TEMA 11: ÓPTICA FÍSICA I: POLARIZACIÓN.

11.1. Polarización de la luz.

En el tema 7 vimos que la luz es una onda electromagnética. En este tema y en los dos siguientes vamos a estudiar algunas propiedades de la luz asociadas con su carácter ondulatorio.

11.1.1. Condiciones sobre los campos impuestas por las ecuaciones de Maxwell.

Los campos eléctrico y magnético verifican la ecuación de ondas que, en ausencia de cargas libres y corrientes, se escriben:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} = 0$$
$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{B} = 0$$

donde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ y $v = (\varepsilon\mu)^{-1/2}$. Las soluciones más sencillas de esta ecuación son las ondas planas, que podemos escribir

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz),$$
$$\vec{B}(z,t) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kz)$$

donde suponemos que *z* es la dirección de propagación de la onda. En la anterior expresión ω es la frecuencia angular de la luz, que no varia al atravesar medios de propiedades diferentes y k es el número de ondas en el medio de propagación, de modo que:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{c}{v}\frac{\omega}{c} = nk_0$$

siendo k_0 el número de ondas en el vacío.

Las ecuaciones de Maxwell, de las que se ha deducido la ecuación de ondas anterior, imponen las siguientes relaciones entre los campos eléctrico y magnético:

- Son ortogonales entre sí.
- Están en fase.
- Son perpendiculares a la dirección de propagación.
- Los valores del campo eléctrico E y magnético B están acoplados a través de la relación **E = c·B.**

Por ejemplo, una posible onda electromagnética, es la representada en la siguiente figura 32.3:

La forma matemática es, en este caso, la siguiente

$$\vec{E}(z,t)=\hat{x}\,E_0\cos(\omega t-kz),$$
$$\vec{B}(z,t)=\hat{y}\,B_0\cos(\omega t-kz)$$

donde $\hat{x},\hat{y}$ son los vectores unitarios del sistema coordenado.

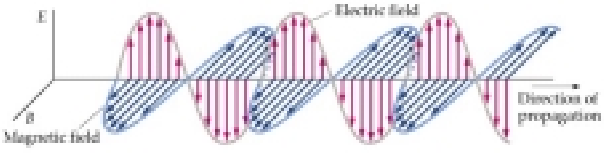

Figura 32.3. Vectores campo eléctrico y magnético en una onda e.m. Los campos están en fase y perpendiculares a la dirección de propagación. (Polarización lineal).

Pero esta no es la única forma en que los campos pueden variar en el tiempo verificando las condiciones indicadas anteriormente. Por ejemplo, también podríamos dibujar la siguiente evolución (tan sólo se representa el campo eléctrico, recuérdese que el magnético es perpendicular siempre al eléctrico): (Figura 1).

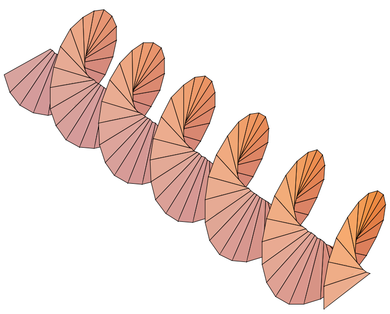

Figura 1. Polarización circular de una onda e.m. Obsérvese que, visto de frente, el campo eléctrico describe una circunferencia.

Así pues, el vector campo eléctrico (a partir de ahora siempre consideraremos el vector campo eléctrico porque en Óptica el campo magnético es, en general, mucho menos importante) tiene libertad para oscilar en el plano perpendicular a la dirección de propagación de una forma u otra. Pues bien, el estado de polarización de la luz es la forma particular en que el campo eléctrico oscila en este plano. De la primera forma que hemos mostrado decimos que está **linealmente polarizada** y de la segunda que está **circularmente polarizada**.

En general, la luz puede estar **elípticamente polarizada**. El estudio de la polarización de la luz es importante porque la reflexión y la refracción dependen del estado de polarización de la luz. A un nivel más fundamental, la polarización es importante en la interacción de la luz con la materia.

11.1.2. Descripción de la polarización de la luz.

La forma más sencilla de describir la polarización es escribiendo el vector $\vec{E}_0$ como suma de dos componentes perpendiculares entre sí y desfasadas una cierta cantidad:

$$\vec{E}_0 = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$$

donde $\hat{x}$, $\hat{y}$ son vectores unitarios en la dirección de los ejes y donde:

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz)$$
$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \phi)$$

La razón por la que el desfase es añadido en la componente **y** es por convenio.

Veamos algunos ejemplos:

- $\phi = 0$

En este caso tenemos ambas componentes en fase. Si representamos el vector campo en un instante de tiempo dado, tenemos la siguiente figura 2:

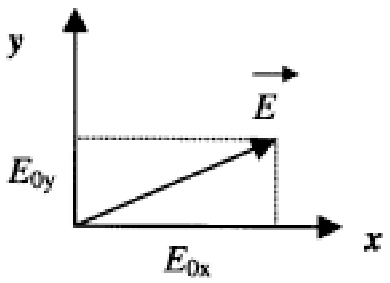

Figura 2. Polarización lineal o plana. El campo eléctrico E yace siempre sobre un plano (el perpendicular al dibujo).

Si lo que representamos es la figura que dibuja el extremo del vector campo a lo largo del tiempo, obtenemos una recta inclinada con un ángulo $\delta = \mathrm{arctg}(E_{0y}/E_{0x})$. A este tipo de polarización se le llama lineal (también plana) P_δ.

- $\phi = \pi/2$, $E_{0x} = E_{0y}$.

Si representamos el vector campo en tres instantes consecutivos t_0, t_1 y t_2 de tiempo lo que obtenemos es: (ver Figura 3):

Es decir, el vector campo va girando, con el paso del tiempo, en sentido horario. Si representamos la figura trazada por el extremo del vector campo, obtenemos un círculo. A este tipo de luz se le llama luz **polarizada circularmente** (o luz circular) dextrógira. Si en lugar de $\phi = \pi/2$, tomamos para el ángulo $\phi = -\pi/2$, tenemos luz circular levógira.

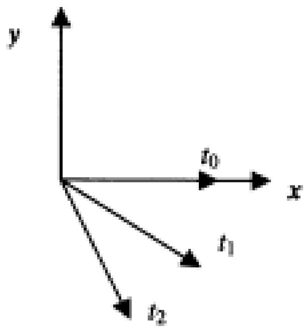

Figura 3. Polarización circular. El extremo del vector campo describe una circunferencia, sobre el plano xy representado en el dibujo.

En general, la figura de polarización es una elipse de la cual los anteriores son algunos ejemplo. Veamos que, efectivamente, se trata de una elipse. Tomamos $z = 0$ y partimos de:

$$E_x = E_{0x} \cos \omega t$$
$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t + \phi)$$

Teniendo en cuenta que $\cos(\omega t + \phi) = \cos\omega t \cos\phi - \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}\phi$ podemos escribir:

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos\omega t$$
$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos\omega t \cos\phi - \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}\phi$$

es decir:

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \frac{E_x}{E_{0x}} \cos\phi - \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}\phi$$

por otra parte podemos escribir:

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \operatorname{sen}\phi = \cos\omega t \operatorname{sen}\phi$$

Elevando estas dos últimas ecuaciones al cuadrado y sumándolas se obtiene finalmente:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}}\right) \cos\phi = \operatorname{sen}^2\phi$$

que es la ecuación general de una elipse cuyos ejes principales forman un ángulo χ tal que $tg2\chi = 2E_{0x}E_{0y}\cos\phi/(E_{0x}^2 - E_{0y}^2)$ con respecto a los ejes **x** e **y**.

Si tomamos, en la ecuación anterior $\phi = 0$, tenemos que la ecuación anterior se reduce a:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2+\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2-2\left(\frac{E_xE_y}{E_{0x}E_{0y}}\right)=0 \rightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}}-\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2=0\,;\,E_x=\frac{E_{0x}}{E_{0y}}E_y$$

que es la ecuación de una recta de pendiente α= arc tg(E_{0x}/E_{0y}), como vimos antes.

Si tomamos $\phi=\pi/2$ y , E_{0x} = E_{0y} nos queda:

$$\left(\frac{E_x}{E_0}\right)^2+\left(\frac{E_y}{E_0}\right)^2=1 \rightarrow E_x^2+E_y^2=E_0^2$$

que es la ecuación de un círculo de radio E_0 (polarización circular).

En general, los tipos de polarización pueden resumirse en la siguiente figura (figura 4), (el eje horizontal corresponde a E_{0x} y el vertical a E_{0y}, la flecha indica el sentido de giro y el desfase está indicado en cada caso).

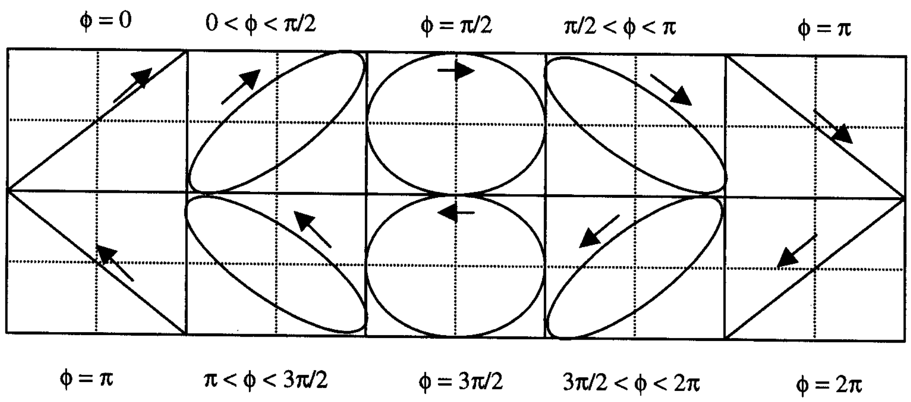

Figura 4. Tipos de polarización, relacionados con la fase ϕ.

Al hacer la figura hemos tomado $E_{0x}\neq E_{0y}$: si los hubiésemos tomado iguales, las figuras centrales corresponderían a polarización circular.

11.1.3. Luz natural y luz parcialmente polarizada. Grado de polarización.

En los apartados anteriores hemos descrito la polarización de la luz. Para ello hemos supuesto que ésta permanece constante durante un tiempo indefinido. Pero las ondas electromagnéticas reales tienen una duración finita (una onda armónica es una idealización) y a menudo esta duración es muy breve.

Luz natural: consideremos, por ejemplo, la luz emitida por una lámpara incandescente. Esta luz es el resultado de la superposición de multitud de paquetes de onda emitidos por cada uno de los átomos de la fuente. En una lámpara incandescente la emisión se produce por emisión espontánea, un proceso que “dura” del orden del 10^{-10}s. Cada uno de estos átomos emite un paquete de ondas de esa duración y de polarización bien definida pero como cada átomo puede emitir con una polarización distinta, de forma aleatoria, el resultado es que la polarización de la luz emitida por la fuente permanece bien definida tiempos de tan solo 10^{-10}s o menos. Pero esto no es detectable en general, y por tanto no podemos determinar el estado de polarización de la luz. Decimos entonces que tenemos luz natural o luz despolarizada (no porque no tenga polarización, sino porque ésta cambia demasiado deprisa).

Podemos representar la luz natural de la siguiente forma:

$$E_x = E_0 \cos\omega t$$
$$E_y = E_0 \cos(\omega t + \phi_a(t))$$

donde $\phi_a(t)$ es un desfase que varía aleatoriamente con el tiempo de forma muy rápida. Nótese que se ha tomado $E_{0x}=E_{0y}=E_0$. Esto es así porque como todos los valores posibles de la polarización son equiprobables, el resultado medio es que ambas amplitudes son iguales. Así, podemos visualizar la luz natural como dos luces linealmente polarizadas entre sí pero que no tienen una relación de fase fija (es decir, que son incoherentes entre sí).

Grado de polarización: entre la luz natural y la luz totalmente polarizada existen, lógicamente, grados intermedios, es decir, existe luz parcialmente polarizada. Esta puede visualizarse como la suma de una luz totalmente polarizada y una luz natural. Dependiendo de la proporción de esta mezcla, la luz resultante tendrá un grado de polarización mayor o menor. El grado de polarización se define como:

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_n}$$

siendo I_p (I_n) la intensidad de luz polarizada (natural). Nótese que $0<V<1$. En general, los elementos que producen luz polarizada, lo que producen en realidad es luz parcialmente polarizada con un grado más o menos alto de polarización (la luz totalmente polarizada, V=1, es una idealización).

11.2. Polarización por dicroísmo. Ley de Malus.

En el apartado anterior hemos introducido el concepto de polarización y hemos aprendido a describirla. Pero también hemos comentado que las fuentes que emiten por emisión espontánea emiten luz natural, esto es, luz despolarizada. ¿Cómo se consigue, entonces, luz totalmente polarizada?

Existen diversas formas: polarización por dicroísmo (absorción selectiva), por reflexión y refracción y por difusión. Veamos, en primer lugar, la polarización por dicroísmo.

El dicroísmo es la propiedad que tienen algunas sustancias de absorber la luz más o menos dependiendo de su estado de polarización.

Lo más usual es que la absorción sea diferente para polarizaciones lineales. En este caso el medio dicroico puede ser caracterizado por la dirección de su eje de transmisión. La componente de polarización de la luz paralela a este eje sufre una absorción que es mínima (cero, idealmente). La componente de polarización de la luz que es perpendicular al eje de transmisión sufre, por el contrario, una absorción máxima. Cuando esta última absorción es completa (o casi) lo que se tiene es un polarizador lineal. Así pues, un polarizador lineal es aquél elemento que por absorción selectiva sólo transmite luz linealmente polarizada a lo largo de su eje de transmisión. Un ejemplo de cómo opera un polarizador puede verse en la figura 33.34.

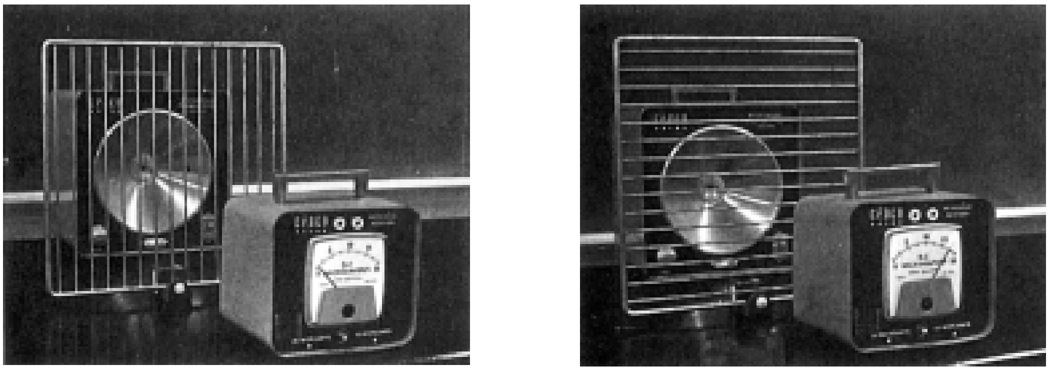

Figura 33.34. Demostración de la polarización de microondas. El campo eléctrico de las microondas es vertical, paralelo a la antena dipolar vertical. Izquierda: cuando los hilos metálicos del sistema absorbentes son verticales, se establecen corrientes eléctricas entre ellos y se absorbe la energía, como se indica con la baja lectura del detector. Derecha: cuando los hilos son horizontales no se crean corrientes y se transmiten las microondas: lectura elevada del detector.

Polaroides: un ejemplo de polarizador lineal que funciona por dicroísmo es el de los polaroides. Un polaroide es una película de polivinilo en el cual, por imbibición líquida, se introducen cristales microscópicos fuertemente dicroicos (generalmente sales de yodo, que transmiten del orden del 80% en una polarización y del orden del 1% en la otra) que se orientan después estirando o laminando el soporte plástico.

Ley de Malus: si sobre un polarizador lineal incide luz natural es evidente que a la salida se obtendrá luz linealmente polarizada (paralelamente al eje de transmisión del polarizador) con la mitad de la intensidad de la luz incidente. Para verlo basta con recordar que la luz natural puede entenderse como la suma incoherente de dos luces linealmente polarizadas ortogonales entre si: el polarizador absorbe una de ellas y transmite la otra.

¿Qué ocurre si sobre un polarizador lineal incide luz linealmente polarizada de intensidad I_0? Es evidente que el resultado dependerá de la relación entre la dirección en la que oscile la luz incidente y la dirección del eje de transmisión del polarizador. Por ejemplo, si el eje de transmisión del polarizador se encuentra alineado a lo largo del eje **x** y la luz incidente está linealmente polarizada a lo largo de ese eje (es decir, es luz P_{0^o}) entonces el polarizador transmitirá toda la luz y si, por el contrario, la luz incidente está linealmente polarizada a lo largo del eje **y** (es decir, es luz P_{90^o}), entonces el polarizador absorberá toda la luz.

La ley que gobierna qué intensidad es transmitida por un polarizador lineal cuando sobre él incide luz linealmente polarizada se conoce como Ley de Malus y dice que la intensidad transmitida vale

$$I = I_0 \cos^2\theta$$

siendo θ el ángulo entre el plano de polarización de la luz incidente y el eje de transmisión del polarizador. Demostrar esta ley es fácil. Consideremos el siguiente diagrama (Figura 33.35).

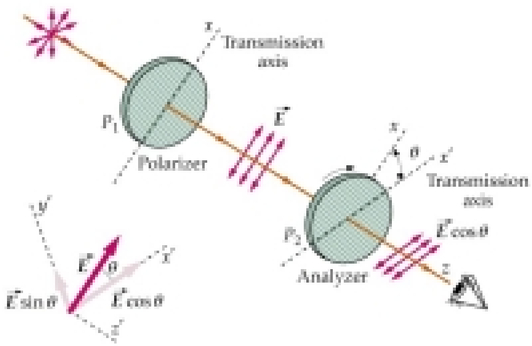

Figura 33.35. Dos láminas polarizadoras con sus ejes de transmisión formando un ángulo θ. La segunda lámina transmite solamente la componente E cosθ. Si la intensidad entre láminas es I_0, la transmitida finalmente es $I_0 \cos^2\theta$.

Si sobre el primer polarizador incide luz natural de intensidad $2I_0$, a la salida tenemos luz linealmente polarizada de intensidad I_0. Al incidir esta luz en el segundo polarizador (que recibe el nombre de analizador), podemos descomponerla en dos componentes: una paralela al eje de transmisión del polarizador que vale $E\cos\theta$, con $E = \sqrt{I_0}$, y otra perpendicular a dicho eje que vale $E\text{sen}\theta$. La componente perpendicular es absorbida y la paralela es transmitida. La intensidad de esta componente paralela es $I=(E\cos\theta)^2$, que es el resultado buscado.

Si lo que incide sobre el polarizador lineal no es ni luz natural ni luz linealmente polarizada sino, el caso más general de luz elípticamente polarizada con polarización parcial, no hay una ley tan sencilla que proporcione la intensidad a la salida. No obstante el caso usualmente de mayor interés es de la luz linealmente polarizada que hemos estudiado aquí.

11.3. Polarización por reflexión y refracción. Ley de Brewster.

Ya hemos visto en temas anteriores que cuando incide luz sobre una superficie de separación entre dos medios diferentes, parte de ésta es reflejada y parte es transmitida. La cantidad que caracteriza cuánta intensidad es reflejada y cuánta es transmitida son los factores de reflexión (R) y transmisión (T) y el valor de estos depende de la polarización de la luz incidente. En concreto, tanto R como T toman valores distintos para la luz linealmente polarizada en la dirección perpendicular al plano de incidencia (polarización s) y para la luz linealmente polarizada en la dirección paralela al plano de incidencia (polarización p). (Figura 33.27).

Supongamos que sobre un dioptrio plano incide un haz de luz natural. Recordemos que la luz natural se puede entender como suma incoherente de dos luces linealmente polarizadas ortogonales entre si y que tienen la misma intensidad (polarizaciones s y p en la figura). Pues bien, los factores de reflexión R y transmisión T son distintos, como hemos dicho, para estas dos componentes de polarización y, además, dependen del ángulo de incidencia. Siempre se verifica que:

- R es mayor para la polarización s que para la polarización p
- T es mayor para la polarización p que para la polarización s

lo que implica que la luz reflejada y la transmitida ya no es luz natural, sino que es luz parcialmente polarizada. Pero además ocurre que para un cierto valor del ángulo de incidencia (aquél para el cual los rayos reflejado y refractado forman un ángulo de 90º) R vale cero para la polarización p. A este valor del ángulo se le denomina ángulo de Brewster.

Así pues, cuando un haz de luz incide con un ángulo de incidencia igual al ángulo de Brewster, la luz reflejada está linealmente polarizada en la dirección perpendicular al plano de incidencia (polarizada s).

Vemos, por tanto, que cualquier superficie reflectante puede servir como polarizador lineal.

Puede demostrarse, fácilmente, que el ángulo de Brewster de incidencia de la luz, viene dado por la expresión (ver figura 33.38).

$$\mathrm{tg}\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

donde n_2 (n_1) es el índice de refracción del segundo (primer) medio.

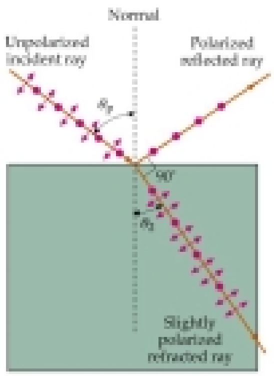

Figura 33.37. Polarización por reflexión. La onda incidente no está polarizada y tiene componentes de E paralela al plano de incidencia (flechas) y perpendicular (puntos). Si el ángulo incidente es el de Brewster, la onda reflejada está totalmente polarizada, con E perpendicular al plano de incidencia (polarización s).

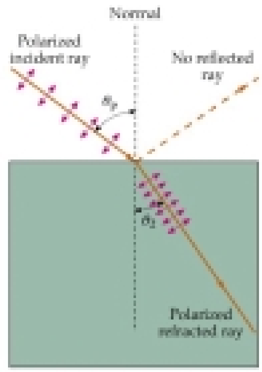

Figura 33.38. Luz polarizada incidente con el ángulo de Brewster: no hay rayo reflejado. La polarización p, paralela al plano de incidencia se representa por flechas. La polarización perpendicular s por puntos.

En este fenómeno se basan las gafas polarizadoras que evitan deslumbramientos.

Hay que resaltar que aunque, para incidencia en ángulo de Brewster, la luz reflejada está totalmente polarizada, la luz transmitida está parcialmente polarizada, es decir, T no llega a anularse para ninguna de las dos componentes de polarización en ningún ángulo de incidencia.

Lectura recomendada: *Polarización por dispersión*, P. Tipler, página 1102, P. Fishbane página 1031.

11.4. Retardadores.

Los retardadores son elementos que sirven para modificar el estado de polarización de la luz. Se trata de láminas planoparalelas hechas con medios anisótropos, es decir, medios en los que el valor del índice de refracción depende de la polarización de la luz. (Figura 11.5).

Para fijar ideas, consideremos un medio anisótropo uniáxico. En estos, el índice de refracción toma un valor n_o para la luz linealmente polarizada a lo largo de los ejes **x** e **y** y un valor n_e para la luz linealmente polarizada a lo largo del eje **z** (obviamente la denominación **x**, **y**, **z** es arbitraria, lo que hemos hecho es denominar **z** al eje en que el índice es diferente, a este eje se le llama eje óptico). Para mantener la discusión en un nivel lo más sencillo posible, vamos a suponer que las aristas de la lámina planoparalela coinciden con los ejes **x**, **y**, **z**. Supongamos ahora que un haz de luz incide normalmente sobre una de las caras de la lámina.

Si colocamos la lámina de forma que la luz se propaga a lo largo del eje **z** es evidente que no ocurre nada extraño ya que en este caso el vector campo incidente está contenido en el plano <x,y> y por tanto sea cual sea la orientación de este vector campo, el índice de refracción que "ven" sus componentes **x** e **y** es el mismo. Así pues, si la luz se propaga a lo largo del eje óptico de la lámina, ésta se comporta como un medio isótropo.

Bien distinta es la situación si la luz se propaga a lo largo de una dirección perpendicular al eje óptico, digamos a lo largo de la dirección, digamos a lo largo de la dirección **y**. En este caso, caso el vector campo incidente está contenido en el plano <x,z> y, como los índices son diferentes para los campos que oscilan a lo largo de estas direcciones, ocurrirá que la componente x y la componente y de polarización se propagarán a velocidades distintas. Esto implica que se introducirá un desfase entre estas componentes y, por tanto, que el estado de polarización de la luz será modificado. Veámoslo cuantitativamente.

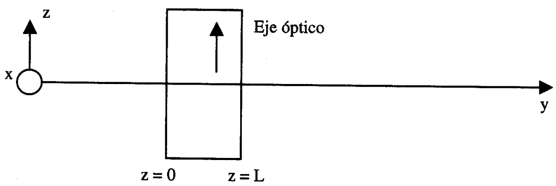

Figura 11.5. Principio de los retardadores.

La luz incidente puede escribirse como

$$\vec{E}_{in} = E_{x,in}\hat{x} + E_{z,in}\hat{z}$$
$$E_{x,in} = E_{0x}\cos(\omega t - kz)$$
$$E_{z,in} = E_{0z}\cos(\omega t - kz + \phi)$$

que es una luz linealmente polarizada con polarización elíptica general. Al entrar esta luz en la lámina (z=0) tenemos

$$E_{x,in} = E_{0x}\cos(\omega t)$$
$$E_{z,in} = E_{0z}\cos(\omega t + \phi)$$

A la salida de la lámina (z = L), tendremos

$$\vec{E}_{out} = E_{x,out}\hat{x} + E_{z,out}\hat{z}$$
$$E_{x,out} = E_{0x}\cos(\omega t - k_x L)$$
$$E_{z,out} = E_{0z}\cos(\omega t - k_z L + \phi)$$

donde

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0$$
$$k_z = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_e$$

(λ_0 es la longitud de onda de la luz en el vacío) ya que los índices de refracción son diferentes para las dos componentes de polarización tal y como explicamos antes. Si cambiamos el origen de fases, podemos escribir que a la salida tenemos

$$E_{x,out} = E_{0x}\cos(\omega t)$$
$$E_{z,out} = E_{0z}\cos(\omega t + (k_x - k_z)L + \phi) = E_{0z}\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_0 - n_e)L + \phi\right)$$

es decir, el desfase entre ambas componentes no es ϕ sino ϕ':

$$\phi' = \phi + \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_0 - n_e)L + \phi$$

que este desfase sea mayor o menor que el de entrada depende del signo de la birrefringencia, que se define como:

$$\delta n = n_e - n_0$$

(se distingue entre medios positivos y negativos en función del signo de la birrefringencia).

Existen láminas retardadoras de espesor variable (se denominan compensadores) pero lo más usual son las láminas llamadas de media onda y de cuarto de onda. Estas están diseñadas de forma que:

$$\text{lámina de media onda} \Rightarrow \delta n L = \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow \phi' = \phi + \pi$$
$$\text{lámina de cuarto de onda} \Rightarrow \delta n L = \frac{\lambda_0}{4} \Rightarrow \phi' = \phi + \frac{\pi}{2}$$

Veamos algunos ejemplos de cuál es la acción de este tipo de láminas:

- Lámina de cuarto de onda.

  a) Luz incidente P_{45^o}

$$E_{x,in} = E_0\cos(\omega t)$$
$$E_{z,in} = E_0\cos(\omega t)$$

entonces la luz emergente es:

$$E_{x,out} = E_0\cos(\omega t)$$
$$E_{z,out} = E_0\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

que es luz R (circular dextrógira).

b) Luz incidente L (circular levógira):

$$E_{x,in} = E_0 \cos(\omega t)$$
$$E_{z,in} = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

entonces la luz emergente es:

$$E_{x,out} = E_0 \cos(\omega t)$$
$$E_{z,out} = E_0 \cos(\omega t)$$

que es luz P_{45^o}.

- Lámina de media de onda.

a) Luz incidente P_{45^o}:

$$E_{x,in} = E_0 \cos(\omega t)$$
$$E_{z,in} = E_0 \cos(\omega t)$$

entonces la luz emergente es:

$$E_{x,out} = E_0 \cos(\omega t)$$
$$E_{z,out} = E_0 \cos(\omega t + \pi) = -E_0 \cos(\omega t)$$

que es luz P_{-45^o}.

b) Luz incidente L (circular levógira):

$$E_{x,in} = E_0 \cos(\omega t)$$
$$E_{z,in} = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

entonces la luz emergente es:

$$E_{x,out} = E_0 \cos(\omega t)$$
$$E_{z,out} = E_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

que es luz R.