

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 數學學門規劃研究推動計畫

執行期限：90/01/01 ~ 90/12/31

計畫編號：NSC 90-2114-M-002 -003 -

計畫主持人：蔡宜洵 國立台灣大學數學系

### 一、摘要

數學為科學之母，其研究特性具本質性及長期性，數學領域依學門規劃出七項次領域分別為機率、代數與數論、幾何與拓樸、分析、微分方程、離散數學、計算數學等。配合理論科學研究中心及數學研究推動中心積極與學界討論，研擬出具體的研究計畫方案，冀使我國數學研究能與世界潮流同步發展。

數學研究經費約佔全處的百分之十，主要是補助專題研究計畫。除了自然處之研究經費外，本會亦有其他的學術支援措施，其中與數學學門關係較密切，如綜合業務處主管的科技人才培育、延攬人才及研究獎勵制度等，國際合作處負責國際學術交流活動各項補助，包括邀請國際重要科技人士，補助國內專家出席國際學術會議及補助國內舉辦國際學術會議等。

關鍵詞：機率、代數與數論、幾何與拓樸、分析、微分方程、離散數學、計算數學

### 二、數學研究成果綜述

九十年共補助計畫524件(89年第二期261件，90年度263件)，研究成

果主要在個別型計畫，可分為七個大方向：代數與數論、幾何與拓樸、分析、微分方程與動態系統、機率、數值分析與計算科學、離散數學；另有兩個整合型計畫。

分述如下：

1. 代數與數論：(1)對於佈於有限域上的橢圓曲線，得到扭點 Galois 群分佈的密度，並在 Riemann 假設下證明了二維 tori 的原根猜想，以及一維情形下明顯的密度公式。(2)在 Bernoulli 數多項式及廣義 Bernoulli 數及多項式方面，繼續得到推廣性質及同餘關係。(3)在 Drinfeld 模方面得到非扭點約化的秩的分佈，應用 Drinfeld 對數線性關係的有效估計。(4)從 Tori 不變量計算 Artin 導手，解決了這方面的猜想。對於特徵非零的穩定向量叢 Frobenius Pull-back，以 moduli 的幾何作了清楚刻劃。

2. 幾何與拓樸：(1)發現 Calabi 流動跟 Bondi-Mass 估計有關連，而這對 Ricci 流動之研究有所幫助。(2)雙有理幾何之上同調理論上提出所謂 K-等價概念並證明 K-等價之流形有相同的 Hodge 數；並證明了在複共邊理論裡，K-等價關係的弱分解基本定理。(3)對於無限維旋轉群  $SO$  之穩定同倫形式做了一個新的分解，利用 Adams 分譜序列對這些所分解的個體計算出它們的 Brown-Peterson 下同調。(4)在低維度的特殊拉格朗治子流形的研究上，若

它是正規相交的奇異點，則可存在平滑的特殊拉格朗治子流形族光滑化此奇異子流形。

3. 分析：(1)算子代數：探討一般  $C^*$ -代數的非映成保距或保互斥映射的結構，並研究緊緻、位移及 Fredholm 算子。(2)富氏分析：證明 1960 Calderon 關於 Hilbert 變換的猜想。(3)算子與矩陣論：推廣 Poncelet, Brianchon-Ceva 及 Lucas-Siebeck 之結果從古典幾何架構至矩陣數值域的架構；研究嚴格收斂緊緻算子族之刻劃 解決 無窮維之 Daubechies-Lagarias 猜想。(4)算子半群與遍歷性理論：引入分數積分  $C$ -半群，研究其生成、微擾及漸近行為，建立 A-ergodic net 理論。(5)凸性分析與最佳化理論：首度解決既非凸且非可微函數之最佳化問題；證明廣泛的相容性定理，統一固定點，變分不等式及平衡點的定理。(6)對局論：研究 NTU 對局解之不當性及存在性，發展覆蓋性定理；利用組合之計數引理，發展多重平衡對局。(7)自動機系統：證明自動機系統型之 Jacobian 猜想。

4. 微分方程與動態系統：微分方程方面：(1)探討反應擴散方程行波解的存在性及離散化問題，研究曲線之曲率演化的終極行為。(2)在波茲曼方程行波解及等恆律方面，分別在可壓縮流的重整羣，半線性波動方程及逆散射可積系統方面都頗有進展。(3)在譜分析的反問題及多維反散射問題上有極佳成果。(4)探討解能是集中的現象，Chern-Simons 模型中的唯一性，解的對稱及單調性等問題，更進一步探討 Palais-Smale 求解方法，另在超導 Ginzburg-Landau 模型的 d-wave 上有不錯進展。動態系統方面：(1)解答了高維型形成問題，引進了序矩陣，空間便可有系統及有效的計算。(2)多種類型的神經網路收斂性問題得到一般性定理。(3)證明單峰 map conjugate

並考慮其與 Lorenz map 之間的關係。

(4)雷射二極體所產生混沌的機制，同步化和解頻的研究已有成果。

(5)Mathematical Ecological models with ratio-dependence 這類模型之數學可解釋其在生態學上之意義及應用在生態之控制。(6)Chaotic Vibrating string：利用小參數微擾方法證明混沌之存在。

5. 機率：(1)探討擴散過程長期間收斂到平穩態的速度；(2)研究 2 維對稱單純互斥過程得到粒子佔據時間的大離差性質；(3)考慮在圓上的一單純隨機走步過程，計算其 log-Sobolev 常數；(4)LEVY 泛函之分析與應用，導出 Segal-Bargmann 變換之積分表示；導出廣義 CLARK 公式；導出 LEVY 泛函的 ITO 公式。(5)利用風險靈敏控制理論來研究最佳投資組合問題；AZEMA 鞅於隨機財務數學的應用。

6. 數值分析與計算科學：(1)在數值線性代數方面有漢彌頓矩陣與薛丁格算子的特徵值的高效能計算法。(2)在快速計算法方面有雙直交小波之理論及其在積分方程的應用，以及在圓柱座標系下的快速波松方程解法。(3)在流體計算方面則發展出磁流、雙相流、多孔介質流的一些計算法。(4)在數值偏微分方程理論方面則繼續有最小平方方法與橢圓方程的有限元方法理論方面的進展。(5)在網格生成與計算平台配合方面則有最佳網格生成、計算台設計、以及調適平行計算法等工作。(6)推動了網格動態系統的計算，以及是半導體材料相關的計算。

7. 離散數學：(1)得到完全多分圖可分解成 4-cycle 的充分必要條件；找到一些新的正則圖，並應用在 DNA 問題的研究中；設計出樹形圖在路徑傳送模型下的最佳訊息傳送方法；完成 k-tuple 控制集在強弦圖的有效演算法。(2)解決了哈林圖和外平面圖的列表著色問題，決定了佈於有限場  $GF(q)$  上形之本

原多向式的存在性。証明了  
Rabinowitz—Proulx關於一類整數序  
列的最大密度的猜想。(3) 在網路的

寬頻控制集運通性問題做出一系列的  
貢獻。

圖一、90年數學學門次領域研究計畫經費分佈情形

