Θέμα [2]

Γεωμετρία: ΣΤΕΡΕΑ: [Ονοματολογία – Συμβολισμός]
Η έννοια της μεταβλητής -Απλές εξισώσεις

[ο προγραμματισμός]

Ενδεικτική πορεία διδασκαλίας

Α. Δίνουμε στους εκπαιδευομένους διάφορα στερεά (κατασκευασμένα)-Πολύεδρα (πρίσματα και πυραμίδες) και στερεά εκ περιστροφής.
Ονομάζουμε τα στερεά, τα χαρακτηριστικά των στερεών (έδρες, κορυφές, ακμές) και των πολυγωνικών σχημάτων από τα οποία περικλείονται(πλευρές, γωνίες).

Β. Διακρίνουμε στον περιβάλλοντα χώρο αντικείμενα που μας δίνουν την έννοια του πολυέδρου, της επίπεδης επιφάνειας, των στερεών εκ περιστροφής και εντοπίζουμε τα χαρακτηριστικά τους.

Γ. Δίνουμε στους εκπαιδευομένους (κατασκευασμένα) τα πέντε κανονικά πολύεδρα.
[Τετράεδρο, κύβος, εικοσάεδρο, οκτάεδρο, ... δωδεκάεδρο].
Ιστορική αναδρομή (πλατωνικά ή κοσμικά στερεά)
[φωτιά, γη, νερό, αέρας,...σύμπαν].
Αναφορά στα κανονικά πολύγωνα.

Δ. Ζωγραφική.

Ε. Για τα (κυρτά) πολύεδρα διαπιστώνουμε ότι ισχύει το Θεώρημα (Descartes) Euler:
$K + E = A + 2$

ΣΤ. Εισαγωγή στις απλές εξισώσεις (με τη βοήθεια του Θ. Euler)

Μέσα-Υλικά

Κατασκευασμένα στερεά: Διάφορα πρίσματα (κύβος, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, εξαγωνικό), Πυραμίδες (τριγωνική-τετραπλευρική – εξαγωνική – κόλουρη), στερεά εκ περιστροφής (κύλινδρος, κώνος), τα πέντε πλατωνικά στερεά (κανονικό τετράεδρο, οκτάεδρο, εικοσάεδρο, κύβος, δωδεκάεδρο) ...
και δύο από τα δεκατρία ημικανονικά αρχιμήδεια στερεά [το κόλουρο εικοσάεδρο : 12 πεντάγωνα + 20 εξάγωνα και το ρομβοεικοσιδωδεκάεδρο:12 πεντάγωνα + 30 τετράγωνα + 20 τρίγωνα].

Σκοποί- Στόχοι –Επιδιώξεις

Να διακρίνουν οι εκπαιδευόμενοι και να ονομάζουν στον περιβάλλοντα χώρο τα διάφορα στερεά και επίπεδα σχήματα.
Να διακρίνουν και να ονομάζουν τα χαρακτηριστικά των στερεών σωμάτων (έδρες, κορυφές, ακμές) και των επίπεδων σχημάτων (πλευρές, γωνίες).
Ζωγραφική των στερεών[μη μαθηματική απόδοση των χαρακτηριστικών των στερεών]
Να λύνουν απλές εξισώσεις [μια πρώτη προσπάθεια για το πέρασμα από την Αριθμητική στην Άλγεβρα]

Ενδεικτικός χρόνος

10 ώρες: (γράμμα "ενδεικτικής πορείας" , αριθμός ωρών)
(Α, 1) (Β, 1) (Γ, 1) *(Δ, 4) Κοινή Παρουσίαση* (Ε, 2) (ΣΤ, 4)
[(Δ, 4): Μια ώρα για κάθε κατηγορία: πρίσματα, πυραμίδες, στερεά εκ περιστροφής, πλατωνικά]

Ειδικές παρατηρήσεις

Η σύνδεση των στερεών με την Πλατωνική Φιλοσοφία, όπως και η σύνδεσή τους με τον περιβάλλοντα χώρο εντάσσονται στο project ως κίνητρα μάθησης.
Πιθανή συνεργασία με φιλόλογο για τα ιστορικά στοιχεία (Πλάτωνος, Τίμαιος: 1 ώρα)
Ελπίζω ότι οι εκπαιδευόμενοι θα ενδιαφερθούν ... και για την κατασκευή των στερεών, οπότε θα εισαχθούν ομαλά στη χρήση χάρακα, γνώμονα, διαβήτη και στη μαθηματική σχεδίαση των στερεών, με την βοήθεια τετραγωνισμένου χαρτιού (επόμενες θεματικές ενότητες). Στο δεύτερο χρόνο εκπαίδευσης μπορούμε να επαναφέρουμε το θέμα της κατασκευής και να ασχοληθούμε περισσότερο μ' αυτήν.
Με τη βοήθεια του Θ. Euler και των απλών εξισώσεων μπορούμε να λύσουμε μεγάλη κατηγορία προβλημάτων, εισάγοντας τους εκπαιδευομένους σε γενικές μεθόδους (Άλγεβρα).

Η ...ΠΡΑΞΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

[Τι ακριβώς έγινε]

1ο δίωρο: Παρουσίαση των κατασκευασμένων στερεών - Ονοματολογία

Οι εκπαιδευόμενοι βλέπουν και περιεργάζονται τα "συνηθισμένα" στερεά... και αρκετά ασυνήθιστα [πλατωνικά, αρχιμήδεια: μπάλα-κόλουρο εικοσάεδρο]. Αναφορά στην κοσμοθεωρία των Αιγυπτίων και του Πλάτωνα. Εντυπωσιάστηκαν από την πληροφορία για την συσχέτιση του δωδεκαέδρου με το ημερολόγιο. [...Ακολουθώντας το δωδεκάεδρο, οι Αιγύπτιοι διαίρεσαν το έτος σε 12 μήνες(οι 12 έδρες του δωδεκαέδρου), τον ένα μήνα σε 30 μέρες (οι 30 ακμές του δωδεκαέδρου)... ...Τα παραπάνω αποτελούν μια αρκετά καλή εξήγηση του γιατί οι Βαβυλώνιοι διάλεξαν τον "παράξενο" αριθμό 60 ως βάση του αριθμητικού τους συστήματος (οι 60 επίπεδες γωνίες του δωδεκαέδρου)...,Ιερή Γεωμετρία, σελ.153]

Αναφορά στην ιδιοφυΐα του Αρχιμήδη.

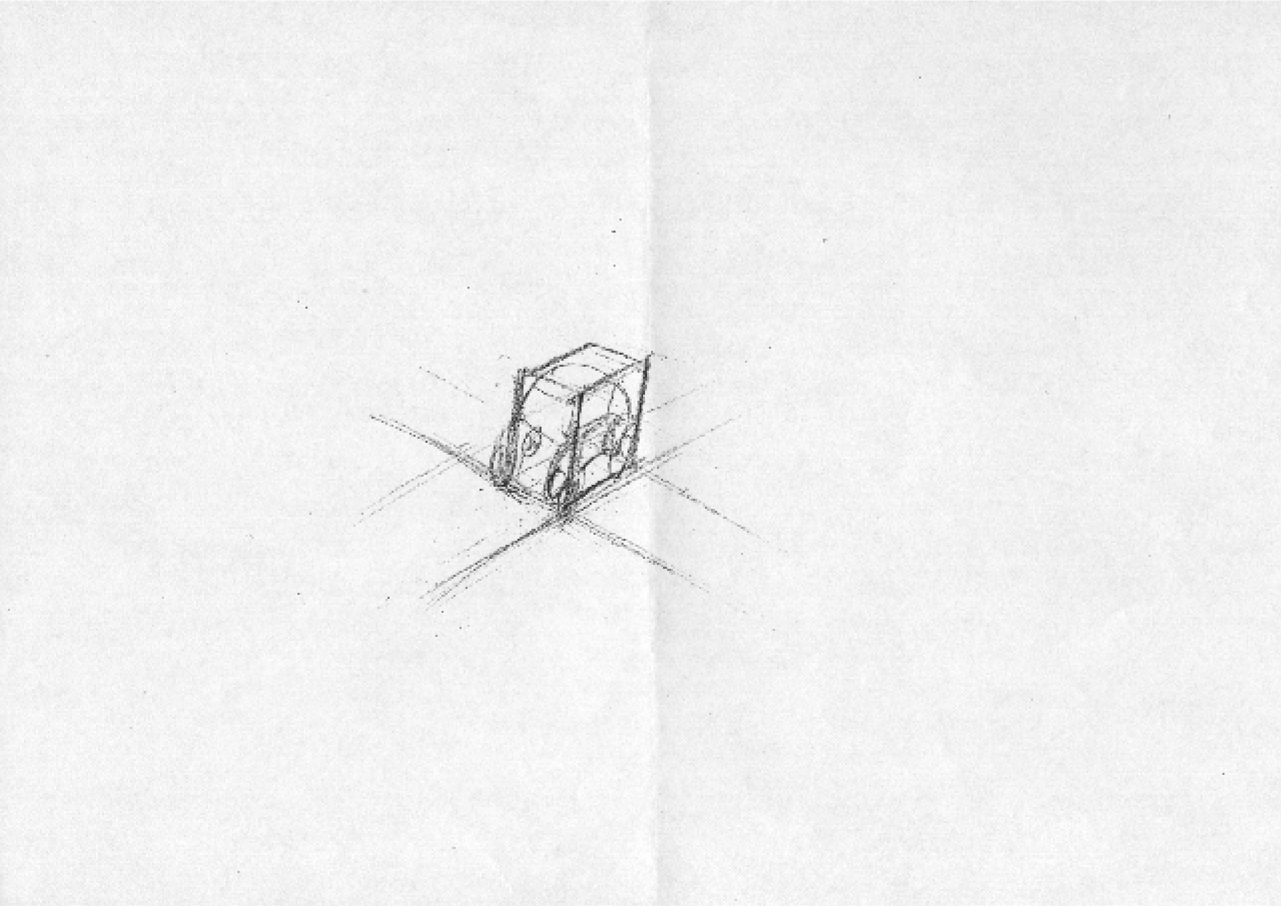
Ζήτησαν επιπλέον πληροφορίες για τους αρχαίους λαούς.

Οπτικός γραμματισμός

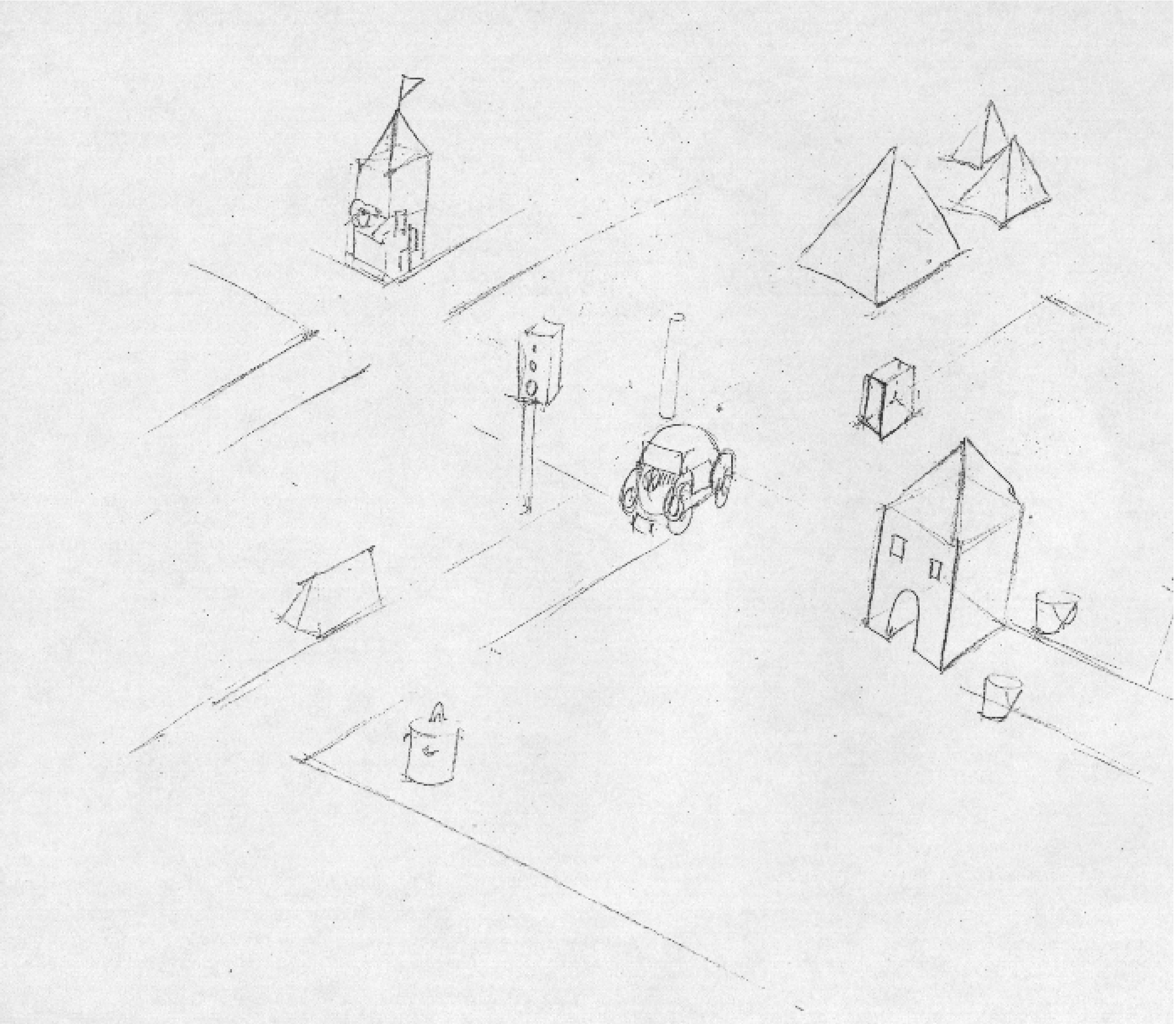
Ελεύθερη σχεδίαση από τον Τρανό Τριαντάφυλλο [πρίσματα]

Τα στερεά, οι εκπαιδευόμενοι, οι (φαλακροί) δάσκαλοι, και η διευθύντρια του σχολείου.

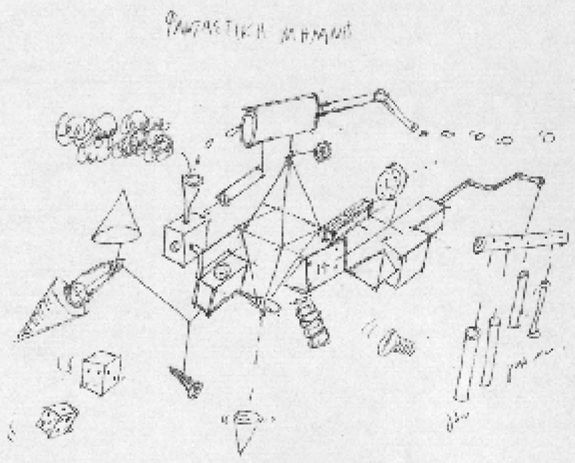
Η προεργασία που έκανε ο Τριαντάφυλλος **πριν** τις κοινές ώρες.



Η σχεδίαση από τον Τριαντάφυλλο κατά το πρώτο κοινό δίωρο.

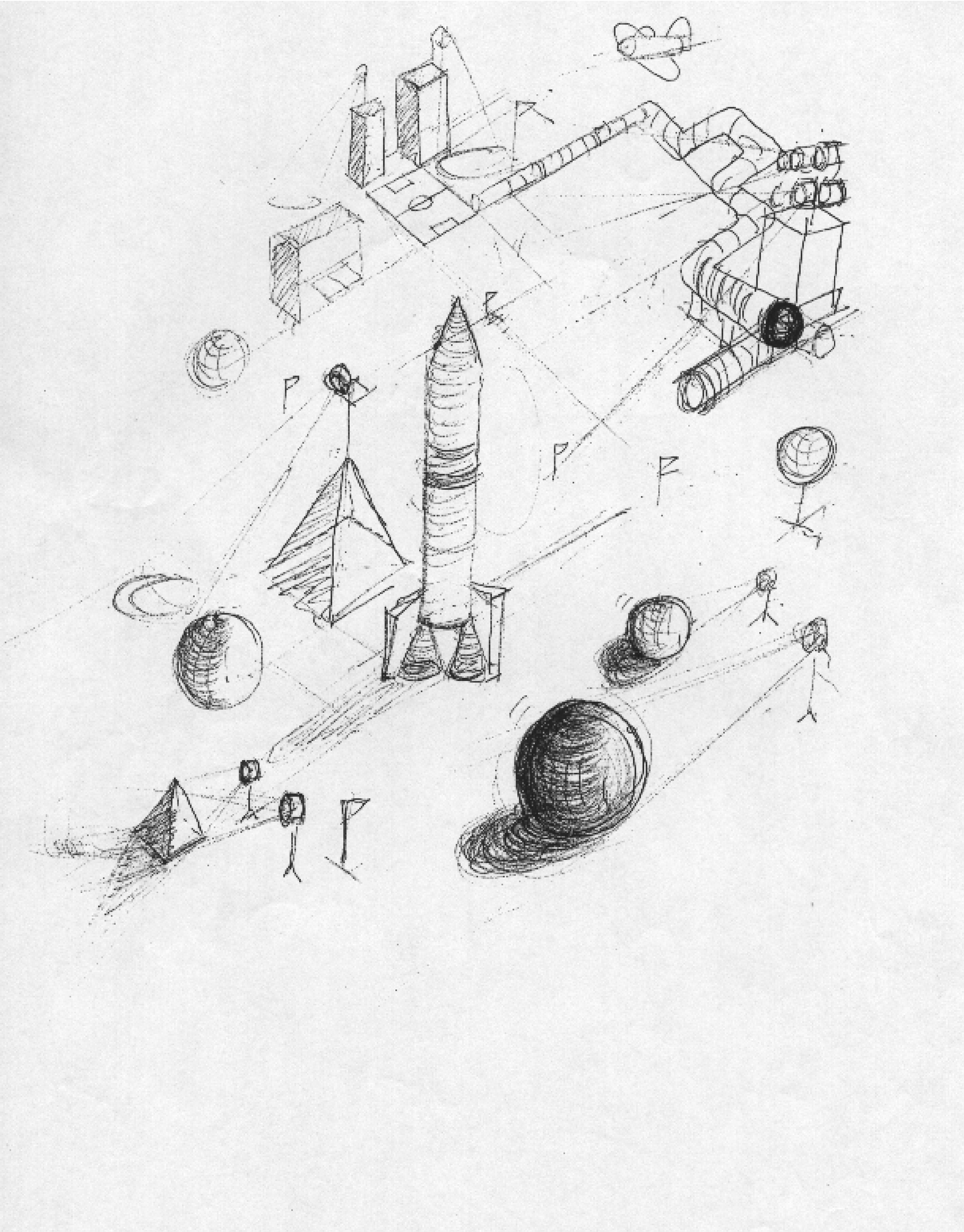


Μια φανταστική μηχανή σχεδιασμένη από τον Τριαντάφυλλο



2ο δίωρο : Ελεύθερη σχεδίαση από τον Τριαντάφυλλο [στερεά εκ περιστροφής]- Ονοματολογία

Ιστορικά στοιχεία- Αιγυπτιακοί αριθμοί [απόρροια της συζήτησης κατά το πρώτο δίωρο]



Η ... ΠΡΑΞΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ [Από τον Τρανό Τριαντάφυλλο]

Μετά από ιδέα και πρόταση του Σωκράτη Ντριάνκου οργανώσαμε ένα τετράωρο κοινής εργασίας με θέμα «Η ... ΠΡΑΞΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ».

Στο πρώτο δίωρο παρουσιάστηκε από το Σωκράτη μια πλήρης σειρά κατασκευασμένων στερεών. Παράλληλα μοιράστηκαν στους εκπαιδευομένους φωτοτυπίες με ελεύθερα σχεδιασμένα πρίσματα, όπως τα συναντούμε στο αστικό περιβάλλον (π.χ. περίπτερα, κτίρια, οχήματα κλπ.) και ζητήθηκε από τους εκπαιδευομένους να συμπληρώσουν ελεύθερα μέρη του σχεδίου. Συμπληρωματικά, παρουσιάστηκε η χιουμοριστική ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΗ που συναπαρτίζεται από ένα πλήθος πρισμάτων και στερεών εκ περιστροφής και είναι σχεδιασμένη με χαλαρή διάταξη των μερών και ασαφή λειτουργικότητα.

Στο δεύτερο δίωρο μοιράστηκαν φωτοτυπίες τονικού σχεδίου που εικονίζει ένα φανταστικό κοσμοδρόμιο με νυχτερινούς προβολείς και ζητήθηκε από τους εκπαιδευόμενους να επεξεργαστούν τονικά διάφορα στερεά, αφού πρώτα εξηγήθηκαν η λειτουργία της τονικής κλίμακας και η τεχνική της φωτοσκίασης.

Στόχος της δραστηριότητας ήταν να εξοικειωθούν οι εκπαιδευόμενοι με την ελεύθερη σχεδίαση των στερεών, την ονοματολογία τους και την ανίχνευση των στερεών στο καθημερινό περιβάλλον.

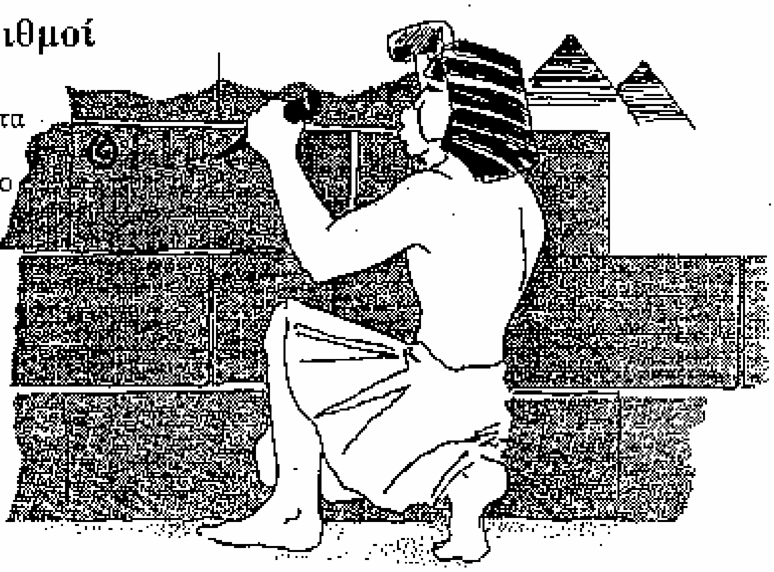
Στη διάρκεια της δραστηριότητας καταβλήθηκε συνειδητή προσπάθεια και από τους δυο μας ώστε να απαλλαγούν οι εκπαιδευόμενοι από το φόβο του λάθους που συνδέεται με την αυστηρή μαθηματική σχεδίαση˙ στο ίδιο πνεύμα έγινε ο σχολιασμός των μαθηματικών ιδιοτήτων από το Σωκράτη και η ελεύθερη σχεδίαση στερεών στον πίνακα από τον υποφαινόμενο.

Τριαντάφυλλος Τρανός
Οπτικός Γραμματισμός

Αιγυπτιακοί αριθμοί από "Smile"

Αιγυπτιακοί αριθμοί

Το 3.000 π.Χ. περίπου τα μαθηματικά χαράσσονταν στον τάφο ενός Φαραώ.



Οι αριθμοί γράφονταν πολύ απλά

| για 1
∩ για 10
𓍢 για 100

|	||	|||	||||	|||||	||||||	|||||||	||||||||	|||||||||	∩	𓍢
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100

Επομένως 𓍢𓍢 ∩∩∩ ||||||| είναι ο αριθμός 237

και 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 ∩∩ |||||||| είναι ο αριθμός 528

Να μετατρέψεις τους παρακάτω Αιγυπτιακούς αριθμούς σε δεκαδικούς.

1) 𓍢𓍢 ∩∩ |||　　2) 𓍢𓍢𓍢 ∩∩∩ |||||　　3) 𓍢𓍢𓍢 ∩∩∩∩∩∩∩ ||||||

4) 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 ∩∩ |||||||||　　5) 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 ∩∩∩∩∩ |　　6) 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 ∩∩∩∩∩∩∩ ||||||||

Να μετατρέψεις τους παρακάτω αριθμούς σε Αιγυπτιακούς.

7) 248　　8) 150　　9) 13

10) 96　　11) 601　　12) 542

"Smile"

Η παρουσία και του ζωγράφου, Τρανού Τριαντάφυλλου, κατά τις 4 πρώτες ώρες διδασκαλίας, η πολύ καλή επιλογή των σχεδίων και η απαλλαγμένη από μαθηματική αυστηρότητα σχεδίαση, δημιούργησαν πάρα πολύ καλό παιδαγωγικό κλίμα στην τάξη. Τα στερεά απαλλάχτηκαν από τη στείρα και "ψυχρή" παρουσίαση των μαθηματικών ιδιοτήτων τους.
Τα ..σοφά του σχέδια έδειξαν στους εκπαιδευομένους ότι μπορούν να ανακαλύψουν τα μαθηματικά παντού γύρω τους.

5η ώρα: Ρωμαϊκή γραφή των αριθμών – Ονοματολογία επίπεδων σχημάτων

Τους δόθηκαν δυο σχέδια ανθρώπινων μορφών κατασκευασμένα από πολύγωνα. Επίσης, τους δόθηκε το ανάπτυγμα του κόλουρου εικοσάεδρου (μπάλας) με αφορμή ερώτηση σχετική με την κατασκευή των στερεών.

Η Μυρτώ και ο Νίκος είναι φτιαγμένοι από πολύγωνα.

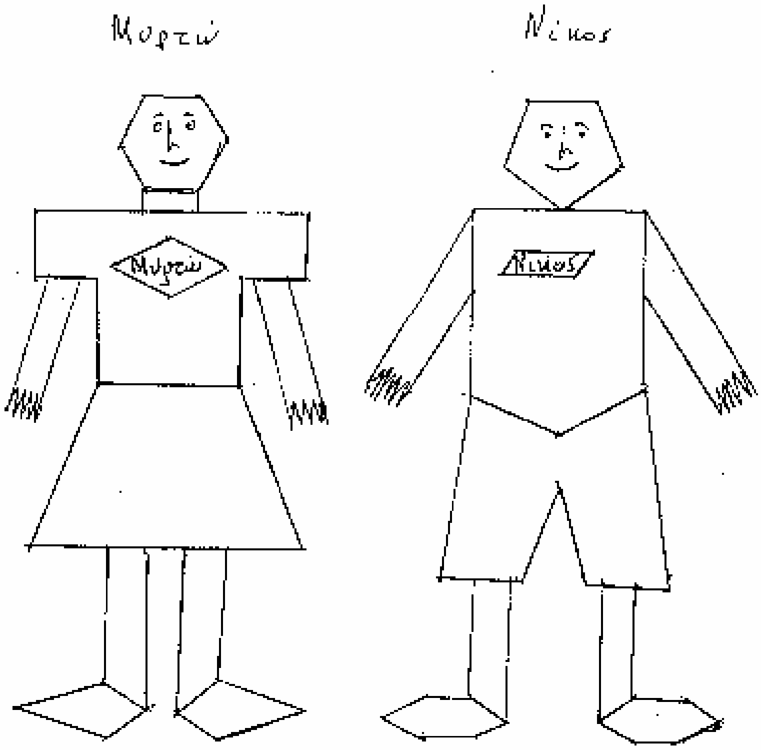
Ονομάστε τα

ΜΥΡΤΩ

α/α	περιγραφή	αριθμός πλευρών	όνομα πολυγώνου
1	κεφάλι		
2	λαιμός		
3	πουκάμισο		
4	ετικέτα		
5	φούστα		
6	παπούτσια		

ΝΙΚΟΣ

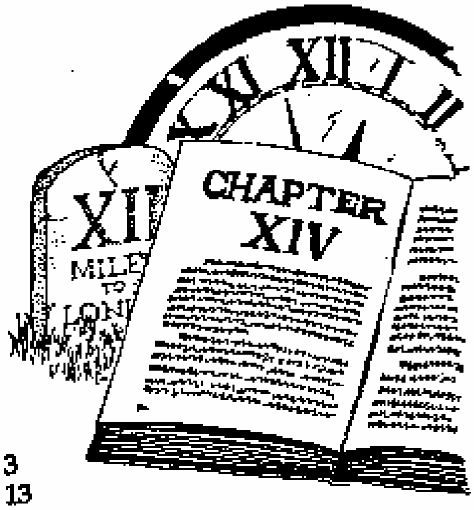
α/α	περιγραφή	αριθμός πλευρών	όνομα πολυγώνου
1	κεφάλι		
2	πουκάμισο		
3	ετικέτα		
4	παντελόνι		
5	πόδια		
6	παπούτσια		



Ρωμαϊκή γραφή των αριθμών [Smile]

Ρωμαϊκή γραφή αριθμών

Ο τρόπος γραφής των αριθμών από τους Ρωμαίους χρησιμοποιήθηκε στη Βρετανία για 2000 χρόνια περίπου.



Οι μικροί αριθμοί γράφονται :

I για το 1
V για το 5
X για το 10

Για παράδειγμα

, III = 3

και

XIII = 13
XVIII = 18

Να μετατρέψετε τα παρακάτω στο σημερινό σύστημα γραφής των αριθμών :

1. II	3. VII	5. XXXV	7. VIII
2. XII	4. XX	6. XXVI	8. XXXVIII

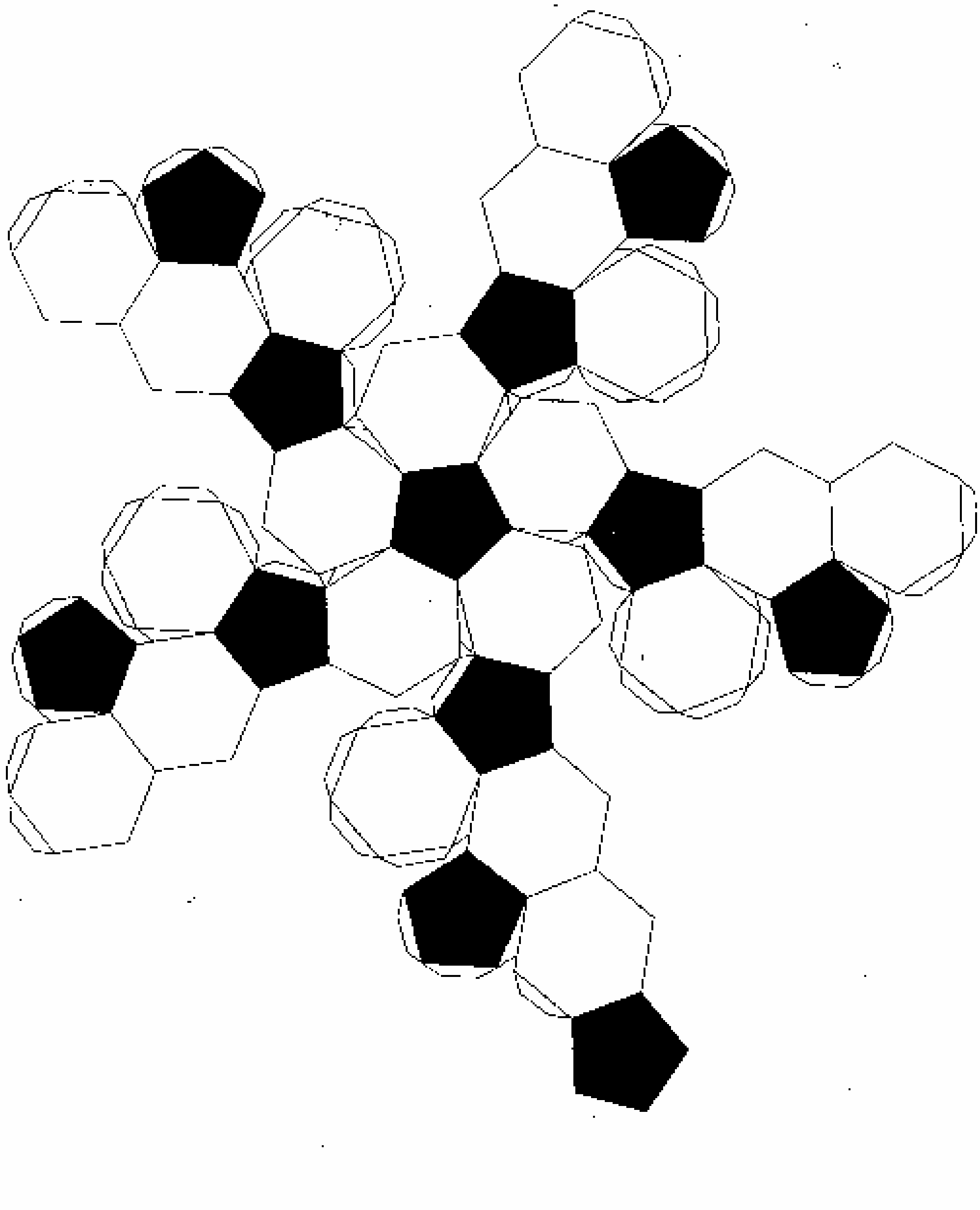
Για να γράψουν μεγαλύτερους αριθμούς, οι Ρωμαίοι χρησιμοποιούσαν :

L για το 50
C για το 100
D για το 500
M για το 1000

Για παράδειγμα, CCC = 300
MCCIII = 1203
DC = 600

"Smile"

Το ανάπτυγμα του κόλουρου εικοσάεδρου



6η και 7η ώρα: Με τη βοήθεια των φύλλων εργασίας και των **κατασκευασμένων** στερεών παρουσίασα το θεώρημα του Euler.

Αναγκάσθηκαν να χρησιμοποιήσουν το Θεώρημα όταν τους ζήτησα να υπολογίσουν κορυφές, έδρες και ακμές των Πλατωνικών και Αρχιμήδειων (ημικανονικων) στερεών.

Στην προσπάθεια υπολογισμού των ακμων του δωδεκαεδρου η συζήτηση που αναπτύχθηκε ήταν ακριβώς αυτή που έγινε μεταξύ Σωκράτη και Ιπποκράτη στον διάλογο για την χρησιμότητα των Μαθηματικών. Εντυπωσιάστηκαν όταν έκαναν αυτή την διαπίστωση [τους δόθηκε φωτοτυπία με το (μεταφρασμένο) κείμενο]. Συζήτηση για τα Μαθηματικά.

"*Το κύριον στοιχείων των Μαθηματικών είναι ότι ταύτα προωθούνται δια της μεθόδου της συνεχούς προσαυξήσεως:νεαι θεωριαι παρατίθενται εις τας παλαιάς....*
Η διάρκεια του έργου του Μαθηματικού αδιαφορεί προς τον χρονον, μη επηρεαζομένη από την παροδον των αιώνων...." Θ.Βαροπουλος.

Πρώτη αναφορά στις εξισώσεις.

Τα στερεά σε ώρα διαλείμματος

Διαπίστωση του Θεωρήματος Euler

ΠΟΛΥΕΔΡΑ	Κορυφές	Έδρες	Κορυφες+Εδρες		Ακμές
ΠΡΙΣΜΑΤΑ					
κύβος	Κ=8	Ε=6	Κ+Ε=14		12
Ορθογώνιο Παραλληλεπίπεδο	Κ=	Ε=	Κ+Ε=		
Τριγωνικό Πρίσμα		5			
Πενταγωνικό Πρίσμα					
Εξαγωνικό Πρίσμα	12				
Οκταγωνικό Πρίσμα					
ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ					
Τριγωνική Πυραμίδα		4			
Τετραπλευρικη Πυραμίδα	5				
Πενταγωνική Πυραμίδα					
Εξαγωνική					
Κόλουρη τετραπλευρικη	8	6			
ΚΟΡΥΦΕΣ + ΕΔΡΕΣ			// Κ + Ε		
ΠΛΑΤΩΝΙΚΑ					
Τετράεδρο					
Εξάεδρο					
Οκτάεδρο	6				
Δωδεκαεδρο		12			
Εικοσαεδρο					
Αρχιμήδεια					
ρομβοεικοσιδωδεκαεδρο	60	62			
κόλουρο εικοσαεδρο	60	32			

...

Πάντα δημιουργούνται συμπάθειες μεταξύ δασκάλου, μαθητών...και πλατωνικών στερεών.

ΣΩΚΡΑΤΗΣ: Καὶ παρ' ὅλα αὐτὰ ἐξακολουθεῖς νὰ πιστεύεις πῶς μπορεῖς νὰ δεῖς ἕνα γεωμετρικὸ σχῆμα;
ΙΠΠΟΚΡΑΤΗΣ: Ἀρχίζω ν' ἀμφιβάλλω γι' αὐτό.
ΣΩΚΡΑΤΗΣ: Ἐξάλλου, ἂν οἱ μαθηματικοὶ μελετοῦσαν τὰ σχήματα τῶν ἀγγείων, δὲν θὰ τοὺς ὀνομάζαμε ἀγγειοπλάστες;
ΙΠΠΟΚΡΑΤΗΣ: Ὁπωσδήποτε.
ΣΩΚΡΑΤΗΣ: Ἔπειτα, ἂν ὁ Θεόδωρος εἶναι ὁ καλύτερος μαθηματικός, δὲ θὰ ἦταν καὶ ὁ καλύτερος ἀγγειοπλάστης; Ἔχω ἀκούσει πολλοὺς ἀνθρώπους νὰ τὸν ἐπαινοῦν ἀλλὰ κανένας δὲν μοῦ εἶπε ὅτι ξέρει καὶ ἀπὸ ἀγγειοπλαστική. Ἀμφιβάλλω ἂν θὰ μποροῦσε νὰ φτιάξει ἀκόμα καὶ τὸ πιὸ ἁπλὸ ἀγγεῖο. Ἢ μήπως οἱ μαθηματικοὶ ἀσχολοῦνται μὲ τὸ σχῆμα τῶν ἀγαλμάτων καὶ τῶν κτιρίων;
ΙΠΠΟΚΡΑΤΗΣ: Ἂν πράγματι συνέβαινε ἔτσι, τότε θὰ ἦταν γλύπτες καὶ ἀρχιτέκτονες.
ΣΩΚΡΑΤΗΣ: Καλά. Λοιπὸν φίλε μου, ἔχουμε καταλήξει στὸ συμπέρασμα ὅτι οἱ μαθηματικοὶ ὅταν μελετοῦν τὴ γεωμετρία, δὲν ἐνδιαφέρονται γιὰ τὰ σχήματα τῶν πραγματικῶν ἀντικειμένων ὅπως τῶν ἀγγείων, ἀλλὰ γιὰ τὰ σχήματα ποὺ ὑπάρχουν μόνο στὶς σκέψεις τους. Συμφωνεῖς;
ΙΠΠΟΚΡΑΤΗΣ: Δὲν μπορῶ νὰ κάνω κι ἀλλοιῶς.
ΣΩΚΡΑΤΗΣ: Ἀφοῦ δεχτήκαμε ὅτι οἱ μαθηματικοὶ ἐνδιαφέρονται γιὰ πράγματα ποὺ δὲν ὑπάρχουν στὴν πραγματικότητα, ἀλλὰ μόνο στὶς σκέψεις τους, ἂς ἐξετάσουμε τὴν δήλωση τοῦ Θεαίτητου, τὴν ὁποία ἀνάφερες, ὅτι δηλαδὴ τὰ μαθηματικὰ μᾶς δίνουν περισσότερη ἀξιόπιστη καὶ πιὸ ἀληθινὴ γνώση ἀπ' ὅτι μᾶς δίνει κάθε ἄλλος κλάδος ἐπιστήμης. Πές μου, σοῦ ἔδωσε ὁ Θεαίτητος καθόλου παραδείγματα;
ΙΠΠΟΚΡΑΤΗΣ: Ναί, εἶπε γιὰ παράδειγμα πὼς δὲν μπορεῖ κανεὶς νὰ ξέρει ἀκριβῶς πόσο μακριὰ εἶναι ἡ Ἀθήνα ἀπὸ τὴ Σπάρτη. Βέβαια, οἱ ἄνθρωποι ποὺ κάνουν αὐτὸ τὸ ταξίδι, συμφωνοῦν γιὰ τὸν ἀριθμὸ τῶν

22

ἡμερῶν ποὺ πρέπει νὰ περπατήσει κάποιος, ἀλλὰ εἶναι ἀδύνατο νὰ γνωρίζουν ἀκριβῶς πόσα πόδια εἶναι ἡ ἀπόσταση. Ὡστόσο μπορεῖ κανεὶς νὰ πεῖ ὅτι, μὲ τὴ βοήθεια τοῦ θεωρήματος τοῦ Πυθαγόρα, ὑπολογίζουμε τὴν διαγώνιο ἑνὸς τετραγώνου. Ὁ Θεαίτητος εἶπε, ἐπίσης, ὅτι εἶναι ἀδύνατο νὰ ξέρουμε τὸν ἀκριβῆ ἀριθμὸ τῶν ἀνθρώπων ποὺ κατοικοῦν στὴν Ἑλλάδα. Ἂν κάποιος προσπαθοῦσε νὰ τοὺς μετρήσει ὅλους ποτὲ δὲ θὰ εἶχε τὴν ἀκριβῆ εἰκόνα, γιατί, ἐνῶ θὰ μετροῦσε, μερικοὶ ἡλικιωμένοι θὰ πέθαιναν καὶ μερικὰ παιδιὰ θὰ γεννιόνταν. Ἔτσι, ὁ τελικὸς ἀριθμὸς μποροῦσε νὰ εἶναι μόνο κατὰ προσέγγιση σωστός. Ἀλλὰ ἂν ρωτήσεις ἕνα μαθηματικὸ πόσες ἀκμὲς ἔχει ἕνα κανονικὸ δωδεκάεδρο, θὰ σοῦ πεῖ ὅτι τὸ δωδεκάεδρο περιορίζεται ἀπὸ 12 ἕδρες, ποὺ ἡ κάθε μιὰ ἔχει 5 ἀκμές. Ἔτσι, ἔχουμε 60 ἀκμές, ἀλλὰ ἐπειδὴ κάθε ἀκμὴ ἀνήκει σὲ δυὸ ἕδρες καὶ ἄρα τὶς ἔχουμε μετρήσει δυὸ φορές, ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀκμῶν τοῦ δωδεκαέδρου εἶναι ἴσος μὲ 30 καὶ δὲν χωρᾶ ἀμφιβολία γι' αὐτό.
ΣΩΚΡΑΤΗΣ: Ἀνάφερε ἄλλα παραδείγματα;
ΙΠΠΟΚΡΑΤΗΣ: Ἀρκετά, ἀλλὰ δὲν τὰ θυμᾶμαι ὅλα. Εἶπε ὅτι στὴν πραγματικότητα ποτὲ δὲ βρίσκεις δυὸ πράγματα, ποὺ νὰ εἶναι ἀκριβῶς τὰ ἴδια. Ποτὲ δυὸ αὐγὰ δὲν εἶναι ἀκριβῶς τὰ ἴδια, ἀκόμα καὶ οἱ κολῶνες τοῦ ναοῦ τοῦ Ποσειδώνα, εἶναι λίγο διαφορετικὲς ἡ μιὰ ἀπὸ τὴν ἄλλη. Ἀλλὰ μπορεῖ νὰ εἶναι κανεὶς σίγουρος, ὅτι οἱ δυὸ διαγώνιοι ἑνὸς ὀρθογωνίου εἶναι ἀκριβῶς ἴσες. Ἀνάφερε τὸν Ἡράκλειτο, ὁ ὁποῖος ἔλεγε ὅτι κάθε τι ποὺ ὑπάρχει διαρκῶς μεταβάλλεται καὶ ὅτι βέβαιη γνώση εἶναι δυνατὴ μόνο γιὰ πράγματα ποὺ δὲν ἀλλάζουν ποτέ, ὅπως π.χ. εἶναι ὁ περιττὸς καὶ ὁ ἄρτιος ἀριθμός, ἡ εὐθεία γραμμὴ καὶ ὁ κύκλος.
ΣΩΚΡΑΤΗΣ: Αὐτὰ λοιπὸν τὰ παραδείγματα, μ' ἔπεισαν πὼς στὰ μαθηματικὰ μποροῦμε νὰ ἀποκτήσουμε γνώση ποὺ νὰ εἶναι ἔξω ἀπὸ κάθε ἀμφισβήτηση, ἐνῶ στὶς ἄλλες ἐπιστῆμες ἢ στὴν καθημερινὴ ζωὴ αὐτὸ εἰ-

23

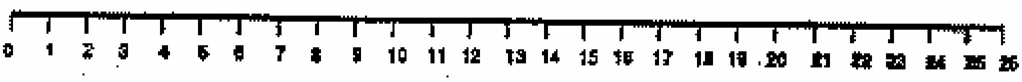
Alfred Rényi: ["Διάλογοι για τα Μαθηματικά"] / [Σωκρατικοί διάλογοι]

7η - 8η -9η – 10η ώρα: Κάποιες εξισώσεις και ...Σπαζοκεφαλιές από "Smile".

ΠΙΛΟΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ (ΑΠΘ - ΕΠΕΑΕΚ)
Επιστημονικά Υπεύθυνη: Καθηγήτρια Τζέλα Βαρνάβα - Σκούρα

Smile 1404

Αυτή η αριθμογραμμή μπορεί να σε βοηθήσει.



A Να βρεις την τιμή του n για κάθε μία από τις ακόλουθες εξισώσεις.

1) 7 + n = 10	6) 17 + n = 24
2) 8 + n = 13	7) 19 + n = 25
3) 6 + n = 17	8) 15 + n = 22
4) 12 + n = 20	9) 11 + n = 21
5) 13 + n = 21	10) 18 + n = 24

B Μπορείς να λύσεις αυτές τις εξισώσεις χωρίς να χρησιμοποιήσεις την αριθμογραμμή; Αν όχι, να φτιάξεις μια μεγαλύτερη αριθμογραμμή έτσι ώστε να μπορείς να μετράς μέχρι το 50.

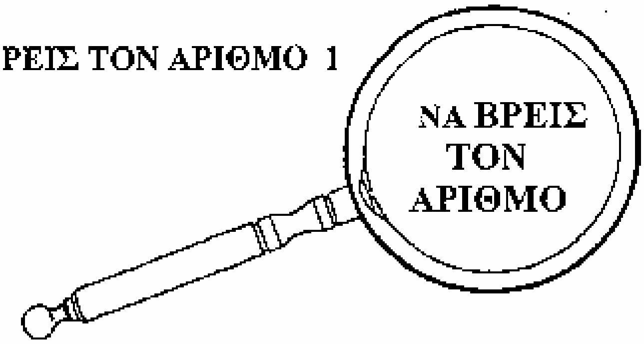
1) 27 + n = 35	6) 21 + n = 43
2) 24 + n = 30	7) 27 + n = 47
3) 36 + n = 41	8) 27 + n = 46
4) 34 + n = 42	9) 23 + n = 41
5) 25 + n = 31	10) 18 + n = 37

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (Α.Π.Θ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου,Ε.Κυριάκη, Α.Πετρίδου

Πιλοτικά Προγράμματα Ενισχυτικής Διδασκαλίας (ΑΠΘ-ΕΠΕΑΕΚ)
Επιστημονικά Υπεύθυνη: Καθηγήτρια Τζίλα Βαρνάβα-Σκούρα

Smile 0031

ΝΑ ΒΡΕΙΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ 1



Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τις ισότητες.

1) $4 + \square = 8$	2) $6 + \square = 14$
3) $4 + \square = 12$	4) $\square + 8 = 15$
5) $\square + 9 = 17$	6) $\square + 6 = 19$

---

7) $\square - 3 = 2$	8) $\square - 6 = 9$
9) $\square - 5 = 7$	10) $\square - 9 = 6$
11) $13 - \square = 4$	12) $17 - \square = 9$

---

13) $\square + 13 = 20$	14) $\square - 13 = 20$
15) $20 - \square = 13$	16) $18 + \square = 25$
17) $24 - \square = 14$	18) $\square - 15 = 17$
19) $43 + \square = 60$	20) $\square - 19 = 29$

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (Α.Π.Θ) : Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Ε.Κυριάκη

ΠΙΛΟΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ (ΑΠΘ-ΕΠΕΑΕΚ)
Επιστημονική Υπεύθυνη : Καθηγήτρια Τζέλα Βαρνάβα-Σκούρα

Σπαζοκεφαλιά Α

Smile 1081

1. Όταν πολλαπλασιάσεις έναν αριθμό με το 3 και προσθέσεις το 6, το αποτέλεσμα είναι 33. Ποιος είναι ο αριθμός;

2. Όταν πολλαπλασιάσεις έναν αριθμό με το 7 και προσθέσεις το 5, το αποτέλεσμα είναι 61. Ποιος είναι ο αριθμός;

3. Σκέφτηκα έναν αριθμό, τον πολλαπλασίασα με το 8 και πρόσθεσα 3. Το αποτέλεσμα ήταν 35. Ποιος ήταν ο αριθμός;

4. Σκέφτηκα έναν αριθμό, τον πολλαπλασίασα με το 6, πρόσθεσα το 9 και το αποτέλεσμα ήταν 51. Ποιος ήταν ο αριθμός;

5. Εάν ένας αριθμός πολλαπλασιαστεί με το 7 και στο γινόμενο προστεθεί ο αριθμός 10, το αποτέλεσμα θα είναι 59 . . . Να βρεις τον αριθμό.

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΑΠΘ) : Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου

ΠΙΛΟΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ (ΑΠΘ-ΕΠΕΑΕΚ)
Επιστημονικά Υπεύθυνη : Καθηγήτρια Τζέλα Βαρνάβα-Σκούρα

Smile **1081**

Σπαζοκεφαλιά Β

Σε αυτές τις σπαζοκεφαλιές πρέπει να γράψεις τη σωστή εξίσωση για κάθε ερώτηση.

1. Έξι σακουλάκια ρύζι και 5 κιλά πατάτες ζυγίζουν μαζί 23 κιλά.
Πόσο ζυγίζει το κάθε σακουλάκι ρύζι;

2. Οκτώ όμοια βιβλία και ένα μολύβι των 300 δραχμών κοστίζουν μαζί 12.500 δραχμές.
Ποιο είναι το κόστος του ενός βιβλίου;

3. Ο Νίκος αγόρασε ένα παντελόνι τζην προς 12.000 δραχμές, ένα ζευγάρι πυζάμες με 13.000 δραχμές και τέσσερα ζευγάρια κάλτσες. Ο λογαριασμός είναι 30.000 δρχ. Πόσο κάνει το ένα ζευγάρι κάλτσες;

4. Ο Βασίλης αγόρασε 12 μέτρα ύφασμα. Έφτιαξε 6 πουκάμισα του ίδιου μεγέθους και του έμειναν 3 μέτρα.
Πόσα μέτρα ύφασμα χρειάστηκε για να ράψει το 1 πουκάμισο;

5. Η Μαριάνα και τα τρία της παιδιά πήγαν για μπάνιο.
Τα παιδιά πλήρωσαν μισό εισιτήριο. Το συνολικό κόστος ήταν 3.000 δραχμές.
Πόσο πλήρωσε το κάθε παιδί;

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΑΠΘ) : Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου

$11^{η}$ ώρα

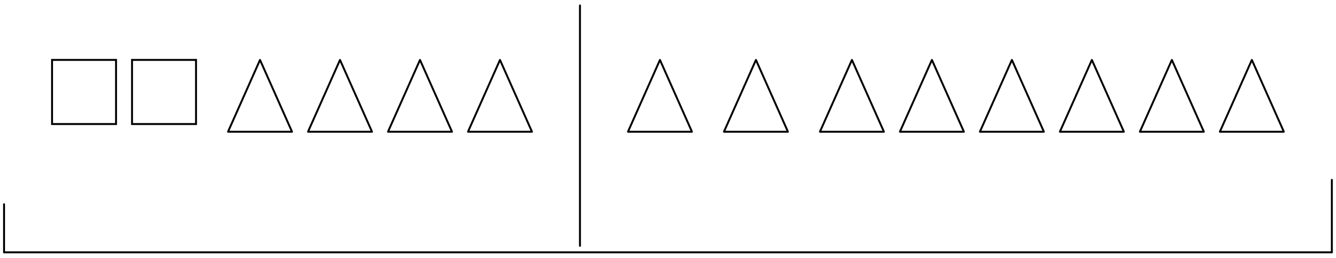
Ανακεφαλαιώνοντας, προσπάθησα να περάσω από την Αριθμητική στην Άλγεβρα με την βοήθεια του Θ.Euler και του "πακέτου" Smile [Σπαζοκεφαλιές Α και Β].

Ηττήθηκα όμως.

Παρά την επιμονή μου ...στον άγνωστο χ ,...την ζυγαριά και τα βαρίδια, οι εκπαιδευόμενοι έλυσαν όλα τα προβλήματα [εκτός το 5 από την Σπαζοκεφαλιά Β] με πρακτική Αριθμητική.

Για άλλη μία φορά φάνηκε το τεράστιο άλμα που έκαναν οι Έλληνες όταν ξέφυγαν από την πρακτικότητα των Βαβυλωνίων και Αιγυπτίων και έδωσαν τις πρώτες Θεωρητικές Αποδείξεις.

"*Ο πρώτος που **απέδειξε** ότι οι γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες μεταξύ τους (είτε **Θαλής** λεγόταν είτε όπως αλλιώς) είχε μιαν αναλαμπή*" Εμ.Καντ.



ισορροπία ζυγαριάς

***το τριγωνικό βαριδιο είναι η μονάδα βάρους π.χ. 1 κιλό

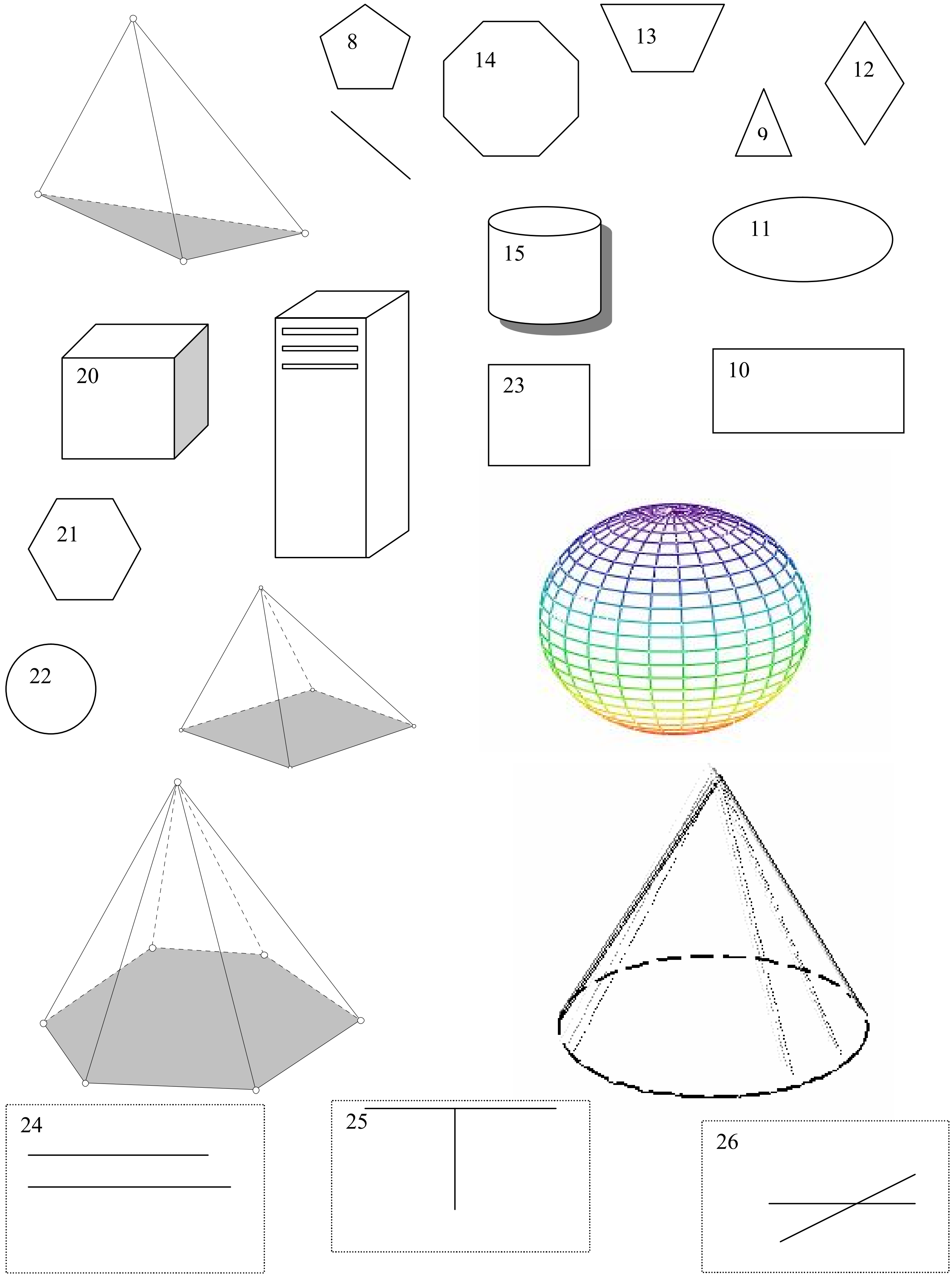
το άγνωστο βάρος του τετραγωνικού βαριδιου το συμβολίζω με χ

$$
\begin{aligned}
2\chi + 4 &= 8 \\
2\chi + 4 - 4 &= 8-4 \\
2\chi &= 4 \\
\frac{2x}{2} &= \frac{4}{2} \\
\chi &= 2
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{
\begin{aligned}
2\chi + 4 &= 8 \\
2\chi &= 8-4 \\
2\chi &= 4 \\
\frac{2x}{2} &= \frac{4}{2} \\
\chi &= 2
\end{aligned}
}
$$

Βασική ιδέα είναι να απομονωθεί στο ένα μέλος (δίσκο της ζυγαριάς) το άγνωστο βαριδιο
και στο άλλο μέλος τα τριγωνικά βαρίδια, τα οποία και θα μας φανερώσουν το άγνωστο βάρος.
Τελικά οι εξισώσεις αναβλήθηκαν, ίσως για την Δεύτερη τάξη.
Το "κέρδος" από την προσπάθεια αυτή είναι ότι έγινε εκτενής αναφορά στις ιδιότητες των πράξεων
[με την βοήθεια των οποίων λύθηκαν τελικά τα απλά προβλήματα των φύλλων εργασίας]

12$^{\eta}$ ώρα: Ανακεφαλαίωση και επανάληψη της ονοματολογίας με φύλλο εργασίας.



Β. 1. Γράψτε πάνω σε κάθε σχέδιο ένα γράμμα που θα διαλέξετε από τους πίνακες:

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ
ευθύγραμμο τμήμα	τρίγωνο	κύκλος	ορθογώνιο παραλληλόγραμμο	ρόμβος	τραπέζιο

Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ
πεντάγωνο	εξάγωνο	οκτάγωνο	έλλειψη	κύβος	ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο

Ν	Ξ	Ο	Π	Ρ
τριγωνική πυραμίδα	τετραπλευρικη πυραμίδα	κύλινδρος	σφαίρα	εξαγωνική πυραμίδα

Σ	Τ	Υ	Φ	Χ
κώνος	τετράγωνο	παράλληλες ευθείες	κάθετες ευθείες	τεμνόμενες ευθείες

Οι σελίδες 27 και 28 δόθηκαν μαζί.

Βιβλιογραφία

1. Βιβλία Μαθηματικών Ο.Ε.Δ.Β. [Δημοτικου-Γυμνασιου-Λυκειου]

2. Τόγκα, Π., Θεωρητική Γεωμετρία, εκδ.Τογκα, Αθήνα 1957

3. Κανελλου, Σπ., Στερεομετρία, εκδ.Παπαδημητρόπουλου, Αθήνα 1970

4. Ευαγγελοπουλος, Δημ., Ιερή Γεωμετρία, εκδ. Αρχέτυπο, 2001.

5.Σακωνιδης, Χ., Κλωθου, Α., Βαρναβα -Σκουρα. Τ.,"Smile" [Πιλοτικά Προγρ. Ενισχ. Διδασκαλίας]
Δ.Π.Θ., Κέντρο Καινοτόμων Εκπαιδευτικών Προγραμμάτων

6. Βαροπουλου, Θ., Γενικά Μαθηματικά, εκδ.Εστιας, Αθήνα 1949

7. Πλάτωνα, Τίμαιος, σχ.Βασίλης Κάλφας, εκδ.Πόλις, 1998

8. Sir Thomas L. Heath, Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών, Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ., Αθήνα, 2001

9.Renyi A, Διάλογοι για τα Μαθηματικά, εκδ. Διογένης, 1979

10. Ghyka, M., The Geometry of Art and Life, Dover, 1977

11. Pappas,T., The Joy of Mathematics- Discovering Mathematics All Around You, Wide World Publishing/Tetra, 2001

12. Wenninger, J., Polyhedron Models, Cambridge University Press, 1988

13. David Baker, Peter Bland, Paul Hogan, Barbara Holt, Barbara Job, Renie Verity, Graham Wills,
KEY MATHS, Stanley Thornes(Publishers) Ltd, 2000.

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ πολύ
τον **Τόμπρο Νίκο –ΣΔΕ Περιστερίου**, για την πολύ ενδιαφέρουσα "Ιερή Γεωμετρία",

τον **Δημήτρη Λίβα-ΣΔΕ Περιστερίου,** που φωτοτύπησε και μου έδωσε το πακέτο "Smile", την ύπαρξη του οποίου αγνοούσα.

τον επιστημονικό υπεύθυνο του Αριθμητικού Γραμματισμου, **Λεμονιδη Χαράλαμπο-καθηγητή του Α.Π.Θ.,** που είχε την διάθεση και την υπομονή να παρακολουθήσει ένα δίωρο μάθημα (Θ.Euler) και με τις σωστές υποδείξεις του να με επαναφέρει από τον κόσμο των ιδεών στις πραγματικές ανάγκες των εκπαιδευομενων.

τον **Δρόσο Γιώργο –ΣΔΕ Νεάπολης,** για την πολύτιμη βοήθειά του στην ηλεκτρονική επεξεργασία των φωτογραφιών ,των φωτοτυπιών και των σχεδίων.

την **Αρετή Ντριάγκου-**τριτοετή φοιτήτρια του τμήματος προσχολικής Αγωγής και Εκπαίδευσης για την βοήθειά της στην κατασκευή των στερεών.

την **Καραστρατίδου Μεταξένια,** του Α1, για τις φωτογραφίες

τους εκπαιδευόμενους του ΣΔΕ Νεάπολης , που με τις απορίες και παρατηρήσεις τους με βοήθησαν να ξεφύγω από τα καθαρως μαθηματικά κριτήρια και ...οδήγησαν τα στερεά σε μία σφαιρικότερη παρουσίαση

και, φυσικά, **ιδιαίτερες ευχαριστίες**, στον φίλο και συνάδελφο **Τρανό Τριαντάφυλλο**, για την πολύ καλή συνεργασία στις 4 ώρες της κοινής παρουσίασης.

Ντριάνκος Σωκράτης
Αριθμητικός Γραμματισμός
ΣΔΕ Νεάπολης
Ιανουάριος 2003