

**Universidade Federal Fluminense**

**ANDRÉ LUÍS GONÇALVES FERREIRA**

**Estudo Numérico sobre Arrefecimento por Aletas em  
Dispositivos Elétricos Industriais**

Volta Redonda

2018

ANDRÉ LUÍS GONÇALVES FERREIRA

# Estudo Numérico sobre Arrefecimento por Aletas em Dispositivos Elétricos Industriais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia. Área de Concentração: Modelagem Computacional.

Orientador:

Prof. Cleyton Senior Stampa, D.Sc.

Coorientadores:

Prof. Diomar Cesar Lobão, Ph.D.  
Prof. Gustavo Benitez Alvarez, D.Sc.

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

Volta Redonda

2018

Ficha catalográfica automática - SDC/BEM

F383e Ferreira, André Luís Gonçalves  
Estudo Numérico sobre Arrefecimento por Aletas em  
Dispositivos Elétricos Industriais / André Luís Gonçalves  
Ferreira ; Cleyton Senior Stampa, orientador ; Diomar Cesar  
Lobão, coorientador. Volta Redonda, 2018.  
76 f. : il.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense,  
Volta Redonda, 2018.

DOI: <http://dx.doi.org/10.22409/PPG-MCCT.2018.m.08452346760>

1. Superfícies Estendidas. 2. Dispositivos Elétricos. 3.  
Taxa de Transferência de Calor. 4. Dissipador de Calor. 5.  
Produção intelectual. I. Título II. Stampa, Cleyton Senior,  
orientador. III. Lobão, Diomar Cesar, coorientador. IV.  
Universidade Federal Fluminense. Escola de Engenharia  
Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda.

CDD -

Estudo Numérico sobre Arrefecimento por Aletas em Dispositivos Elétricos Industriais

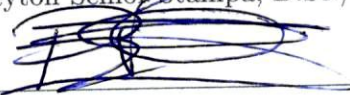
ANDRÉ LUÍS GONÇALVES FERREIRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia. Área de Concentração: Modelagem Computacional

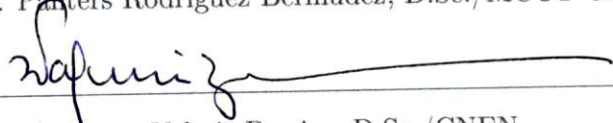
Aprovada por:



Prof. Cleyton Senior Stampa, D.Sc./MCCT-UFF(Orientador)



Prof. Ponters Rodríguez Bermudez, D.Sc./MCCT-UFF



Desq. Valmir Pereira, D.Sc./CNEN

Volta Redonda, 29 de Agosto de 2018.

*Dedicatoria. A Deus, que me ilumina e acolhe nos momentos mais difíceis. Aos meus pais, esposa e filho, cujos doces espíritos me inspiraram na escrita deste trabalho.*

# Agradecimentos

Agradecer a Deus, por ter me dado a oportunidade para construção de uma vida melhor.

A minha família, em especial a minha mãe Margarida Maria Gonçalves, minha esposa Viviane de Jesus Souza Ferreira e meu filho Kauê de Jesus Souza Gonçalves Ferreira pelo carinho, apoio e incentivo.

Ao meu orientador Prof. Cleyton, e Co-orientadores Prof. Lobão e Prof. Gustavo pela orientação, dedicação e profissionalismo na condução deste trabalho. Está sendo uma honra ser orientado por estes três grandes professores, que vem me ensinando a trabalhar como pesquisador nestes anos que estou estudando na UFF. A EEIMVR-UFF e a todos os seus funcionários.

Aos meus amigos do MCCT que sempre me apoiaram e ajudaram.

Ao Prof. Tiago Neves do VCE/EEIMVR/UFF pela gentileza de doar este TEMPLATE.

# Resumo

O conceito sobre Resfriamento Passivo se enquadra em diversas opções tecnológicas, cujo objetivo final seja o de se aumentar a taxa de transferência de calor entre uma superfície quente e o meio fluido no seu entorno. Dentre as alternativas técnicas disponíveis, destaca-se o uso das superfícies estendidas, conhecidas como aletas. No presente trabalho realiza-se um estudo numérico que viabiliza os cálculos pertinentes à análise de desempenho térmico de aletas com seções transversais fixas e que, em trabalhos futuros, permitirá analisar-se aletas com seções transversais variáveis. O presente estudo focaliza o uso de aletas em dispositivos elétricos industriais, que apresentam uma grande necessidade de arrefecimento. Três dispositivos bastante comuns no meio industrial foram selecionados para a pesquisa aqui definida. São eles: Transformador, inversor de frequência e motor elétrico. Na resolução computacional do modelo matemático considerado é utilizado o método numérico de Diferenças Finitas, e o código computacional é desenvolvido através do software MatLab<sup>®</sup>. O sistema algébrico acoplado de equações discretizadas é resolvido usando-se o método iterativo de Gauss-Seidel. Por meio desta metodologia, passa-se a obtenção do cálculo das taxas de dissipação de calor e, por conseguinte, da análise de desempenho térmica propriamente dita.

# Abstract

The concept of Passive Cooling is framed in several technological options, whose final objective is to increase the rate of heat transfer between a hot surface and the fluid medium in its surroundings. Among the available technical alternatives, the use of the extended surfaces, known as fins, stands out. In the present work, a numerical study is carried out, which makes possible the calculations pertinent to the analysis of the thermal performance of fins with fixed cross sections and that, in future works, will allow to analyze fins with variable cross-sections. The present study focuses on the use of fins in industrial electrical devices, which present a great need for cooling. Three devices quite common in the industrial environment were selected for the research defined here. They are: Transformer, frequency inverter and electric motor. In the computational resolution of the mathematical model considered, the numerical method of Finite Differences is used, and the computational code is developed through MatLab<sup>®</sup> software. The algebraic coupled system of discretized equations is solved using the Gauss-Seidel iterative method. By means of this methodology, we obtain the calculation of the heat dissipation rates and, consequently, of the thermal performance analysis itself.



# Palavras-chave

1. Superfícies Estendidas
2. Dispositivos Elétricos
3. Taxa de Transferência de Calor
4. Geometria das Aletas
5. Dissipador de calor

# Glossário

- E.D.O : Equação Diferencial Ordinária
- E.D.P : Equação Diferencial Parcial
- E.I.V : Elemento Infinitesimal de Volume
- E.S : Superfícies Estendidas
- F.D : Diferenças Finitas
- IMGS : Método Iterativo de Gauss-Seidel

# Sumário

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Lista de Figuras</b>  | <b>ix</b> |
| <b>Lista de Símbolos</b>   | <b>xi</b> |
| <b>1 Introdução</b>  | <b>13</b> |
| 1.1 Objetivo Geral . . . . .   | 16        |
| 1.2 Objetivos Específicos . . . . .                                    | 17        |
| 1.3 Estrutura da Dissertação . . . . .                                 | 17        |
| <b>2 Desenvolvimento Teórico</b>                                       | <b>19</b> |
| 2.1 Análise da Transferência de Calor em Aletas . . . . .              | 19        |
| 2.1.1 Aletas Longitudinais de Perfil Retangular e Cilíndrico . . . . . | 23        |
| 2.2 Critério para utilização de aletas . . . . .                       | 25        |
| 2.2.1 Efetividade da aleta, $\varepsilon_a$ . . . . .                  | 25        |
| 2.3 Análise do Desempenho Termodinâmico de uma Aleta . . . . .         | 26        |
| 2.3.1 Eficiência da aleta, $\eta_a$ . . . . .                          | 26        |
| <b>3 Resolução Numérica da Equação de Energia para Aletas</b>          | <b>28</b> |
| 3.1 Método de Diferenças Finitas . . . . .                             | 28        |
| 3.2 Método Iterativo de Gauss-Seidel . . . . .                         | 31        |
| 3.3 Solução numérica da Equação de Energia . . . . .                   | 33        |
| 3.4 Validação dos Cálculos Computacionais . . . . .                    | 36        |

---

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>4</b> | <b>Resultados e Discussões</b>  | <b>50</b> |
| 4.1      | Otimização dos perfis geométricos das aletas . . . . .  | 51        |
| 4.1.1    | Determinação das dimensões ótimas de uma aleta do transformador trifásico . . . . .             | 54        |
| 4.1.2    | Determinação das dimensões ótimas de uma aleta do motor elétrico de indução trifásico . . . . . | 57        |
| 4.1.3    | Determinação das dimensões ótimas de uma aleta do inversor de frequência . . . . .              | 59        |
| 4.2      | Geração dos resultados . . . . .  | 61        |
| 4.2.1    | Cálculo numérico do perfil longitudinal de temperatura das aletas propostas . . . . .           | 61        |
| 4.2.1.1  | Transformador trifásico . . . . .   | 61        |
| 4.2.1.2  | Motor elétrico de indução trifásico . . . . .   | 63        |
| 4.2.1.3  | Inversor de frequência . . . . .  | 66        |
| 4.2.2    | Cálculo das taxas máximas de dissipação de calor pelas aletas propostas . . . . .               | 68        |
| 4.2.2.1  | Transformador trifásico . . . . .   | 69        |
| 4.2.2.2  | Motor elétrico de indução trifásico . . . . .   | 69        |
| 4.2.2.3  | Inversor de frequência . . . . .  | 70        |
| <b>5</b> | <b>Conclusões</b>   | <b>72</b> |
|          | <b>Referências</b>  | <b>74</b> |

# Lista de Figuras

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | Perfis e coordenadas da aleta reta. . . . .                       | 15 |
| 1.2  | Perfis e coordenadas da aleta piniforme . . . . .                 | 15 |
| 2.1  | Balço de Energia em uma superfície estendida . . . . .            | 21 |
| 2.2  | Aletas Longitudinais de seção transversal constante . . . . .     | 23 |
| 2.3  | Cálculo da Efetividade . . . . .                                  | 26 |
| 3.1  | Malha unidimensional . . . . .                                    | 29 |
| 3.2  | Fluxograma do Código Computacional . . . . .                      | 35 |
| 3.3  | Problema-teste para aleta de perfil retangular uniforme . . . . . | 36 |
| 3.4  | Problema-teste para aleta de perfil cilíndrico uniforme . . . . . | 37 |
| 3.5  | Gráfico da Distribuição de Temperatura . . . . .                  | 39 |
| 3.6  | Gráfico da Distribuição de Temperatura . . . . .                  | 39 |
| 3.7  | Comportamento do Resíduo . . . . .                                | 41 |
| 3.8  | Análise de desempenho . . . . .                                   | 41 |
| 3.9  | Gráfico da Distribuição de Temperatura . . . . .                  | 42 |
| 3.10 | Gráfico da Distribuição de Temperatura . . . . .                  | 43 |
| 3.11 | Comportamento do Resíduo . . . . .                                | 44 |
| 3.12 | Análise de desempenho . . . . .                                   | 45 |
| 3.13 | Gráfico da Distribuição de Temperatura . . . . .                  | 46 |
| 3.14 | Gráfico da Distribuição de Temperatura . . . . .                  | 46 |
| 3.15 | Comportamento do Resíduo . . . . .                                | 48 |
| 3.16 | Análise de desempenho . . . . .                                   | 48 |
| 4.1  | Modelo Físico das Aletas . . . . .                                | 51 |

---

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.2  | Aletas do Transformador . . . . .  | 55 |
| 4.3  | Desenho em perspectiva de uma aleta real do transformador . . . . .          | 55 |
| 4.4  | Vista lateral e frontal dos dois perfis: Transformador . . . . .             | 56 |
| 4.5  | Aletas do Motor Elétrico . . . . .   | 57 |
| 4.6  | Desenho em perspectiva de uma aleta real do motor elétrico . . . . .         | 57 |
| 4.7  | Desenho em perspectiva da aleta do motor elétrico modificada . . . . .       | 58 |
| 4.8  | Vista lateral e frontal dos dois perfis: Motor Elétrico . . . . .            | 58 |
| 4.9  | Aletas do Inversor . . . . .   | 59 |
| 4.10 | Desenho em perspectiva de uma aleta real do inversor de frequência . . . . . | 59 |
| 4.11 | Vista lateral e frontal dos dois perfis: Inversor . . . . .                  | 60 |
| 4.12 | Distribuição de Temperatura . . . . .  | 62 |
| 4.13 | Comportamento do Resíduo . . . . .   | 63 |
| 4.14 | Distribuição de Temperatura . . . . .  | 64 |
| 4.15 | Comportamento do Resíduo . . . . .   | 65 |
| 4.16 | Distribuição de Temperatura . . . . .  | 66 |
| 4.17 | Comportamento do Resíduo . . . . .   | 67 |
| 4.18 | Distribuição longitudinal da taxa máxima de calor . . . . .                  | 69 |
| 4.19 | Distribuição longitudinal da taxa máxima de calor . . . . .                  | 70 |
| 4.20 | Distribuição longitudinal da taxa máxima de calor . . . . .                  | 71 |

# Lista de Símbolos

|             |  |
|-------------|--|
| $A_P$       | área do perfil longitudinal  |
| $A_S$       | área superficial da aleta em função de $x$                                       |
| $A_{ST}$    | área de seção transversal da aleta em função de $x$                              |
| $b$         | largura da aleta de perfil retangular  |
| $c_p$       | calor específico a pressão constante   |
| $D$         | diâmetro da aleta de perfil cilíndrico   |
| $dA_S$      | área superficial do elemento diferencial da aleta                                |
| $dq_{conv}$ | taxa de transferência de calor por convecção                                     |
| $h$         | coeficiente de transferência de calor por convecção                              |
| $k$         | condutividade térmica  |
| $L$         | comprimento da aleta   |
| $L_C$       | comprimento da aleta corrigido   |
| $m$         | parâmetro do arranjo aleta-fluido  |
| $O$         | erro de truncamento  |
| $P$         | perímetro da aleta   |
| $q_a$       | taxa de transferência de calor dissipada pela aleta                              |
| $q_{cond}$  | taxa de transporte de calor por condução   |
| $q_{conv}$  | taxa de transporte de calor por convecção entre a superfície do corpo e o fluido |
| $q_{SUP}$   | taxa de calor perdida por convecção através da área da base da aleta             |
| $T$         | é a função de distribuição de temperatura ao longo do corpo                      |
| $T_b$       | temperatura na base da aleta   |
| $T_i$       | distribuição de temperatura na forma de diferenças finitas                       |
| $T_L$       | temperatura na extremidade da aleta (2ª condição de contorno)                    |
| $T_{SUP}$   | temperatura da superfície do corpo   |
| $T_\infty$  | temperatura do fluido distante da superfície do corpo sólido                     |

---

|                 |  |
|-----------------|--|
| $V$             | Volume da aleta                                  |
| $w$             | espessura da aleta de perfil retangular          |
| $x, y$          | coordenadas cartesianas                          |
| $\Delta x$      | intervalo entre os nodos                         |
| $\varepsilon_a$ | efetividade da aleta                             |
| $\eta_a$        | eficiência da aleta                              |
| $\pi$           | número irracional, que vale aproximadamente 3,14 |

### subscritos e superescritos

|          |   |
|----------|---|
| $i$      | vetor unitário na direção x                   |
| $\kappa$ | nível de iteração do cálculo das aproximações |
| $\cosh$  | função cosseno hiperbólica                    |
| $\sinh$  | função seno hiperbólica                       |
| $\tanh$  | função tangente hiperbólica                   |



# Capítulo 1

## Introdução

Devido à necessidade de se manter controlada a temperatura de equipamentos elétricos, para que não hajam falhas em seus funcionamentos e assim, não serem danificados, o uso das superfícies estendidas provou, ao longo de várias décadas ser o meio mais eficaz e barato para ajudar na taxa de transferência de calor entre uma superfície sólida quente e um fluido ao seu redor [1, 2].

As superfícies estendidas, também conhecidas como aletas, são peças a serem fixadas na superfície de dispositivos elétricos, funcionando como “sorvedouros de calor”. Isto acontece devido as aletas aumentarem a área superficial para a troca de calor, para que possa transferir uma mesma quantidade de calor da superfície mais quente para o ar ambiente, porém com uma temperatura média mais baixa [3, 4].

No início da década de 1960, com o surgimento da era espacial, as superfícies com aletas radiais tornaram-se comum no projeto de sistemas de arrefecimento de calor nas naves espaciais e ganharam enorme popularidade nos últimos trinta anos, no resfriamento de dispositivos eletrônicos ao funcionar como um dissipador de calor [1].

As superfícies estendidas também podem ser utilizadas em uma gama de aplicações industriais, tais como transformadores, refrigeradores, tubos de superaquecedores, motores etc... Esses equipamentos industriais citados acima geram calor quando estão em operação, o que pode ocasionar problemas de sobreaquecimento, danificando seus componentes e conseqüentemente levando o sistema a falhar. Devido a isso, estes dispositivos industriais necessitam do uso de aletas para ajudar na dissipação do calor [5].

De grande importância também, são os componentes eletrônicos e microeletrônicos, pois para um bom desempenho e confiabilidade no funcionamento, necessitam de uma temperatura do ambiente operacional controlada [6].

De acordo com o exposto acima, pode-se dizer que o termo superfície estendida se refere a um caso particular envolvendo a transferência de calor por convecção entre uma superfície e o ambiente, ou seja, entre um sólido e um fluido adjacente e por condução no interior do sólido, tendo uma variedade de aplicações sendo que a sua geometria (forma) e o tamanho variam de acordo com a quantidade de energia térmica especificada para seu bom funcionamento.

Segundo Ganorkar e Kriplani, [7] e [3, 5] com o avanço da tecnologia e a necessidade de melhorar os coeficientes de transferência de calor, levaram a Engenharia a confeccionar superfícies com aletas modificadas, perturbando o campo de fluxo e aumentando a área de superfície.

Devido à necessidade de melhorar o desempenho da transferência de calor, vários pesquisadores têm direcionado seus estudos para obter diferentes geometrias de aletas, tais como aletas planas, anular, piniforme etc. Há diferentes tipos de formas e tamanhos de aletas que podem ser empregados na superfície, dependendo da aplicação e da natureza dos projetos. Normalmente, esses perfis também são de natureza parabólica, circular ou ondulada [5].

De acordo com Nnanna et al [6], existem alguns fatores que fazem com que a transferência de calor sofra variação, tais como a temperatura da superfície da aleta, a velocidade do fluido, as propriedades termofísicas e a área de seção transversal.

Como pode ser visto acima, as superfícies estendidas estão presentes em diversas aplicações de engenharia, onde se faz necessário o aumento da taxa de transferência de calor entre uma superfície e o fluido adjacente. As aletas com perfis longitudinais, radiais e espirais são aplicadas desde pequenos componentes eletrônicos até grandes permutadores de calor de energia e processo.

Segundo Khani e Aziz [8], comparando os perfis de aletas retangulares e parabólico côncavo, o primeiro é mais fácil de fabricar e mais em conta, muitas vezes sendo preferido em sistemas de aprimoramento de transferência de calor. Já o segundo perfil é preferível quando deseja-se levar em conta o peso da estrutura da aleta, como por exemplo em aplicações aeronáuticas e espaciais, sendo a melhor opção as superfícies estendidas de perfil parabólico côncavo. Porém devido a uma série de desvantagens em relação ao perfil parabólico côncavo, como por exemplo, a dificuldade de fabricação, seu custo e sua borda afiada ser um perigo para a segurança, a melhor alternativa é a fabricação de uma aleta triangular no formato côncavo, sendo o resultado mais prático a aleta de geometria trapezoidal.

Em função do conteúdo apresentado anteriormente, pode-se perceber que a escolha correta do perfil ou geometria das superfícies estendidas vai depender em que equipamento será aplicado, bem como do custo e outros diversos fatores. Conforme pode ser visto, as figuras 1.1 e 1.2 mostram alguns tipos mais utilizados de configurações de aletas.

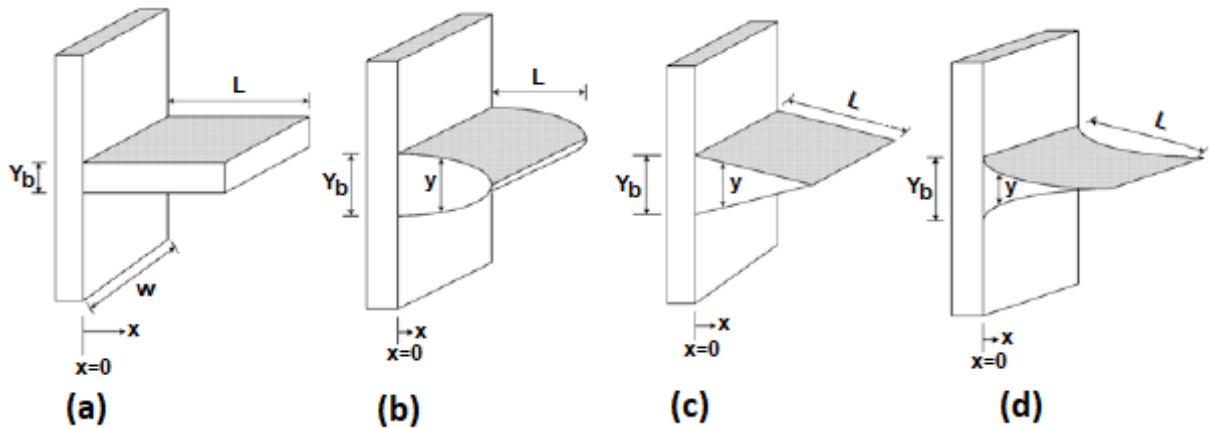


Figura 1.1: Perfis e coordenadas da aleta reta (a) Perfil retangular. (b) Perfil parabólico convexo. (c) Perfil triangular. (d) Perfil parabólico côncavo (Fonte: [4])

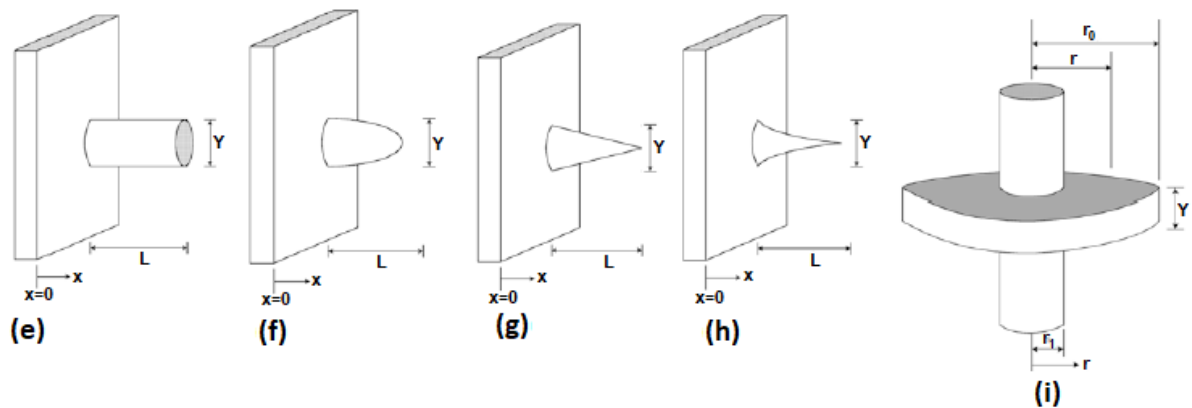


Figura 1.2: Perfis e coordenadas da aleta piniforme (e-h) (e) Perfil constante. (f) Perfil parabólico convexo. (g) Perfil triangular. (h) Perfil parabólico côncavo (i) Aleta anular (Fonte: [4])

De acordo com Aziz, Kraus [9] fez um artigo de pesquisa referente às superfícies estendidas, onde ele descreve a história da evolução de tecnologia de aletas e mostra uma revisão sucinta dos aspectos importantes da tecnologia, sendo a otimização de superfícies estendidas considerada um desses aspectos.

Aziz e Kraus [9] ainda descrevem que o caso da otimização de aletas pode ser dividido em dois grupos. No primeiro grupo, de acordo com a geometria da superfície estendida

(retangular ou triangular etc...), deve-se determinar quais são as dimensões que fazem com que o volume do dispositivo produza uma taxa máxima de transferência de calor. Já o segundo grupo trata da quantidade mínima do volume do material utilizado de forma que ocorra uma dada dissipação de calor de acordo com o perfil ou geometria da aleta.

Nos últimos anos, os pesquisadores vêm buscando encontrar novas tecnologias na área das superfícies estendidas afim de atender a demanda na melhoria de dissipação de calor nos equipamentos industriais, componentes eletrônicos e microeletrônicos. Essa necessidade se deve ao fato desses dispositivos, hoje em dia, terem uma potência de funcionamento maior e com isso produzirem mais calor.

Segundo Aziz et al [1], uma dessas tecnologias sugeridas nos últimos anos é o uso das aletas permeáveis, capazes de oferecerem uma transferência de calor melhor, em outras palavras, um rendimento térmico mais eficiente devido a sua superfície efetiva ser maior.

Finalizando, Kraus apud Aziz [2] destaca que a maior parte da literatura, sobre o estudo do funcionamento de aletas, envolve condições de estado estacionário na sua análise, sendo aplicado na maioria dos casos. Além disso, relata que existem situações em que o conhecimento da resposta transitória é requerido, como por exemplo, nos casos em que as aletas são usadas em aeronaves de alta velocidade, permutadores de calor de operação intermitente, equipamentos de controle automático e sistemas solares. Na maioria dos estudos, a distribuição de temperatura e conseqüentemente a transferência de calor são obtidas através de uma equação ordinária de segunda ordem, sendo a equação resolvida através de duas condições de contorno, uma na base da aleta e a outra na extremidade. Porém, de acordo com Mao e Rooke [10] até o ano de 1994, estudos referente à transferência de calor em regime transitório negligenciavam os efeitos da transferência de calor na extremidade.

## 1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho destina-se ao estudo do emprego de um perfil específico de aleta em determinados dispositivos elétricos industriais. Para tal, foram selecionados três equipamentos de amplo uso industrial, a saber: transformador trifásico, motor de indução trifásico e inversor de frequência. Nesses equipamentos citados predomina-se o uso das aletas de perfil retangular, o qual será objeto de análise. O estudo compreende uma análise numérica de transferência de calor, na qual a partir do modelamento computacional da distribuição espacial de temperatura na aleta, chega-se ao conhecimento das taxas de calor

dissipadas por esses resfriadores passivos. Diante disso e mediante comparação do perfil utilizado nos equipamentos acima citados com um perfil alternativo, porém pertinente à aplicação, é possível compreender a escolha feita pelos fabricantes.

## 1.2 Objetivos Específicos

1. Realizar um estudo de transferência de calor, aplicado a um importante recurso de resfriamento passivo, cujo custo de implantação é muito baixo.
2. Executar a resolução numérica da equação diferencial governante através da aplicação de um método numérico, desenvolvendo-se um código computacional para a geração dos resultados, o qual será validado com resultados conhecidos na literatura. O método numérico escolhido é o de Diferenças Finitas, sendo a resolução das equações discretizadas efetuada através do algoritmo iterativo de Gauss-Seidel. O programa computacional será desenvolvido no software *MatLab*<sup>®</sup>.
3. Uma vez que os fabricantes não disponibilizam os valores de projeto das referidas taxas, nem tampouco certos dados necessários a uma comparação direta com as estimativas a serem obtidas no presente estudo, fez-se uso apenas dos dados que foram fisicamente possíveis colher dos equipamentos envolvidos. Com isso, os resultados são gerados a partir de um critério próprio, a ser aplicado para suprir a falta de disponibilização das reais taxas de dissipação de calor e de dados operacionais das aletas, de conhecimento específico do fabricante.

## 1.3 Estrutura da Dissertação

Este trabalho está dividido em cinco capítulos. No capítulo 1 apresenta-se o que são as aletas e a utilização desses dispositivos em equipamentos industriais, assim abordando a motivação que levou-me a realizar esta pesquisa.

No capítulo 2 é apresentada uma análise da teoria da Transferência de Calor em Superfícies Estendidas (Aletas), objetivando-se descrever a metodologia de cálculo das taxas de dissipação de calor efetuadas por este tipo de resfriador passivo, assim como uma análise do desempenho dos mesmos. São descritos ainda, os modelos de projeto dos tipos de aleta a serem considerados, associando-os com o modelo teórico constante da literatura, utilizado como critério de projeto.

No capítulo 3 é descrita a metodologia de resolução numérica da Equação de Conservação de Energia aplicada ao modelo físico de uma aleta, cuja solução faz parte dos cálculos necessários à obtenção das taxas de dissipação de calor realizadas por esse dispositivo. Ainda neste capítulo, é apresentado um diagrama do código computacional desenvolvido no software *MatLab*<sup>®</sup>, que calcula a distribuição axial de temperatura nos tipos de aleta a serem considerados no presente trabalho. O referido código é validado com dados pertinentes à literatura do assunto.

No Capítulo 4 descreve-se, inicialmente, a metodologia de obtenção de resultados, definindo-se os tipos de aleta que serão utilizados no presente estudo. Após isto, aplica-se o critério de projeto de aleta, descrito no Capítulo 2, para se projetar cada um dos tipos escolhidos, considerando-se os dados físicos que foram possíveis de se colher nos equipamentos elétricos selecionados. Por fim, são mostrados os resultados do presente trabalho. Inicialmente expõe-se uma análise dos resultados numéricos referentes à solução da Equação de Conservação de Energia para cada tipo de aleta escolhida, por equipamento. Como resultados finais são apresentados os valores estimados referentes às taxas de calor retirado por cada tipo de aleta, por equipamento, e uma análise técnica e termodinâmica dos mesmos.

Por fim, no capítulo 5 serão apresentadas as conclusões finais obtidas no trabalho em questão. Também, será apresentado propostas de trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Desenvolvimento Teórico

No presente capítulo apresenta-se a modelagem matemática das superfícies estendidas, também conhecidas como aletas. Esta tem como objetivo o conhecimento das taxas de dissipação de calor efetuadas por estes dispositivos, bem como a aferição de seus desempenhos termodinâmicos, quando em operação.

A quantidade de calor a ser dissipada depende das suas características geométricas, do material empregado na sua confecção e das condições de troca térmica com os agentes exteriores à mesma.

### 2.1 Análise da Transferência de Calor em Aletas

Considera-se que o transporte de calor em uma aleta ocorre unidimensionalmente por condução axial no seu interior, ao mesmo tempo em que este deixa sua superfície por convecção. A troca de calor por radiação entre a superfície externa da aleta e o meio externo também pode ser considerada, a depender das condições em que esteja ocorrendo. No presente estudo esta troca será desconsiderada, por questões de simplicidade.

O padrão de transporte de calor por condução que ocorre num corpo sólido é representado pela Lei de Fourier, enquanto que este, num meio fluido, é representado pela Lei de Resfriamento de Newton, ambas descritas pelas equações 2.1 e 2.2 respectivamente [11].

$$\vec{q}_{cond} = -kA_{ST}\nabla T \quad (2.1)$$

$$\vec{q}_{conv} = hA_S(T_{SUP} - T_{\infty}) \quad (2.2)$$

onde,  $\vec{q}_{cond}$  é a taxa de transporte de calor por condução,  $k$  é a condutividade térmica do meio,  $A_{ST}$  é a área da seção transversal do corpo sólido perpendicular à direção de propagação do calor,  $T$  é a função distribuição de temperatura ao longo do corpo,  $h$  é o coeficiente convectivo de transferência de calor,  $A_S$  é a área superficial do corpo,  $\vec{q}_{conv}$  é taxa de transporte de calor por convecção entre a superfície do corpo e o fluido no seu entorno,  $T_{SUP}$  é a temperatura da superfície do corpo e  $T_{\infty}$  é a temperatura do fluido distante da superfície do corpo sólido. O sinal de negativo na Eq. 2.1 se deve ao fato do calor ser transferido do ponto de temperatura mais alto para o de temperatura mais baixa, isto é, o calor é transferido no sentido na diminuição de temperatura.

O coeficiente convectivo de transferência de calor pode variar dependendo da temperatura da superfície da aleta, da velocidade do fluido, das propriedades termo físicas e da área da seção transversal da aleta. Este termo será diferente em cada ponto da aleta, sendo considerado equivalente à diferença de temperatura entre a superfície e o fluido adjacente elevada à potência de  $\frac{1}{4}$  para o caso em que ocorre somente convecção natural, cuja faixa situa-se entre  $\frac{1}{7}$  e 3 [4, 6].

Segundo a descrição dada em [8, 12], tanto a condutividade térmica quanto o coeficiente convectivo de transferência de calor podem variar de acordo com a temperatura, sendo obtidos como uma função da diferença de temperatura entre a superfície da aleta e o fluido. Quando ocorre esse fato da dependência da temperatura nos termos condutividade térmica e coeficiente convectivo, a equação governante para o cálculo da distribuição de temperatura admite dois termos não lineares e, portanto, a solução analítica é impossível. A maioria dos artigos científicos correlatos considera pelo menos um dos termos como constante .

Em seus artigos, Mokheimer e Nnanna et al [4, 6] citam a expressão geral da equação governante para aletas na forma bidimensional e para o regime estacionário. Porém, Harper e Brown apud Kraus [12] chegaram à conclusão de que o modelo unidimensional já satisfazia o cálculo da distribuição de temperatura, devido às espessuras das aletas serem bem menores do que suas larguras. Além disso, avaliaram que a perda de calor na extremidade da aleta poderia ser calculada de forma precisa, pelo uso de um comprimento da aleta corrigido  $L_C$ , o qual seria dado pelo comprimento da aleta mais a metade da sua espessura.



A taxa de calor dissipada por uma aleta é calculada a partir do conhecimento da distribuição axial de temperatura ao longo da mesma. Esta distribuição é obtida com a resolução da Equação de Energia Sensível [6, 11], aplicada às aletas, a qual é gerada pela realização de um balanço de energia sensível em um elemento infinitesimal de volume da aleta, conforme esquematicamente mostrado na Fig. 2.1. O perfil da aleta é definido de acordo com a variação de sua espessura ao longo do comprimento longitudinal, ou seja, ao longo da direção axial.

Optando-se por associar o eixo axial de uma aleta com a direção coordenada, denotada por eixo  $x$ , desenvolve-se a seguir a equação de conservação de Energia Sensível, a ser utilizada nos cálculos das taxas de dissipação de calor. A equação é gerada de acordo com as seguintes hipóteses:

- Transferência de calor em regime estacionário.
- Condução unidimensional na direção  $x$ .
- Área da seção transversal da aleta variável com a direção  $x$ .
- Propriedades térmicas e físicas são assumidas como constantes.
- Coeficiente convectivo de transferência de calor assumido como constante.
- Trocas de calor por radiação térmica são desconsideradas.
- Não há geração interna de calor na aleta.

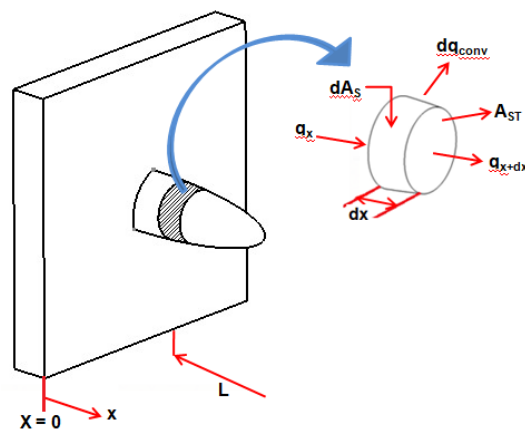


Figura 2.1: Balanço de Energia em uma superfície estendida (Fontes: [6, 11])

Um balanço de energia sensível no elemento infinitesimal de volume da Fig. 2.1, seguindo-se as hipóteses assumidas, leva a seguinte expressão:

$$q_{cond_x} - (q_{cond_{x+dx}} + dq_{conv}) = 0 \quad (2.3)$$

e que ao se introduzir as Eqs. 2.1 e 2.2 na Eq. 2.3, resulta em

$$k \frac{d}{dx} \left( A_{ST}(x) \frac{dT}{dx} \right) dx - h dA_S(x) (T - T_\infty) = 0 \quad (2.4)$$

Após dividir a Eq. 2.4 por  $k$  e fazendo-se  $\Delta x \rightarrow 0$ , resultando em

$$\frac{d}{dx} \left( A_{ST} \frac{dT}{dx} \right) - \frac{h}{k} \frac{dA_S}{dx} (T - T_\infty) = 0 \quad (2.5)$$

E finalmente aplicando a derivada de um produto no primeiro termo da Eq. 2.5 obtém-se

$$A_{ST} \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{dA_{ST}}{dx} \frac{dT}{dx} - \frac{h}{k} \frac{dA_S}{dx} (T - T_\infty) = 0 \quad (2.6)$$

Após manipulações algébricas realizadas na Eq. 2.6, chega-se à forma geral da equação de Energia a ser adotada no presente estudo, através da qual se obtém o valor da temperatura em cada posição do eixo axial da aleta (eixo  $x$ ), dada por

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \left( \frac{1}{A_{ST}(x)} \frac{dA_{ST}(x)}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left( \frac{1}{A_{ST}(x)} \frac{h}{k} \frac{dA_S(x)}{dx} \right) (T - T_\infty) = 0 \quad (2.7)$$

Trata-se de uma equação diferencial ordinária não-linear de segunda ordem [11], uma vez que a condutividade térmica ( $k$ ) varia de acordo com a temperatura da aleta, cuja variação poderá ser considerada ou não dependendo das condições de operações. No cálculo da distribuição de temperatura ao longo da aleta através da Eq. 2.7, deve-se conhecer as condições de contorno na base e na extremidade. Em  $x = 0$ , isto é, na base da aleta considera-se que a Temperatura prescrita é igual a temperatura da superfície do dispositivo (condição de Dirichlet).

Já na extremidade da aleta existem três situações possíveis. Pode ser conhecer a temperatura prescrita na extremidade livre da aleta ou o valor do fluxo prescrito (condição de Neumann) ou relacionar o fluxo de calor que deixa a aleta com o meio fluido exterior

(condição de Robin). Deve-se levar em conta que no caso do fluxo prescrito há um caso particular onde esse fluxo é zero (fronteira adiabática).

Para o trabalho em questão, foram selecionadas aletas de perfis longitudinais retangular e cilíndrico, ambas com área de seção transversal constante, as quais passam a serem analisadas nos itens seguintes.

### 2.1.1 Aletas Longitudinais de Perfil Retangular e Cilíndrico

Em relação às dimensões da geometria dessas aletas, assume-se que a aleta retangular tem um comprimento  $L$ , uma largura  $b$  e espessura  $w$ , enquanto que a aleta cilíndrica possui um comprimento  $L$  e um diâmetro  $D$ . Para ambas as aletas, a origem da direção coordenada do eixo  $x$  se situa na base da aleta. O desenho referente a estes perfis pode ser visto na Fig. 2.2 abaixo.

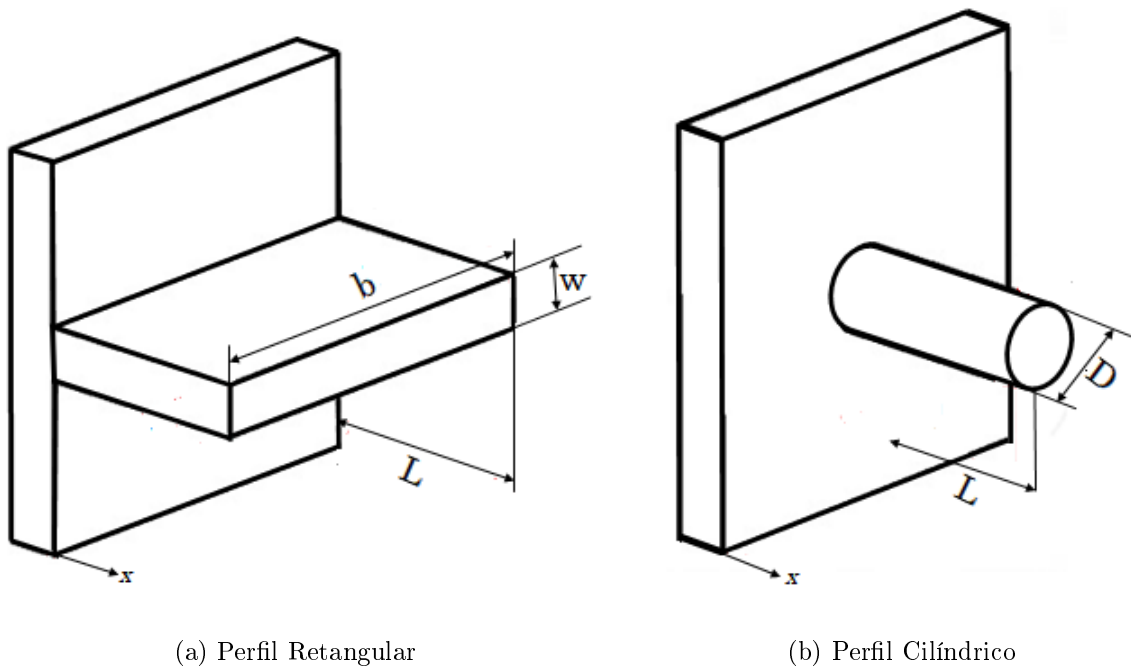


Figura 2.2: Aletas Longitudinais de seção transversal constante (Fontes: [11, 13])

Para os dois casos de aletas especificados, ressalta-se que a área da seção transversal perpendicular ao fluxo de calor ( $A_{ST}$ ) é constante ao longo do eixo  $x$ , e sendo a área superficial da aleta dada por  $A_S = P \times x$ , onde  $P$  é o perímetro da superfície estendida, sua derivada em relação a  $x$  é igual a  $P$ . Nesse caso,  $P$  é uma constante e assim, a Eq. 2.7 toma a forma abaixo.

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} - \frac{hP}{kA_{ST}} (T(x) - T_\infty) = 0 \quad (2.8)$$

A fim de obter uma forma simplificada para a Eq. 2.8, Nnanna et al [6] e Incropera et al [11] sugerem o uso de uma notação abreviada, definindo o parâmetro  $m^2 = \frac{hP}{kA_{ST}}$ . Assim, a Eq. 2.8 pode ser reescrita como

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} - m^2 (T(x) - T_\infty) = 0 \quad (2.9)$$

Vários pesquisadores, entre eles Incropera e Díez [11, 13], consideram que os perfis retangulares de seção transversal constante em superfícies planas são os casos mais usuais de aplicação de aletas no resfriamento de dispositivos elétricos. Eles assumem que o perímetro para este tipo de geometria de aleta é dado por  $P = 2b + 2w$ . Uma das condições que proporciona as maiores taxas de dissipação de calor é que a espessura da aleta seja muito pequena. Quando ocorrer a situação de que a largura é muito maior do que a espessura ( $b \gg w$ ), o perímetro pode ser aproximado para  $P = 2b$ .

De acordo com Abdul e Tiegang [1] as aletas de perfil radial tornaram-se comuns no projeto de arrefecimento passivo para as naves espaciais com o surgimento da era espacial. Assim como o perfil retangular de seção transversal constante em superfícies planas, o caso das aletas piniformes de seção transversal constante também pode ser considerado um problema usual de aplicação de aletas no resfriamento de dispositivos elétricos, no presente estudo o perfil cilíndrico. O perímetro para este tipo de geometria de aleta é dado por  $P = \pi \times D$  e sua área de seção transversal é dada por  $A_{ST} = \frac{\pi D^2}{4}$ .

O cálculo da taxa de calor retirada por cada um desses dois tipos de aleta, objetos do presente trabalho e denotada por  $\vec{q}_a$ , é inicializado com a resolução da Eq. 2.9. Esta, por sua vez, pelo fato das condições do presente estudo levarem o parâmetro  $m^2$  a ter um valor numérico constante, faz com que esta equação apresente soluções analíticas. Estas soluções, inclusive, serão utilizadas para validar as soluções numéricas obtidas por um código computacional desenvolvido no presente trabalho e que será descrito no Capítulo 3. Entretanto, faz-se necessário o estabelecimento das condições de contorno a serem consideradas no estudo aqui proposto. Estas serão fixadas quando for apresentada, no Capítulo 4, a metodologia de aplicação dessas aletas nos dispositivos elétricos selecionados para o estudo aqui desenvolvido.

A obtenção das referidas taxas apresenta duas alternativas de cálculo. Uma possibilidade é a aplicação da Eq. 2.1, avaliando-se o gradiente de temperatura na origem do

eixo coordenado, ou seja, em  $x = 0$  (base). A outra se refere à aplicação da Eq. 2.2. Entretanto, a taxa é obtida pela integração da taxa local de perda de calor por convecção para o meio fluido no entorno. Ambas as expressões são dadas por

$$\vec{q}_a = -kA_{ST} \left. \frac{dT(x)}{dx} \right|_{x=0} \hat{i} \quad (2.10)$$

$$\vec{q}_a = \int_{A_S} h(T(x) - T_\infty) dA \hat{i} \quad (2.11)$$

onde  $\hat{i}$  é o vetor unitário da direção x.

## 2.2 Critério para utilização de aletas

Segundo Incropera et al e Nnanna et al [6, 11], ao projetar uma aleta, para verificar se ela atenderá a expectativa do incremento ou não da taxa de transferência de calor a ser dissipada em uma superfície através do aumento da área superficial, define-se a seguir a efetividade.

### 2.2.1 Efetividade da aleta, $\varepsilon_a$ .

A efetividade de uma aleta é expressa pela razão entre a taxa de transferência de calor dissipada pela aleta,  $\vec{q}_a$ , e a taxa de calor perdida por convecção através da área que seria ocupada pela base da aleta,  $A_{ST}$ , caso ela fosse instalada na superfície a ser resfriada, conforme pode ser visto na Fig. 2.3. A Eq. 2.12 abaixo representa o cálculo desse parâmetro.

$$\varepsilon_a = \frac{\vec{q}_a}{\vec{q}_{SUP}} = \frac{\vec{q}_a}{hA_{ST}(T_{SUP} - T_\infty)} \quad (2.12)$$

Onde  $T_{SUP}$  é a temperatura da superfície a ser resfriada.

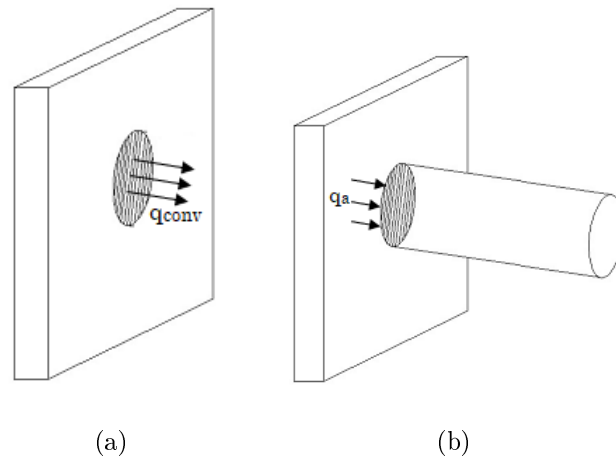


Figura 2.3: Cálculo da Efetividade: (a)Taxa de calor por convecção na área da base (b)Taxa de calor na aleta (Fonte: Autoria Própria)

De acordo com [6, 11], quanto maior a efetividade, melhor será a taxa de dissipação de calor da aleta projetada. De acordo com esse critério, se a  $\varepsilon_a \geq 2$ , justificará se a utilização dessa superfície estendida está atendendo o seu objetivo.

## 2.3 Análise do Desempenho Termodinâmico de uma Aleta

Uma vez demonstrado o uso de uma aleta através do critério de efetividade, pode-se avaliar o seu desempenho termodinâmico. Daí, define-se o critério eficiência.

### 2.3.1 Eficiência da aleta, $\eta_a$ .

O parâmetro eficiência compara a taxa real de calor que a aleta extrai de uma superfície com um valor de taxa teórico idealizado. Esta idealização considera que a aleta seja constituída de um material condutor térmico ideal, ou seja, com condutividade térmica tendendo ao infinito. Assim, de acordo com a Eq. 2.1, o gradiente axial de temperatura na aleta tende a zero e, como consequência, toda aleta estaria à temperatura de sua base, que é a mesma da superfície sendo resfriada. Portanto, de acordo com a Eq. 2.2, a diferença de temperatura entre a superfície da aleta e a do fluido circundante numa região longe desta seria constante e máxima. Esta configuração proporcionaria a máxima taxa de dissipação de calor possível. Como consequência, este critério representa um rendimento termodinâmico da aleta, cujo valor de  $\eta_a$  é menor do que 1. A Eq. 2.13 abaixo fornece o

valor desse parâmetro.

$$\eta_a = \frac{\vec{q}_a}{hA_S(T_{SUP} - T_\infty)} \quad (2.13)$$

# Capítulo 3

## Resolução Numérica da Equação de Energia para Aletas

Neste capítulo é feita uma apresentação detalhada do método numérico que será empregado na resolução da equação de Energia para Aletas, Eq. 2.7, simplificada para o presente estudo e desenvolvida no Capítulo 2. Trata-se do método de discretização de Diferenças Finitas. Descreve-se ainda, o algoritmo utilizado na resolução das equações de discretização, sendo este o método iterativo de Gauss-Seidel. Em sequência, apresenta-se o fluxograma do código computacional desenvolvido para a solução da Equação de Energia, a qual consiste em se conhecer os valores de temperatura ao longo da coordenada axial de uma aleta. Por fim, apresenta-se a validação deste código, via soluções exatas de problemas-testes associados ao emprego de aletas, juntamente com uma análise de desempenho numérico do referido código computacional.

### 3.1 Método de Diferenças Finitas

É um dos métodos existentes de discretização de equações diferenciais, que assim como todos eles, após uma discretização espacial do domínio de cálculo, que é assumido como contínuo, permite encontrar-se não os valores exatos da variável dependente em todo o domínio, mas sim seus valores aproximados em pontos discretos a serem considerados. A maneira de se distribuir esses pontos no domínio, bem como o número de pontos a se distribuir, depende da natureza do problema a se resolver. As aproximações das variações espaciais da variável dependente, representadas por derivadas espaciais, assim como as variações temporais da variável dependente num mesmo ponto discreto, representadas por derivadas no tempo, são todas efetuadas através da expansão da variável em Série de



Taylor.

A Figura 3.1 representa um vetor unidimensional, cujo valor do espaçamento entre pontos nodais é considerado uniforme e vale  $\Delta x$ . Em cada ponto da malha obtém-se a solução de  $f(x)$  e suas derivadas.

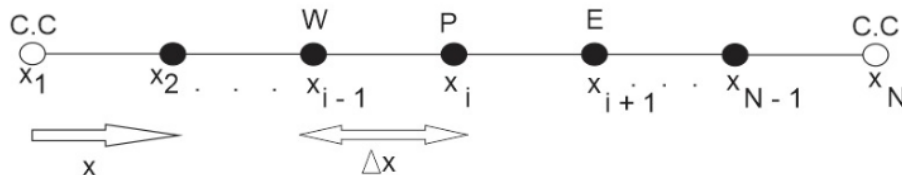


Figura 3.1: Malha unidimensional

onde o termo C.C que aparece nas extremidades do desenho, representam as condições de contorno. Segundo Forsythe e Wasow [15] o conceito de diferenças finitas pode ser definido ao se introduzir a definição da derivada de uma função  $f(x)$  em um ponto  $x = x_0$ . Verifica-se que a variação espacial da função entre o ponto  $x_0$  e um ponto separado deste por uma distância ( $\Delta x$ ), ou seja,  $(x_0 + \Delta x)$  ou  $(x_0 - \Delta x)$ , converge para a derivada da função no ponto  $x_0$ , quando esta distância tende a zero. Por exemplo, para o caso  $(x_0 + \Delta x)$ , a representação da derivada seria dada por

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (3.1)$$

Considerando-se que  $f(x)$  seja contínua em um determinado intervalo e tenha derivadas contínuas até ordem  $n$  nesse mesmo intervalo, ao se expandir  $f(x)$  em série de Taylor, obtêm-se aproximações para derivadas conforme as equações abaixo [16].

$$\begin{aligned} f(x_0 + \Delta x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n f}{dx^n} \Big|_{x_0} \frac{(\Delta x)^n}{n!} = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x + f''(x_0)\frac{(\Delta x)^2}{2!} + \dots + \\ &+ f^{n-1}\frac{(\Delta x)^{n-1}}{(n-1)!} + f^n\frac{(\Delta x)^n}{(n)!} + O(\Delta x^{n+1}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} f(x_0 - \Delta x) &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{d^n f}{dx^n} \Big|_{x_0} \frac{(\Delta x)^n}{n!} = f(x_0) - f'(x_0)\Delta x + f''(x_0)\frac{(\Delta x)^2}{2!} + \dots + \\ &+ f^{n-1}\frac{(-\Delta x)^{n-1}}{(n-1)!} + f^n\frac{(-\Delta x)^n}{(n)!} + O((-\Delta x)^{n+1}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde a partir das equações 3.2 e 3.3 pode-se representar a primeira derivada em expansão de série de Taylor para as diferenças avante e à ré respectivamente, conforme as expressões a seguir.

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (3.5)$$

A Equação 3.4 é conhecida como diferenças finitas progressivas (avante), enquanto que a Eq. 3.5 é chamada de diferenças finitas regressivas (à ré), onde ambas são aproximações de primeira ordem. O termo  $O(\Delta x)$  é denominado erro de truncamento, que ocorre quando se tem a aproximação da primeira derivada por diferenças finitas.

Outra forma de representar a aproximação da primeira derivada por diferenças finitas pode ser feita ao subtrair-se a Eq. 3.2 da 3.3, chegando-se assim à fórmula de diferenças centradas para a primeira derivada, onde esta é uma aproximação de segunda ordem.

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (3.6)$$

Além disso, ao se combinar as aproximações de  $f(x_0 + \Delta x)$  e  $f(x_0 - \Delta x)$  através da soma das duas, chega-se a fórmula de diferenças centradas para a segunda derivada

$$\left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x^2) \quad (3.7)$$

onde o termo  $O(\Delta x)^2$  representa o erro de truncamento para aproximação da primeira e segunda derivadas por diferença centrada, e esta também é uma aproximação de segunda ordem. No trabalho em questão usou-se diferenças finitas até a ordem 2 no máximo, mas deve-se ter em mente que o procedimento para obter aproximações por diferenças finitas para derivadas de ordem superior ou mista é o mesmo, conforme pode ser visto em [16].

Assim, a discretização da equação diferencial consiste em substituir suas derivadas por suas possibilidades de aproximações, via Série de Taylor, representadas pelas equações 3.4 a 3.7. Com isso, gera-se um sistema de equações algébricas. No método de Diferenças Finitas apenas os valores da função incógnita nos pontos são considerados como solução numérica, independentemente de como a função varia entre pontos vizinhos.

## 3.2 Método Iterativo de Gauss-Seidel

O método de Gauss-Seidel, também conhecido como iteração de Liebmann, é um método iterativo usado na resolução de equações algébricas lineares. Optou-se pelo seu emprego no presente estudo para se resolver as equações de discretização, em cujos casos aqui estudados levaram a equações algébricas lineares com coeficientes constantes [16].

Segundo Forsythe e Wasow [15], o método iterativo de Gauss-Seidel é dado por um sistema algébrico linear, que pode ser representado pela Eq. 3.8 a seguir.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (3.8)$$

Sendo  $x_1, x_2, \dots, x_n$  as variáveis;  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$  os respectivos coeficientes; e  $b_1, b_2, \dots, b_n$  os termos independentes. Explicitando a incógnita  $x_1$  da primeira equação em função das demais na primeira equação, tem-se:

$$x_1 = \frac{b_1}{a_{11}} + \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 + \cdots + \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n$$

Da mesma forma, explicitando  $x_2$  da segunda equação em função das demais na segunda equação, tem-se:

$$x_2 = \frac{b_2}{a_{22}} + \frac{a_{21}}{a_{22}}x_1 + \frac{a_{23}}{a_{22}}x_3 + \cdots + \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n$$

Repetindo para todas as incógnitas e utilizando o fato de se ter calculado  $x_1$  na primeira equação e o mesmo disponível, assim como  $x_2$  na segunda, usa-se esse valor de  $x_1$  recém calculado, onde o processo é estendido para as equações de  $x_3, \dots, x_n$ , daí se escreve:

$$\begin{cases} x_1^{k+1} = \frac{b_1}{a_{11}} + \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2^k + \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3^k + \dots + \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n^k \\ x_2^{k+1} = \frac{b_2}{a_{22}} + \frac{a_{21}}{a_{22}}x_1^{k+1} + \frac{a_{23}}{a_{22}}x_3^k + \dots + \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n^k \\ x_3^{k+1} = \frac{b_3}{a_{33}} + \frac{a_{31}}{a_{33}}x_1^{k+1} + \frac{a_{32}}{a_{33}}x_2^{k+1} + \dots + \frac{a_{3n}}{a_{33}}x_n^k \\ \vdots \\ x_n^{k+1} = \frac{b_n}{a_{nn}} + \frac{a_{n1}}{a_{nn}}x_1^{k+1} + \frac{a_{n2}}{a_{nn}}x_2^{k+1} + \dots + \frac{a_{nn-1}}{a_{nn}}x_{n-1}^{k+1} \end{cases} \quad (3.9)$$

Desta forma, segundo [15], o sistema (2) representa o algoritmo do método de Gauss-Seidel, o que é prontamente implementado via computacional. Lembrando-se que os termos do sistema (1) em forma matricial devem ser diagonal dominante e diferente de zero.

Uma iteração compreende a visita de todos os nodos da malha, cada nodo individualmente, caracterizando uma varredura. Nesse processo calcula-se o valor da variável dependente em cada nodo, através da resolução da equação de discretização aplicada ao nodo. Uma vez que esta inclui os valores da variável dependente nos pontos vizinhos, durante a varredura, os vizinhos já visitados pertencem à iteração corrente, ao passo que os vizinhos ainda por visitar contêm valores da iteração anterior.

O processo de iteração se inicia com a atribuição arbitrária de um valor inicial da variável dependente para cada um dos nodos da malha, correspondendo à iteração inicial, uma vez que os nodos recebem valores numéricos, mesmo sendo estes atribuídos livremente. A partir daí, os nodos são visitados em sequência, a fim de receberem valores calculados através da equação de discretização aplicada a cada nodo [16, 17, 18]. Considerando-se o vetor unidimensional da Fig. 3.1, os pontos nodais distribuídos no eixo dos  $x$  são identificados pela notação dada por  $x_i$ , representando a posição em relação à origem do  $i$ -ésimo ponto ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Por outro lado, utiliza-se a letra  $k$  para se identificar o número da iteração. Nesse sentido, convencionou-se que o cálculo propriamente dito da variável em cada nodo ocorre na  $k + 1$  iteração, enquanto que os valores antigos pertencem à iteração  $k$ . Assim, a atribuição inicial de valores recebe o valor  $k$  igual a zero. Entretanto, cabe ressaltar que os pontos  $x_1$  e  $x_N$  são os pontos que recebem as informações das condições de contorno (C.C). Portanto, nesse caso, o valor da variável dependente pode ser conhecido ou uma informação é conhecida, tal que permita o cálculo do valor em tais pontos. Qualquer das condições anteriores pode ser introduzida nas equações de discretização para esses pontos.

Os valores da variável dependente calculados em cada um dos nodos numa iteração são submetidos a um critério de avaliação. Neste, o valor ora calculado, iteração corrente,

é comparado com o valor calculado na iteração anterior, e que se encontra alocado na memória do computador. A comparação se dá na avaliação do módulo dessa diferença, o qual recebe a denominação de resíduo, no caso local, com um valor fixo que se assume como aceitável, denominado tolerância. Portanto, o conjunto de valores calculados numa iteração será considerado aceitável se nenhum dos resíduos locais ultrapassar o valor imposto como tolerância. Caso essa condição seja atendida, diz-se que a solução convergiu, ou em outras palavras, é aceitável. Caso contrário, nova iteração deve ser realizada e avaliada como descrito acima, até que a solução convirja [17, 18]. Porém, deve-se controlar o número de iterações no sentido de que o programa não fique executando iteração indefinidamente, caso não atinja a condição de parada, via tolerância. Assim, define-se um teto para o número de iterações, cujo valor deve ser suficientemente grande para dar uma condição favorável ao alcance da convergência, porém, não excessivo em relação às expectativas quanto à natureza do problema sendo resolvido.

### 3.3 Solução numérica da Equação de Energia

No presente item, inicialmente, desenvolve-se a forma discretizada da equação da Energia para aletas, simplificada segundo condições já expostas no capítulo 2. Trata-se da Eq. 2.7, para a qual é aplicado o método de Diferenças Finitas. Com o intuito de facilitar o acompanhamento desta etapa, a Eq. 2.7 é novamente apresentada a seguir

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} - m^2(T(x) - T_\infty) = 0$$

onde  $m$  é dado pela Eq. 3.8 a seguir.

$$m^2 = \frac{hP}{kA_{ST}} \quad (3.10)$$

Baseando-se no vetor unidimensional da Fig. 3.1, a discretização da Eq. 2.9 é aplicada a um ponto interno genérico da malha computacional unidimensional, ou seja, ao  $i$ -ésimo ponto. Esta se inicia pela aproximação da única derivada presente da Eq. 2.7, a qual é de segunda ordem. Nesse caso, utilizando-se para tal a aproximação por diferenças centradas e posteriormente explicitando-se o valor da temperatura a ser calculado no referido ponto, a equação discretizada é expressa por

$$T_i = \frac{1}{2 + m^2 \Delta x^2} (T_{i+1} + T_{i-1} + m^2 \Delta x^2 T_\infty) \quad (3.11)$$

Assim, a Eq. 3.9 é resolvida de forma iterativa, em cujo método esta expressão possui a forma dada pela Eq. 3.10, dada a seguir.

$$T_i^{k+1} = \frac{1}{2 + m^2 \cdot \Delta x^2} (T_{i+1}^k + T_{i-1}^{k+1} + m^2 \cdot \Delta x^2 T_\infty) \quad (3.12)$$

Para a implementação do cálculo acima descrito, desenvolveu-se um código computacional, cujo fluxograma é apresentado na Fig. 3.2. Este programa foi desenvolvido através do “software” MatLab<sup>®</sup>. Em relação à convergência da solução numérica, adotou-se que esta irá convergir na iteração em que o máximo resíduo local for menor ou igual à tolerância considerada, critério esse representado por

$$Residuo\ local \Big|_{Maximo}^{k+1} = |T_i^{k+1} - T_i^k| \Big|_{Maxima} \leq \varepsilon \quad (3.13)$$

onde  $\varepsilon$  é a tolerância a ser adotada. Para as simulações numéricas desenvolvidas no presente estudo adotou-se  $\varepsilon = 1 \times 10^{-6}$ .

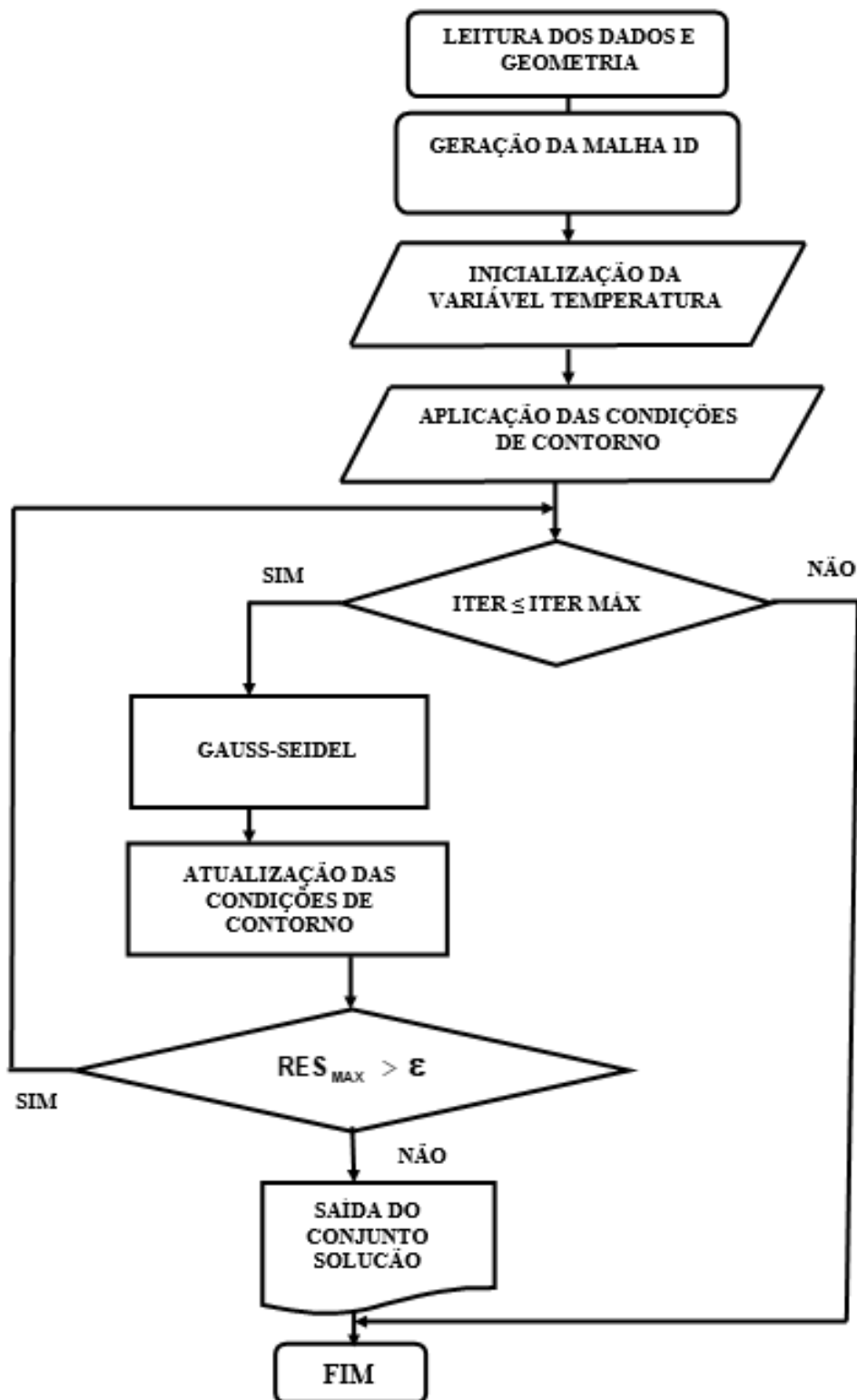


Figura 3.2: Fluxograma do Código Computacional

A validação dos resultados numéricos obtidos com o código computacional desenvolvido é testada empregando-se problemas-testes, os quais apresentam soluções exatas e que são descritos no próximo item.

### 3.4 Validação dos Cálculos Computacionais

Para a validação dos resultados a serem obtidos com o código computacional desenvolvido para resolver a Eq. 2.7, foram utilizados problemas-testes, os quais apresentam soluções exatas. Considerou-se um problema-teste com perfil de aleta retangular e o outro com perfil de aleta cilíndrica. Como estratégia de validação do código computacional, adotou-se condições de contorno do tipo Dirichlet conforme Eq. 3.12, tipo Von Neumann Eq. 3.13 e tipo Robin Eq. 3.17.

O primeiro problema-teste consistiu em submeter-se uma aleta de perfil retangular uniforme a um problema de transferência de calor, em regime permanente, no qual esta é utilizada para o resfriamento de uma superfície com temperatura constante e igual a  $100^{\circ}\text{C}$ . A aleta, sendo fixada nesta superfície, fica submetida ao ar ambiente, cuja temperatura longe desta,  $T_{\infty}$ , é de  $25^{\circ}\text{C}$ . O problema é considerado unidimensional (direção x) e assume-se também, que as condições desse ar impõem um valor fixo para o coeficiente convectivo de transferência de calor,  $h$ , ao longo de toda área superficial da aleta, estipulado em  $h = 100 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$ . Desconsiderou-se qualquer troca de calor por radiação térmica entre a aleta e o ambiente externo.

O material assumido para a aleta é o cobre, cuja condutividade térmica,  $k$ , é de  $398 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$  e o calor específico a pressão constante,  $c_p$ , é de  $396,76 \text{ J}/(\text{kg}.\text{K})$ . As dimensões da seção transversal da aleta são  $b = 0,05 \text{ m}$  e  $w = 0,006 \text{ m}$ , sendo seu comprimento,  $L$ , igual a  $0,5 \text{ m}$ . A Figura 3.3 apresenta o desenho esquemático desta aleta [11].

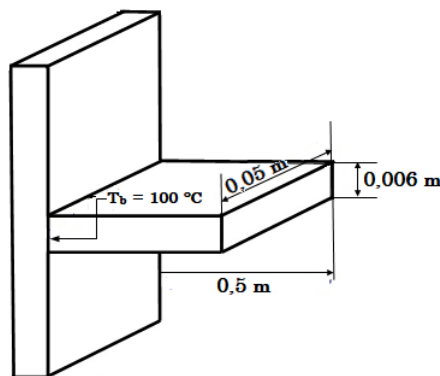


Figura 3.3: Problema-teste para aleta de perfil retangular uniforme (Fonte: [11])



O segundo problema-teste é análogo ao primeiro problema, porém, utilizando-se um perfil cilíndrico uniforme. Esta aleta é exatamente igual à aleta do primeiro problema-teste, exceto pela sua geometria. Inclusive, mantiveram-se quase todas as condições de operação as quais a aleta retangular é submetida. As dimensões da seção transversal dessa outra aleta são  $D = 0,005$  m e seu comprimento,  $L$ , igual a 0,5 m, sendo o desenho esquemático deste outro sistema descrito pela Fig. 3.4.

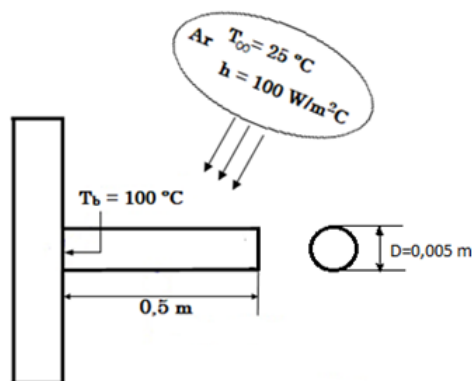


Figura 3.4: Problema-teste para aleta de perfil cilíndrico uniforme

No desenvolvimento da solução numérica dos dois problemas acima descritos, foi realizado um teste de malha, no qual foram consideradas simulações com 20, 60, 100 e 140 pontos nodais, a fim de se estabelecer uma relação de custo-benefício computacional adequada. Como parâmetro de comparação, estabeleceu-se o afastamento percentual máximo entre valor numérico e valor exato, ocorrido dentre todos os pontos.

Para os dois problemas testes com perfis retangular e cilíndrico, escolheram-se as mesmas condições de contorno. Assim, na base da aleta (em  $x=0$ ) considerou o tipo de condição de contorno de Dirichlet (temperatura prescrita) e na extremidade (em  $x=L$ ) utilizou-se o tipo de condição de contorno de Neumann (superfície adiabática). De acordo com [11], as condições de contorno a serem utilizadas junto com a Eq. 3.9 são dadas pelas expressões 3.12 e 3.13.

$$T(0) = 100\text{ }^{\circ}\text{C} \quad (3.14)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (3.15)$$

Assim, de acordo com as condições de contorno definidas pelas expressões 3.12 e 3.13, a solução analítica da Eq. 2.7 é dada pela Eq. 3.14 a seguir [11].

$$T(x) = T_{\infty} + (T_b - T_{\infty}) \times \frac{\cosh[m(L - x)]}{\cosh(mL)} \quad (3.16)$$

Para o problema de aleta de perfil retangular, observou-se um máximo afastamento percentual entre o valor de temperatura obtido pela solução numérico e exato de 0,57%, 0,18%, 0,11% e 0,07% para 20, 60, 100 e 140 pontos nodais, respectivamente. Já para o perfil cilíndrico, máximo afastamento percentual entre o valor numérico e exato foi de 0,35%, 0,036%, 0,017% e 0,010% para de 20, 60, 100 e 140 pontos nodais, respectivamente. Para se determinar o número de pontos nodais satisfatórios do ponto vista custo-benefício computacional, determinou-se que a simulação computacional deve atender o seguinte critério:

$$\frac{|T_N - T_E|}{T_E} \times 100 \leq 0.15\% \quad (3.17)$$

onde  $T_N$  e  $T_E$  são os valores das temperaturas obtidas pelas soluções numérica e exata respectivamente. Foi escolhido 0,15%, pois esse valor é considerado bastante inferior ao afastamento percentual que seria obtido entre um valor medido e exato, uma vez que não existe transdutor de temperatura com essa resolução. Vale lembrar que esse critério leva em consideração o afastamento máximo, o que significa dizer que todos os outros pontos estão bem abaixo do valor de 0,15%. Uma vez que 100 pontos nodais utilizados nas duas simulações atenderam o critério descrito pela Eq. 3.15, adotou-se por usar nas simulações a serem realizadas no presente estudo uma malha computacional contendo 100 pontos nodais.

As figuras 3.5 e 3.6 apresentam as comparações das soluções numéricas com as soluções exatas referentes ao primeiro e segundo problemas-testes respectivamente, utilizando as condições de contorno dadas pelas expressões 3.12 e 3.13, usando uma malha computacional de 100 pontos nodais.

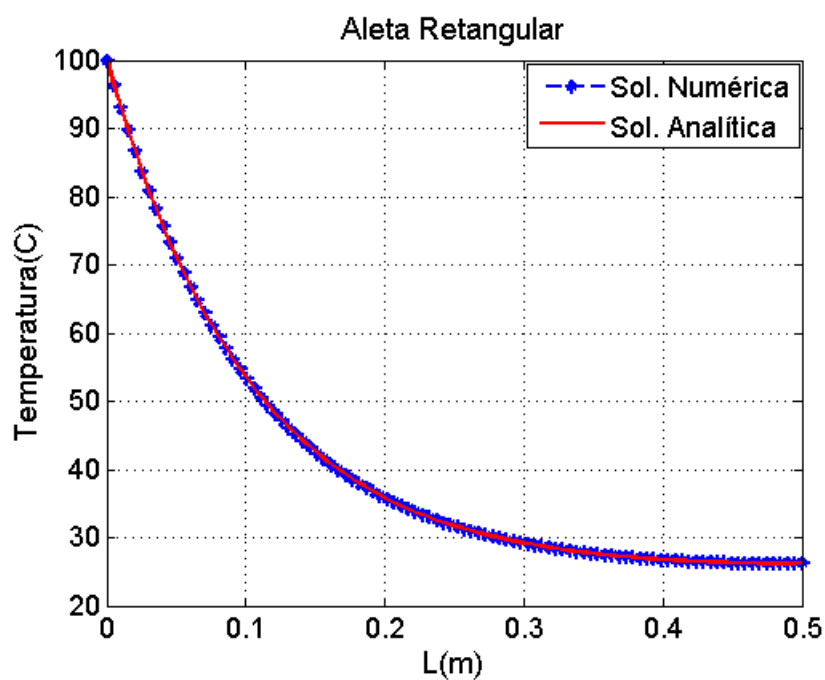


Figura 3.5: Gráfico da Distribuição de Temperatura

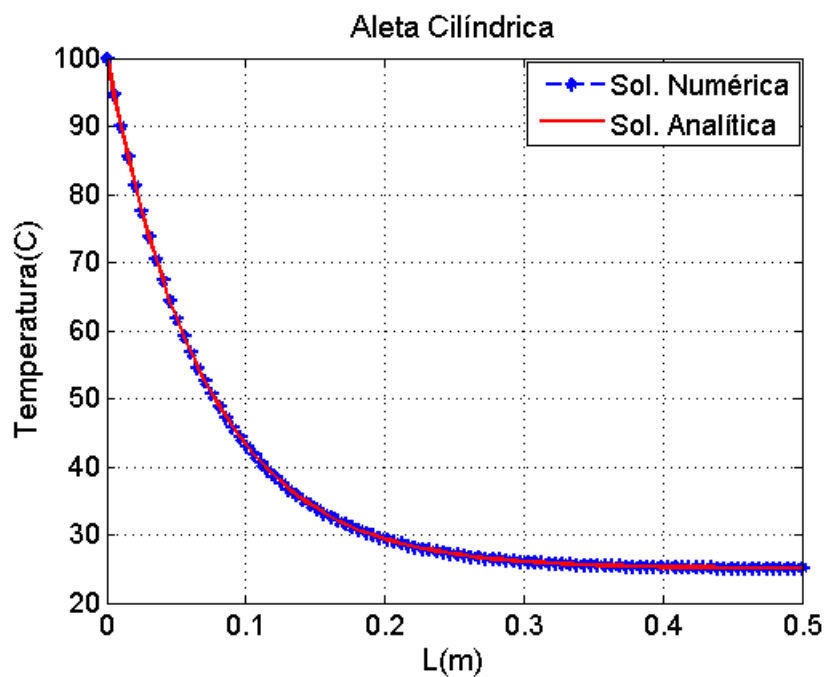


Figura 3.6: Gráfico da Distribuição de Temperatura

Observando os gráficos 3.5 e 3.6, constata-se que as soluções numérica e analítica estão bem próximas. A fim de melhor visualizar o afastamento percentual entre essas soluções para os perfis retangular e cilíndrico, foram feitas as tabelas 3.1 e 3.2 a seguir.

Tabela 3.1: Comparação das soluções: Perfil Retangular

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,2980 | 29,2732           | 29,2641           | 0,0308   |
| 0,3030 | 29,0778           | 29,0683           | 0,0323   |
| 0,3081 | 28,8921           | 28,8823           | 0,0339   |
| 0,3131 | 28,7158           | 28,7055           | 0,0359   |
| 0,3182 | 28,5483           | 28,5376           | 0,0375   |
| 0,3232 | 28,3894           | 28,3782           | 0,0395   |

(Fonte: Autoria própria.)

Tabela 3.2: Comparação das soluções: Perfil Cilíndrico

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,2980 | 26,1018           | 26,1007           | 0,0042   |
| 0,3030 | 26,0262           | 26,0252           | 0,0043   |
| 0,3081 | 25,9559           | 25,9549           | 0,0039   |
| 0,3131 | 25,8905           | 25,8894           | 0,0039   |
| 0,3182 | 25,8296           | 25,8286           | 0,0039   |
| 0,3232 | 25,7730           | 25,7720           | 0,0039   |

(Fonte: Autoria própria.)

Assim, as tabelas 3.1 e 3.2 mostram o cálculo das temperaturas numérica e exata para seis pontos nodais. Verifica-se que em ambas, que o afastamento percentual entre as soluções numérica e exata, para os perfis retangular e cilíndrico, estão abaixo do máximo afastamento percentual (0,15%), mostrando a validade da simulação computacional.

A Figura 3.7 apresenta o comportamento do resíduo máximo em cada iteração ao longo das iterações para os dois perfis usados no presente trabalho. Observa-se que o perfil cilíndrico convergiu mais rapidamente que o perfil retangular e que ambos os perfis atingiram o patamar de estabilização de acordo com a tolerância definida.

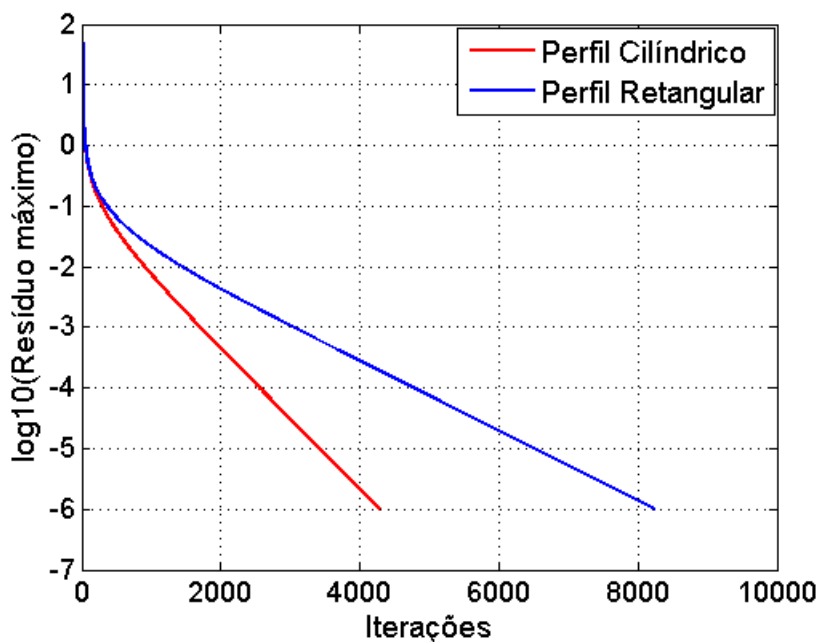


Figura 3.7: Comportamento do Resíduo

E por fim, na Fig. 3.8 é apresentado um gráfico da análise de desempenho para as aletas de perfis retangular e cilíndrico, de acordo com o tipo de condição de contorno de Neumann. Observa-se que o tempo de CPU aumenta a medida que o número de nodos é aumentado e que o perfil cilíndrico teve um melhor desempenho que o perfil retangular.

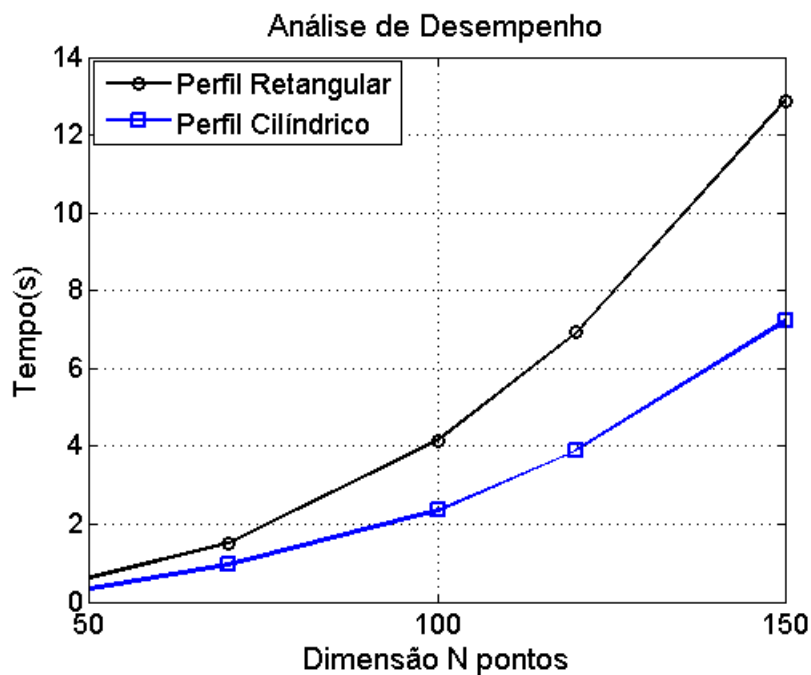


Figura 3.8: Análise de desempenho

Agora os dois problemas-teste serão resolvidos novamente, utilizando o tipo de condição de contorno de Dirichlet (temperatura prescrita) na base da aleta e o tipo de condição de contorno de Robin na extremidade (transferência convectiva) representada pela expressão 3.16 e 3.17.

$$T(x = 0) = T_b = 100 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (3.18)$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = h [T(L) - T_\infty] \quad (3.19)$$

Cuja solução analítica da Eq. 2.7, de acordo com as condições de contorno citadas acima, é dada pela Eq. 3.18 a seguir [11].

$$T(x) = T_\infty + (T_b - T_\infty) \times \left( \frac{\cosh(m(L-x)) + (h/mk)\sinh(m(L-x))}{\cosh(mL) + (h/mk)\sinh(mL)} \right) \quad (3.20)$$

Assim, os gráficos da distribuição de temperatura para as aletas de perfis retangular e cilíndrica são dados pelas figuras 3.9 e 3.10 respectivamente.

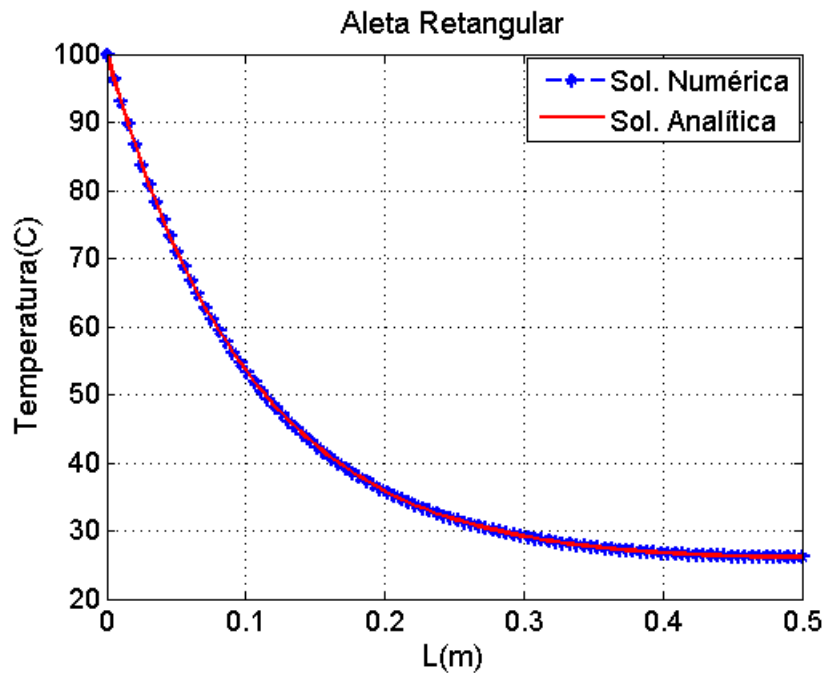


Figura 3.9: Gráfico da Distribuição de Temperatura

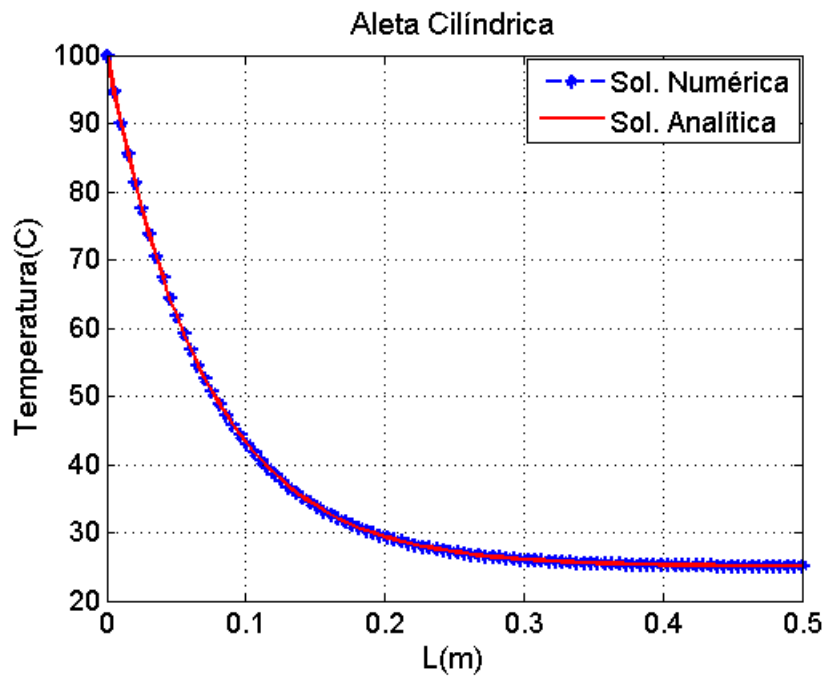


Figura 3.10: Gráfico da Distribuição de Temperatura

Novamente observa-se que as soluções numérica e analítica estão bem próximas uma da outra. A fim de visualizar o afastamento percentual entres essas duas soluções, foram feitas as tabelas 3.3 e 3.4 correspondentes aos perfis retangular e cilíndrico respectivamente.

Tabela 3.3: Comparação das soluções: Perfil Retangular

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,2980 | 29,2689           | 29,2641           | 0,0164   |
| 0,3030 | 29,0732           | 29,0683           | 0,0169   |
| 0,3081 | 28,8874           | 28,8823           | 0,0177   |
| 0,3131 | 28,7108           | 28,7055           | 0,0185   |
| 0,3182 | 28,5431           | 28,5376           | 0,0194   |
| 0,3232 | 28,3838           | 28,3782           | 0,0201   |

(Fonte: Autoria própria.)

Tabela 3.4: Comparação das soluções: Perfil Cilíndrico

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,2980 | 26,1017           | 26,1007           | 0,0038   |
| 0,3030 | 26,0261           | 26,0252           | 0,0038   |
| 0,3081 | 25,9558           | 25,9549           | 0,0035   |
| 0,3131 | 25,8903           | 25,8894           | 0,0035   |
| 0,3182 | 25,8295           | 25,8286           | 0,0035   |
| 0,3232 | 25,7729           | 25,7720           | 0,0035   |

(Fonte: Autoria própria.)

Ao analisar as tabelas 3.3 e 3.4 acima, verifica-se que o afastamento percentual entre as soluções numérica e analítica para ambos os perfis está abaixo do máximo afastamento percentual escolhido como critério, com isso consegue-se comprovar a validade do código computacional. Na Fig. 3.11 é apresentado o gráfico comportamental do resíduo, ao longo das iterações, referentes aos dois problemas testes.

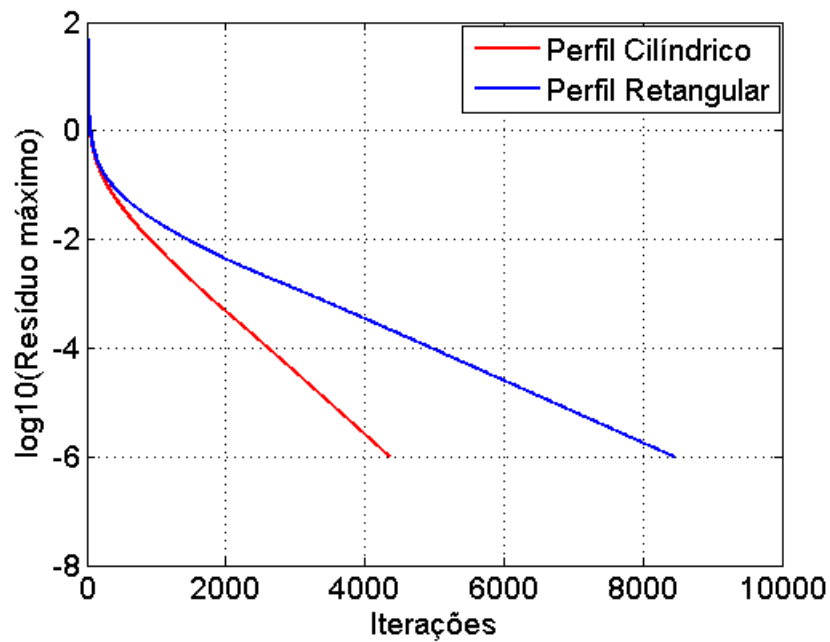


Figura 3.11: Comportamento do Resíduo



Finalizando os problemas para o tipo de condição de contorno de Robin, na Fig. 3.12 é apresentado o gráfico de desempenho para os dois perfis propostos para o presente trabalho. Neste caso, observa-se que o tempo de CPU aumenta na medida que o número de nodos é aumentado e que o perfil cilíndrico novamente teve um melhor desempenho.

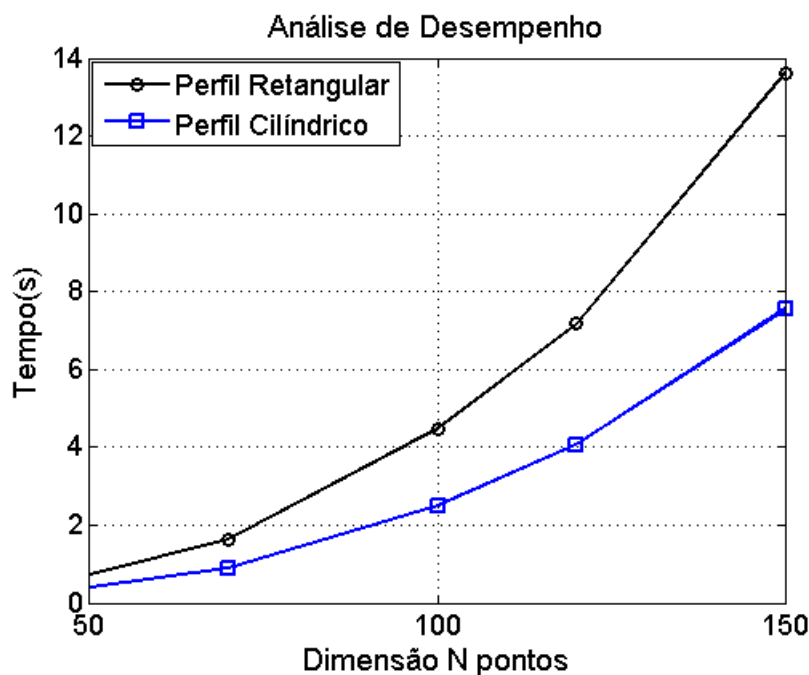


Figura 3.12: Análise de desempenho

E por último os dois problemas testes foram resolvidos utilizando a condição de contorno de Dirichlet (temperatura prescrita) para a base e para extremidade da aleta, cuja a solução analítica da Eq. 2.7 é dada pela Eq. 3.19 a seguir [11]. Na base da aleta foi considerada a mesma temperatura prescrita para os perfis retangular e cilíndrico, enquanto na extremidade ( $x=L$ ) a aleta de perfil retangular teve temperatura prescrita igual a  $26,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  e a aleta de perfil cilíndrico,  $25,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

$$T(x) = T_{\infty} + (T_b - T_{\infty}) \frac{\left(\frac{T(L) - T_{\infty}}{T_b - T_{\infty}}\right) \times \sinh(mx) + \sinh[m(L - x)]}{\sinh(mL)} \quad (3.21)$$

Assim, os gráficos da distribuição de temperatura representados pelas figuras 3.13 e 3.14 apresentam as comparações da solução numérica com a solução exata referente ao primeiro e segundo problemas-testes, respectivamente, ambas com 100 pontos nodais.

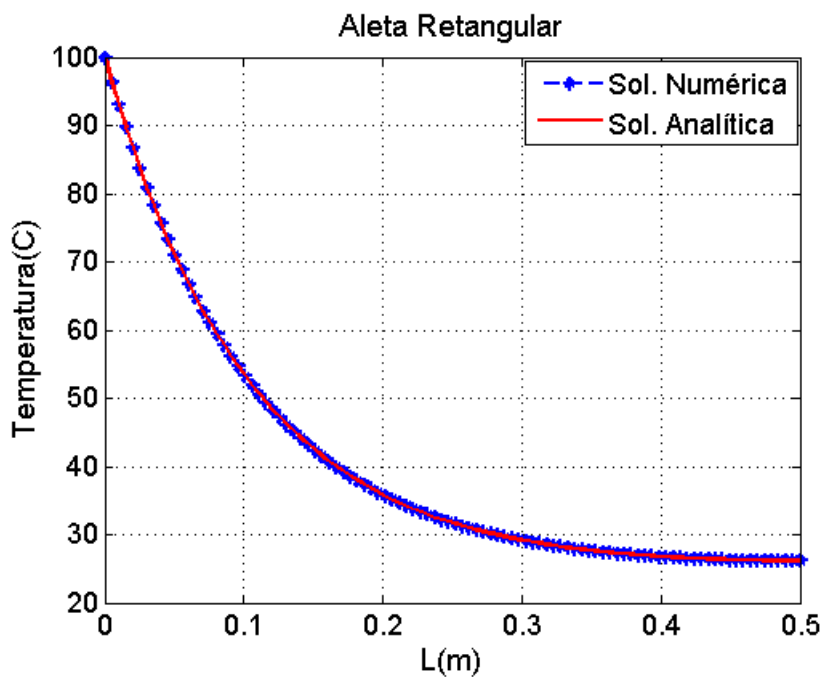


Figura 3.13: Gráfico da Distribuição de Temperatura

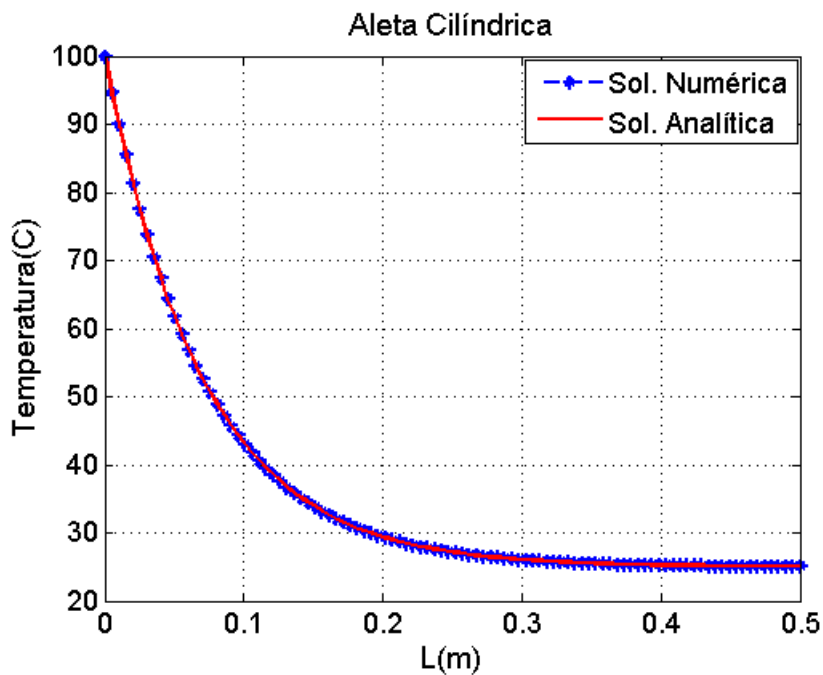


Figura 3.14: Gráfico da Distribuição de Temperatura

Assim como aconteceu para os dois casos anteriores, observa-se nas figuras 3.13 e 3.14 que as soluções numérica e analítica estão bem próximas uma da outra. Para que possa ser visualizado o afastamento percentual entre essas duas soluções, foram feitas as tabelas 3.5 e 3.6 correspondentes aos perfis retangular e cilíndrico respectivamente.

Tabela 3.5: Comparação das soluções: Perfil Retangular

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,2980 | 29,2715           | 29,2707           | 0,0027   |
| 0,3030 | 29,0761           | 29,0753           | 0,0028   |
| 0,3081 | 28,8903           | 28,8896           | 0,0024   |
| 0,3131 | 28,7139           | 28,7132           | 0,0024   |
| 0,3182 | 28,5463           | 28,5457           | 0,0025   |
| 0,3232 | 28,3873           | 28,3866           | 0,0021   |

(Fonte: Autoria própria.)

Tabela 3.6: Comparação das soluções: Perfil Cilíndrico

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,2980 | 26,1002           | 26,0994           | 0,0031   |
| 0,3030 | 26,0245           | 26,0238           | 0,0027   |
| 0,3081 | 25,9540           | 25,9533           | 0,0027   |
| 0,3131 | 25,8884           | 25,8878           | 0,0023   |
| 0,3182 | 25,8274           | 25,8269           | 0,0023   |
| 0,3232 | 25,7706           | 25,7701           | 0,0019   |

(Fonte: Autoria própria.)

Novamente foi observado nas tabelas 3.5 e 3.6 que as soluções numérica e exata para seis pontos nodais estão bem próximas, havendo um afastamento percentual entre as soluções numérica e exata bem pequeno.

Os gráficos comportamentais dos resíduos referentes às duas soluções numéricas apresentadas nas figuras 3.13 e 3.14 são mostrados através da Fig. 3.15. Comparando-se as duas curvas, nota-se um decaimento similar nos valores do resíduo para os dois perfis. E que tanto o perfil retangular como o perfil cilíndrico atingiram a condição de solução convergida, atingindo o patamar de estabilização de acordo com a tolerância determinada.

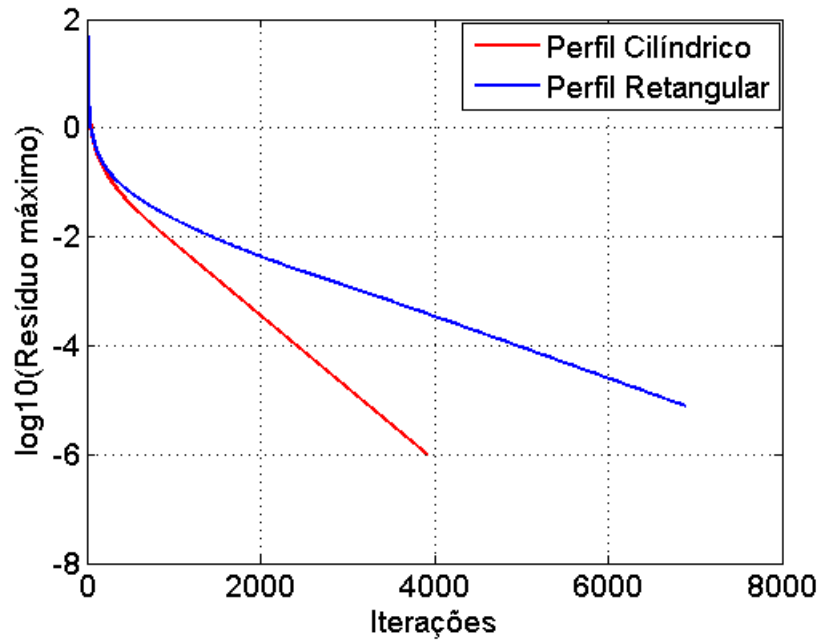


Figura 3.15: Comportamento do Resíduo

Para o caso em que o tipo de condição de contorno é de Dirichlet, o gráfico da Fig. 3.16 mostra a análise de desempenho para ambos os perfis analisados no trabalho em questão. Observa-se que o perfil cilíndrico teve um melhor desempenho que o perfil retangular e que ambos tiveram um tempo de CPU pequeno, comprovando a eficiência do código computacional.

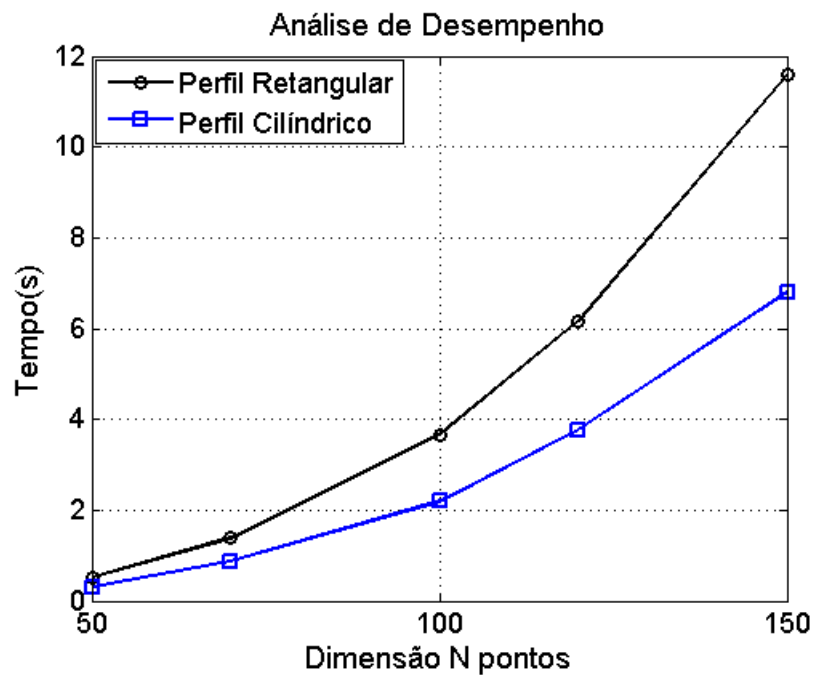


Figura 3.16: Análise de desempenho

Com relação as figuras 3.8, 3.12 e 3.16, do ponto de vista computacional, foram analisados os tempos de CPU para o número de iterações realizadas até a convergência. Observa-se que a diferença entre esses comportamentos é atribuída às diferentes condições de contorno na extremidade livre das aletas e à diferença de geometria propriamente dita, uma vez que as demais condições foram mantidas iguais. Portanto, se relacionam com um parâmetro físico e com um parâmetro geométrico. Assim, verifica-se também, que há uma dependência do tempo de CPU e respectivo número de iterações com esses dois parâmetros. Portanto, após toda a avaliação física e numérica descrita acima, considerou-se o código computacional desenvolvido no presente estudo como sido validado.

Ao analisar os gráficos de análise de desempenho para os três tipos de condições de contorno, observa-se que o perfil cilíndrico tem um desempenho melhor do que o perfil retangular, convergindo mais rapidamente e com um tempo de CPU menor em relação ao número de nodos.

# Capítulo 4

## Resultados e Discussões

Com o intuito de se avaliar a aplicação da tecnologia das superfícies estendidas em dispositivos elétricos, três dispositivos industriais de ampla utilização foram selecionados para o presente estudo. Tratam-se do transformador trifásico, motor de indução trifásico e o inversor de frequência, conforme já foi mencionado no capítulo 2. Tendo em vista que os respectivos fabricantes não disponibilizam para o público seus dados técnicos, tais como perfil geométrico, condições operacionais, condições climatológicas previstas para atuarem nas aletas e valores pretendidos das taxas de dissipação de calor, dentre outros, no presente trabalho definiu-se uma metodologia própria de estudo, a qual é apresentada neste capítulo.

Cabe ressaltar que não está previsto neste estudo a determinação da distribuição das aletas nos equipamentos, o que responderia pelo arranjo de posicionamento das mesmas nas superfícies a serem resfriadas, bem como o número de aletas a serem utilizadas. Tal conhecimento seria necessário para atender a uma determinada taxa de dissipação de calor requerida na condição de projeto do equipamento, cujo dado não é disponibilizado pelos fabricantes.

Como visto no Capítulo 2, o valor da taxa de dissipação de calor depende do conhecimento da distribuição longitudinal de temperatura na aleta. No escopo do presente trabalho esta distribuição é calculada numericamente, caracterizando-se portanto, a modelagem computacional da transferência de calor nestes resfriadores passivos, como importante item do processo de solução de engenharia em ciência e tecnologia.

## 4.1 Otimização dos perfis geométricos das aletas

Com a utilização de dois perfis geométricos de aleta, objetivou-se alternativas de aplicação, uma vez que nos equipamentos selecionados há a predominância de um perfil, ou seja, o longitudinal retangular uniforme. Daí, optou-se por um segundo perfil, o longitudinal cilíndrico uniforme, também utilizado nestas aplicações, a fim de permitir uma comparação. Entretanto, devido ao fato da ausência de informações técnicas dos fabricantes, o único dado possível de se obter foi o volume aproximado das aletas originais pertencentes a três desses equipamentos, os quais o presente proponente conseguiu obter acesso através de medições de campo. Para tal procedimento, foram usados os equipamentos paquímetro e trena. Com os volumes conhecidos, definiu-se estudar o porquê a quase totalidade do uso dos perfis longitudinais retangulares nesses equipamentos. Seus modelos físicos são mostrados na Fig. 4.1, sendo  $b$  a largura da base e  $w$  a espessura, ambas referentes à aleta de perfil retangular,  $D$ , o diâmetro da base da aleta de perfil cilíndrico,  $L$  a dimensão longitudinal de ambas as aletas e  $q_a$  a taxa de calor a ser dissipada pela aleta [9].

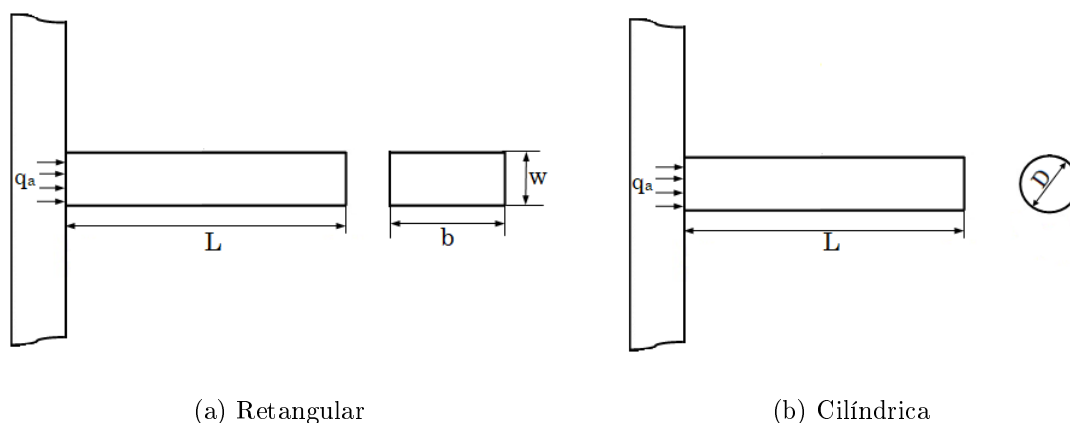


Figura 4.1: Modelo Físico das Aletas(Fontes: [1, 11])

Conhecidos os volumes e tendo-se definido a forma dos perfis longitudinais, faz-se necessário se estipular as dimensões  $w$ ,  $b$ ,  $D$  e  $L$ , para cada tipo de perfil, que posteriormente serão otimizadas com o objetivo de proporcionarem a máxima taxa de dissipação de calor por aleta, procedimento esse adotado como parte integrante de um típico projeto. Para tal, devem ser estabelecidas as condições térmicas as quais as aletas aqui propostas estarão sujeitas, ou seja, os parâmetros operacionais. Vale lembrar que os fabricantes não disponibilizam tais informações. Portanto, para todos os casos aqui tratados, considera-se que toda a superfície da aleta, de condutividade térmica  $k$ , fica exposta a um ambiente convec-

tivo com temperatura constante, igual a  $T_\infty$ , e a um coeficiente convectivo de transferência de calor,  $h$ , de valor também constante. Desprezam-se as trocas térmicas por radiação. Assume-se ainda, que a base da aleta, extremidade que está fixada à superfície a ser resfriada, tenha temperatura constante de valor  $T_b$ . Quanto à outra extremidade da aleta, assume-se que não há perda local de calor.

Com base nas condições acima expostas e utilizando-se ainda a Fig. 4.1, a taxa de dissipação de calor para as aletas de perfil longitudinal retangular e cilíndrico é dada por [11]

$$q_a = \sqrt{hPkA_{ST}} (T_b - T_\infty) \tanh \left[ \left( \sqrt{\frac{hP}{kA_{ST}}} \right) L \right] \quad (4.1)$$

sendo  $P$  o perímetro da aleta e  $A_{ST}$  sua área da seção transversal. Entretanto, a Eq. 4.1 deve ser rearranjada de modo a se explicitar as dimensões que compõem a seção transversal da aleta, seu perímetro e sua dimensão longitudinal. Isto permite que se encontrem os valores ótimos dessas dimensões, tal que para um volume fixo e conhecido da aleta, a taxa de dissipação de calor seja maximizada. Portanto, inicialmente para o perfil longitudinal retangular, a Eq. 4.1 passa a ser reescrita como

$$q_a = \sqrt{h[2(w+b)]k(wb)} (T_b - T_\infty) \tanh \left[ \sqrt{\frac{h[2(w+b)]}{k(wb)}} L \right] \quad (4.2)$$

Reescrevendo-se a Eq. 4.2 para expressar a taxa de dissipação de calor, por unidade de largura da base, a equação resultante será dada por

$$\frac{q_a}{b} = kw (T_b - T_\infty) \sqrt{\frac{2h}{kw}} \tanh \left( \sqrt{\frac{2h}{kw}} L \right) \quad (4.3)$$

Contudo, o volume da aleta,  $V$ , é dado por

$$V = wbL \quad (4.4)$$

enquanto que a área do perfil longitudinal,  $A_P$ , é dada por

$$A_P = wL \quad (4.5)$$

Assim, introduzindo-se as equações 4.4 e 4.5 na Eq. 4.3, esta pode ser reescrita em



termos de variação da taxa com a dimensão  $w$ , resultando em

$$\frac{q_a}{b} = (2hk)^{\frac{1}{2}} (T_b - T_\infty) w^{\frac{1}{2}} \tanh \left[ A_P \left( \frac{2h}{k} \right)^{\frac{1}{2}} w^{-\frac{3}{2}} \right] \quad (4.6)$$

Portanto, derivando-se a Eq. 4.6 em relação à  $w$  e igualando-se o resultado a zero, podem-se determinar os valores ótimos de  $w$  e  $L$ , tal que a taxa de dissipação seja a máxima para um volume de aleta conhecido. De acordo com Kern e Kraus [19] esse procedimento leva às seguintes expressões ótimas para a espessura e comprimento da aleta, a saber:

$$w_{otimo} = 0,9977 \left( \frac{A_P^2 h}{k} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.7)$$

e

$$L_{otimo} = 1,0023 \left( \frac{A_P k}{h} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.8)$$

Portanto, de posse dos valores de  $w_{otimo}$  e  $L_{otimo}$ , pode-se obter o valor de  $b_{otimo}$ , uma vez que o volume real é conhecido. Assim sendo, as equações 4.7 e 4.8 devem ser utilizadas a partir de uma área de perfil pré-estabelecida, o que será efetuado como procedimento final de dimensionamento das aletas para cada equipamento, conforme itens subsequentes.

Já para a aleta de perfil longitudinal cilíndrico, submetida às mesmas condições que a de perfil retangular, a Eq. 4.1 passa a ser reescrita como

$$q_a = \pi D^2 k (T_b - T_\infty) (4h/kD)^{1/2} L \tanh [(4h/kD)^{1/2}/4] \quad (4.9)$$

Ainda Kern e Kraus [19] destacam que o procedimento de obtenção dos valores ótimos das dimensões, no caso agora  $D$  e  $L$ , é análogo ao já desenvolvido para a aleta de perfil retangular. Neste caso, portanto, as expressões para estas grandezas são fornecidas pelas seguintes equações:

$$D_{otimo} = 1,5031 \left( \frac{hV^2}{k} \right)^{1/5} \quad (4.10)$$

e

$$L_{otimo} = 0,5636 \left( \frac{Vk^2}{h^2} \right)^{1/5} \quad (4.11)$$

A seguir são apresentados os dimensionamentos dos dois tipos de aleta aqui propostos para cada um dos equipamentos que serviram de base para o presente estudo. Tendo

em vista que praticamente todas as bases das aletas reais de todos os equipamentos são retangulares, adotou-se um procedimento padrão para se pré-estabelecer as dimensões geométricas a serem otimizadas. Considerou-se então, que para cada equipamento, a dimensão longitudinal real,  $L$ , deveria ser mantida para os dois perfis longitudinais em estudo. Por outro lado, as dimensões  $w$  e  $b$  da base da aleta real deveriam prevalecer para o perfil retangular, enquanto que o valor numérico da área real da base deveria ser usado para se especificar a dimensão  $D$  para o perfil cilíndrico. Julgou-se esse critério como consistente para uma aproximação geométrica com as aletas reais. Em todos os casos analisados considerou-se a temperatura do meio externo,  $T_\infty$ , igual a  $25^\circ\text{C}$ .

E conforme já foi citado anteriormente no presente capítulo, assumiu-se que na extremidade da aleta não há perda local de calor para os casos aqui estudados. Assim as expressões das condições de contorno a serem utilizadas são dadas por

$$T(0) = T_b \quad (4.12)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (4.13)$$

onde  $T_b$  é a temperatura da base da aleta. De acordo com [11, 13], para as condições de contorno dadas pelas expressões 4.12 e 4.13, a solução real (analítica) da Eq. 2.7 é dada pela Eq. 3.14.

#### 4.1.1 Determinação das dimensões ótimas de uma aleta do transformador trifásico

O equipamento utilizado no presente item é mostrado na Fig. 4.2, onde suas aletas podem ser vistas de forma frontal. Como citado anteriormente, procedeu-se com a medição das grandezas físicas de uma dessas aletas, de modo a levantar-se o seu volume real. O valor aproximado do volume obtido para uma aleta desse transformador foi de  $3,836 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ , onde a Fig. 4.3 apresenta o seu desenho em perspectiva.

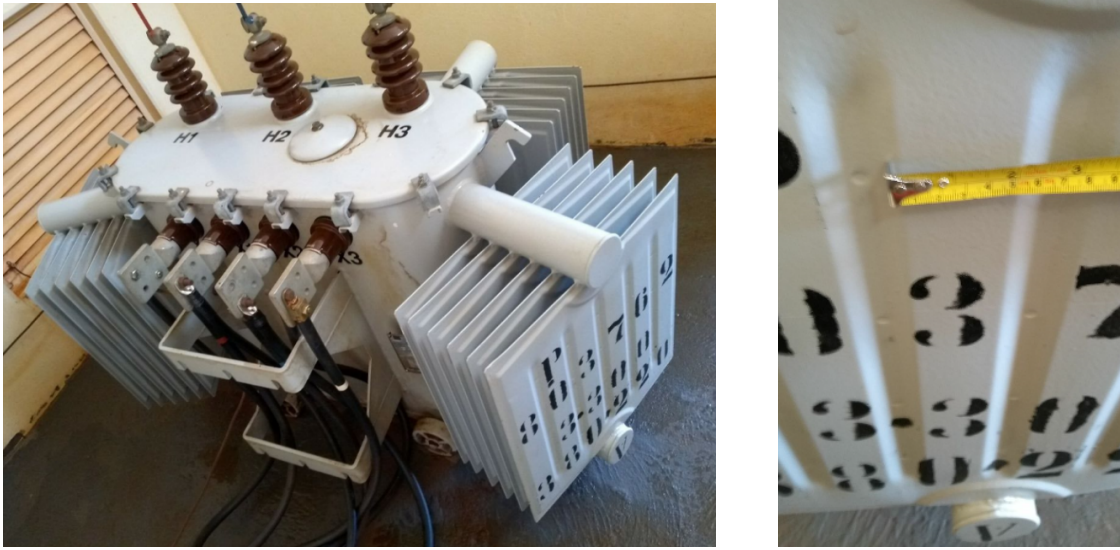


Figura 4.2: Aletas do Transformador(Fonte: [20])

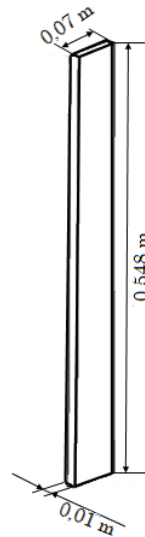


Figura 4.3: Desenho em perspectiva de uma aleta real do transformador (Fonte: [21])

De acordo com o procedimento padrão descrito no final do item 4.1 e com as dimensões físicas de uma aleta real do transformador, mostradas na Fig. 4.3, as dimensões pré-estabelecidas para as aletas a serem projetadas no presente trabalho para o transformador são apresentadas na Tab. 4.1. Além disso, a Fig. 4.4 mostra a vista lateral e frontal dos dois perfis.

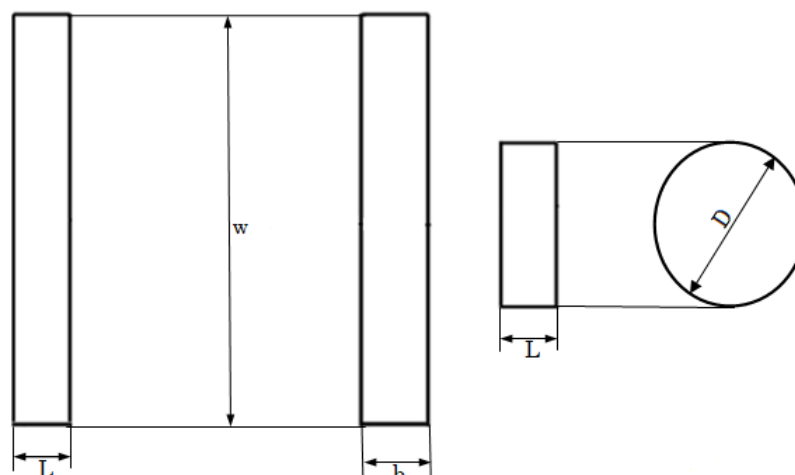


Figura 4.4: Vista lateral e frontal dos dois perfis: Transformador (Fonte: Autoria própria)

Tabela 4.1: Dimensões pré-estabelecidas do transformador

| Geometria                      | Dimensões (m) |
|--------------------------------|---------------|
| Perfil Longitudinal Retangular | $L = 0,010$   |
|                                | $w = 0,548$   |
|                                | $b = 0,070$   |
| Perfil Longitudinal Cilíndrico | $L = 0,010$   |
|                                | $D = 0,221$   |

(Fonte: Autoria Própria.)

Na presente análise da transferência de calor, considerou-se a temperatura da base da aleta como  $65^{\circ}\text{C}$ , o coeficiente convectivo de transferência de calor ( $h$ ) como  $60\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$  e a condutividade térmica da aleta (Alumínio) como  $k = 237,5\text{ W/m }^{\circ}\text{C}$ . A partir dos dados acima citados, empregou-se as equações 4.7, 4.8, 4.10 e 4.11 a fim de se determinar as dimensões ótimas das aletas, que proporcionam as máximas taxas de transferência de calor. Estas são apresentadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Dimensões otimizadas do transformador

| Geometria                      | Dimensões (m)       |
|--------------------------------|---------------------|
| Perfil Longitudinal Retangular | $L_{otimo} = 0,280$ |
|                                | $w_{otimo} = 0,020$ |
|                                | $b_{otimo} = 0,070$ |
| Perfil Longitudinal Cilíndrico | $L_{otimo} = 0,203$ |
|                                | $D_{otimo} = 0,049$ |

(Fonte: Autoria Própria.)

### 4.1.2 Determinação das dimensões ótimas de uma aleta do motor elétrico de indução trifásico

A Figura 4.5 apresenta o referido equipamento aqui tratado. A medição das grandezas físicas de uma de suas aletas resultou num volume real aproximado de  $1,551 \times 10^{-5} m^3$ . Seguindo-se o mesmo procedimento adotado no caso do transformador, pré-estabeleceu-se medidas para as dimensões características de cada tipo de aleta, a partir do volume e dimensões reais da aleta original, conforme Fig. 4.6



Figura 4.5: Aletas do Motor Elétrico(Fonte: [20])

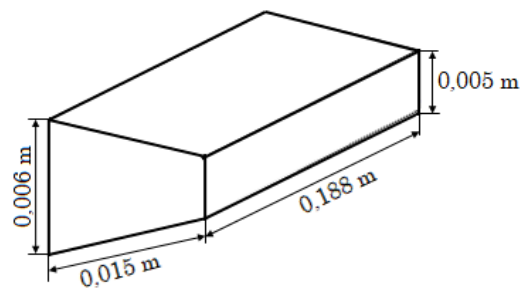


Figura 4.6: Desenho em perspectiva de uma aleta real do motor elétrico (Fonte: [21])

Como no trabalho em questão estão sendo analisadas aletas de perfil longitudinal constante, o perfil longitudinal trapezoidal real foi transformado em retangular ao se considerar uma espessura média, dada por  $w = (w_1 + w_2)/2$ . Já a dimensão longitudinal,  $L$ , e a largura da base,  $b$ , foram mantidos em atendimento ao procedimento padrão exposto anteriormente. O resultado final é mostrado na Fig. 4.7.

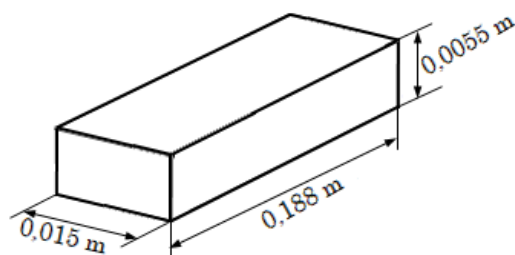


Figura 4.7: Desenho em perspectiva da aleta do motor elétrico modificada (Fonte: Autoria própria)

Portanto, no caso do motor, as medidas pré-estabelecidas das dimensões características das aletas a serem projetadas são as constantes da Tab. 4.3 e os respectivos desenhos são apresentados na Fig. 4.8.

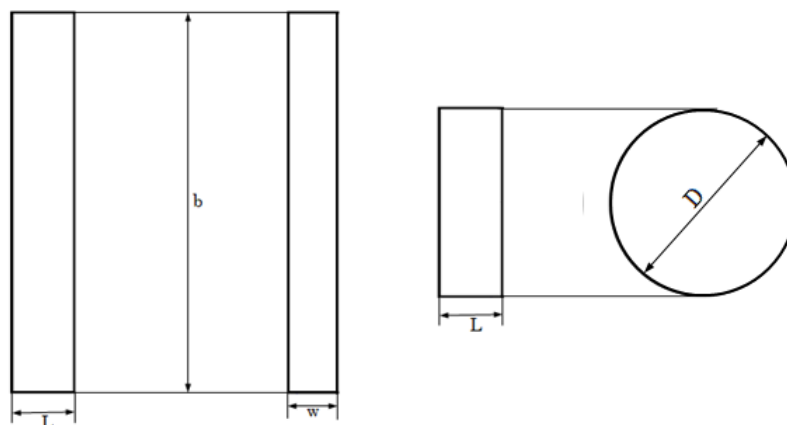


Figura 4.8: Vista lateral e frontal dos dois perfis: Motor Elétrico (Fonte: Autoria própria)

Tabela 4.3: Dimensões pré-estabelecidas do motor

| Geometria                      | Dimensões (m) |
|--------------------------------|---------------|
| Perfil Longitudinal Retangular | $L = 0,015$   |
|                                | $w = 0,006$   |
|                                | $b = 0,188$   |
| Perfil Longitudinal Cilíndrico | $L = 0,015$   |
|                                | $D = 0,036$   |

(Fonte: Autoria própria.)

Para esse item, considerou-se a temperatura da base da aleta como  $60^{\circ}\text{C}$ , o coeficiente convectivo de transferência de calor ( $h$ ) como  $50\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$  e a condutividade térmica da aleta (Alumínio) como  $k = 237,5\text{ W/m }^{\circ}\text{C}$ . A partir dos dados acima citados, empregou-se novamente as equações 4.7, 4.8, 4.10 e 4.11 para o levantamento das dimensões ótimas das aletas propostas. Estas dimensões são apresentadas na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Dimensões otimizadas do motor

| Geometria                      | Dimensões (m)       |
|--------------------------------|---------------------|
| Perfil Longitudinal Retangular | $L_{otimo} = 0,073$ |
|                                | $w_{otimo} = 0,001$ |
|                                | $b_{otimo} = 0,188$ |
| Perfil Longitudinal Cilíndrico | $L_{otimo} = 0,115$ |
|                                | $D_{otimo} = 0,013$ |

(Fonte: Autoria própria.)

### 4.1.3 Determinação das dimensões ótimas de uma aleta do inversor de frequência

Este equipamento é mostrado na Fig. 4.9, sendo que a medição das grandezas físicas de uma de suas aletas resultou num volume real aproximado de  $3,1263 \times 10^{-5} m^3$ . Conforme o procedimento adotado nos outros equipamentos citados na Fig. 4.2 e 4.5, pré-estabeleceu-se medidas para as dimensões características de cada tipo de aleta, a partir do volume e dimensões reais da aleta, conforme visto na Fig. 4.10.



Figura 4.9: Aletas do Inversor(Fonte: [20])

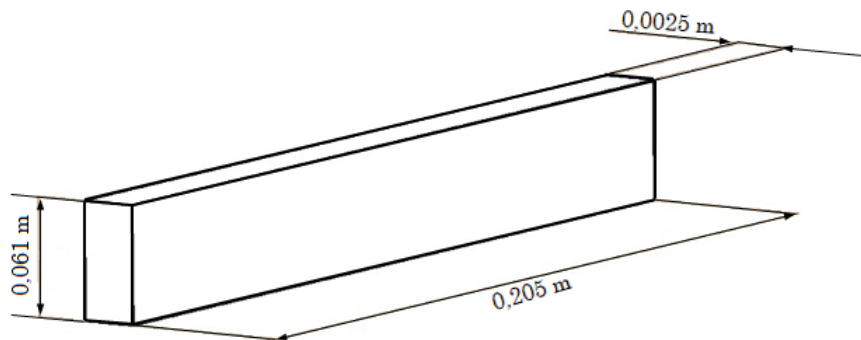


Figura 4.10: Desenho em perspectiva de uma aleta real do inversor de frequência (Fonte: [21])

Analogamente aos procedimentos efetuados nos itens 4.1.1 e 4.1.2, seguem-se as medidas pré-estabelecidas para as aletas propostas para o inversor, conforme apresentadas na Tab. 4.5 e cujos respectivos desenhos são mostrados na Fig. 4.11.

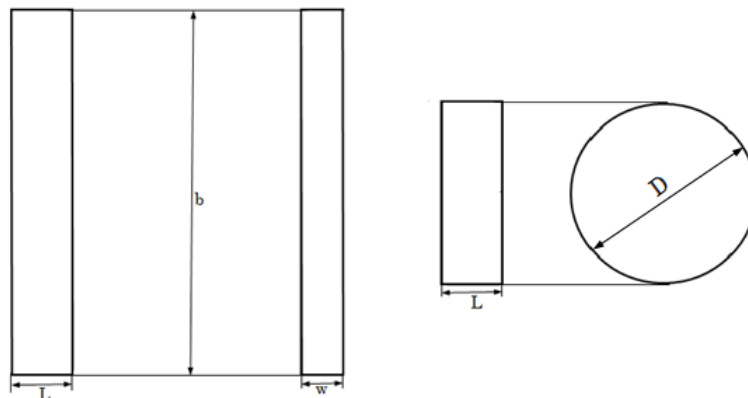


Figura 4.11: Vista lateral e frontal dos dois perfis: Inversor (Fonte: Autoria Própria)

Tabela 4.5: Dimensões pré-estabelecidas do inversor de frequência

| Geometria                      | Dimensões (m) |
|--------------------------------|---------------|
| Perfil Longitudinal Retangular | $L = 0,061$   |
|                                | $w = 0,003$   |
|                                | $b = 0,205$   |
| Perfil Longitudinal Cilíndrico | $L = 0,061$   |
|                                | $D = 0,026$   |

(Fonte: Autoria própria.)

No presente caso, considerou-se a temperatura da base da aleta como  $60^{\circ}\text{C}$ , o coeficiente convectivo de transferência de calor ( $h$ ) como  $40\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$  e a condutividade térmica da aleta (Alumínio) como  $k = 237,5\text{ W/m }^{\circ}\text{C}$ . Desse modo, as dimensões características otimizadas são as constantes da Tab. 4.6.

Tabela 4.6: Dimensões otimizadas do inversor de frequência

| Geometria                      | Dimensões (m)       |
|--------------------------------|---------------------|
| Perfil Longitudinal Retangular | $L_{otimo} = 0,097$ |
|                                | $w_{otimo} = 0,002$ |
|                                | $b_{otimo} = 0,205$ |
| Perfil Longitudinal Cilíndrico | $L_{otimo} = 0,144$ |
|                                | $D_{otimo} = 0,017$ |

(Fonte: Autoria própria.)



## 4.2 Geração dos resultados

Neste item, utilizando-se os dados constantes das tabelas 4.2, 4.4 e 4.6, juntamente com os respectivos parâmetros operacionais considerados para cada equipamento, efetuou-se o cálculo das taxas máximas de dissipação de calor para cada tipo de aleta. Posteriormente, através do critério efetividade, avaliou-se o perfil mais adequado.

Projetou-se para o presente trabalho uma apresentação progressiva do resultado final. Numa primeira etapa, apresentam-se os resultados numéricos referentes ao cálculo do perfil longitudinal de temperatura em cada tipo de aleta, juntamente com uma análise de desempenho numérico do código computacional desenvolvido. Assim como no Capítulo 3, em todas as resoluções numéricas aqui realizadas empregou-se uma malha computacional de 100 pontos nodais, e admitiu-se para solução convergida um resíduo máximo menor ou igual a  $10^{-10}$ . Admitiu-se ainda que o número máximo de iterações, sem convergência da solução, seria de  $15 \times 10^4$ .

Posteriormente, apresentam-se os resultados finais de engenharia, ou seja, o valor máximo das taxas de dissipação de calor obtidas com os perfis de aletas aqui propostos, já otimizados, os quais são analisados termodinamicamente.

### 4.2.1 Cálculo numérico do perfil longitudinal de temperatura das aletas propostas

O presente item trata da resolução numérica da Eq. 2.7 para a análise da transferência de calor realizada em cada tipo de aleta proposta no presente estudo, por equipamento considerado. Tendo já sido descrita no Capítulo 3 a metodologia de resolução numérica proposta no presente trabalho, cabe aqui apresentar portanto, apenas os gráficos comparativos entre solução exata e solução numérica, acompanhados dos respectivos comentários do ponto de vista computacional.

#### 4.2.1.1 Transformador trifásico

Na Figura 4.12 são apresentados os gráficos referentes ao cálculo da distribuição longitudinal de temperatura para as aletas de perfis uniformes retangular e cilíndrico, confeccionados a partir das respectivas dimensões físicas otimizadas.

Verifica-se que tanto para a aleta retangular, quanto para a aleta cilíndrica, as soluções exata e numérica estão em boa concordância ao longo de todo o comprimento das aletas.

O afastamento percentual máximo entre valores exatos e numéricos ficou em 0,27% para a aleta retangular e em 0,16% para a aleta cilíndrica.

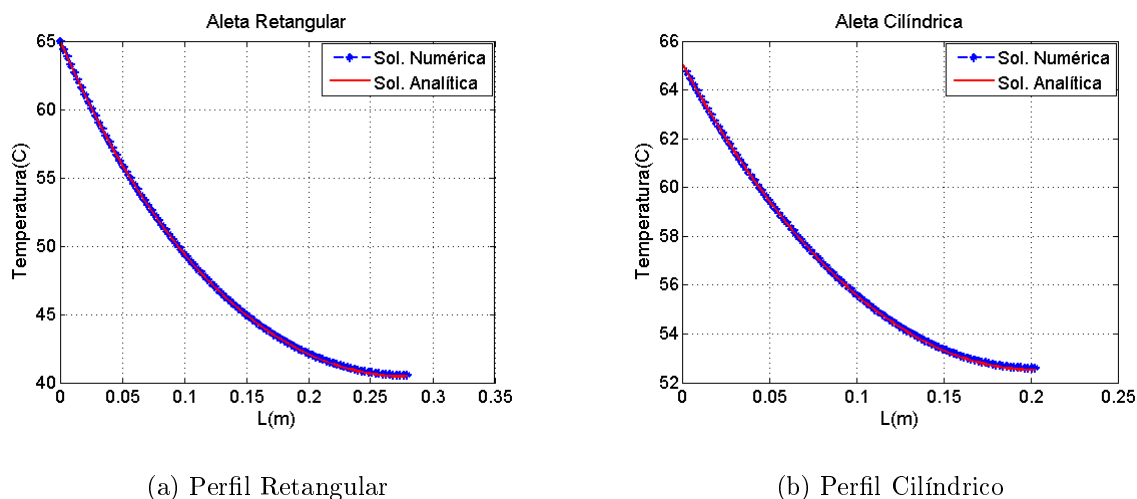


Figura 4.12: Distribuição de Temperatura

Apesar de não ser perceptível a diferença entre as soluções numérica e analítica para os gráficos da Fig. 4.12, nas tabelas 4.7 e 4.8 observa-se que há uma pequena diferença entre as duas soluções, conforme pode ser visto a seguir no cálculo do afastamento percentual.

Tabela 4.7: Comparação das soluções: Perfil Retangular

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,1666 | 43,8556           | 43,8045           | 0,1167   |
| 0,1694 | 43,6852           | 43,6329           | 0,1199   |
| 0,1722 | 43,5196           | 43,4662           | 0,1231   |
| 0,1750 | 43,3590           | 43,3043           | 0,1261   |
| 0,1779 | 43,2031           | 43,1473           | 0,1293   |
| 0,1807 | 43,0521           | 42,9950           | 0,1328   |

(Fonte: Autoria Própria.)

Tabela 4.8: Comparação das soluções: Perfil Cilíndrico

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0.1208 | 54,4883           | 54,4421           | 0,0847   |
| 0.1228 | 54,3932           | 54,3462           | 0,0865   |
| 0.1249 | 54,3008           | 54,2528           | 0,0883   |
| 0.1269 | 54,2108           | 54,1620           | 0,0901   |
| 0.1290 | 54,1234           | 54,0737           | 0,0919   |
| 0.1310 | 54,0385           | 53,9878           | 0,0939   |

(Fonte: Autoria Própria.)

O gráfico comportamental dos resíduos referentes às duas soluções numéricas apresentadas na Fig. 4.12 é mostrado através da Fig. 4.13. Comparando-se as duas curvas, nota-se um decaimento similar nos valores do resíduo para os dois perfis. Entretanto, o perfil retangular atinge a condição de solução convergida com um número menor de iterações do que o perfil cilíndrico. Por fim, a Tab. 4.9 apresenta um quadro comparativo entre os dois perfis de aleta estudados, no tocante ao tempo computacional gasto com as iterações necessárias para se atingir a convergência da solução numérica.

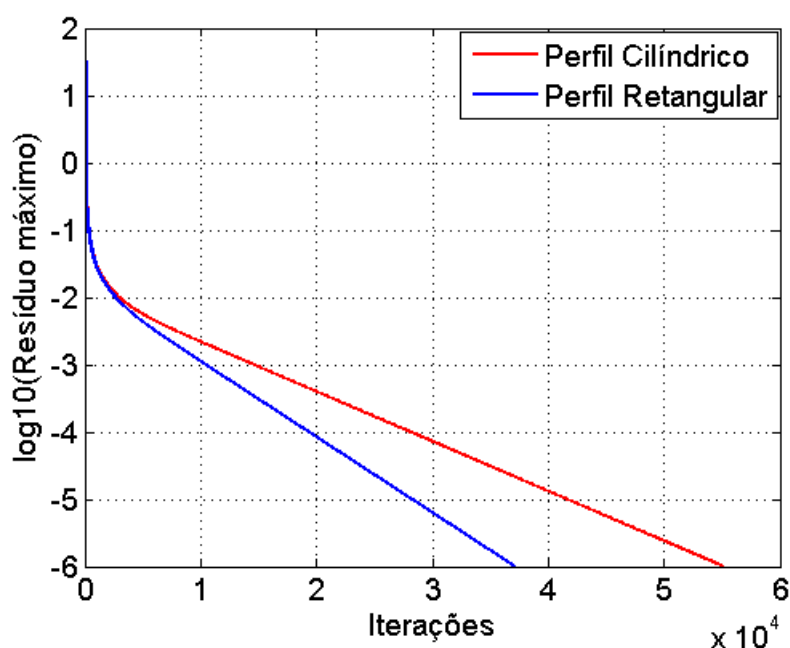


Figura 4.13: Comportamento do Resíduo

Tabela 4.9: Comparação entre os perfis para o Transformador

| Perfil da Aleta      | Perfil Retangular | Perfil Cilíndrico |
|----------------------|-------------------|-------------------|
| Tempo de Execução(s) | 20,5              | 32,8              |
| Número de Iterações  | 37104             | 55110             |

(Fonte: Autoria Própria.)

Avaliando-se a Tabela 4.9, verifica-se que o parâmetro geométrico é um dos responsáveis pelas diferenças encontradas, visto que os físicos são comuns aos dois perfis. Tal influência já havia sido identificada no capítulo 3.

#### 4.2.1.2 Motor elétrico de indução trifásico

A Figura 4.14 apresenta as distribuições longitudinais de temperatura para as aletas de perfis uniformes retangular e cilíndrico, usando-se dimensões físicas otimizadas.

Verifica-se que as comparações das soluções numéricas com as soluções analíticas referentes aos perfis retangular e o cilíndrico estão em boa concordância ao longo de todo o comprimento das aletas. O afastamento percentual máximo entre valores exatos e numéricos ficou em 0,24% para a aleta retangular e em 0.14% para a aleta cilíndrica.

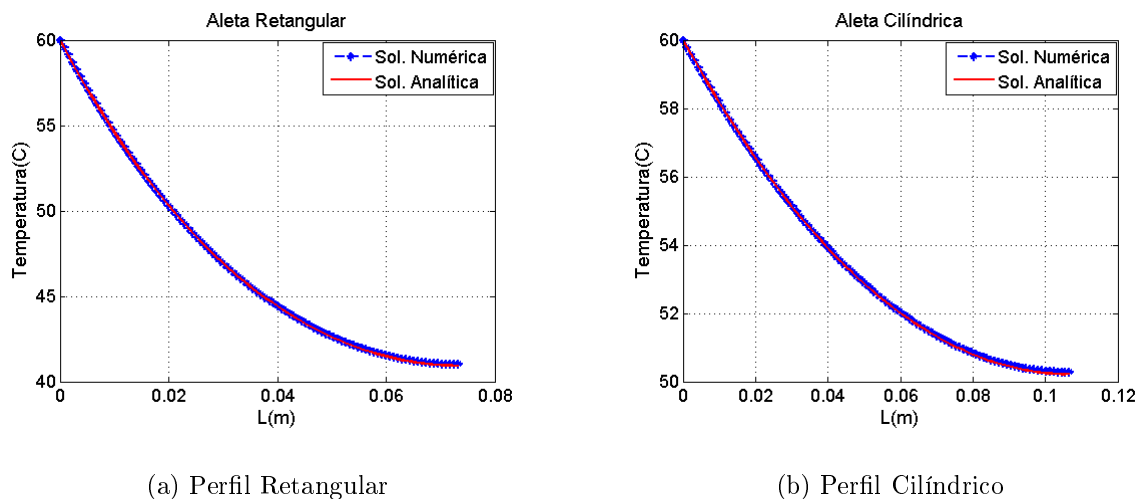


Figura 4.14: Distribuição de Temperatura

Analogamente o que foi observado para o caso do transformador, verifica-se no motor que a diferença entre as soluções numérica e analítica para os gráficos da Fig. 4.14 não são perceptíveis. No entanto, nas tabelas 4.10 e 4.11 observa-se que há um pequeno afastamento percentual entre as soluções numérica e exata, conforme pode ser visto a seguir.

Tabela 4.10: Comparação das soluções: Perfil Retangular

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,0437 | 43,6952           | 43,6485           | 0,1070   |
| 0,0445 | 43,5590           | 43,5113           | 0,1096   |
| 0,0452 | 43,4266           | 43,3778           | 0,1125   |
| 0,0459 | 43,2980           | 43,2482           | 0,1151   |
| 0,0467 | 43,1732           | 43,1224           | 0,1178   |
| 0,0474 | 43,0522           | 43,0003           | 0,1207   |

(Fonte: Autoria Própria.)

Tabela 4.11: Comparação das soluções: Perfil Cilíndrico

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,0636 | 52,1762           | 52,1428           | 0,0641   |
| 0,0647 | 52,0912           | 52,0571           | 0,0655   |
| 0,0657 | 52,0082           | 51,9734           | 0,0670   |
| 0,0668 | 51,9272           | 51,8917           | 0,0684   |
| 0,0679 | 51,8483           | 51,8120           | 0,0699   |
| 0,0690 | 51,7713           | 51,7344           | 0,0713   |

(Fonte: Autoria Própria.)

Na Fig. 4.15 é apresentado o gráfico comportamental do resíduo, ao longo das iterações, referentes às duas soluções numéricas apresentadas na Fig. 4.14.

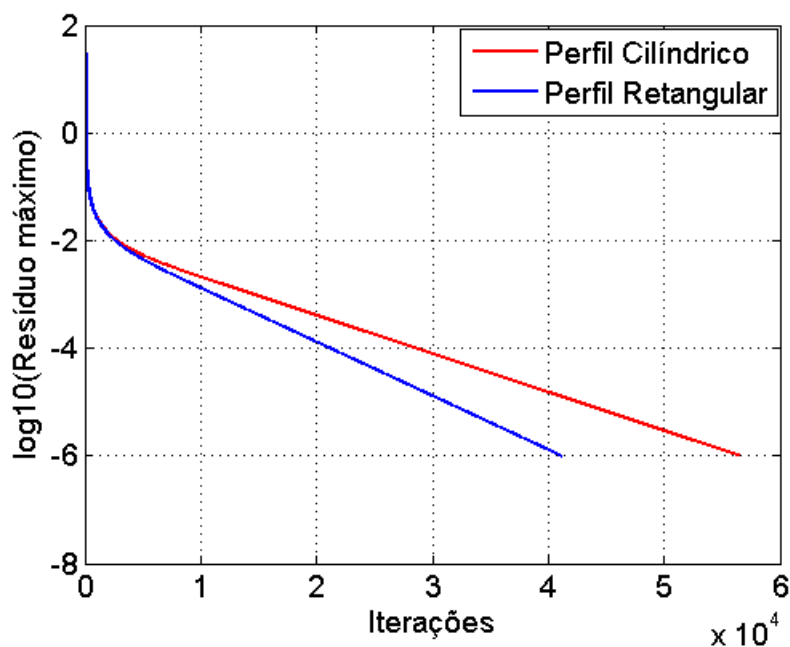


Figura 4.15: Comportamento do Resíduo

Finalmente, na Tabela 4.12 é mostrado um quadro comparativo entre os dois perfis de aleta estudados, no tocante ao tempo computacional gasto com as iterações necessárias para se atingir a convergência da solução numérica.

Tabela 4.12: Comparação entre os perfis para o Motor

| Perfil da Aleta      | Perfil Retangular | Perfil Cilíndrico |
|----------------------|-------------------|-------------------|
| Tempo de Execução(s) | 21,8              | 33,4              |
| Número de Iterações  | 41099             | 56540             |

(Fonte: Autoria Própria.)

Constata-se através da Tabela 4.12 que a aleta de perfil retangular necessitou de um número de iterações menor e, conseqüentemente, menos tempo para atingir a convergência, repetindo o comportamento ocorrido para o transformador. Esse fato já era esperado, visto que só há influência do parâmetro geométrico.

#### 4.2.1.3 Inversor de frequência

Na figura 4.16 são apresentados os gráficos referentes ao cálculo da distribuição longitudinal de temperatura para as aletas de perfis uniformes retangular e cilíndrico, confeccionados a partir das respectivas dimensões otimizadas do inversor de frequência.

Ao comparar as soluções numéricas com as soluções analíticas referentes aos perfis retangular e cilíndrico, verifica-se que também estão em boa concordância ao longo de todo o comprimento das aletas. O afastamento percentual máximo entre valores exatos e numéricos ficou em 0,24% para a aleta retangular e em 0,15% para a aleta cilíndrica.

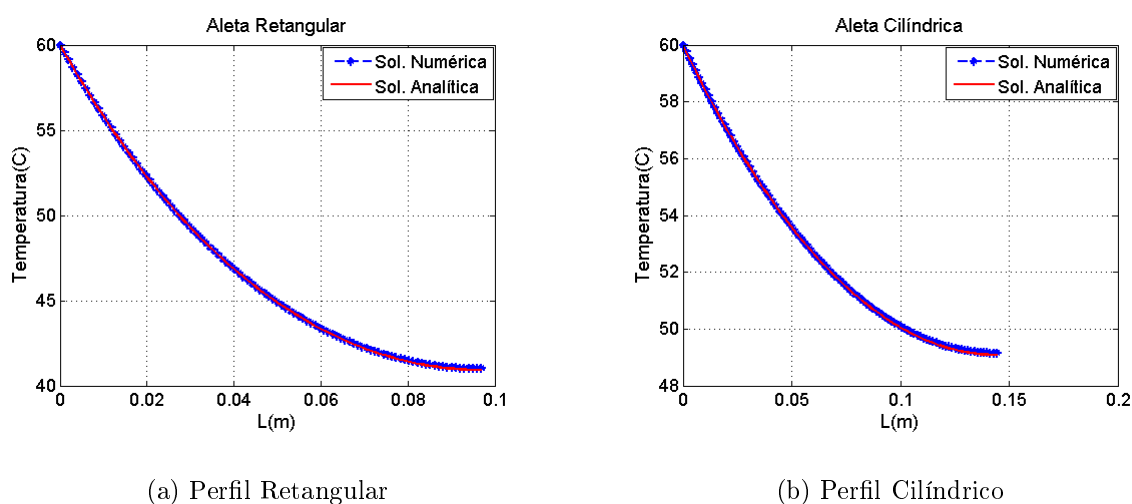


Figura 4.16: Distribuição de Temperatura

No caso do inversor de frequência, assim como nos tópicos 4.2.1.1 e 4.2.1.2, também verifica-se que a diferença entre as soluções numérica e analítica para os gráficos da Fig. 4.16 não são observáveis. No entanto, nas tabelas 4.13 e 4.14 nota-se que há um pequeno

afastamento percentual entre as duas soluções, conforme pode ser visto a seguir.

Tabela 4.13: Comparação das soluções: Perfil Retangular

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,0578 | 43,6803           | 43,6336           | 0,1070   |
| 0,0588 | 43,5440           | 43,4963           | 0,1966   |
| 0,0597 | 43,4115           | 43,3628           | 0,1125   |
| 0,0607 | 43,2828           | 43,2330           | 0,1152   |
| 0,0617 | 43,1579           | 43,1071           | 0,1178   |
| 0,0627 | 43,0368           | 42,9849           | 0,1207   |

(Fonte: Autoria própria.)

Tabela 4.14: Comparação das soluções: Perfil Cilíndrico

| $x(m)$ | $T_N (^{\circ}C)$ | $T_E (^{\circ}C)$ | $\left(\frac{ T_N - T_E }{T_E}\right) \times 100 (\%)$ |
|--------|-------------------|-------------------|--|
| 0,0860 | 50.8056           | 50.7659           | 0.0784   |
| 0,0875 | 50.7225           | 50.6820           | 0.0799   |
| 0,0889 | 50.6416           | 50.6003           | 0.0816   |
| 0,0904 | 50.5630           | 50.5209           | 0.0833   |
| 0,0919 | 50.4865           | 50.4436           | 0.0850   |
| 0,0933 | 50.4122           | 50.3685           | 0.0868   |

(Fonte: Autoria própria.)

O gráfico comportamental do resíduo, ao longo das iterações, referentes às duas soluções numéricas apresentadas na Fig. 4.16 é mostrado na Fig. 4.17.

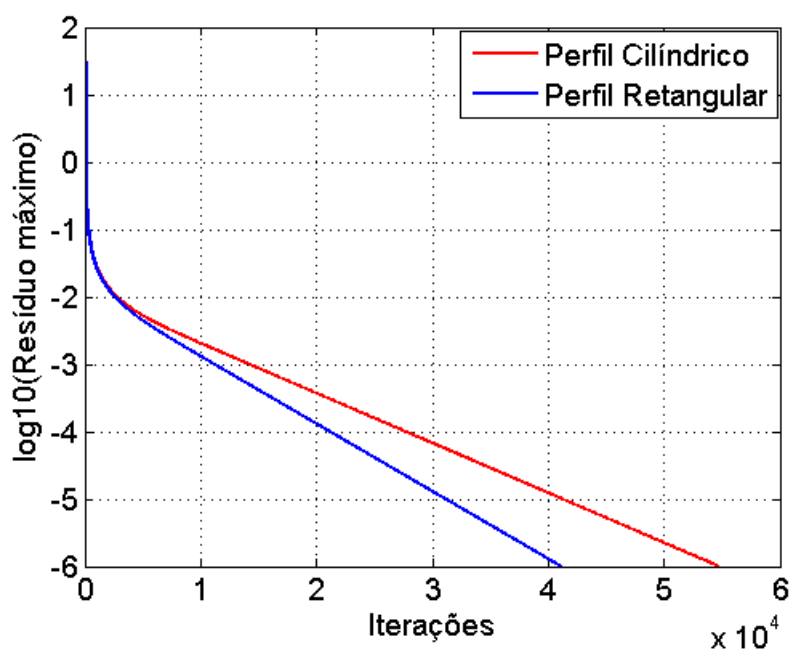


Figura 4.17: Comportamento do Resíduo

E por fim, na Tabela 4.15 é apresentado um quadro comparativo entre os dois perfis de aleta estudados, no tocante ao tempo computacional gasto com as iterações necessárias para se atingir a convergência da solução numérica.

Tabela 4.15: Comparação entre os perfis para o Inversor

| Perfil da Aleta      | Perfil Retangular | Perfil Cilíndrico |
|----------------------|-------------------|-------------------|
| Tempo de Execução(s) | 25                | 32.3              |
| Número de Iterações  | 41070             | 54698             |

(Fonte: Autoria própria.)

Como esperado, a Tabela 4.15 reafirma a influência no quadro comparativo do parâmetro geométrico.

No Capítulo 3 identificou-se uma associação do tempo de CPU, e conseqüentemente do número de iterações necessário para a convergência, com parâmetros físicos e geométricos. Portanto, na análise computacional do presente capítulo através as Tabelas 4.9, 4.12 e 4.15 leva-se em conta esse fato levantado no capítulo anterior.

Numa análise da influência dos parâmetros físicos e geométricos nas três situações, constata-se que os diferentes valores de temperatura da base e coeficientes convectivos de transporte de calor não resultam em diferenças significativas nos tempos de CPU. Cabe aqui lembrar que o material das aletas é o mesmo, a temperatura do ambiente externo é a mesma e as condições de contorno são as mesmas. Portanto, ao se comparar as informações aqui capturadas com àquelas encontradas nos problemas-testes do capítulo 3, constata-se que as condições de contorno diferentes são quem influenciam o tempo de CPU, mesmo tratando-se de parâmetros geométricos diferentes.

### 4.2.2 Cálculo das taxas máximas de dissipação de calor pelas aletas propostas

Nesse item apresentam-se os resultados dos cálculos efetuados para o levantamento das taxas de calor dissipado pelas aletas aqui projetadas e posteriormente otimizadas, para cada equipamento considerado. Gráficos de distribuição da taxa máxima ao longo do eixo longitudinal das aletas são usados para a análise da transferência de calor envolvida, a qual é complementada com uma análise termodinâmica sobre o desempenho desses resfriadores passivos. Convém lembrar que entende-se por taxa máxima de dissipação de calor como sendo a taxa de dissipação de calor efetuada por uma aleta, cujas dimensões físicas foram otimizadas.



### 4.2.2.1 Transformador trifásico

A Figura 4.18 exibe o gráfico da variação da taxa máxima de dissipação de calor ao longo da aleta para os perfis retangular e cilíndrico. Nota-se uma queda mais acentuada na taxa para o perfil retangular do que para o perfil cilíndrico, o que representa uma menor inércia térmica do perfil retangular.

Conforme citado no capítulo 2, a efetividade serve para demonstrar qual o melhor perfil de aleta a ser utilizado [11, 12]. Quanto à efetividade, a aplicação da Eq. (2.10) para os perfis retangular e cilíndrico levou aos valores de  $\varepsilon_a = 20,98$  e  $\varepsilon_a = 13,03$ , respectivamente. Assim, verificou-se que para ambos os perfis, o critério foi satisfeito. No entanto a efetividade do perfil cilíndrico foi 37,9% menor do que a efetividade apresentada pelo perfil retangular, o que justifica o uso do perfil retangular pelo fabricante do transformador.

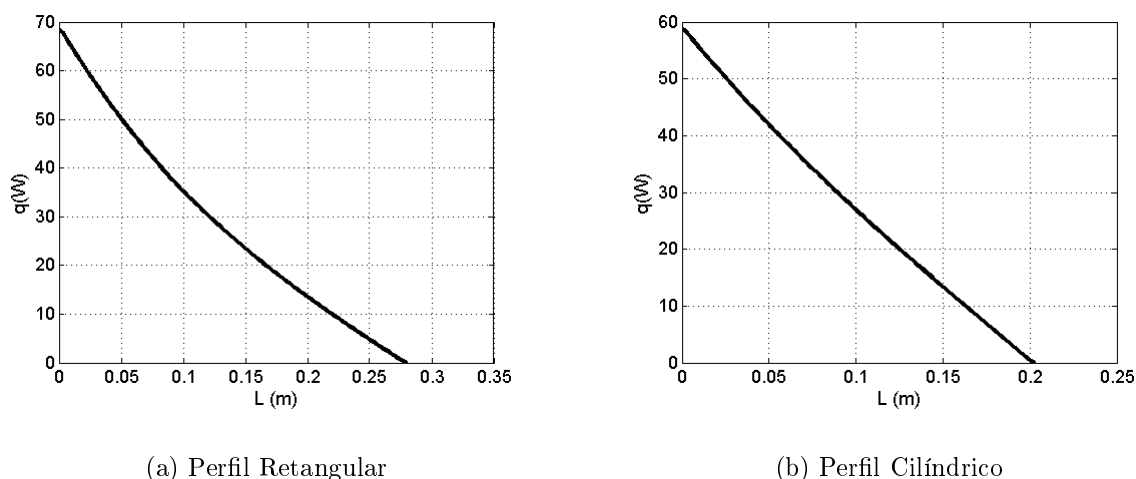


Figura 4.18: Distribuição longitudinal da taxa máxima de calor

Uma vez que o perfil da aleta já foi escolhido, complementa-se as informações sobre este através da avaliação de seu desempenho termodinâmico. Para tal, utilizando-se o critério eficiência definido pela Eq. (2.11), obteve-se o valor de  $\eta_a = 0,57$ . Uma vez que as dimensões já foram otimizadas [11, 12], uma alternativa para melhorar a eficiência desta aleta seria o emprego de um material de maior condutividade térmica.

### 4.2.2.2 Motor elétrico de indução trifásico

Na Figura 4.19 é apresentada a variação da taxa máxima de dissipação de calor ao longo da aleta para os dois perfis em estudo. Tal como no caso do transformador,

observa-se uma queda mais acentuada na taxa para o perfil retangular do que para o perfil cilíndrico, representada por uma maior quantidade de calor dissipada comparando-as em pontos equidistantes da origem para as duas aletas.

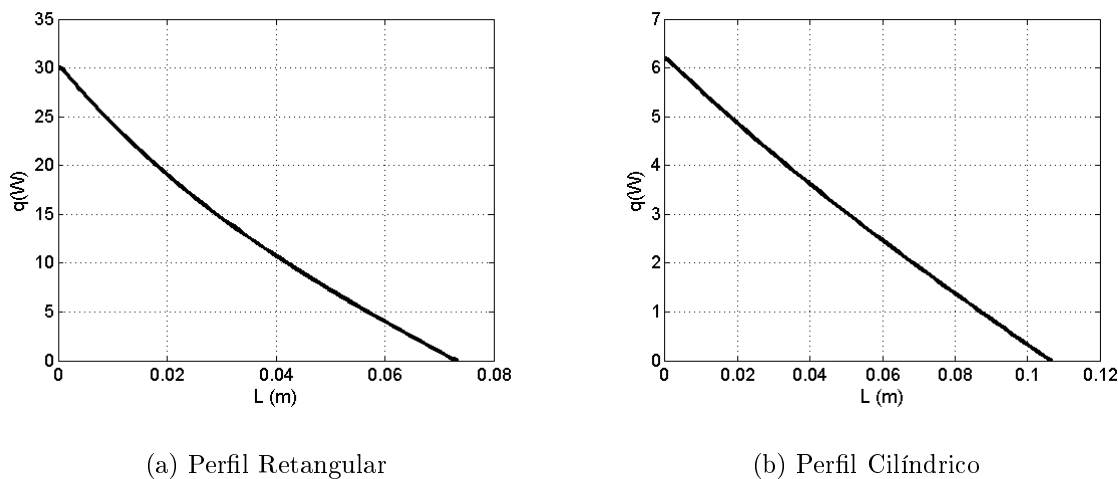


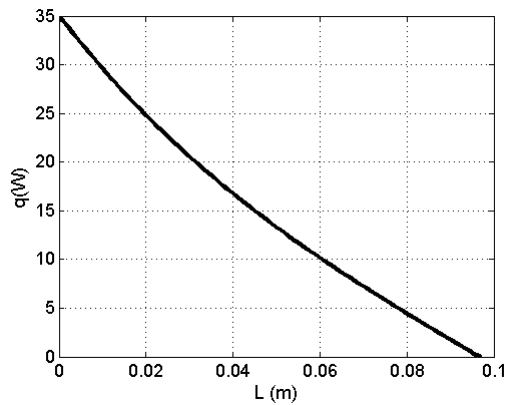
Figura 4.19: Distribuição longitudinal da taxa máxima de calor

Em termos de desempenho, a efetividade das aletas de perfis retangular e cilíndrico apresentaram os valores  $\varepsilon_a = 82,06$  e  $\varepsilon_a = 26,39$ , respectivamente. Assim, constatou-se que para ambos os perfis, o critério foi satisfeito. Porém, a efetividade do perfil cilíndrico foi 67,8% menor do que a efetividade apresentada pelo perfil retangular, justificando o uso do perfil retangular pelo fabricante do motor. Esse resultado é novamente confirmado em razão da proximidade dessa geometria com a da aleta original.

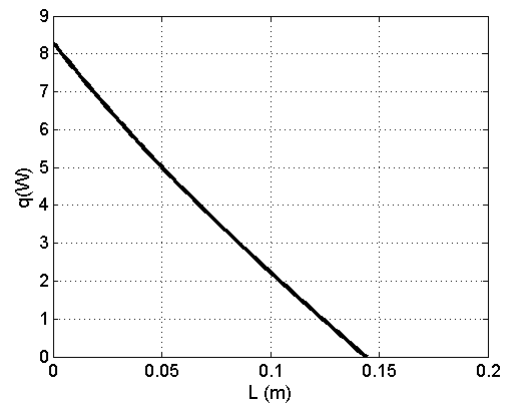
De posse da escolha do perfil, procurou-se complementar as informações sobre este através da avaliação de seu desempenho termodinâmico. Para tal, utilizando-se o critério eficiência definido pela Eq. (2.11), obteve-se o valor de  $\eta_a = 0,63$ . Visto que as dimensões já foram otimizadas [11, 12], uma alternativa para melhorar a eficiência desta aleta seria o emprego de um material de maior condutividade térmica.

#### 4.2.2.3 Inversor de frequência

No presente item a Figura 4.20 mostra a distribuição longitudinal da taxa máxima de dissipação de calor ao longo da aleta para os dois perfis retangular e cilíndrico. Tal como no caso do transformador e do motor, observa-se também no inversor uma queda mais acentuada na taxa para o perfil retangular do que para o perfil cilíndrico.



(a) Perfil Retangular



(b) Perfil Cilíndrico

Figura 4.20: Distribuição longitudinal da taxa máxima de calor

Para esse equipamento os valores de efetividade foram de  $\varepsilon_a = 77,67$  para a aleta de perfil retangular, e de  $\varepsilon_a = 27,44$  para o perfil cilíndrico. Para ambos os perfis o critério foi satisfeito, no entanto a efetividade do perfil cilíndrico foi 64,7% menor do que a efetividade apresentada pelo perfil retangular, justificando-se o porquê do perfil retangular ser o mais adequado para o inversor. Uma vez escolhido o perfil, complementou-se as informações sobre este através da avaliação de seu desempenho termodinâmico. Para tal, utilizando-se o critério eficiência definido pela Eq. (2.11), obteve-se  $\eta_a = 0,63$ . Assim como nos outros casos, deve-se utilizar uma aleta que possua um material com maior condutividade térmica.

# Capítulo 5

## Conclusões

Este capítulo consiste numa análise final dos resultados obtidos no presente estudo. Mantendo-se a estrutura do trabalho, comenta-se o resultado de uma análise final de desempenho computacional, seguida das conclusões finais de engenharia. Por fim são apresentadas propostas de possíveis trabalhos futuros, dando continuidade ao estudo do assunto.

No capítulo 3, os problemas de literatura foram resolvidos para os três tipos de condições de contorno a fim de validar o código computacional. Verificou-se que as soluções numéricas da distribuição de temperatura para aletas de perfis retangular e cilíndrica convergiram, comprovando a análise computacional do programa. No capítulo 4 buscou-se verificar qual perfil de aleta teve o melhor desempenho computacional, mantendo as mesmas condições de contorno e o mesmo material. Constatou-se que o perfil retangular atingiu a condição de solução convergida com um número de iterações e um tempo de CPU menor do que o perfil cilíndrico, comprovando o porquê da escolha predominante do perfil longitudinal retangular pelos fabricantes desses equipamentos.

Em relação aos resultados de engenharia, a metodologia utilizada buscou justificar a escolha de determinado perfil de aleta (perfil retangular) a ser aplicado nos três equipamentos selecionado para o presente trabalho. Em relação ao critério efetividade que justifica a necessidade (vantagem) do uso de aletas, observou-se que a aleta de perfil retangular teve um desempenho termodinâmico superior que a aleta de perfil cilíndrico uniforme. Com isso foi comprovado o porquê da escolha desse perfil pelos fabricantes.

Logo, de acordo com a comparação do estudo do emprego da aleta de perfil retangular com o perfil cilíndrico uniforme, nos três equipamentos de amplo uso industrial, constatou-se através dos resultados obtidos do modelamento computacional da distri-

buição de temperatura e das medidas de desempenho termodinâmico, que os objetivos propostos foram atendidos.

Com o intuito de dar continuidade neste trabalho, recomenda-se reproduzir um estudo do mesmo assunto, porém agora operando em regime transiente. É também fazer um estudo sobre outros equipamentos que possuam o mesmo perfil de aleta, mas que tenham área de seção transversal variável, levando em consideração os regimes estacionário e transiente.

# Referências

- [1] AZIZ, A., FANG, T. Alternative solutions for longitudinal fins of rectangular, trapezoidal, and concave parabolic profiles. *Energy conversion and Management* 51, 11 (2010), p. 2188–2194.
- [2] AZIZ, A., KRAUS, A. D. Transient heat transfer in extended surfaces. *Applied Mechanics Reviews* 48, 7 (1995), p. 317–350.
- [3] MARCHETTA, J. G., PERRY, E. H., SCHULTZ, M. D., GRIZZARD, M. R., BUTLER, B. A. Using extended surfaces to reduce the thermal signatures of military assets. Em *Proceedings of SPIE Defense and Security Symposium* (2008), vol. 6941, p. 69411D1–694911D12.
- [4] MOKHEIMER, E. M. Heat transfer from extended surfaces subject to variable heat transfer coefficient. *Heat and Mass Transfer* 39, 2 (2003), p. 131–138.
- [5] NAGARANI, N., MAYILSAMY, K., MURUGESAN, A., KUMAR, G. S. Review of utilization of extended surfaces in heat transfer problems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 29 (2014), p. 604–613.
- [6] NNANNA, A. G. A., HAJI-SHEIKH, A., AGONAFER, D. Effect of variable heat transfer coefficient, fin geometry, and curvature on the thermal performance of extended surfaces. *Journal of Electronic Packaging* 125, 3 (2003), p. 456–460.
- [7] GANORKAR, A. B., KRIPLANI, V. M. Review of heat transfer enhancement in different types of extended surfaces. *International Journal of Engineering Science and Technology* 3, 4 (2011).
- [8] KHANI, F., AZIZ, A. Thermal analysis of a longitudinal trapezoidal fin with temperature-dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15, 3 (2010), p. 590–601.
- [9] AZIZ, A. Optimum dimensions of extended surfaces operating in a convective environment. *Applied Mechanics Reviews* 45, 5 (1992), p. 155–173.
- [10] MAO, J., ROOKE, S. Transient analysis of extended surfaces with convective tip. *International communications in heat and mass transfer* 21, 1 (1994), p. 85–94.
- [11] BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S., INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P. Fundamentals of heat and mass transfer, hoboken. NJ: John Wiley & Sons, Inc (2011).
- [12] KRAUS, A. D. Sixty-five years of extended surface technology 1922-1987. *Appl Mech Rev* 41, 9 (1988), 321 p.
- [13] DÍEZ, P. F. Ingeniería térmica y de fluidos. *Universidad de Cantabria, Vasco* (2006).

- 
- [14] ÜNAL, H. Determination of the temperature distribution in an extended surface with a non-uniform heat transfer coefficient. *International journal of heat and mass transfer* 28, 12 (1985), p. 2279–2284.
- [15] FORSYTHE, G., WASOW, W. R. *Finite-Difference Methods for Partial Differential Equations*, Applied Mathematical Series. Wiley, New York, (1960).
- [16] TANNEHILL, J. C., ANDERSON, D. A., PLETCHER, R. H. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Taylor & Francis, Washington, DC, (1997).
- [17] CONTE, S. D., DE BOOR, C. *Elementary numerical analysis: an algorithmic approach*, vol. 3. McGraw-Hill New York, (1980).
- [18] MAZUMDER, S. *Numerical methods for partial differential equations: finite difference and finite volume methods*. Academic Press, (2015).
- [19] KERN, D. Q., KRAUS, A. D. *Extended surface heat transfer*. McGraw-Hill, New York, (1972).
- [20] FRECH, J. C., AGOSTINHO, A. *Laudo Técnico: Manutenção Preventiva da Cabine Primária de Energia Elétrica*. (2017). 66 p.
- [21] WEG Equipamentos Elétricos S/A. World Wide Web, <http://www.weg.com.br>, (2005). Acesso em: 22 de abril de 2017.