der Sonne verwendet werden.
Solstitium	= Sonnenwende
Sommeranfang, astronomischer	= Sommersonnenwende, in der Regel am 21. Juni
Sommersonnenwende	Siehe Sonnenwenden
Sonnenebene, polare	Gedachte Ebene, welche die Sonne und den Polstab einer Sonnenuhr enthält.
Sonnenwenden	Die Tage mit der maximalen und der minimalen Sonnen-Deklination. An der Sommersonnenwende erreicht die Sonne ihre grösste, an der Wintersonnenwende ihre kleinste Deklination. Die Sommersonnenwende findet in der Regel am 21. Juni, die Wintersonnewende am 21. Dezember statt.
Stunde, astronomische	Zeitspanne, in welcher sich die Erde um 15° dreht.
Stunden, babylonische	Anzahl astronomische Stunden, die seit Sonnenaufgang verflossen ist.
Stunden, italienische	Anzahl astronomische Stunden, die seit dem letzten Sonnenuntergang verflossen ist.
Stunden, Ave-Maria	Variante der italienischen Stunden, Zählbeginn eine halbe Stunde nach Sonnenuntergang, beim Ave-Maria-Läuten.

Stunden, deutsche	Moderne Stundenzählung. Anzahl astronomische Stunden seit Mitternacht
Stunden, französiche	= deutsch Stunden
Stundenwinkel	Drehwinkel, den die Erde seit dem letzten wahren Mittag zurückgelegt hat (positiv) oder bis zum nächsten wahren Mittag noch zurücklegen wird (negativ).
Stundenzählung, gebrochen	Vormittagsstunden werden seit Mitternacht, die Nachmittagsstunden seit dem Mittag gezählt. Traditionelle Stundenzählung nördlich der Alpen.
Tagbogen	Teil des täglichen Sonnenbahnkreises, der über dem mathematischen Horizont verläuft.
Tag, lichter	Zeitspanne zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang
Tagundnachtgleichen	Die beiden Tage, an denen die Sonne scheinbar in der Himmeläquatorebene steht. An diesen Tagen beträgt die Zeitspanne zwischen Sonnenaufgang und Untergang 12 Stunden. Die Frühlings-Tagundnachtgleiche ist in der Regel am 20. März und die Herbst-Tagundnachtgleiche am 23. September.
Temporalstunden	= kanonische Stunden
Tierkreis	Band am Sternenhimmel beidseits der Ekliptik, in welchem die scheinbaren Bahnen der Sonne und der Planeten verlaufen.
Tierkreislinie	Datumslinie auf dem Zifferblatt, die zum Tage des Eintritts der Sonne in ein neues Tierkreiszeichen gehört.
Tierkreiszeichen	Symbole, welche die 30° langen Abschnitte des Tierkreises bezeichnen. Auch die von den Symbolen bezeicheten Abschnitte selber werden kurz Tierkreiszeichen genannt.
Wahrer Mittag	Zeitpunkt, zu dem die Sonne in der Meridianebene ihren täglichen Höchststand erreicht.
Wahre Ortszeit	12 Uhr ist am lokalen wahren Mittag. Eine Stunde ist die Zeit, in welcher sich die Erde um 15° dreht. Natürliche, lokale Zeit.
Wahre Normalzeit	= Wahre Zonenzeit
Wahre Zonenzeit	Wahre Ortszeit des Referenzmeridians, in der mitteleuropischen Zeitzone jene des 15. Längengrades.
Winteranfang, astronomischer	= Wintersonnenwende, in der Regel am 21. Dezember
Wintersonnenwende	Siehe Sonnenwenden.
Zeitgleichung	Jahreszeitlich variierende Differenz zwischen der wahren und der mittleren Zeit.

Zeitgleichungsschleife	Kurve in Form einer gestreckten Ziffer 8 auf dem Zifferblatt einer Sonnenuhr, mit deren Hilfe man die mittlere, insbesondere die mitteleuropäische Zeit ablesen kann.
Zeitverschiebung	Differenz zwischen der Ortszeit eines Ortes innerhalb einer Zeitzone zur Ortszeit des Referenzmeridians.
Zonenzeit	Zeit des Zonen-Referenzmeridians. In Mitteleuropa jene des 15. Längengrades

Anhang B. Tabellen

Tabelle B.1. Römische Zahlen

Römisch	**Arabisch**
I	1
II	2
III	3
IV oder IIII	4
V	5
VI	6
VII	7
VIII	8
IX oder VIIII	9
X	10
XI	11
XII	12

Tabelle B.2. Tierkreissymbole

Tierkreiszeichen	**Symbol**
♈	Widder
♉	Stier
♊	Zwillinge
♋	Krebs
♌	Löwe
♍	Jungfrau
♎	Waage
♏	Skorpion
♐	Schütze
♑	Steinbock
♒	Wassermann
♓	Fische

Tabelle B.3. Eintritt der Sonne in ein neues Tierkreiszeichen

Datum[a]	**Tierkreiszeichen**	**Deklination**
21. Dezember	Steinbock	−23.44°
20. Januar	Wassermann	−20.15°
19. Februar	Fische	−11.47°
20. März	Widder	0°
20. April	Stier	11.47°
21. Mai	Zwillinge	20.15°
21. Juni	Krebs	23.44°
22. Juli	Löwe	20.15°
23. August	Jungfrau	11.47°
23. September	Waage	0°
23. Oktober	Skorpion	−11.47°
22. November	Schütze	−20.15°

[a]Die Daten können wegen der Schaltjahresregel und aus astronomischen Gründen bis zu einem Tag variieren.

Tabelle B.4. Die Länge des lichten Tages im Raum Luzern

Tageslänge	**Datum**	**Sonnendeklination**
8.3 Stunden	21. Dezember	−23.44°
9 Stunden	22. Januar | 19. November	−19.61°
10 Stunden	12. Februar | 29. Oktober	−13.55°
11 Stunden	2. März | 10. Oktober	−6.93°
12 Stunden	20. März | 23. September	0°
13 Stunden	7. April | 4. September	6.93°
14 Stunden	26. April | 16. August	13.55°
15 Stunden	18. Mai | 25. Juli	19.61°
15.7 Stunden	21. Juni	23.44°

Tabelle B.5. Nullstellen und Extremwerte der Zeitgleichung

Datum[a]	**Zeitgleichung**[b]	**Bemerkung**
11. Februar	− 14	WOZ geht gegenüber MOZ um 14 Minuten nach.
13. April	0	WOZ und MOZ sind gleich.
14. Mai	+ 4	WOZ geht gegenüber MOZ um 4 Minuten vor.
13. Juni	0	WOZ und MOZ sind gleich.
26. Juli	− 6	WOZ geht gegenüber MOZ um 6 Minuten nach.
1. September	0	WOZ und MOZ sind gleich.
3. November	+ 16	WOZ geht gegenüber MOZ um 16 Minuten vor.
25. Dezember	0	WOZ und MOZ sind gleich.

[a]Die Daten können wegen der Schaltjahresregel und aus astronomischen Gründen bis zu einem Tag variieren.

[b]Werte auf Minuten gerundet

Anhang C. Formeln

Tabelle C.1. Abkürzungen und Formelzeichen

BSZ	Babylonische Stundenzählung
ISZ	Italienische Stundenzählung
MEZ	Mitteleuropäische (Winter-)Zeit
MESZ	Mitteleuropäische Sommerzeit
HTW	Halber Tagwinkel = Stundenwinkel, den die Sonne vom mathematischen Aufgang bis zum wahren Mittag zurücklegt. Der mathematische Sonnenaufgang ist der Zeitpunkt, zu dem das Sonnenzentrum den mathematischen Horizont überschreitet.[a]
MNZ	Mittlere Normalzeit
MOZ	Mittlere Ortszeit
MZZ	Mittlere Zonenzeit (= MNZ)
SA	Sonnenaufgang[b] ausgedrückt in wahrer Ortszeit
SU	Sonnenuntergang[c] ausgedrückt in wahrer Ortszeit
T	Tagesnummer im Jahr (1. Januar = 1)
WNZ	Wahre Normalzeit
WOZ	Wahre Ortszeit
WZZ	Wahre Zonenzeit (= WNZ)
ZG	Zeitgleichung
ZV	Zeitverschiebung
a	Azmut der Sonne (von Süden nach Westen positiv)
h	Höhe der Sonne
δ	Deklination der Sonne
τ	Stundenwinkel der Sonne
ε	Ekliptikschiefe = 23.45°
φ	Geografische Breite des Standortes
λ	Geografische Länge des Standortes

[a]Der erste Sonnenstrahl erscheint in unseren Breitengraden allerdings rund 4 Minuten früher. Knapp 2 Minuten braucht die Sonne nämlich für das Zurücklegen ihres halben Durchmessers, und wegen der Lichtbrechung in der Atmosphäre sehen wir sie nochmals ca.2 Minute früher.

[b]Siehe Fussnote zu HTW

[c]Siehe Fussnote zu HTW

Sonnendeklination

$$\begin{aligned}\delta \approx\ & 0.37^\circ + 23.26^\circ \cdot \sin(0.98563^\circ \cdot T - 79.64^\circ) \\ & + 0.34^\circ \cdot \sin(1.97125^\circ \cdot T - 82.91^\circ) + 0.17^\circ \cdot \sin(2.95688^\circ \cdot T - 59.93^\circ)\end{aligned} \tag{C.1}$$

Zeitrechnung

$$\mathrm{HT} = \arccos(-\tan(\varphi)\tan(\delta)) \tag{C.2}$$

$$SA = 12 - MHT \tag{C.3}$$

$$SU = 12 + MHT \tag{C.4}$$

$$WOZ = 12 + \frac{\tau}{15°} \tag{C.5}$$

$$MOZ = WOZ - ZG \tag{C.6}$$

$$MEZ = WOZ - ZG + ZV \tag{C.7}$$

$$MESZ = MEZ + 1 \tag{C.8}$$

$$ISZ = 12 - HTL + WOZ \tag{C.9}$$

$$BSZ = WOZ + HTL - 12 \tag{C.10}$$

$$ZV = (15° - \lambda) \cdot 4\mathrm{Min} \tag{C.11}$$

$$ZG \approx 7.38\mathrm{Min} \cdot \sin(T \cdot 0.9856° + 176.1°) + 9.96 \cdot \sin(T \cdot 1.9713° + 200.5°) \tag{C.12}$$

Umrechung zwischen Äquator- und Horizontkoordinaten

$$\tan(a) = \frac{\sin(\tau)}{\cos(\tau)\sin(\varphi) - \tan(\delta)\cos(\varphi)} \tag{C.13}$$

$$\sin(h) = \sin(\varphi)\sin(\delta) + \cos(\varphi)\cos(\delta)\cos(\tau) \tag{C.14}$$

$$\tan(\tau) = \frac{\sin(a)}{\cos(a)\sin(\varphi) + \tan(h)\cos(\varphi)} \tag{C.15}$$

$$\sin(\delta) = \sin(\varphi)\sin(h) - \cos(\varphi)\cos(h)\cos(a) \tag{C.16}$$

Index

Literaturverzeichnis

[Rohr] René R. J. Rohr. *Die Sonnenuhr*. Copyright © 1982 Verlag Georg D. W. Callwey, München.

[Zenkert] Arnold Zenkert. *Faszination Sonnenuhr*. Copyright © 2009 Wissenschaftlicher Verlag Harry Deutsch GMBH, Frankfurt am Main.

[Schuma] Schumacher Heinz. *Sonnenuhren*. Eine Anleitung für Handwerker und Liebhaber. Copyright © 1973 Verlag Georg D. W. Callwey, München.

[Meyer] Jörg Meyer. *Die Sonnenuhr und ihre Theorie*. Copyright © 2008 Wissenschaftlicher Verlag Harry Deutsch GMBH, Frankfurt am Main.

[Philipp] Philipp Hugo. Roth DanielBachmann Willy*Sonnenuhren Deutschland und Schweiz*. Copyright © 1994 Deutsche Gesellschaft für Chronometrie.

[Messerli] Messerli Jakob. *Gleichmässig pünktlich schnell*. Zeiteinteilung und Zeitgebrauch in der Schweiz im 19. Jahrhundert. Copyright © 1995 Chronos Verlag, Zürich.

[Dohrn] Dohrn-van Rossum Gerhard. *Die Geschichte der Stunde*. Uhren und moderne Zeitordnung. Copyright © 1992 Carl Hanser Verlag München Wien.

[Dallara1] Dall'Ara Luciano. *l'ombra del sole*. Storia e lettura della meridiana in Ticino. Copyright © 1999 Edizioni Casagrande SA, Bellinzona.

[Dallara2] Dall'Ara Luciano. *Il percorso del sole*. Auf Entdeckung der Sonnenuhren im Malcantone. Copyright © 2008 Malcantone Turismo, CH-6987 Caslano.

[Dallara3] Dall'Ara Luciano. Donati Bruno*Meridiane in Valmaggia*. Sintesi dell'inventario e indicazioni astronomiche. Copyright © 1988 Museo Valmaggia, Cevio.

[Gallaz] Gallaz Christophe. Bischoff Jean-M.*Les Cadrans Solaires vaudois*. Copyright © 1987 Editions Payot Lausanne.

[Staff] Staffieri Giovanni M.. *Malcantone*. Testimonianze culturali nei comuni malcantonesi. Copyright © 1985 Edizioni Bernasconi , CH-Lugano-Agno.

[KDS] *Die Kunstdenkmäler der Schweiz*. .

[KFS] *Kunstführer durch die Schweiz*. .

[IDPf] *Müstair, Kloster St. Johann*. . Copyright © 1996 vdf Hochschulverlag Zürich.