ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 14.04.1997.

Група А

1. Испитати конвергенцију низа $\{a_n\}$, ако је

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+n+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+101n}}.$$

2. Одредити *Mac Laurin*-ов полином четвртог степена који апроксимира функцију

$$f\ :\ x \mapsto \frac{x}{1+x}$$

и проценити грешку за $|x| < a < 1$.

3. Испитати ток и нацртати график функције

$$f\ :\ x \mapsto \begin{cases} |x|e^{5/x-2/x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}.$$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 14.04.1997.

Група Б

1. Испитати конвергенцију низа $\{a_n\}$, ако је

$$a_n = sin\,1 + \frac{sin\,2}{2} + \frac{sin\,4}{4} + \cdots + \frac{sin\,2^n}{2^n}.$$

2. Применом *Mac Laurin*-ове формуле израчунати

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\,sin(sin\,x) - sin^2 x}{x^6}.$$

3. Испитати ток и нацртати график функције

$$f\ :\ x \mapsto \frac{|x|x^2}{x^2+3x+3}.$$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 17.01.1998.

Група А

1. Испитати конвергенцију низа $\{a_n\}$, ако је

$$a_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{8}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}.$$

2. Одредити *Mac Laurin*-ов полином трећег степена који апроксимира функцију

$$f\ :\ x \mapsto \frac{1}{\sqrt[3]{1-x}}$$

и проценити грешку за $|x| < 1/2$.

3. Испитати ток и нацртати график функције

$$f\ :\ x \mapsto \frac{1 - ln\,|x|}{x^2}.$$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 17.01.1998.

Група Б

1. Испитати конвергенцију низа $\{a_n\}$, ако је

$$a_n = \frac{cos\,1}{1\cdot 2} + \frac{cos\,4}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{cos\,n^2}{n(n+1)}.$$

2. Апроксимирати функцију $f : x \mapsto x\,ln\,x$ *Taylor* - овим полиномом у околини тачке $x_0 = 1$ тако да за $|x-1| < 1/2$ грешка апроксимације не буде већа од 10^{-2}.

3. Испитати ток и нацртати график функције

$$f\ :\ x \mapsto \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}.$$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 17.01.1998.

Група Ц

1. Испитати непрекидност функције

$$f\,:\,x\mapsto\begin{cases}\dfrac{1-(cos\,x)^{sin\,x}}{x^3}, & x\neq 0\\ A, & x=0\end{cases}$$

у зависности од вредности реалног параметра A.

2. Применом локалних *Mac Laurin*-ових формула израчунати

$$\lim_{x\to 0}\frac{sin^2\,x-x^2e^{-x}-x^3}{2-x^2-2\,cos(sin\,x)}.$$

3. Испитати ток и нацртати график функције

$$f\,:\,x\mapsto|x-5|e^{1/(x-1)}.$$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 17.01.1998.

Група Д

1. Испитати диференцијабилност функције

$$f\,:\,x\mapsto\begin{cases}(sin\,x)^{1/x}x^{(x-1)/x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$$

2. Применом локалних *Mac Laurin*-ових формула израчунати

$$\lim_{x\to 0}\frac{ln(1+x^2)-x\,sin(sin\,x)}{e^{-x^2/2}-cosx}.$$

3. Испитати ток и нацртати график функције

$$f\,:\,x\mapsto ln\,\frac{|x|}{x^2+1}.$$

Ime, prezime i broj indeksa:____ 27.12.1999.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

I GRUPA

1. Ispitati konvergenciju niza $\{a_n\}$ ako je $a_1 = 13, \quad a_{n+1} = \sqrt{12 + a_n}, \quad n \in N.$

2. Odrediti MacLaurin-ov polinom trećeg stepena za funkciju $f(x) = e^{2x}\cos x$ i proceniti grešku za $x \in \left(-\frac{1}{10}, 0\right)$.

3. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = \ln\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}+x}$.

4. Dokazati da je monotono opadajući niz koji je ograničen s donje strane konvergentan i da je $\lim_{n\to\infty} a_n = \inf\{a_n \mid n \in N\}$.

Ime, prezime i broj indeksa:____ 27.12.1999.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

II GRUPA

1. Odrediti sve tačke nagomilavanja niza $\{a_n\}$ ako je $a_n = \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)^n + \tan\frac{n\pi}{3}$.

2. Koristeći lokalnu Taylor-ovu teoremu izračunati
$$\lim_{x\to+\infty} x^{\frac{7}{4}}\left(\sqrt[4]{x+1} + \sqrt[4]{x-1} - 2\sqrt[4]{x}\right).$$

3. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = 1 + |x|\, e^{\frac{2}{x}}$.

4. Formulisati i dokazati L'Hospitall-ovu teoremu, kada je $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = 0$ i postoji $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ $\;(\lim_{x\to a} g'(x) \neq 0)$.

Ime, prezime i broj indeksa: ______________________________ 27.12.1999.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

III GRUPA

1. Naći $\lim_{n\to\infty} a_n$ ako je $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}$, $n \in N$.

2. Odrediti A tako da funkcija f(x) bude neprekidna u 0, ako je

$$\mathrm{f}(x) = \begin{cases} \dfrac{x\sqrt[5]{1+x^2} - \sin(\sin x) - \dfrac{8}{15}x^3}{x e^{x^2} - x(1+x^2)}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}.$$

3. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $\mathrm{f}(x) = \dfrac{\ln^4|x|}{x^2}$.

4. Dokazati da ako je funkcija f(x) neprekidna u tački x_0 i $\mathrm{f}(x_0) < 0$, tada postoji interval $(x_0 - \delta,\ x_0 + \delta)$ tako da je $\mathrm{f}(x) < 0$ za svako x iz tog intervala.

Ime, prezime i broj indeksa: ______________________________ 27.12.1999.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

IV GRUPA

1. Dat je niz $\{a_n\}$, $a_n = \dfrac{n^2 \sin\dfrac{n\pi}{2} + 1}{n^2+1}$, $n \in N$. Odrediti $\limsup_{n\to\infty} a_n$, $\liminf_{n\to\infty} a_n$, $\sup\{a_n \mid n \in N\}$ i $\inf\{a_n \mid n \in N\}$.

2. Koristeći lokalnu Taylor-ovu teoremu izračunati $\lim_{x\to 1} \dfrac{4\sqrt{x} - \ln x - x - 3}{(1-x)^3}$.

3. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $\mathrm{f}(x) = \arctan\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)$.

4. Dokazati da beskonačan ograničen niz ima bar jednu tačku nagomilavanja.

Ime, prezime i broj indeksa: ______________________________________ 27.12.1999.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

V GRUPA

1. Ispitati konvergenciju niza $\{a_n\}$, $a_n = \dfrac{\cos 1}{3} + \dfrac{\cos 2}{3^2} + \ldots + \dfrac{\cos n}{3^n}$, $\quad n \in N$.

2. Aproksimirati funkciju $\mathrm{f}(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+4x}}$ MacLaurin-ovim polinomom tako da za $|x| \leq \dfrac{1}{10}$ greška aproksimacije bude manja od 10^{-3}.

3. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $\mathrm{f}(x) = \ln \dfrac{x^2}{x-1}$.

4. Caushy-ev kriterijum konvergencije za nizove. Formulacija i dokaz.

Ime, prezime i broj indeksa: ______________________________________ 27.12.1999.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

VI GRUPA

1. Dokazati konvergenciju niza $\{a_n\}$ i izračunati $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ ako je $a_1 \in (0, 3)$ i $a_{n+1} = \sqrt{2a_n + 3}$.

2. Za funkciju $\mathrm{f}(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{x}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$

   a) Odrediti A tako da funkcija $\mathrm{f}(x)$ bude neprekidna.

   b) Da li je funkcija $\mathrm{f}'(x)$ neprekidna?

3. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $\mathrm{f}(x) = \left(x^2 + x\right)e^{-|x|}$.

4. Dokazati da ako je funkcija $\mathrm{f}(x)$ neprekidna na odsečku $[a, b]$, tada postoji $x_0 \in [a, b]$ tako da je $\mathrm{f}(x) = \min\limits_{x\in[a,\, b]} \mathrm{f}(x)$.

Горан Милосављевић
222/00

II KOLOKVIJUM MATEMATIKE I

GRUPA "5"

24.12.2000.

1. Dat je niz

$$a_n = a\frac{n}{n+1}\cos\frac{2n\pi}{3} + \frac{n^{(-1)^n}}{n+1}, \quad (a \in R).$$

   (1) Odrediti sve tačke nagomilavanja datog niza.
   (2) Da li postoji vrednost a za koju je niz konvergentan?

2. Primenom lokalne MacLaurin-ove formule izračunati

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2 - x} + e^{2x^2 + x} - 2\cos(\sin x)}{3x^2}.$$

3. Odrediti oblast definisanosti i sve asimptote funkcije $f : x \to x - 2 + \frac{\sqrt{x^2+9}}{x}$.

4. Formulisati i dokazati Cauchy-ev kriterijum konvergencije za nizove.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :________________________, број индекса: __________

1. Дат је низ $a_n = \frac{\sin 1}{1!} + \frac{\sin 2}{2!} + \ldots + \frac{\sin n}{n!}$, $n \in N$.

- Формулисати Кошијев критеријум конвергенције:________________________

____

____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ конвергентан (зашто):________________________

____

____

2. Дата је функција $f : x \to (x+1)^2 \cdot \ln(x+1)$.

- $f'(x) =$ _______________, $f^{(3)}(x) =$ _______________, $f^{(5)}(x) =$ ____________________
- *Mac Laurin*-ов полином 4. степена ф-је $f(x)$ једнак је $T_4(x) =$ __________________
- Остатак *Mac Laurin*-овог полинома $T_4(x)$ ф-је $f(x)$ једнак је $R_4(x) =$ ____________

________________________, а за $|x| \le \frac{1}{4}$ оцена грешке је $|R_4(x)| \le$ ______________________

3. Дата је функција $f : x \to \frac{x^3}{x^2-1} \cdot e^{\frac{1}{x+1}}$.

- Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је:________________________________
- Вертикалне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:__________________

________________________, јер је:_____________________________________

____

- Косе или хоризонталне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:____________

____________________________________, јер је:_______________________________

____

4. Ако је функција $f(x)$ непрекидна у тачки x_0 и $f(x_0) < 0$, доказати да постоји интервал $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ у коме ће бити $f(x) < 0$.

5213 28.12.2002.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :________________________, број индекса: __________

1. Дат је низ $a_n = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+\sqrt{2}} + \frac{1}{2n+\sqrt{3}} \ldots + \frac{1}{2n+\sqrt{2n}}$, $n \in N$.

   - Формулисати теорему о три низа:____
   ____
   ____
   - Гранична вредност низа $\{a_n\}$ једнака је _____, јер је:________________________
   ____
   ____

2. Дата је функција $f : x \to (x-1) \cdot \ln x$.

   - $f'(x) =$ ___________, $f''(x) =$ ___________, … , $f^{(n)}(x) =$ ________________________
   - Остатак *Taylor*-овог полинома ф-је $f(x)$ у околини тачке $x = 1$, једнак је $R_n(x) =$
   ____
   - За које n је задовољена неједнакост $|R_n(x)| \le 10^{-4}$, за све $x \in (1, \frac{11}{10})$ (зашто):_____
   ____
   - За добијено n, *Taylor*-ов полином у околини тачке $x = 1$ једнак је $T_n(x) =$ ______
   ____

3. Дата је функција $f : x \to \sqrt{\frac{(x+1)^3}{x}}$.

   - Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је:________________________________
   - Да ли је ф-ја $f(x)$ парна или непарна (зашто):________________________
   - Вертикалне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:__________________
   јер је:____
   - Косе или хоризонталне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:____________
   ______________________, јер је:________________________________

4. Ако је низ $\{a_n\}$ монотоно опадајући и ограничен с доње стране, доказати да је конвергентан и одредити његову граничну вредност.

4127 28.12.2002.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :__________________________, број индекса: __________

1. Низ $\{a_n\}$ је задат релацијом: $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n^2 - a_n + 1}$, за $n > 1$.

   - Формулисати теорему о монотоном и ограниченом низу:________________________

   - Да ли је низ $\{a_n\}$ ограничен (зашто):________________________

   - Да ли је низ $\{a_n\}$ монотон (зашто):________________________

   - Гранична вредност низа $\{a_n\}$, ако постоји, једнака је:____________________

2. Дата је функција $f : x \to (2x^2 + 3x) \cdot e^{-x}$.

   - $f'(x) =$ _______________, $f^{(3)}(x) =$ _______________, $f^{(5)}(x) =$ _______________

   - *Mac Laurin*-ов полином 4. степена ф-је $f(x)$ једнак је $T_4(x) =$ ____________________

   - Остатак *Mac Laurin*-овог полинома $T_4(x)$ ф-је $f(x)$ једнак је $R_4(x) =$ _____________

   ________________________, а за $|x| \le \frac{1}{10}$ оцена грешке је $|R_4(x)| \le$ ____________________

3. Дата је функција $f : x \to \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$.

   - Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је:________________________

   - Испитати парност ф-је $f(x)$:________________________

   - Вертикалне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:____________________

   ________________________, јер је:________________________

   - Косе или хоризонталне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:______________

   ________________________, јер је:________________________

4. Дата је функција $y = f[g(x)]$, где су $y = f(u), u = g(x)$, диференцијабилне функције. Доказати да је тада $y'_x = y'_u \cdot u'_x$.

1835 28.12.2002.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :______________________, број индекса: __________

1. Дат је низ $a_n = (-1)^n \cdot \ln\left(\frac{3n+1}{3n-1}\right)^n + A \cdot \cos n\pi,\ A \in R$.

   - Израчунати $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n+1}{3n-1}\right)^n$ ______________________________________

   ____

   - Одредити тачке нагомилавања низа $\{a_n\}$:______________________________

   ____

   - Низ $\{a_n\}$ је конвергентан за A=______________________________________

2. У околини тачке $x = 0$ дата је функција $f : x \to \begin{cases} \left(\dfrac{\sin(x^2/2) - \ln(\cos x)}{x^2}\right)^{1/x^2} & ,x \neq 0 \\ a & ,x = 0 \end{cases}$.

   - *Mac Laurin*-ов полином четвртог степена ф-је $\cos x$ једнак је:________________

   ________________________, ф-је $\sin\left(\frac{x^2}{2}\right)$ једнак је:______________________________

   и ф-је ~~cos(sin x)~~ ln(cos x) једнак је:____

   - Вредност реалног параметра a за који је ф-ја $f(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$

   једнака је _____, јер је:____

   - ~~Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је~~:______________________________

3. Дата је функција $f : x \to \dfrac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

   - Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је:______________________________________

   - $f'(x) =$ ____

   - $f(x)$ је монотоно растућа за $x \in$ ________________________, $f(x)$ је монотоно

   опадајућа за $x \in$ ____________________________, а екстремне вредности ф-је $f(x)$ су :

   ____

4. Доказати да је функција $f(x) = x^2$ равномерно непрекидна на сваком одсечку $[a,b] \subset R$, коначне дужине.

 28.12.2002.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :__________________________, број индекса: __________

1. Дат је низ $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2-n}} + \frac{1}{\sqrt{n^2-n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2-n+2}} \ldots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$, $n \in N$.

- Формулисати теорему о три низа:____

____

____

- Гранична вредност низа $\{a_n\}$ једнака је _____, јер је:________________________

____

____

2. У околини тачке $x = 0$ дата је функција $f : x \to \begin{cases} \dfrac{\sin x^2 + \cos(\sin x) - 1}{2\cos x + x^2 - 2} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$.

- *Mac Laurin*-ов полином четвртог степена ф-је $\cos x$ једнак је:__________________

___________________________, ф-је $\sin x^2$ једнак је:________________________________

и ф-је $\cos(\sin x)$ једнак је:____

- Вредност реалног параметра a за који је ф-ја $f(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$

једнака је _____, јер је:____

3. Дата је функција $f : x \to \ln(1+x^2) + \arcsin\frac{2x}{1+x^2}$.

- Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је:____
- $f'(x) =$ ____
- $f(x)$ је монотоно растућа за $x \in$ ____________________________, $f(x)$ је монотоно

опадајућа за $x \in$ ______________________________, а екстремне вредности ф-је $f(x)$ су :

____

4. Ако је функција $f(x)$ непрекидна на одсечку $[a,b]$, доказати да постоји најмања вредност функције $f(x)$ на том одсечку.

7263 28.12.2002.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :__________________________, број индекса: _________

1. Низ $\{a_n\}$ је задат релацијом: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = \sqrt{3a_n + 4}$, за $n > 1$.

   - Формулисати теорему о монотоном и ограниченом низу:______________________

   ____

   ____

   - Да ли је низ $\{a_n\}$ ограничен (зашто):__________________________________

   ____

   - Да ли је низ $\{a_n\}$ монотон (зашто):___________________________________

   ____

   - Гранична вредност низа $\{a_n\}$, ако постоји, једнака је:_______________________

2. Дата је функција $f : x \to \dfrac{x}{\sqrt{1+x}}$.

   - $f'(x) =$ ________________, $f^{(3)}(x) =$ ________________, $f^{(5)}(x) =$ _____________________

   - *Mac Laurin*-ов полином 4. степена ф-је $f(x)$ једнак је $T_4(x) =$ ____________________

   - Остатак *Mac Laurin*-овог полинома $T_4(x)$ ф-је $f(x)$ једнак је $R_4(x) =$ ______________

   __________________________, а за $|x| < \dfrac{1}{10}$ оцена грешке је $|R_4(x)| \leq$ ___________________________

3. Дата је функција $f : x \to x + \sqrt{x^2 + 3x + 2}$.

   - Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је:_______________________________________

   - Вертикалне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:_________________________

   _____________________________, јер је:____

   ____

   - Косе или хоризонталне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:______________

   ___________________________________, јер је:____

   ____

4. Доказати да збир коначно много бесконачно малих величина представља бесконачно малу величину.

8176 28.12.2002.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :_________________________, број индекса: _________

1. Дат је низ $a_n = \frac{\text{arctg}1}{1\cdot 3} + \frac{\text{arctg}2}{3\cdot 5} + \ldots + \frac{\text{arctg}\, n}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$, $n \in N$.

- Формулисати Кошијев критеријум конвергенције:_____________________________

____

____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ конвергентан (зашто):______________________________

____

____

2. У околини тачке $x=0$ дата је функција $f : x \to \begin{cases} \dfrac{e^{x^2-x} + 3\cos x + \sin x - 4}{x^2 - 2x + 2\ln(1+\sin x)} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$.

- *Mac Laurin*-ов полином трећег степена ф-је $\sin x$ једнак је:____________________

__________, ф-је $\cos x$ једнак је:____________________________,ф-је $\ln(1+\sin x)$ једнак је:

__________________________, и ф-је e^{x^2-x} једнак је:_____________________________

- Вредност реалног параметра a за који је ф-ја $f(x)$ непрекидна у тачки $x=0$

једнака је _____, јер је:____

3. Дата је функција $f : x \to \frac{\ln|x-1|}{\sqrt[3]{x-1}}$.

- Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је:_____________________________________
- $f'(x) =$ ____
- $f(x)$ је монотоно растућа за $x \in$ ___________________________, $f(x)$ је монотоно

опадајућа за $x \in$ ___________________________, а екстремне вредности ф-је $f(x)$ су :

____

4. Нека за функцију $y = f(x)$ у околини неке тачке $x = x_0$ постоје сви изводи закључно са изводом $(n+1)$-ог реда. Ако је $T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x)}{k!}(x-x_0)^k$ Тејлоров полином за дату функцију, доказати да је тада $R_{n+1}(x) = f(x) - T_n(x) = o\left[(x-x_0)^n\right],\ x \to x_0$.

5281 28.12.2002.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :____________________________, број индекса: __________

1. Дат је низ $a_n = A\left(\dfrac{2n+(-1)^n}{2n+1}\right)^n + B\cdot\cos n\pi,\ A,B\in R$.

   - Израчунати $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-1}{2n+1}\right)^n$ ____

     ____

   - Одредити тачке нагомилавања низа $\{a_n\}$:______________________________

     ____

   - За које вредности A и B важи $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \cancel{0}\,1$:____________________________

2. Дата је функција $f: x \to (x+1)\cdot\ln(x+1)$.

   - $f'(x) =$ ____________, $f''(x) =$ ____________, ... , $f^{(n)}(x) =$ _________________________
   - Остатак *Mac Laurin*-овог полинома ф-је $f(x)$ једнак је $R_n(x) =$ ____________________
   - За које n је задовољена неједнакост $|R_n(x)| \le \frac{1}{2}10^{-4}$, за све $|x| \le \frac{1}{4}$ (зашто):__________

     ____

   - За добијено n, *Mac Laurin*-ов полином $T_n(x) =$ __________________________________

3. Дата је функција $f: x \to x\cdot\ln\dfrac{2x}{x+1}$.

   - Област дефинисаности ф-је $f(x)$ је:____
   - Вертикалне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:_______________________

     ____________________________, јер је:____

     ____

   - Косе или хоризонталне асимптоте ф-је $f(x)$, ако постоје, су праве:_______________

     ______________________________________, јер је:___________________________________

     ____

4. Доказати да сваки ограничени бесконачни низ има бар једну тачку нагомилавања.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име:____, број индекса:________________

1. Дат је низ $a_n = \frac{1}{1\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 9} + \frac{1}{9\cdot 13} + \ldots + \frac{1}{(4n-3)\cdot(4n+1)}$, $n \in N$.

- Формулисати теорему о монотоном и ограниченом низу . ____

____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ монотон ? ____

____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ ограничен ? ____

____

- Гранична вредност низа $\{a_n\}$, ако постоји, једнака је ______________________________________

2. Дата је функција $f : x \to \begin{cases} \dfrac{\cos x + \ln\sqrt{1+x^2} - 1}{x^4} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$.

- *MacLaurin*-ов полином четвртог степена ф-је $\cos x$ једнак је ____________________________________

______________________,ф-је $\sqrt{1+x^2}$ једнак је ____

и ф-је $\ln\sqrt{1+x^2}$ једнак је ____

- Вредност реалног параметра a , за коју је ф-ја f непрекидна у тачки $x = 0$, једнака је ____________________

јер је ____

3. Дата је ф-ја $f : x \to \sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)}$.

- Област дефинисаности ф-је f је ____________________________________, а $f'(x) =$ ______________________

- Ф-ја f је монотоно растућа за ____

монотоно опадајућа за ____, а локални

екстремуми ф-је f су ____

- Асимптоте ф-је f су праве ____

јер је ____

____

4. Ако је $f(x)$ непрекидна ф-ја на одсечку $[a,b]$ доказати да $f(x)$ достиже своју најмању вредност на том одсечку.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име:____________________________________, број индекса:______________

1. Дат је низ $a_n = \frac{\sin 3}{1\cdot 2} + \frac{\sin 4}{2\cdot 3} + \frac{\sin 5}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{\sin(n+1)}{(n-1)\cdot n}, \quad n \in N$.

- Формулисати Кошијев критеријум конвергенције . ____________________________________

____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ конвергентан ? ____

____

____

____

2. Дата је функција $f : x \to \begin{cases} \dfrac{\cos(\sin x) - \cos x}{\sin x^2 - \ln(1+x^2)} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$.

- *MacLaurin*-ов полином четвртог степена ф-је $\cos x$ једнак је __________________________

ф-је $\cos(\sin x)$ једнак је ____

ф-је $\sin x^2$ једнак је ____

и ф-је $\ln(1+x^2)$ једнак је ____

- Вредност реалног параметра a , за коју је ф-ја f непрекидна у тачки $x = 0$, једнака је ________________

јер је ____

3. Дата је ф-ја $f : x \to \dfrac{\sqrt{x^2 - 1}}{\ln(x^2 - 1)}$.

- Област дефинисаности ф-је f је ____

- $f'(x) =$ ____

- Ф-ја f је монотоно растућа за ____

____, монотоно опадајућа за

____

________________________________, а локални екстремуми ф-је f су ______________________

____

4. Ако је низ $\{a_n\}$ монотоно опадајући и ограничен са доње стране доказати да је конвергентан и да важи $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \inf\limits_{n\in N}\{a_n\}$.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име:____________________, број индекса:__________

1. Дат је низ $a_n = \left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{3n^2} + \frac{2n+1}{3n-1}\cdot\cos\frac{2n\pi}{3}$, $n \in N$.

- Шта је тачка нагомилавања низа ? ____________________

____

- $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{3n^2} =$ ____________________

____

- Тачке нагомилавања низа $\{a_n\}$ су ____________________

____

2. Дата је функција $f : x \to \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{e^{x^2}-1} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$.

- *MacLaurin*-ов полином другог степена ф-је e^{x^2} једнак је ____________________

____________________, ф-је $x\sin x$ једнак је ____________________

и ф-је $\sqrt{1+x\sin x}$ једнак је ____________________

- Вредност реалног параметра a, за коју је ф-ја f непрекидна у тачки $x = 0$, једнака је ____________________

јер је ____________________

3. Дата је ф-ја $f : x \to \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$.

- Област дефинисаности ф-је f је ____________________, а $f'(x) =$ ____________________

- Ф-ја f је монотоно растућа за ____________________

монотоно опадајућа за ____________________, а локални

екстремуми ф-је f су ____________________

- Асимптоте ф-је f су праве ____________________

јер је ____________________

____

4. Доказати да је функција $f(x) = x^2$ равномерно непрекидна на сваком одсечку $[a,b] \subset R$ коначне дужине, али није равномерно непрекидна на скупу R.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име:________________________________, број индекса:______________

1. Низ $\{a_n\}$ је дат релацијом $a_{n+1}=\sqrt{a_n+6}$ за $n\in N$ и $a_1=0$.

- Формулисати теорему о монотоном и ограниченом низу ______________________________

- Да ли је низ $\{a_n\}$ ограничен ? ______________________________

- Да ли је низ $\{a_n\}$ монотон ? ______________________________

- Гранична вредност низа $\{a_n\}$, ако постоји, једнака је ______________________________

2. Дата је функција $f:x\to(x-1)^2\ln(x-1)$.

- $f'(x)=$ __________________, $f'''(x)=$ __________________, $f^{(5)}=$ ______________

- *Taylor*-ов полином 4. степена ф-је f у околини тачке $x_0=2$ је $T_4(x)=$ ______________________________

- Остатак *Taylor*-овог полинома је $R_4(x)=$ ______________________________

а за $|x-2|<\dfrac{1}{2}$ оцена учињене грешке је $|R_4(x)|<$ ______________________________

3. Дата је ф-ја $f:x\to\dfrac{x^3}{x^2-1}e^{\frac{x+1}{x(x-1)}}$.

- Област дефинисаности ф-је f је ______________________________

- Вертикалне асимптоте ф-је f , ако постоје, су праве ______________________________

јер је ______________________________

- Косе или хоризонталне асимптоте ф-је f , ако постоје, су праве ______________________________

јер је ______________________________

4. Доказати да збир коначно много бесконачно малих величина, кад $x\to x_0$, представља бесконачно малу величину, кад $x\to x_0$.

5. ГРУПА 27.12.2003.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име:______________________________________, број индекса:________________

1. Дат је низ $a_n = \frac{1}{2 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 17} + \ldots + \frac{1}{(5n-3)\cdot(5n+2)}$, $n \in N$.

- Формулисати теорему о монотоном и ограниченом низу . ____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ монотон ? ____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ ограничен ? ____

- Гранична вредност низа $\{a_n\}$, ако постоји, једнака је ____

2. Дата је функција $f : x \to \begin{cases} \dfrac{e^{x^2} - \sqrt{1 - x^2 + x^3}}{\ln(1 + x^2)} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$.

- *MacLaurin*-ов полином другог степена ф-је e^{x^2} једнак је ____

____________________,ф-је $\sqrt{1 - x^2 + x^3}$ једнак је ____

и ф-је $\ln(1 + x^2)$ једнак је ____

- Вредност реалног параметра a, за коју је ф-ја f непрекидна у тачки $x = 0$, једнака је ____________________

јер је ____

3. Дата је ф-ја $f : x \to |x + 2| \cdot e^{-\frac{1}{x}}$.

- Област дефинисаности ф-је f је ____, а $f'(x) =$ ______________________

- Ф-ја f је монотоно растућа за ____

монотоно опадајућа за ____, а локални

екстремуми ф-је f су ____

- Асимптоте ф-је f су праве ____

јер је ____

4. Формулисати и доказати *L`Hospitalle* – ову теорему .

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име:____, број индекса:________________

1. Дат је низ $a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^3-n}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3-n+1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3-n+2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+n}}, \quad n \in N$.

- Формулисати теорему о три низа . ____

____

- Гранична вредност низа $\{a_n\}$, ако постоји, једнака је ____________________________, јер је

____

____

____

2. Дата је функција $f : x \to (x-2)^2 e^x$.

- $f'(x) =$ ____________________, $f'''(x) =$ ____________________, $f^{(5)} =$ ____________________

- *MacLaurin*-ов полином четвртог степена ф-је f је $T_4(x) =$ ____________________________

____

- Остатак *MacLaurin*-ов полинома је $R_4(x) =$ ____________________________

а за $|x| < \frac{1}{2}$ оцена учињене грешке је $|R_4(x)| <$ ____________________________

3. Дата је ф-ја $f : x \to x^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x}}\right)$.

- Област дефинисаности ф-је f је ____________________________________

- Вертикалне асимптоте ф-је f , ако постоје, су праве ____________________________

јер је ____

____

- Косе или хоризонталне асимптоте ф-је f , ако постоје, су праве ________________________

јер је ____

____

4. Ако ф-ја $f(x)$, у некој околини тачке $x = a$, има непрекидне све изводе закључно са изводом $(n+1)$ -ог реда, доказати да је $R_{n+1}(x) = f(x) - T_n(x) = \sigma(x-a)^n$, где је $T_n(x)$ *Taylor*-ов -ов полином ф-је $f(x)$ у околини тчке $x = a$.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име:____, број индекса:________________

1. Дат је низ $a_n = \dfrac{2^{n+1} + 6 \cdot 3^{n+1}}{2^n + 2 \cdot 3^n} + \dfrac{n^2 - 3}{9n^2 + n - 5} \cdot \sin\dfrac{n\pi}{4}$, $n \in N$.

- Шта је тачка нагомилавања низа ? ____

____

- $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1} + 6 \cdot 3^{n+1}}{2^n + 2 \cdot 3^n} =$ ____

- $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2 - 3}{9n^2 + n - 5} =$ ____

- Тачке нагомилавања низа $\{a_n\}$ су ____

____

2. Дата је функција $f : x \to \begin{cases} \dfrac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$.

- *MacLaurin*-ов полином четвртог степена ф-је $\cos x$ једнак је ________________________________

____________________ и ф-је $\cos(1 - \cos x)$ једнак је ________________________________

- Вредност реалног параметра a, за коју је ф-ја f непрекидна у тачки $x = 0$, једнака је ____________________

јер је ____

3. Дата је ф-ја $f : x \to \dfrac{1}{x^2 - 1} + \ln(x^2 - 1)$.

- Област дефинисаности ф-је f је ________________________________, а $f'(x) =$ ____________________

- Ф-ја f је монотоно растућа за ____

монотоно опадајућа за ____, а локални

екстремуми ф-је f су ____

- Асимптоте ф-је f су праве ____

јер је ____

____

4. Ако ф-је $f(x)$ и $g(x)$ имају у тачки x све изводе закључно са изводима n-тог реда, доказати да важи Лајбницова формула $(f(x) \cdot g(x))^{(n)} = \sum\limits_{k=0}^{n} \dbinom{n}{k} f^{(n-k)}(x) \cdot g^{(k)}(x)$.

II КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име:______________________________, број индекса:______________

1. Дат је низ $a_n = \frac{1}{3+1} + \frac{1}{3^2+2} + \frac{1}{3^3+3} + \ldots + \frac{1}{3^n+n}$, $n \in N$.

- Формулисати теорему о монотоном и ограниченом низу. ______________________________

____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ монотон? ______________________________

____

- Да ли је низ $\{a_n\}$ ограничен? ______________________________

____

2. Дата је функција $f : x \to \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\cos x} - e^{-\frac{x^2}{4}}}{x^2 - \ln(1+x^2)} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$.

- *MacLaurin*-ов полином четвртог степена ф-је $\cos x$ једнак је ______________________________

ф-је $\sqrt{\cos x}$ једнак је ______________________________

ф-је $e^{-\frac{x^2}{4}}$ једнак је ______________________________

и ф-је $\ln(1+x^2)$ једнак је ______________________________

- Вредност реалног параметра a, за коју је ф-ја f непрекидна у тачки $x = 0$, једнака је ______________

јер је ______________________________

3. Дата је ф-ја $f : x \to \ln|x| - \arctan\sqrt{x^2 - 1}$.

- Област дефинисаности ф-је f је ______________________________

- $f'(x) =$ ______________________________

- Ф-ја f је монотоно растућа за ______________________________

______________________________, монотоно опадајућа за

____

______________________________, а локални екстремуми ф-је f су ______________

____

4. Формулисати и доказати *Roll* – ову теорему.