

Tema 4. Modulación Angular.

4.1 Introducción.

4.2 Modulación de fase. PM.

4.3 Modulación en frecuencia. FM.

4.4 Desviación.

4.5 Espectro de la Modulación Angular.

4.6 Ancho de banda.

4.7 FM de Banda Angosta.

4.8 FM de Banda Ancha.

4.9 FM Estéreo (-SCA).

4.10 Métodos de generación:

4.10.1 Métodos de FM Directa.

4.10.2 FM Indirecta.

4.11 Recuperación de Señales FM.

4.12 Relación Señal a Ruido en FM.

Tema 4

MODULACION ANGULAR

En el presente capítulo se tratará de abordar los distintos métodos de generación y modulación angular, mediante los siguientes temas:

- Modulación en fase. PM.
- Modulación en frecuencia. FM.
- Desviación
- Espectro de la modulación angular
- Ancho de Banda
- FM de Banda Angosta
- FM de Banda Ancha
- FM Stereo (-SCA)
- Métodos de Generación
- Recuperación de Señales FM
- Relaciones Señal a Ruido en FM

4.1 Introducción

Con el objeto de diferenciar los sistemas analizados y la modulación angular, recordaremos algunas características básicas de los primeros:

1. Cada componente espectral de la señal moduladora (o banda base) da origen a una (SSB) o dos (DSB, AM) componentes espectrales en la señal modulada.
La frecuencia de estas componentes espectrales depende **exclusivamente** de la frecuencia de la portadora y de la moduladora.
2. Todas las operaciones para obtener la señal modulada son lineales, de modo que se aplica la superposición.

A continuación se analizará la modulación de ángulo, intentando obtener una portadora de amplitud constante en el cual el ángulo de fase, o la fase instantánea, sea una función del valor instantáneo de la señal moduladora.

Se expresará la portadora como:

$$e_c(t) = E_c \cos(\mathbf{w}_c t + \mathbf{j}(t)) \quad (4.1-1)$$

$$e_c(t) = E_c \cos \mathbf{q} \quad (4.1-2)$$

Se define la fase instantánea como:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{w}_c t + \mathbf{j}(t) \quad (4.1-3)$$

La frecuencia instantánea será:

$$\mathbf{w}_i(t) = \frac{d\mathbf{q}_i(t)}{dt} = \mathbf{w}_c + \frac{d\mathbf{j}(t)}{dt} \quad (4.1-4)$$

La última definición constituye una licencia matemática, aceptada para lograr una visión lo más clara posible del fenómeno.

Se concluye entonces, que existen dos alternativas básicas para la modulación angular según cual sea la dependencia directa de la banda base.

4.2 Modulación de fase. PM

- La desviación de fase se hace proporcional a la señal de información o moduladora:

$$\mathbf{j}(t) = k_p e_m(t) \quad (4.2-1)$$

donde k_p es la **constante de desviación de fase**, expresada en radianes por unidad de $e_m(t)$.

- De esta forma, la salida de un modulador de fase será:

$$e(t) = E_c \cos(\mathbf{w}_c t + k_p e_m(t)) \quad (4.2-2)$$

4.3 Modulación en frecuencia. FM

La desviación de frecuencia se hace proporcional a la señal de información o moduladora:

$$\frac{d\mathbf{j}}{dt} = k_f e_m(t) \quad (4.3-1)$$

Se produce evidentemente, una desviación de fase, la cual está dada por:

$$\mathbf{j}(t) = k_f \int_{t_0}^t e_m(\mathbf{a}) d\mathbf{a} + \mathbf{j}_0 \quad (4.3-2)$$

donde φ_0 es la desviación de fase al tiempo t_0 .

Con el objeto de definir una frecuencia en Hertz se utiliza:

$$k_f = 2\pi f_d \quad (4.3-3)$$

siendo f_d la **constante de desviación de frecuencia**, expresada en Hertz por unidad de $e_m(t)$.

De acuerdo a lo anterior, la salida de un modulador de frecuencia se expresará:

$$e(t) = E_c \cos(\mathbf{w}_c t + 2\pi f_d \int_{t_0}^t e_m(\mathbf{a}) d\mathbf{a}) \quad (4.3-4)$$

- Analizando los sistemas vistos en 4.2 y 4.3 se puede prever que todo análisis posterior tendrá gran cantidad de elementos comunes dado que se trata para ambos de una variación de fase, la cual en un caso es proporcional a la señal modulada (PM) y en el otro es proporcional a la integral de la misma (FM).
- El conocimiento de una señal modulada en ángulo no permite determinar si se trata de modulación de fase o de frecuencia, a menos que se conozca también la señal moduladora.

La siguiente figura esquematiza los métodos de generación de modulación angular:

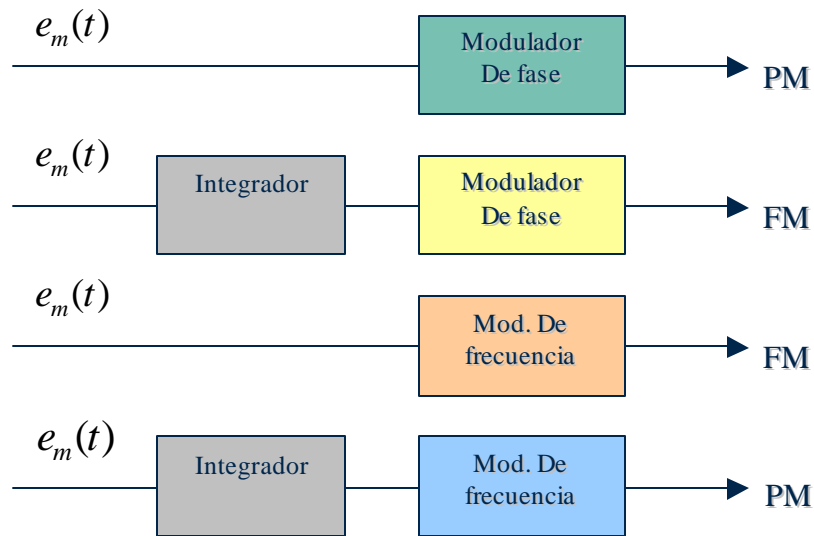


Figura 4.3-1 Esquemas de generación.

4.4 Desviación

El objetivo es determinar la desviación que sufren la fase o la frecuencia de la portadora al ser modulada.

En la señal modulada:

$$e(t) = E_c \cos(\omega_c t + \mathbf{j}(t)) \quad (4.4-1)$$

llamamos desviación de fase al máximo valor que alcanza $\varphi(t)$.

Cuando la modulación es sinusoidal:

$$e(t) = E_c \cos(\mathbf{w}_c t + \mathbf{b} \text{sen}(\mathbf{w}_m t)) \quad (4.4-2)$$

donde β es la amplitud máxima de $\varphi(t)$ y se denomina **índice de modulación**.

En este caso la frecuencia instantánea está dada por:

$$f = \frac{\mathbf{w}_c}{2\pi} + \frac{\mathbf{b}\mathbf{w}_m}{2\pi} \cos(\mathbf{w}_m t) \quad (4.4-3)$$

La máxima desviación de frecuencia Δf corresponde a

$$\mathbf{D}f = \mathbf{b}f_m \quad (4.4-4)$$

Luego, nuestra señal modulada resulta:

$$e(t) = E_c \cos\left(\mathbf{w}_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \text{sen}(\mathbf{w}_m t)\right) \quad (4.4-5)$$

Debe notarse que aunque el rango para la “frecuencia instantánea” es $f_c \pm \mathbf{D}f$, no necesariamente todas las componentes espectrales están en el mismo rango.

4.5 Espectro de la Modulación Angular

Se analizará, por ser la forma más sencilla, el caso de una modulación por un tono puro, es decir, se intenta conocer el espectro de una señal:

$$e(t) = E_c \cos(\mathbf{w}_c t + \mathbf{b} \text{sen}(\mathbf{w}_m t)) \quad (4.5-1)$$

Suponiendo amplitud unitaria se puede expresar:

$$\cos(\mathbf{w}_c t + \mathbf{b} \text{sen}(\mathbf{w}_m t)) = \cos(\mathbf{w}_c t) \cos(\mathbf{b} \text{sen}(\mathbf{w}_m t)) - \text{sen}(\mathbf{w}_c t) \text{sen}(\mathbf{b} \text{sen}(\mathbf{w}_m t)) \quad (4.5-2)$$

Expandiendo en su serie de Fourier cada término primero:

$$\cos(\mathbf{b} \operatorname{sen}(\mathbf{w}_m t)) = J_0(\mathbf{b}) + 2J_2(\mathbf{b})\cos(2\mathbf{w}_m t) + 2J_4(\mathbf{b})\cos(4\mathbf{w}_m t) + \dots \quad (4.5-3)$$

$$\operatorname{sen}(\mathbf{b} \operatorname{sen}(\mathbf{w}_m t)) = 2J_1(\mathbf{b})\operatorname{sen}(\mathbf{w}_m t) + 2J_3(\mathbf{b})\operatorname{sen}(3\mathbf{w}_m t) + 2J_5(\mathbf{b})\operatorname{sen}(5\mathbf{w}_m t) \dots \quad (4.5-4)$$

Aplicando las identidades trigonométricas:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A - B) + \frac{1}{2} \cos(A + B) \quad (4.5-5)$$

$$\operatorname{sen} A \operatorname{sen} B = \frac{1}{2} \cos(A - B) - \frac{1}{2} \cos(A + B) \quad (4.5-6)$$

Reemplazando en la fórmula de nuestra señal:

$$\begin{aligned} e(t) = E_c \{ & J_0(\mathbf{b}) \cos(\mathbf{w}_c t) - J_1(\mathbf{b}) [\cos(\mathbf{w}_c - \mathbf{w}_m)t - \cos(\mathbf{w}_c + \mathbf{w}_m)t] \\ & + J_2(\mathbf{b}) [\cos(\mathbf{w}_c - 2\mathbf{w}_m)t + \cos(\mathbf{w}_c + 2\mathbf{w}_m)t] \\ & - J_3(\mathbf{b}) [\cos(\mathbf{w}_c - 3\mathbf{w}_m)t - \cos(\mathbf{w}_c + 3\mathbf{w}_m)t] \\ & + J_4(\mathbf{b}) [\cos(\mathbf{w}_c - 4\mathbf{w}_m)t + \cos(\mathbf{w}_c + 4\mathbf{w}_m)t] \\ & - \dots \dots \dots \} \quad (4.5-7) \end{aligned}$$

Los términos $J_n(\beta)$ se conocen como las funciones de Bessel de primer tipo y orden n.

El cálculo de estos coeficientes no es realizado en este curso debido a la complejidad y tediosidad del desarrollo. Para su utilización se encuentran disponibles las tablas de éstos valores.

Vale la pena destacar que el espectro resultante de $e(t)$ está compuesto por::

- Una portadora con amplitud $J_0(\beta)$.
- Un conjunto de bandas laterales espaciadas uniforme y simétricamente a ambos lados de la portadora.

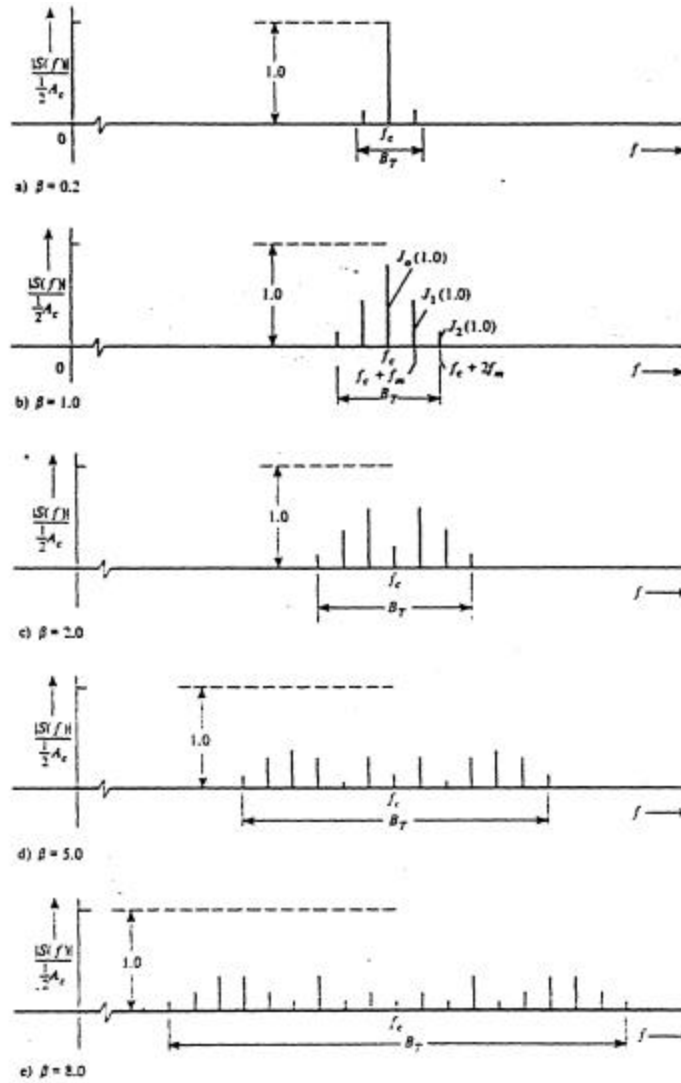


Figura 4.5-1. Espectro de una modulación angular.

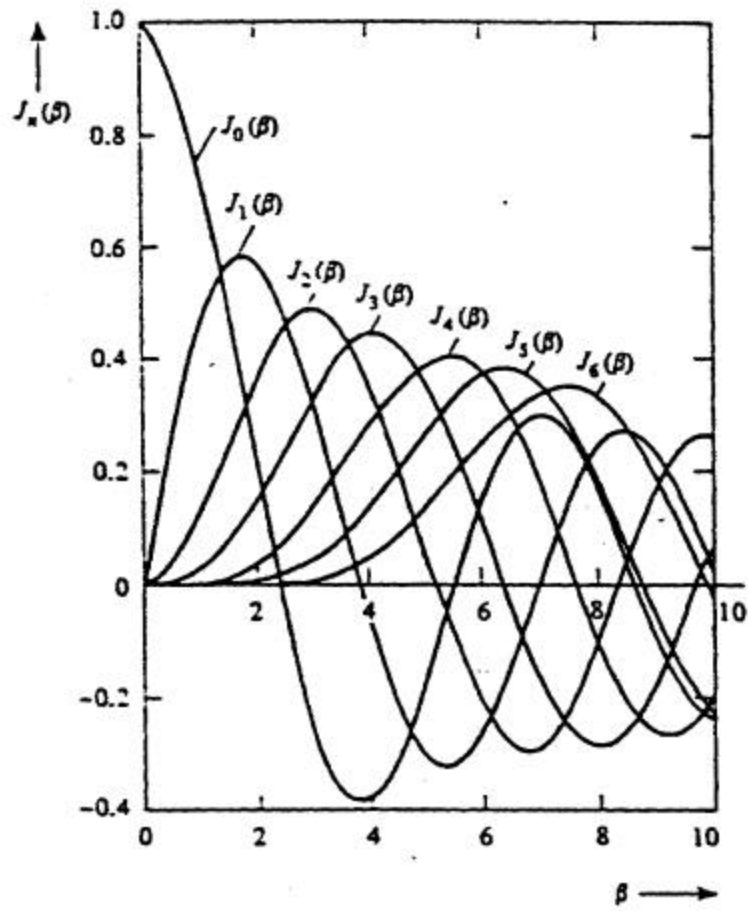


Figura 4.5-2. Coeficientes de Bessel para un índice de modulación determinado.

$\beta:$ n	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.9385	0.7652	0.2239	-0.2601	-0.3971	-0.1776	0.1506	0.3001	0.1717	-0.09033	-0.2459
1	0.2423	0.4401	0.5767	0.3391	-0.06604	-0.3276	-0.2767	-0.004683	0.2346	0.2453	0.04347
2	0.03060	0.1149	0.3528	0.4861	0.3641	0.04657	-0.2429	-0.3014	-0.1130	0.1448	0.2546
3	0.002564	0.01956	0.1282	0.3091	0.4302	0.3648	0.1148	-0.1676	-0.2911	-0.1809	0.05838
4		0.002477	0.03400	0.1320	0.2811	0.3912	0.3576	0.1578	-0.1054	-0.2655	-0.2196
5			0.007040	0.04303	0.1321	0.2611	0.3621	0.3479	0.1858	-0.05504	-0.2341
6			0.001202	0.01139	0.04909	0.1310	0.2458	0.3392	0.3376	0.2043	-0.01446
7				0.002547	0.01518	0.05338	0.1296	0.2336	0.3206	0.3275	0.2167
8					0.004029	0.01841	0.05653	0.1280	0.2235	0.3051	0.3179
9						0.005520	0.02117	0.05892	0.1263	0.2149	0.2919
10						0.001468	0.006964	0.02354	0.06077	0.1247	0.2075
11							0.002048	0.008335	0.02560	0.06222	0.1231
12								0.002656	0.009624	0.02739	0.06337
13									0.003275	0.01083	0.02897
14									0.001019	0.003895	0.01196
15										0.001286	0.004508
16											0.001567

Tabla 4.5-1 Coeficientes de Bessel

De las figuras anteriores se puede desprender que

- Para $\beta=0$ se tiene $J_0(0)=1$ y todos los demás coeficientes J_n son nulos: corresponde al caso en que no hay modulación y toda la potencia está concentrada en la portadora.
- Para $0<\beta\ll 1$ sólo $J_1(\beta)$ adquiere magnitud significativa, además de $J_0(\beta)$; los demás coeficientes, de orden superior, son despreciables.
- A medida que β crece, los coeficientes de orden superior empiezan a adquirir magnitud significativa dando origen a los correspondientes pares de bandas laterales.
- Dado que la amplitud de la señal modulada permanece constante, su potencia es independiente de la modulación, Al haber modulación aparece potencia contenida en las bandas laterales y consecuentemente disminuye la potencia de la portadora.

Observación:

Al considerar la señal modulada:

$$e(t) = E_c \cos(\omega_c t + b \sin(\omega_m t)) \quad (4.5-8)$$

y expandiendo mediante las funciones de Bessel se concluye:

$$J_0^2 + 2J_1^2 + 2J_2^2 + 2J_3^2 + \dots + 2J_n^2 + \dots = 1 \quad (4.5-9)$$

Consecuentemente la potencia de la señal puede ser expresada como :

$$P = \frac{E_c^2}{2} \left(J_0^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2 \right) = \frac{E_c^2}{2} \quad (4.5.10)$$

4.6 Ancho de banda

- El análisis se restringirá al caso de modulación por tono puro.
- A pesar que el número de bandas laterales es infinito, se puede despreciar las de mayor orden, sin que ello represente una distorsión significativa: “Es

totalmente aceptable si se permite el paso de por lo menos el 98% de la potencia total”.

- Observando los valores de β de la tabla expuesta anteriormente, se puede realizar una estimación del número de bandas laterales significativas.

Por ejemplo:

- Para $\beta=1$ basta con la portadora y los dos primeros pares de bandas laterales:

$$P \approx \frac{E_c^2}{2} (J_0^2 + 2J_1^2 + 2J_2^2)$$

$$P \approx \frac{E_c^2}{2} (0.586 + 0.387 + 0.026)$$

$$P \approx E_c^2 \cdot 0.4997 \quad (99.9\% \text{ de } E_c^2)$$

También por inspección se concluye que el número de bandas laterales, n , que debe considerarse para tener a lo menos el 98% de la potencia es el mayor inmediato de $\beta+1$; en aplicaciones prácticas limitaremos a $n = \beta+1$.

En consecuencia, el ancho de banda para transmisión o recepción de señales FM, es:

$$BW = 2(\mathbf{b}+1)f_m \quad (4.5-11)$$

$$BW = 2(\Delta f + f_m) \quad (4.5-12)$$

lo cual se conoce como REGLA DE CARSON y se considera válida para todo valor práctico de β .

Observación: alguna literatura prefiere la denominación m para el índice de modulación, que hemos llamado β .

4.7 FM de Banda Angosta

- Para $\beta \ll 1$, la aproximación o estimación según la Regla de Carson indica:

$$BW = 2f_m \quad (4.7-1)$$

Es decir, sólo un par de bandas laterales tiene magnitud significativa y por lo tanto, en cuanto a BW necesario para transmisión, existe una similitud con AM.

- La expresión

$$e(t) = E_c (\cos(\mathbf{w}_c t) \cos(\mathbf{b} \text{sen}(\mathbf{w}_m t)) - \text{sen}(\mathbf{w}_c t) \text{sen}(\mathbf{b} \text{sen}(\mathbf{w}_m t))) \quad (4.7-2)$$

para $\beta \ll 1$ puede aproximarse a:

$$e(t) = E_c (\cos(\mathbf{w}_c t) - \text{sen}(\mathbf{w}_c t) \mathbf{b} \text{sen}(\mathbf{w}_m t)) \quad (4.7-3)$$

□ Semejanzas y diferencias con respecto a una señal AM

Nuevamente podemos encontrar una similitud con la salida de un modulador AM:

- Contenido de portadora: $\cos(w_c t)$
- Producto de portadora y moduladora: $\mathbf{b} \text{sen}(w_c t) \text{sen}(w_m t)$

A pesar de la similitud de las expresiones, y de los espectros, es posible apreciar claramente las diferencias:

- En AM se obtenían variaciones de amplitud de la portadora, permaneciendo su frecuencia constante. En FM, en cambio, la envolvente de amplitud es constante.
- En AM, la portadora y las bandas laterales están en fase; en FM, las bandas laterales están en cuadratura con la portadora.

□ **Representación fasorial**

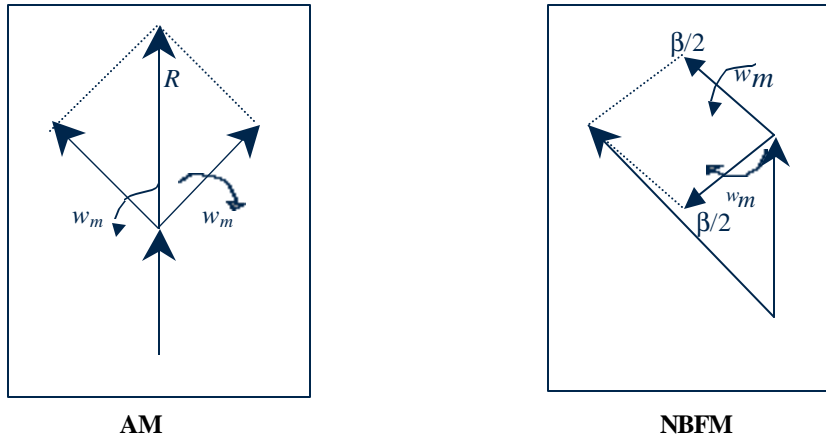


Figura 4.7-1. Representaciones Fasoriales AM y NBFM.

Es claro que en AM sólo habrá variaciones de amplitud sin desviaciones de fase.

Para FM sólo habrá variaciones de fase (la variación de amplitud resulta al despreciar las bandas de orden superior, efecto indistinguible si $\beta \ll 1$).

□ **Similitudes en la generación de AM y NBFM**

- Uno de los métodos considerados para AM:

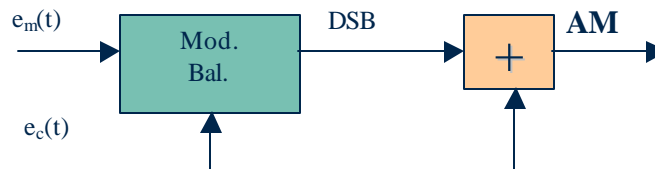


Figura 4.7-2. Generador de AM

puede ser modificado fácilmente a:

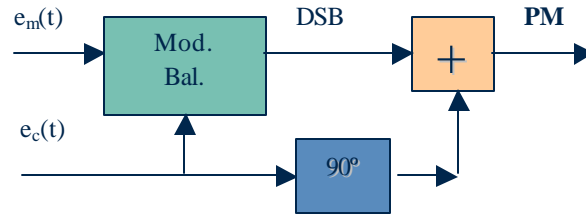


Figura 4.7-3. Generador PM

O bien a:

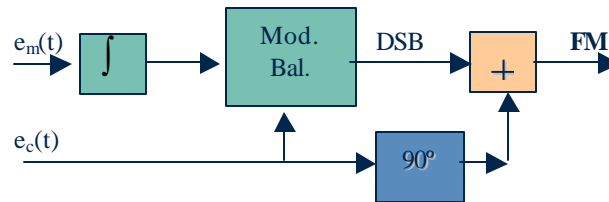


Figura 4.7-4. Sistema Armstrong.

Este último esquema se utiliza en el llamado “sistema indirecto de FM de Armstrong” (de uso muy difundido en comunicaciones móviles: policía, ambulancias, etc...)

4.8 FM de Banda Ancha

- Incluye o se utiliza en las aplicaciones más conocidas de FM, radio, sonido de TV, enlaces de microondas, etc...
- Según la regla de Carson para $\beta \gg 1$:

$$BW = 2bf_m = 2Df \quad (4.8-1)$$

- La posibilidad de utilizar $\beta \gg 1$ permite un mayor nivel de la señal recuperada (no existe limitación como en el caso AM donde $m \ll 1$ para utilizar detector de envolvente).

- Utilizar $\beta \gg 1$ incrementa el ancho de banda, lo cual obliga a limitar el índice de modulación, compromiso que fija finalmente la máxima desviación como norma general. (La Subsecretaría de Telecomunicaciones es la encargada de fijar D_f)

4.9 FM Estéreo (-SCA)

La aparición de estereofonía en FM, conocida como FM-STEREO o FM-MPX, estuvo condicionada a exigencias de **compatibilidad**, es decir, los receptores (monofónicos) deben seguir siendo utilizables en el nuevo sistema sin pérdida de la información.

Existe una condición de compatibilidad inversa: los nuevos receptores (estereofónicos) deben poder recibir transmisiones monofónicas sin alterar su contenido.

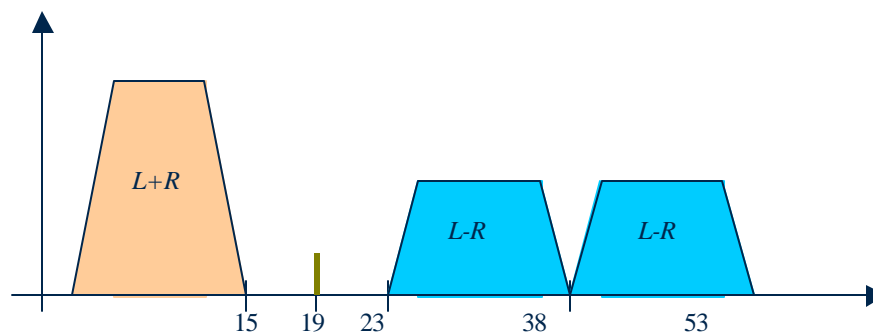


Figura 4.9-1. Esquema de transmisión FM.

Las anotaciones anteriores justifican el esquema escogido para la transmisión de señales FM:

- Mediante procedimientos lineales se generan la suma (L+R) y diferencia (L-R).
- La señal suma será la única recibida en un receptor monofónico.
- La señal diferencia modula en DSB (con un modulador balanceado) a una señal de 38 Kc.
- Para permitir la recuperación de esta señal DSB se envía un tono piloto de 19Kc, obtenido desde la portadora de 38 Kc; por norma se establece que el

nivel de esta señal piloto: el peak de modulación debe reducirse al 90% de lo que sería posible en ausencia de ella.

□ SCA

- El sistema y las normas permiten adicionalmente la transmisión de señales privadas en otro subcanal de frecuencia de la banda base emdiante una sub-portadora de 67 Kc modulada en frecuencia por la información.
- Con el objeto de evitar interferencias se limita su máxima desviación $\Delta f=3.5$ Kc en el caso de coexistir con emisiones estereofónicas; para el caso de emisiones monofónicas se autoriza $\Delta f=7.5$ Kc.
- Para esta modulación en frecuencia el preénfasis es el mismo que el de la modulación final: 75 μ seg.
- Utilización: música ambiental, equipos de funcionamiento automático remoto.

4.10 Métodos de generación:

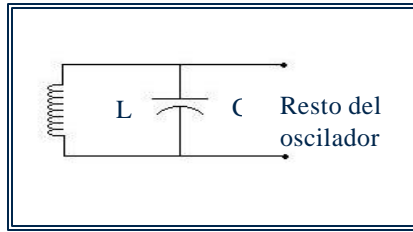
Se reconocen dos métodos generales para la generación de señales FM:

- Modular en frecuencia mediante la señal de información , lo cual corresponde a FM Directa
- Integrar previamente la señal modulante efectuando posteriormente una modulación en fase: FM Indirecta.

4.10.1 Métodos de FM Directa

La frecuencia de una portadora es modulada directamente por la señal modulante o de información. En la generalidad de los casos, el generador de la portadora consiste en un oscilador que incorpora un circuito sintonizado realizado mediante componentes activos: L o C.

- Consideremos, en general, un circuito del tipo:



La frecuencia de resonancia corresponde a la de la portadora a modular y está dada por:

$$\omega_i = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Figura 4.10.1-1. Oscilador

- Se tendrá un método de FM Directa si logramos una variación lineal de ω_i con $f(t)$ mediante una variación de los parámetros L o C.
- Los métodos de FM directa encuentran su mayor aplicación en la generación de WBFM lo cual está destinada casi exclusivamente a transmisiones con propósito de difusión o entretenimiento: broadcasting comercial y sonido en TV.

□ Modulador con Varactor

- Un diodo inversamente polarizado presenta entre sus terminales, una capacidad que es función de la tensión (inversa) aplicada, es decir:

$$C_D = a \cdot V_r \quad (4.10.1-1)$$

a: cte dependiente del
-material semiconductor
-area de la juntura
-dopado, etc.

- El método consiste en mantener la polarización inversa con una tensión aplicada que incluye la información:

$$V_r = V_{BB} + f(t) \quad (4.10.1-2)$$

entonces:

$$\begin{aligned} C_D &= a(V_{BB} + f(t)) & (4.10.1-3) \\ &= aV_{BB} + af(t) \\ &= C_D' + af(t) \end{aligned}$$

En $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, se tiene:

$$C = C_D + C_{D'} + af(t) = C_o + af(t) \quad (4.10.1-4)$$

C_o determina la frecuencia central a portadora y la desviación respecto a ella está dada por:

$$\frac{af(t)}{C_o} \quad (4.10.1-5)$$

De esta forma,

$$C = C_o \left\{ 1 + \frac{a}{C_o} f(t) \right\} \quad (4.10.1-6)$$

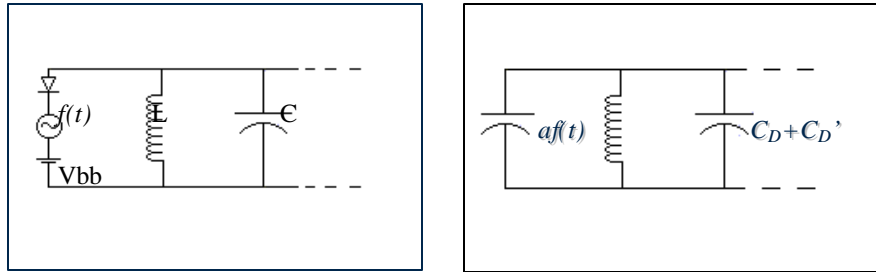


Figura 4.10.1-2. Modulador con Varactor.

En las aplicaciones usuales, la desviación es pequeña en comparación con la frecuencia central (en broadcasting $f_c \sim 100\text{Mc}$, $Df = 75\text{Kc}$), y entonces:

$$\frac{a}{C_o} f(t) \ll 1 \quad (4.10.1-7)$$

Así:

$$\begin{aligned} \omega_i &= \frac{1}{\sqrt{LC_o \left\{ 1 + \frac{a}{C_o} f(t) \right\}}} = \frac{1}{\sqrt{LC_o}} \left\{ 1 + \frac{a}{C_o} f(t) \right\}^{-1/2} \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{LC_o}} \left\{ 1 - \frac{a}{2C_o} f(t) \right\} = \omega_0 + kf(t) \end{aligned} \quad (4.10.1-8)$$

Para $\Delta C \ll C$ la variación de frecuencia es aproximadamente lineal con $f(t)$.

Modulador con inductor variable

- El principio de funcionamiento es análogo al descrito para el varactor tratándose ahora de una inductancia controlada la corriente:

El inductor del oscilador se realiza sobre un núcleo típicamente de ferrita, cuya permeabilidad se controla mediante un devanado adicional por el cual circula una corriente proporcional a $f(t)$.

Modulador con turbo reactancia

- Se utiliza la dependencia de la transconductancia de un tubo (normalmente un pentodo) de la tensión de la grilla.
- En la actualidad este esquema ha perdido popularidad subsistiendo escasas aplicaciones en las que el tubo al vacío se ha reemplazado por un FET.
- Toda literatura incluye una descripción de funcionamiento acá omitido por pérdida de relevancia.

Observaciones:

- Como característica común a todos métodos de generación de fm-directa debe destacarse la necesidad de un control de estabilidad de frecuencia para el buen funcionamiento del sistema y para el cumplimiento de las normas respectivas.
- Es claro que ni puede utilizarse osciladores a cristal para lograr la estabilidad requerida dado que éstos no permitirían la modulación; Se recurre entonces a métodos de tipo comparativo/correctivo, esto es, sistema de control realimentado .

Un esquema simplificado de tal implementación es el siguiente:

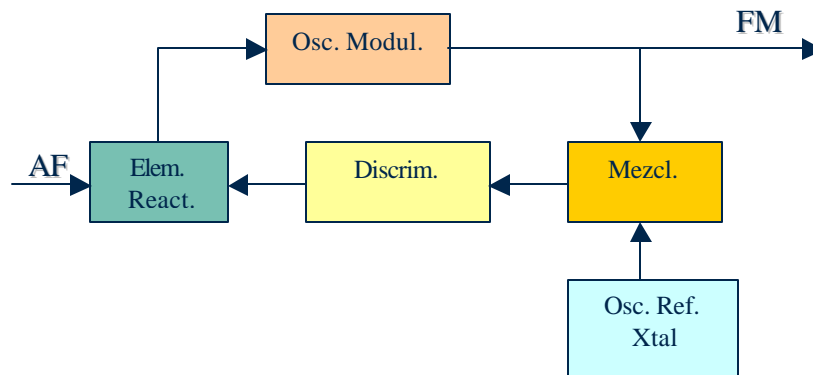


Figura 4.10.1-3. Sistema de control realimentado.

- La estabilidad la proporciona el oscilador de referencia, controlado a cristal.
- La señal modulada se “mezcla” con la señal de referencia obteniéndose suma (filtrable) y diferencia (nula para frecuencias iguales) con contenido de modulación; El discriminador tiene una constante de tiempo mayor que el máximo del período de la señal modulante de modo que su salida responde sólo a las variaciones lentas o derivas (inestabilidad) del oscilador de modulación; La salida del discriminador se usa para efectuar la corrección en elemento reactivo de modulación.

Una variante al esquema anterior:

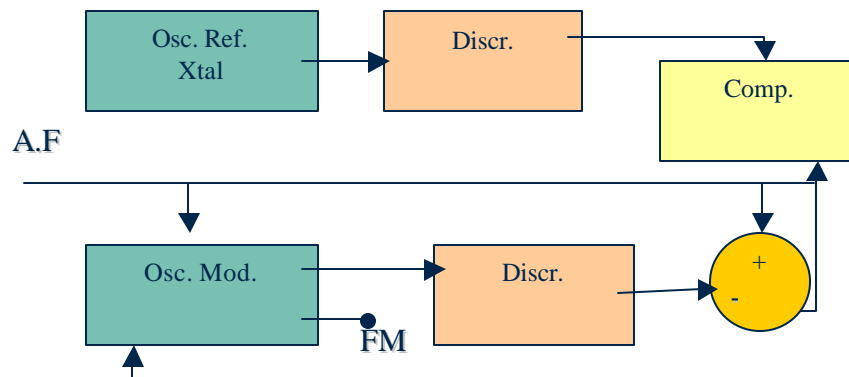


Figura 4.10.1-4. Otro sistema de control realimentado

4.10.2 FM Indirecta

- No requiere de una compleja circuitería de control para garantizar la estabilidad como en el caso de FM Directa, pues permite el uso de un oscilador a cristal que será modulado en fase; la integración previa de la señal de información permitirá obtener modulación en frecuencia (NBFM).
- El método básico consta de la generación de una señal DSB-SC y luego agregar una portadora en cuadratura:

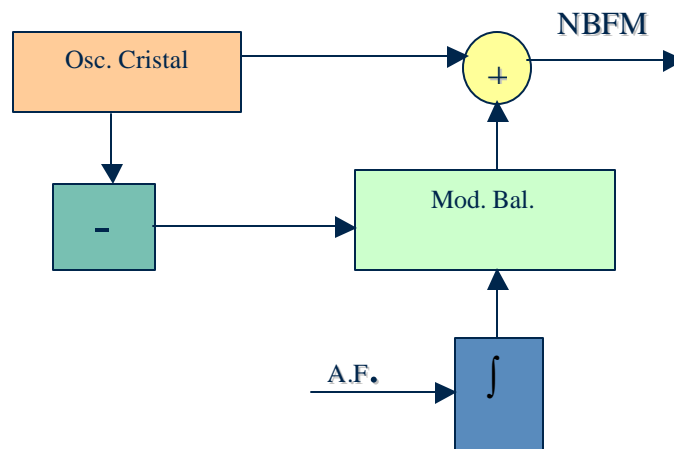


Figura 4.10.2-1. Sistema Armstrong , anterior a los métodos de FM-Directa

- Tal como se describió anteriormente, el método es útil para desviaciones pequeñas de modo de tener linealidad en la desviación (tal como para los métodos de FM Directa).
- Permite el uso de MULTIPLICADORES DE FRECUENCIA constituidos típicamente por algún elemento no lineal y un circuito sintonizado:

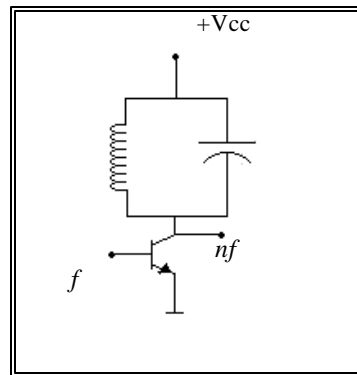


Figura 4.10.2-2. Multiplicadores de frecuencia.

El transistor opera en clase C; los pulsos de corriente del colector tienen gran contenido armónico, pero sólo las frecuencias más próximas a $nf = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ generan una tensión significativa en el colector.

- Al utilizar un multiplicador de frecuencia en una señal FM para multiplicar n veces la frecuencia de la portadora, se efectúa también una multiplicación por n de la desviación. Debe hacerse la diferenciación entre mezclador y multiplicador.

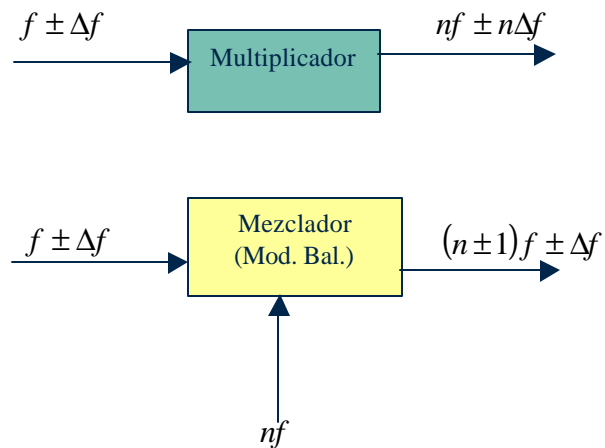


Figura 4.10.2-3. Multiplicador v/s Mezclador.

□ **Diagrama de Bloques del sistema Armstrong**

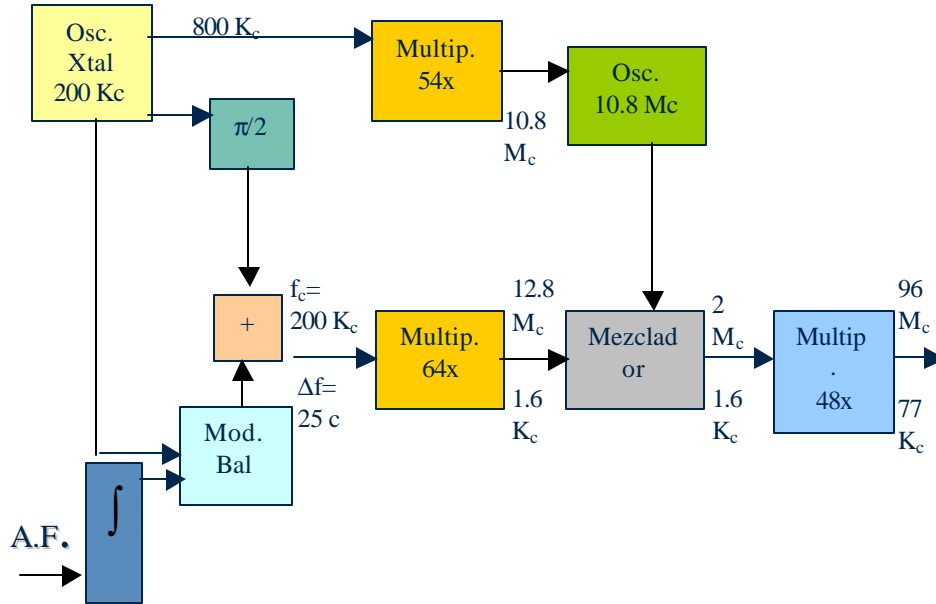


Figura 4.10.2-4. Sistema Armstrong

□ **Uso del integrador.**

- Típicamente para broadcasting se utiliza una acentuación de bajos (o atenuación de agudos) realizada por una filtro simple de primer orden:

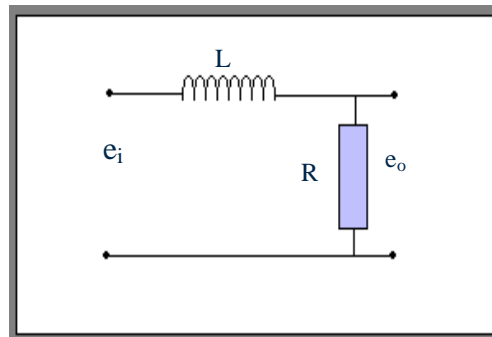


Figura 4.10.2-5. Integrador

Con $R/L = 60\pi$, es decir, $\omega L = R @ 30\text{Hz}$ con una atenuación de 6 db/octava se logra $(e_o/e_i) \approx (R / \omega L)$ en la banda de audio a transmitir.

4.11 Recuperación de Señales FM

- La función a realizar consiste en transformar las desviaciones de frecuencia respecto a una frecuencia de referencia en variaciones de amplitud idénticas a las originales de modulación; una vez realizada esta transformación, se procederá, como en el caso de AM, a una simple detección.
- Los circuitos que realizan esta transformación se conocen como discriminadores y ahora analizamos algunas alternativas de implementación.

□ Filtro Simple

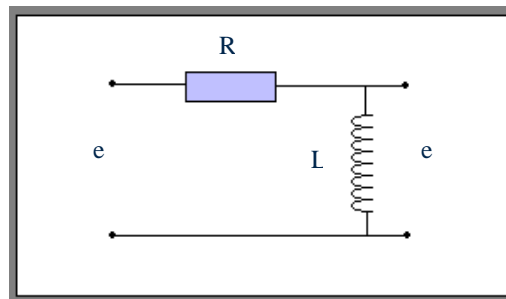


Figura 4.11-1. Filtro RL

- Se utiliza un pasaaltos.
- Se plantea sólo como presentación del método, pues no constituye un método eficaz debido a su baja sensibilidad.

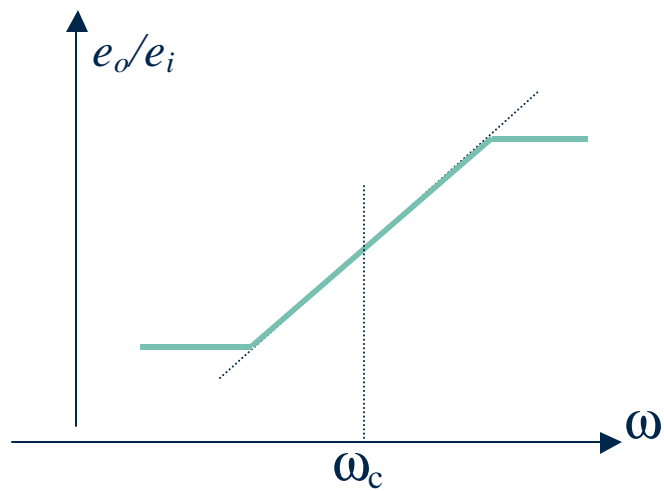


Figura 4.11-2. Ganancia v/s frecuencia del filtro.

□ Sintonía simple

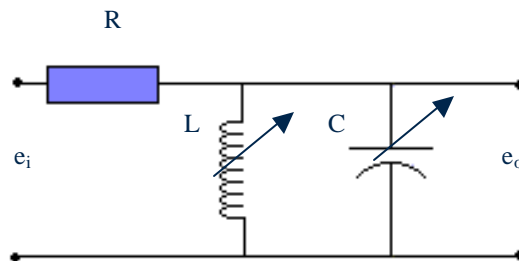


Figura 4.11-3. Filtro RLC

- La frecuencia de resonancia del filtro, ω_0 , se sitúa en un valor superior al de la frec. de portadora.
- Mayor sensibilidad, mas con linealidad restringida a desviaciones pequeñas.
- Conserva las desventajas del esquema anterior: sensibilidad respecto a las variaciones de amplitud de entrada, salida a nivel continuo.

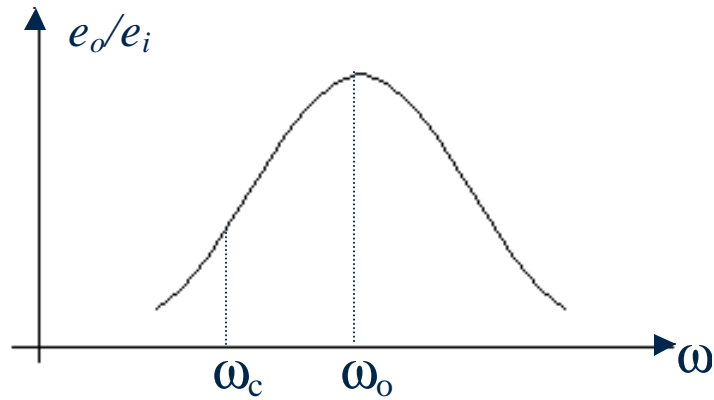


Figura 4.11-4. Comportamiento en frecuencia del filtro RLC.

□ **Discriminador balanceado.**

- La sintonía f_1 es sobre f_c .
- La sintonía f_2 es bajo f_c .
- e_o presenta buena linealidad, baja sensibilidad a variaciones de e_i , no contiene nivel continuo.

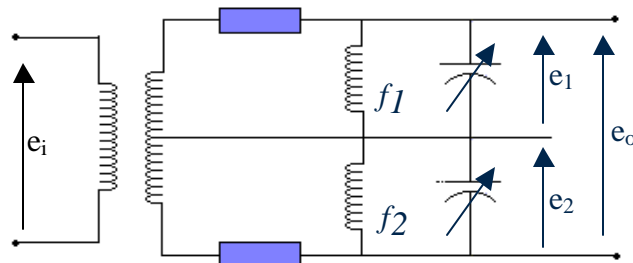


Figura 4.11-5. Discriminador balanceado

- El modulador balanceado es utilizado en la práctica. Lo sigue una detección de su salida que ahora presenta variaciones de amplitud.
- Las desviaciones de frecuencia de e_i se conservan en e_o , pero no afectan a un detector de envolvente.
- Una vez realizada la detección debe compensarse la preacentuación mediante deénfasis de modo de restaurar la relación espectral de la señal original.
- En el caso de la transmisión FM- MPX se recupera, tal como se ha descrito, la señal compuesta debiendo efectuarse posteriormente una demodulación sincrónica de la Señal DSB-SC que lleva (L-R).
- Para SCA se efectúa, una vez recuperada la señal compuesta, una segunda discriminación respecto a la subportadora de 67Kc.

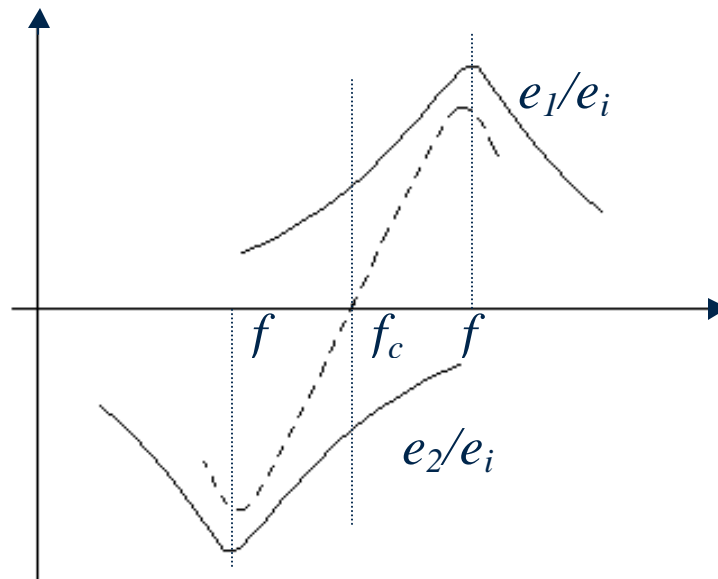


Figura 4.11-6. Respuesta en frecuencia del modulador balanceado

4.12 Relación Señal a Ruido en FM

- Una señal de ruido ha sido modelada según:

$$r(t) = n_c(t) \cos(\mathbf{w}_c t) + n_s(t) \sin(\mathbf{w}_c t) \quad (4.12-1)$$

Recordar que n_s y n_c poseen características pasabajo!!!

- El esquema receptor a estudiar posee la siguiente estructura:



□ Desarrollo y análisis

❖ Señal en (a):

- Señal de información recibida a la entrada:

$$f_c(t) = A \cos(\mathbf{w}_c t + k_f \int f(t) dt) \quad (4.12-2)$$

- Desviación:

$$\blacksquare \text{Instantánea : } \mathbf{w}_i = \mathbf{w}_c + k_f f(t) \quad (4.12-3)$$

$$\blacksquare \text{Máxima : } k_f \hat{f}(t) \quad (4.12-4)$$

- Potencia de entrada : $S_i = \frac{A^2}{2}$ (4.12-5)

❖ Señal en (b):

A la salida del discriminador aparece:

$$s_0(t) = \mathbf{a}(\mathbf{w}_t) = \mathbf{a}(\mathbf{w}_c + k_f f(t)) \quad (4.12-6)$$

La salida del discriminador es proporcional a ω_i .

❖ Señal en (c):

La potencia de salida será:

$$S_o = \mathbf{a}^2 k_f^2 \overline{f^2(t)} \quad (4.12-7)$$

❖ Análisis del ruido de entrada .

• Para f_m banda ancha:

$$\Delta \mathbf{w} = k_f \hat{f} \quad (4.12-8)$$

• En banda ancha:

$$BW = 2\Delta f \quad (4.12-9)$$

$$BW = 2\Delta \mathbf{w} \quad (4.12-10)$$

del filtro

$$\therefore \Delta \mathbf{w} = 2\mathbf{p}\Delta f = k_f \hat{f}(t) \quad (4.12-11)$$

$$\therefore \Delta f = \frac{\Delta \mathbf{w}}{2\mathbf{p}} = \frac{k_f \hat{f}(t)}{2\mathbf{p}} \quad (4.12-12)$$

• Se aproxima el ruido de entrada a:

$$N_i = 2\Delta f N_o \quad (4.12-13)$$

- La relación Señal a Ruido en la entrada queda definida como:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = \frac{A^2}{2(2\Delta f N_0)} = \frac{A^2}{4\Delta f N_0} \quad (4.12-14)$$

□ Potencia de ruido a la salida.

- Aproximación: Superposición de señales.

La señal completa en (a):

$$f_i(t) = A \cos(\mathbf{w}_c t) + n(t) \quad (4.12-15)$$

$$f_i(t) = [A + n_c(t)] \cos(\mathbf{w}_c t) + n_s(t) \operatorname{sen}(\mathbf{w}_c t) \quad (4.12-16)$$

$$f_i(t) = E(t) \cos(\mathbf{w}_c t + \mathbf{j}(t)) \quad (4.12-17)$$

Donde:

$$E(t) = \sqrt{(A + n_c(t))^2 + n_s(t)^2} \quad (4.12-18)$$

$$\mathbf{j}(t) = -\tan^{-1}\left(\frac{n_s(t)}{A + n_c(t)}\right) \quad (4.12-19)$$

Si el ruido es pequeño:

$$\mathbf{j}(t) \approx \frac{-n_s(t)}{A} \quad (4.12-20)$$



$$f_i(t) = E(t) \cos\left(\mathbf{w}_c t + \frac{-n_s(t)}{A}\right) \quad (4.12-21)$$

- A la salida del discriminador se tendrá una señal proporcional a la frecuencia de $f_i(t)$:

$$f_a(t) = \mathbf{a} \left[\mathbf{w}_c - \frac{\dot{n}_s}{A} \right] \quad (4.12-22)$$

- Bajo las condiciones anteriores, la salida del ruido será:

$$n_0(t) = -\mathbf{a} \left(\frac{\dot{n}_s(t)}{A} \right) \quad (4.12-23)$$

donde $\dot{n}_s(t) = n_s(t)$ pasado por un diferenciador, es decir, un filtro con función de transferencia $H(\omega) = j\omega \Rightarrow H(f) = 2\pi f$.

$$\therefore \dot{S}_{n_s}(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^2 S_{n_s}(\mathbf{w}) \quad (4.12-24)$$

$$S_{n_0}(\mathbf{w}) = \frac{\mathbf{a}^2}{A^2} \mathbf{w}^2 S_{n_s}(\mathbf{w}) \quad (4.12-25)$$

$$S_{n_0}(f) = \frac{\mathbf{a}^2}{A^2} (2\pi f)^2 f^2 S_{n_s}(f) \quad (4.12-26)$$

- Al hablar de ruido blanco:

$$S_{n_s}(\mathbf{w}) = N_o \quad |\mathbf{w}| < \Delta \mathbf{w} \quad (4.12-27)$$

- El filtro pasabajos limita el ruido a:

$$S_{n_0}(\mathbf{w}) = \begin{cases} \frac{\mathbf{a}^2 \mathbf{w}^2}{A^2} N_o & |\mathbf{w}| < \mathbf{w}_m \\ 0 & \text{o.c.} \end{cases} \quad (4.12-28)$$

- La potencia de ruido a la salida queda definida como:

$$N_o = \frac{\mathbf{a}^2 N_o}{2\mathbf{pA}^2} \int_{-w_m}^{w_m} \mathbf{w}^2 d\mathbf{w} \quad (4.12-29)$$

- La relación Señal a ruido de salida resulta entonces:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \mathbf{a}^2 k_f^2 \overline{f^2(t)} \cdot \left(\frac{2}{3} \left(\frac{\mathbf{a}}{A}\right)^2 \frac{N_o \mathbf{w}_m^3}{2\mathbf{p}} \right)^{-1} \quad (4.12-30)$$

del filtro

- Esta expresión puede desarrollarse matemáticamente llegando a:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{3\mathbf{pA}^2 k_f^2 \overline{f^2(t)}}{N_o \mathbf{w}_m} \quad (4.12-31)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{6k_f^2 \overline{f^2(t)} \Delta \mathbf{w}}{\mathbf{w}_m^3} \left(\frac{S}{N}\right)_i \quad (4.12-32)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{6k_f^2 \overline{f^2(t)} \Delta \mathbf{w}}{\mathbf{w}_m^3} \left(\frac{A^2 \mathbf{p}}{2\Delta \mathbf{w} N_o}\right) \quad (4.12-33)$$

- Además:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{3}{2} \frac{2\mathbf{pA}^2 k_f^2 \overline{f^2(t)}}{N_o \mathbf{w}_m^3} \quad (4.12-34)$$

$$\therefore \left(\frac{S}{N}\right)_o \propto (BW)^2 \quad (4.12-35)$$

(BW de la Señal, no de los filtros!)