

MEGJEGYZÉSEK A TANÁRKÉPZŐ FŐISKOLÁK GEOMETRIA GYAKORLATÁHOZ

DR. PELLE BÉLA—JAKAB ALBERT

Az utóbbi időben sok olyan írott anyag látott napvilágot különböző folyóiratokban, amely a gyakorlatok szerepével foglalkozott. Ezek általánosan és konkrétan egyaránt érintették a gyakorlatok didaktikáját, nevelő hatását. Utaltak arra, hogy szaktárgyanként kell kimunkálni, kikísérletezni a gyakorlati órák leghasznosabb, leghatékonyabb és legkorszerűbb formáit, típusait tartalmi és módszerbeli szempontból egyaránt [1], illetőleg, állandóan tökéletesíteni azokat, hiszen változik a hallgatói anyag, más és más a tudásszintjük, emberi jellemzőik, továbbá alakulnak a külső tényezők is.

Mi a tanárképző főiskolák matematika gyakorlatával, ezen belül a geometria gyakorlatokkal foglalkozunk. Felhasználjuk a már kidolgozott általános elveket, azokat e speciális területre alkalmazzuk, és kiegészítjük tapasztalatainkkal, elgondolásainkkal.

Tárgyalásunk az alábbi fő fejezeteket tartalmazza:

- I. A gyakorlatokról általában.
- II. A gyakorlatok (célja, funkciói) alapkövetelményei.
- III. A geometria gyakorlatok megszervezése.
- IV. Módszertani megjegyzések a geometria gyakorlatokhoz.

I. A gyakorlatokról általában

A gyakorlat *általános értelemben* a tudásanyag elmélyítésére szolgáló oktatási forma. Szűkebb értelemben a gyakorlat legfőbb funkciója a megszerzett ismeretek önálló alkalmazásában, gyakorlati felhasználásában jelölhető meg [13]. E két extremum között tárgytól függően azonban igen változatos, gazdag tartalmat takar, e forma. Szinte ahány tárgy, annyiféle a gyakorlat. Ezek lényeges, közös vonásait az általános fogalom sűríti magába, míg a szűkebb értelmezés elkülöníti a gyakorlatot — szintén a jellemző jegyek által — azoktól a formáktól, amelyek az általános fogalomba még beletartoznak. Mivel e két skála között már a speciális témakörök gyakorlatainak önálló és különböző értelmezéseit kellene ad-

ni, leghelyesebb az általános és szűkebb meghatározást együtt használni, és a konkrét területek feldolgozásánál még kiemelni azokat a jegyeket, amelyek a közösek mellett jellemzőek.

A továbbiakban azokat a lényeges jegyeket vizsgáljuk, amelyek jellemzik a matematika gyakorlatokat.

a) *A matematikai gyakorlat alkalmazó tevékenység.* Ezeken a gyakorlatokon egyrészt a már megtanult, befogadott ismeretek felhasználása folyik. E foglalkozások tehát szilárd és lényegbevágó alapismereteket tételeznek fel. Másrészt az alkalmazások és gyakorlások során új ismereteket szerzünk, ismert tételeinket egészítjük ki, vagyis ez a gyakorlat *az ismeretek tökéletesítését is szolgáló tevékenység.* Az alkalmazások során tehát újabb általánosítások keletkeznek, új elméleti igények támadnak, amelyeket ismét alkalmazni kell a gyakorlati munkánkban. Ez a szilárd ismeretek mellett fejlett gondolkodási készséget, önállóságot, szellemi rugalmasságot kíván meg.

b) *Céltudatos tevékenység.* A matematika gyakorlatokon tudatos, előre megfontolt céllal végzett alkotó tevékenységről, munkáról van szó. Az ösztönszerűség és spontaneitás helyett a tervszerűség, rendszeresség és tudatosság az uralkodó, vagyis ezen oktatási formában a tervszerűen kimunkált elvek irányító szerepet töltenek be. Ennek meg kell mutatkoznia az elmélet és gyakorlat összhangjában, egymás kiegészítésében, a helyes célok kitűzésében, a fő módszerek és eljárások megjelölésében stb.

c) *A matematika gyakorlatokon komplex tevékenység* is érvényesül. Nemcsak alkalmazunk és ezek során új ismereteket szerzünk, hanem az elméleti anyag önálló munkával feldolgozott egyes részeit itt beszéljük meg. Előadásokkal készítjük elő vagy egészítjük ki a gyakorlati, illetve elméleti anyagot. Szemléltető eszközök készítésére és használatára tanítjuk meg a tanárjelölteket. Önálló beszámolókat készítenek az anyag más területeken történő alkalmazásairól, folyóiratokról, és azokat ismertetik.

d) *Irányított tevékenység.* Az irányítottság a gyakorlatot vezető tanár és hallgatóság harmónikus összmunkájában érvényesül. A hallgatók a kijelölt tevékenységet az oktatók vezetése, irányítása, segítése mellett végzik. Az oktatók aktivitása olykor elsődleges, olykor másodlagos a hallgatók aktivitása mellett. A vezető irányításának előtérbe helyezése különösen az elemző készség, az általánosítási készség kialakításánál döntő jelentőségű. Nem lehet azonban ez állandó jellegű, vagyis a hallgatók önálló munkáját nem veszélyeztetheti.

e) *Szervezett tevékenység;* vagyis a matematika gyakorlatok szervezett formában folynak, meghatározott helyen és időben, körvonalazott létszámmal, kialakított programmal.

II. A gyakorlat (célja, funkciói) alapkövetelményei

- i. A matematika gyakorlatok egyik alapkövetelménye tudatosítani és *készséggé fejleszteni* a logikai következtetéseket, módszeres lépéseket, műveleti eljárásokat. A nem gyakorolt cselekvések átalakítása *készséggé* csak módszeres, irányított és céltudatos munka eredménye

lehet. A tervszerűtlenség általában nem vezet célhoz, vagy igen megnyújtja a készséggé válás útját. Ez lényeges probléma, megköveteli, hogy részletesebben foglalkozzunk vele.

A gyakorlatokon folyó komplex tevékenységre az első időben a következők jellemzők:

- Tanácstalanság, problémázás a helyes megoldásmód kiválasztásánál.
- Gyakran nem a legjobb út kerül kivitelezésre.
- Az egyes részfolyamatok elvégzésénél sok a felesleges mozzanat.
- Minden lépést értelmi megfontolás, döntés előz meg.
- Minden mozzanatot kritika követ; mi történt helyesen, mi helytelenül?
- Mindezek miatt a megoldás igen sok időt vesz igénybe, a bizonytalanság és tévedés gyakori jelenség.
- A fokozott figyelem és gyakorlatlanság miatt igen sok energia használódik el, a munka fárasztó.

A gyakorlatianyag összeállítását, felépítését ezek figyelembevételével kell elvégezni. Lényeges szempontok, amelyeket be kell tartani:

- a fokozatosság érvényesítése, az egész anyagot, az egyes részleteket, sőt a konkrét feladatokat illetően is;
- kerülni az anyag ömlesztését, elvégezni az órán sorra kerülő reprezentált feladatok alapos elemzését, precíz végrehajtását, szabatos bizonyítását, körültekintő diszkusszióját;
- az intézeti munkát otthoni tevékenységgel kiegészíteni, hogy az órán hallottak egyre jellemzőbb tulajdonsággá váljanak;
- az elméleti tételeknek, otthoni munkának következetes számonkérése, amely meggyorsítja a jelentkező kivitelezésekben a változást és döntést, meggyorsítja a reflexesemények kiváltódását.

Az így szerzett céltudatos tevékenység után egyre inkább megváltozik a kép. A cselekvés begyakorlottabbá válik. Ezek jellemzői:

- a legjobb kivitelezések gyorsabban jelentkeznek;
- az egyes lépések között helyes sorrendi kapcsolat alakul ki, az egyik megindítja a másikat;
- a felesleges mozzanatok egyre inkább háttérbe szorulnak;
- az idő lerövidül, az energia elhasználódás csökken;
- a feladatban rejlő újabb összefüggések is észrevehetőek, újabb és újabb ötletek merülnek fel.

A készségek ezen jellemzői a matematika minden területére érvényesek, formája azonban más és más módon jut kifejezésre a különböző ágakban. Míg pl. differenciálásnál a készség a műveletek gyors és pontos elvégzésének szinte mechanikussá válását jelenti, addig a geometriában az adatok és feladat közötti összefüggés gyors meglátását, ezekből a kivitelezés (vagy kivitelezések) láncszemeinek logikus összerakását, a szerkesztés precíz elvégzését, a kivitelezés helyességének világos bizonyítását, a feladat teljes diszkusszióját jelenti (amely kiterjed az adatok kölcsönös viszonyából adódó megoldási lehetőségekre, a feladat általános és speciális voltánának feltételeire, a megoldások

számára). E tevékenység a geometriában olyan értelemben sosem válik mechanikussá, mint a differenciálás. Itt mint az algebrában, algoritmusokat nem használhatunk, minden feladat új helyzetet jelent [9]. Ez feltételezi az alapos és folyamatos felkészülést hallgatónál és oktatónál egyaránt, megköveteli a rendszerezést (amely kiterjed a megoldási módszerekre, a feladatok osztályokba sorolására a megoldási eljárások alapján), és meghosszabbítja a készség kialakításának útját.

A be nem gyakorolt és begyakorolt cselekvés jellemzőinek ismeretében eredményesebben és reálisabban tervezhetünk, céltudatosabbá válik munkánk. A cél eléréséhez azonban az is szükséges, hogy a készség kialakítását meghatározó tényezőket ismerjük. A gyakorlati képzés helyes és tudományos megvalósítása csak ezek birtokában lehetséges. A következőkben ezt tesszük vizsgálat tárgyává [8].

a) *Az ismétlések száma és jellege:* Az ismétlés a gyakorlat alapfeltétele. A készség kialakulásához szükséges ismétlések száma és jellege a matematika területeitől függően változatosak. Ez természetes, hiszen a kialakított készségek (típusai) tartalmi jegyei is különbözők. A geometriában ez nem az azonos feladatok megoldásának ismétlését jelenti, hanem

- az elméleti tételek és definíciók ismétlését, amelyek felhasználásával a különböző feladattípusok megoldhatók;
- az adatok és feladatok közötti változatos összefüggés felismerésének, felhasználásának gyakorlását és ezek után a megoldási eljárások valamelyik csoportjába elhelyezni a feladatot;
- a későbbi feladatokban az előző összefüggések egyikének, másikának új kapcsolatban történő megismétlését;
- az egyes módszerek alaplépéseinek pontos begyakorlását (pl. pont, egyenes, kör képeinek megszerkesztése a különböző transzformációkban), amelyek az illető típuson belül csaknem minden feladatnál előfordulnak;
- a sok összefüggésből a bizonyításhoz szükséges lényeges tételek felhasználásának következetességét, vagyis a bizonyítások gyakorlását;
- a feladatok általános és speciális voltának mindenkori teljes elemzését, diszkusszióját;
- a szerkesztési eszközök használatának ismétlését.

Azaz: mind az elméleti anyagnak, mind a logikus következtetés elemeinek és az eszközök használatának ismétlése adja a gerincet.

b) *Az ismétlések közötti idő:* Ebbinghaus kimutatta [8], hogy a felejtés az idővel nem számtani, hanem logaritmikus arányban áll. Távlatosabb időpontokban történő ismétlések esetén veszteséggel kell kezdenünk a munkát (alacsonyabb szintről kell kezdeni a munkát). Igen lényeges tehát a félévi gyakorlati anyag rendkívül gondos összeállítása, amely biztosítja az elmélet lényeges tételeinek, bizonyításainak állandó felszínen tartását, a módszeres eljárások be-

gyakorlása mellett meghatározott időben az újbóli felelevenítést alkalmazás formájában. Helyes, ha:

- az elmélethez kapcsolódó első feladatok gyakorlása között nincs hosszú idő;
- később is beépítjük az előzőek elemeit;
- összefoglalókkal és számonkéréssel (írott formában) zárjuk az egyes fejezeteket.

- c) *Tudatos cél:* E tényezőknek szerepét már az előző pontokban is hangsúlyoztuk. Itt ismételten aláhúzzuk ennek a jelentőségét, hiszen a tevékenységnek minden újabb feladatnál magasabb fokra kell jutni, tökéletesedni kell. Ez csak úgy lehetséges, ha az egész gyakorlatot áthatja a cél biztos, világos tudata, és ezt erős, határozott akarat támogatja. Nemcsak a kollektíva elé kitűzött olyan célról beszélünk itt, amelyet a gyakorlati anyag határoz meg, hanem a hallgató személyiségéből adódó célkitűzésekről is.
- d) *Motiváció:* Igen lényeges, hogy a készség kialakítása a hallgató igényévé, szükségletévé váljék. Ennek feltétele az, hogy a hallgató ismerje a feladat jelentőségét, a magas szintű munka elsajátításából származó örömet, hasznot önmaga és a közösség számára. Találja meg a feladat érdekességét, szeresse meg azt, legyen kedve a végrehajtáshoz. A feladat-megoldást kísérő érzelmi hullámváltozás sokszor hasznos feszültséget szolgáltat, amely előmozdítja a sikeres megoldást. Ezek felszínre jutását elősegíti:
- a kellő segítségnyújtás, bátorítás, dicséret, büntetés;
 - egyéni megbízatások;
 - az általános és középiskolai matematika anyaggal való kapcsolatok észrevételtetése, kidolgoztatása;
 - a matematika más ágaival meglévő kapcsolatok kidomborítása;
 - más tudományágakban (fizika, kémia, műszaki ismeretek) történő alkalmazásokra utalás;
 - a most szerzett ismeretanyag hasznosításának tisztán látása oktató-nevelő munkájában.
- e) *Egyéni adottságok* kedvezően vagy hátrányosan befolyásolják a készség kialakulását. Szorgalommal azonban a hiányzó adottságok nagy mértékben pótolhatók. Ha az oktató ismeri ezeket az egyéni tulajdonságokat, meg tudja találni a módját annak, hogy az egyén munkalendülete, anyagismerete fokozódjon, ne vesszen el a kisebbségi érzés, tehetetlenség gondolatainak súlya alatt.
- f) *Tudásszint:* a gyakorlatnak alapfeltétele a feladat elvégzéséhez szükséges elméleti és gyakorlati ismereteknek biztos tudása. Ezért lényeges ennek felmérése, és ezen az alapon tudatos célok meghatározása. Csak így tudjuk azokat az esetleges hiányokat pótolni, amelyek a továbbhaladás gátlói.
- g) *Az anyag:* Világos, jól tagozott, tevékenység elsajátítása kevesebb időt kíván. Nehezebb és terjedelmesebb feladatok több gyakorlást igényelnek. Ezért hangsúlyozzuk, hogy minden egységen belül a fokozatos, rendszeres felépítést ne hanyagoljuk el. Pl. az inver-

zióval történő szerkesztéseket, a pont, egyenes, kör képeinek gyakorlásával kezdjük, ezután térünk rá az összetett feladatokra (jellemző példákat az Apollónius-féle feladatokból válogathatunk). A feladatok sorrendjében is alkalmaznunk kell a fokozatosságot, mint módszertani elvet. Készítsük elő feladatok láncolatával az összetett feladatokat.

- h) *Külső tényezők:* A gyakorlás hosszúságában, eredményességében a zavaró zajok, zörejek, szellőztetés, megvilágítás, a gyakorló egészségi állapota stb. mind közrejátszhat.
- i) *Az oktató tevékenysége:* Az oktató nagy segítséget nyújthat a feladat megértése, a motiváció kialakítása, a fontos mozzanatok kiemelése, a hibák megmutatása, az eredmény értékelése stb. terén. Nagyon lényeges minden feladatot ilyen értelemben átgondolni.
- j) *A transfer jelenség:* A gyakorlati anyagok egyes részeinek kölcsönhatása lehet olyan, hogy az egyik készség kialakítása elősegíti egy másik tevékenység kidolgozását, vagy az egyik funkció begyakorlása a másikat akadályozza. Tehát a tudatosan felépített anyag nemcsak segítheti a további feladatok elvégzését, hanem akadályozhatja is. Sokszor előfordul egy-egy matematika példánál, hogy nem tudunk szabadulni egy gondolattól, erővel egy előbb alkalmazott eljárásmodot akarunk alkalmazni stb., és nem tudjuk a feladatot az adott szituációban kidolgozni. E gondolattól történő kikapcsolódás után azonban pillanatok alatt megtaláljuk a megoldást. Ezek arra figyelmeztetnek, hogy egy-két tapasztalatból még nem általánosíthatunk az egyén tudásszintjét, munkáját illetően. A reális képet az oktató és hallgató közötti szoros és állandó munkakapcsolat alakítja ki.

Látható, hogy az önállóságra nevelésnek ezen területe igen sok lényeges mozzanatot tartogat az oktatónak és hallgatónak egyaránt. Csak ezek tudatos ismeretének birtokában végezhetünk tervszerű és eredményes munkát.

2. A készség kialakításának tárgyalása során már utaltunk az alkalmazások szerepére. Ennek jelentősége nagyobb, mint ahogyan azt az előző pontban kifejtettük. A matematika gyakorlatoknak lényeges alapkövetelménye, hogy egyes tárgykörökben (pl. fizika, kémia, műszaki ismeretek, továbbá a matematika különböző ágaiban) elmélyítse az elméleti tudást, kitérjen az általános és középiskolai matematika kapcsolatokra. Precízebbé kell tenni a különböző szaktárgyakban alkalmazott matematikai fogalmakat, tételeket. A matematika eredményeit alkalmazni kell az illető szakterület feladatainak megoldására. A matematika más ágainak eredményeit felhasználni a speciális gyakorlati témaköröknél (ez ismétlést is jelent). Ezek mind olyan követelmények, amelyekre a gyakorlatnak választ kell adni. Feladata tehát az oktatónak, hogy:
 - ismerje saját tárgyából azokat a területeket, amelyeket felhasználtak az egyes szaktárgyak, mielőtt azt a matematikai előadások tárgyalták volna. Azokat tudatosan emelje ki a gyakorlatok során;

- fizikai, kémiai, műszaki feladatokat, problémákat gyűjtsön össze gyakorlatokra, amellyel a matematika alkalmazhatósága révén az elméleti anyag elmélyítéséhez járul hozzá;
- tudatosítsa azokat a részeket, amelyek általános- és középiskolai vonatkozásúak, illetve lássák annak az anyagnak a beépülését a főiskolai anyag egységes rendszerébe.

3. Fontos követelmény, hogy a gyakorlat járuljon hozzá az *ismeretek* tökéletesítéséhez. Minden matematika gyakorlaton felvetődő probléma arra készíti a hallgatókat, hogy elméleti ismereteiket adott helyzetre alkalmazzák. Önkéntelenül felülvizsgálják tehát ismereteik szintjét, látják annak gyenge pontját, ráésmélnék az egyes fejezetek tanulásának szükségességére, az önálló munka fontosságára, a továbbképzésre. Az egyes feladatok elemzése során speciális összefüggéseket is találnak, amely az általánosan belül újabb tétellel bővíti az elméleti ismereteket.

Ugyanakkor az általánosítások során átfogóbb összefüggések észre-
 revése gazdagítja, tökéletesíti a tudásanyagot. Vagyis gyakorlatokon
 nemcsak elmélyítjük az előadásokon szerzett ismeretanyagot, hanem
 azokat újabb tételekkel ki is egészíthetjük, még alkalmasabbá tesszük
 a valóság összefüggéseinek leírására.

Összefoglalva: az ismeretek tökéletesítése tehát egyrészt azt jelenti,
 hogy a szerzett tudásszintet a követelményeknek megfelelően emeljük
 az anyag tanulásával, ide tartozó irodalomnak tanulmányozásával,
 másrészt bővítjük az előadások anyagát a gyakorlatokon kapott újabb
 eredményekkel, továbbá átformáljuk a konkrét helyzetekre.

4. A gyakorlat funkciói közé tartozik a *folymatos tanulá*snak biztosítása is. A matematika gyakorlatok megkövetelik, hogy az elméleti anyagban felkészültek legyenek a hallgatók. E területen nem támaszkodhatunk csupán a hallgató munkaszeretetére, lelkiismeretére. Úgy kell eljár-
 nunk, hogy az eredményes gyakorlati munkát az elméleti tudás hiánya ne gátolja. Tehát következetesen számon kérjük a fogalmakat és téte-
 leket, lényeges bizonyításokat, egy-egy kisebb egység lezárása után az egész fejezet átisméltését, hogy az alaposabb rögzítés biztosított legyen (erről írásban meg is győződünk). Ezt a matematika természete megköveteli. Ha csak kollokviumra tanulunk, nem sajátítjuk el a matematikát.
5. A matematika gyakorlatok legátfogóbb alapkövetelménye az *önálló munkára nevelés*. A készség kialakítása gyakorlati órán tanári irányítás mellett végzett önálló munkával, az otthoni gyakorlás során pedig teljesen önálló foglalkozással történik. A matematika tudományának alkalmazásait a különböző szakterületekre részben a tanár segítségével, részben önállóan végzik a hallgatók. Az ismeretek tökéletesítésében szintén jelentős szerepe van az önálló munkának. A megfelelő tudásszint kialakítása a gyakorlati órák kollektív munkája és az otthoni csoportos foglalkozások mellett nagyfokú önállóság eredménye. Tanári irányítás mellett végzett önálló munkával alakítjuk ki azt a képességet, elméleti szintet, amellyel a későbbiek során szaktudomá-

nyukban önállóan elmélyedhetnek, és azt önállóan alkalmazhatják. Megjegyezzük, hogy ha kialakult az egyénben az önálló munkavégzés képessége a matematikát illetően, az nemcsak e területen fog jelentkezni, hanem általános emberi tulajdonsággá is válhat.

6. A gyakorlatoknak fontos feladata a *személyiség formálása, alakítása* [13]. Felsőoktatási intézményeinkből úgy kell újtjukra bocsátani hallgatóinkat, mint rendszerünk neveltjeit, világnézetünk és erkölcsünk szilárd képviselőit [10]. Ezt a munkát nem az ifjúsági szervezet és a marxizmus—leninizmus tanszék helyett végezzük, hanem mindenki a maga területén. A kommunista tulajdonságok kialakítása csak egységes nevelőmunka eredménye lehet, és ez mindannyiunk közös feladata. Magától értetődik, hogy mennél szűkebb körben folyik az oktatás, annál könnyebben és sűrűbben adódik olyan alkalom, amelyek során ezeket megvalósíthatjuk. Ezért is van nagy jelentősége a nevelőmunka szempontjából a gyakorlatoknak.

Jól tudjuk, hogy megfelelő szakképzettségű, a marxizmus—leninizmus világnézetét valló, a társadalmi haladásért küzdő nevelőnek nincs szüksége nevelési kérdésekben semmilyen kidolgozott módszerekre. Minden egyes esetben könnyen és természetes módon találja meg a kitűzött cél felé vezető legjobb utat. Az egységes nevelői ráhatás szempontjából azonban helyes, ha összefoglaljuk azokat a fő elveket, illetve utalunk azokra a lényeges nevelési alkalmakra, amelyeket nem mulaszthatunk el, amelyeket mi matematikát oktató tanárok egységesen végezhetünk. Ezzel kapcsolatban saját gyakorlatunk alapján a következő *vázlatos* megjegyzéseket tesszük:

- a) A matematikának vannak olyan nevelő hatásai, amelyekkel fölényben van egyik-másik szaktárggyal szemben. Ezek a matematikával foglalkozóknál olyan tulajdonságokat alakítanak ki, amelyeket a társadalom átalakításáért folytatott küzdelemben előnyösen felhasználhatunk. A matematikával való foglalkozás nagyon következetesen és hatékonyan fejleszt egy sor olyan tulajdonságot, amelyek a továbbiak során nagyon fontos kommunista vonássá fejlődhetnek. A szaktanár fontos feladata érvényesíteni ezt a folyamatot, és növelni eredményességét.

Milyen jellembeli tulajdonságok fejleszthetők a matematika oktatása által?

1. *Becsületesség és igazmondás* [6]. A matematika természete hozzászoktatja a matematikust, hogy eredményt csupán a helyes, objektív érvek hozhatnak. A matematikával foglalkozó egyének — így a hallgatók is — tudják, hogy semmiféle ékesszólás nem segít abban, hogy a mellébeszélést tudásként ismerjék el. Az „elméleti becsületesség” rányomja bélyegét a matematikus minden megnyilvánulására — az elvont megfontolásoktól a gyakorlati tevékenységig. E tulajdonság kialakulása során örömkeltő megfigyelni, hogyan küzdi le magában egy ember fokozatosan azt a visszataszító kispolgári szokást, „hogy a gondolkozás törvényeit saját személyes, apró haszonleső érdekeinek kell aláren-

delni, hogyan töri le magában a hajlamot, hogy azt és csak azt kell megvédeni, ami neki kényelmes, hogyan tanulja meg az érvek logikai helyességét a legmagasabb rangú kulturális és lelki értéként becsülni, és mind gyakrabban szánja rá magát arra, hogy ezért az értékért feláldozza személyes érdekeit”.

Ha az oktató lépten-nyomon rámutat ezen értékek alakulására, nagyban hozzájárul, hogy ez élő és uralkodó tulajdonsággá váljon.

2. *Kitartás és bátorság.* Általában a matematikai feladatok élesen meghatározott célt tartalmaznak és világosan megszabják az eredményt, amelyet el kell érni. Az egyén képes, sőt köteles tudni ellenőrizni magát, hogy az értelmezése nem tartalmaz-e logikai hibát, továbbá ismer módszereket a megoldás ellenőrzésére. Könnyen érthető, hogy az ilyen éles ismérvek mennyire serkentik a kitartást a kitűzött cél elérésére. A diadal itt éppen olyan közvetlenül érezhető, mint a sportversenyen. Mindenki, aki egyszer megköstolja az alkotó siker nemes örömét — mert a matematika feladatok elvégzése alkotó munka —, soha nem fogja sajnálni a fáradságot, hogy újból kipróbálja. Elméleti megalapozottsággal bátran mer hozzányúlni újabb és újabb feladatokhoz, mert reálisan tudja elemezni a „helyzetet” az adatok alapján, a célt a feladat megfogalmazása által és az utat elméleti tételek és kialakult módszerek birtokában.

A szaktanár e tulajdonság kifejlesztése érdekében sokat tehet a gyakorlatok módszeres felépítésével, a különböző nehézségi fokú feladatok egymásra épülésével, az elméleti tudásszint megkövetelésével, magatartásával stb.

3. *Fegyelmezettség:* Az előző tulajdonság kialakítása feltételezi a fegyelmezett munkát, ugyanakkor a kitartás tökéletesíti is ezt az emberi tulajdonságot. Hogyan alakítja ezt a matematika? A matematika nem tűri a rendszertelenséget, kapkodást. Minden feladat megoldásának megvannak a logikus lépései, amely által célhoz jutunk. Ez az út olykor-olykor többféle lehet, a feltörő ötletek szépsége és vonzóereje gyakran megállítja az egyik irányban „kiépített” logikumot. Nagyfokú fegyelemre van szükség, hogy végig vigyük egyik elgondolásunkat, és tartalékoljuk az újabbat, hogy az első befejezése után azt is kidolgozzuk. A rendszertelenségnek jóval súlyosabb formája, amikor elméleti megalapozottság hiányában, a tényleges tudás nélkül rakjuk össze „felelőtlenül”, kapkodva és összefüggéstelenül ismereteinket a feladat elvégzéséhez. Ez esetleg a „kezdő matematikust” jellemezheti, de rövid időn belül megszünteti a tárgy sajátos vonása az egyén ilyen irányú hozzáállását. Szükségképpen kialakul a gondolkodás fegyelmezettsége, amely nemcsak a matematika iránt nyilvánul meg, hanem a társadalmi érintkezésben is.

E tulajdonság kialakulásához, ugyanúgy, mint a többihez, kevés a hallgató és a matematika. Szükséges egy irányító, egy pedagógus, egy szaktanár, aki tudatosan ráébreszti az egyént a rendszerezett, fegyelmezett munka szükségességére a matematikán belül is, aki minden

hallgatótól megköveteli a fegyelmezett gondolkodást, és ezáltal jellemző tulajdonsággá alakítja ki az egyénben.

4. *A helyzetek reális elemzése.* Minden matematika feladatnál világosan kell látni az adatokat és feladatot, fel kell ismerni a köztük levő összefüggéseket, „törvényeket”. Csak ezek ismeretében végezhető el a feladat. E láncolatban az ok és okozati összefüggéseket ismerhetjük fel. Erre utalnak fő kérdő szavaink: miért, miből következik? Csak alapos analízis után válik teljesen ismertté a feladat. Csak így található meg az apró építőkövek a köztük levő „összetartó erővel”. Így válaszolható meg, hogy fejünkben és kezünkben vannak-e azok a tételek és eszközök, amelyek segítségével az adatokból megvalósítható a cél. Látható, milyen közel áll a matematikában használatos ezen módszer az általános társadalmi igényhez. A tapasztalat mégis az, hogy szocialista társadalmunkban nem válik minden matematikus ilyen reálisan elemző társadalmi emberré. Talán előbbre léphetünk, ha mi, oktatók következetesen példát mutatunk arra, hogyan kell a matematika által kialakított ezen tulajdonságot érvényesíteni a társadalmi életben is.
5. *Tervszerűségre történő törekvés, következetesség.* Már az elmélet felépítése a tervszerűséget és következetességet hirdeti a hallgatók felé. A jól felépített és megszervezett gyakorlatok is ezt sugározzák. De a tárgy egész belső természete ezt követeli meg: következetes tanulást, mert különben a gyakorlat eredménytelen lesz; következetes számonkérést és ellenőrzést, mert a megfelelő tudásszint és eredmény csak így biztosítható; a feladatok tervszerű, következetes elemzését; a megoldás tervének elkészítését és következetes végrehajtását stb. Nem véletlenül keresi a matematikus minden társadalmi megbízatásánál is a kiinduló alapot (tételt), ennek alapján készíti el a tervét a lehetőségek figyelembevételével, amelyet vaskövetkezetességgel végrehajt.
6. *A munka precíz elvégzésének követelménye.* Egy matematika feladatot, ha félig készítünk is el, precízen kell elkészíteni. Ez a törvényünk. Csak bizonyított tételeket használhatunk fel, precíz fogalmakat és definíciókat. Nem hagyhatunk ki lépéseket és nem kerülhetjük meg a problémákat. Minden feladatot úgy kell kidolgoznunk, hogy a rendelkezésünkre álló adatok alapján, elméleti felkészültségünk segítségével, megfelelő eljárási módok és eszközök birtokában a lehető leg-sikerültebb legyen. Az összes tudományágak közül a matematika az egyik, amely legjobban megköveteli ezt.
Ha ezt a szaktanár is vallja, ki tudja alakítani hallgatóiban. Sőt segít azon társadalmi alkalmak és módok felkutatásában is, ahol a matematika által kialakított ezen tulajdonságot tovább edzhetik és szilárdíthatják fiataljaink.
7. *A munkafolyamat ellenőrzésének igénye és az eredmények reális értékelése iránti hajlam.*
A precíz munka megköveteli a szigorú önellenőrzést, és igényli a kollektíva vagy vezető ellenőrzését. Már a matematika feladatok részproblémáinak megoldásánál ellenőrizzük a lépéseket, az egész befejezés útját és így fogadjuk el önmagunk felé az eredményt. Az általunk

megoldott feladatban jelentkezett hibát nem a környezetünkben keressük elsősorban, hanem a munkánkban. A következetes ellenőrzés egyik biztosítéka a helyes eredménynek. Arról a legtöbb esetben tudunk dönteni, hogy elfogadható célhoz jutottunk vagy nem, hiszen jól tagolt adatokból indultunk el, bizonyított összefüggéseket használtunk fel, amíg a feladatot elvégeztük. Sőt az elért eredmények egy részénél már az újabb problémák megoldására történő alkalmazásról is tudunk dönteni.

Ha a szaktanár úgy irányítja a matematikus hallgatók munkáját, hogy ez a követelmény realizálódjon, akkor hozzájárult a társadalmi igény egy részének kielégítéséhez is.

Ugyanis az így kialakult tulajdonság nemcsak a matematika területén fog hatni, hanem a mindennapi tevékenységben is.

8. *A kollektív érzés fejlesztése.* A matematikában, mint minden más tudományban, az évezredek tudományos eredményeinek egy részével ismeretjük meg a hallgatókat. Az előző korok értékeit oktatjuk, e közös eszmeanyagra építjük munkáinkat. Már ez is az előző közösségek erőfeszítéseit és munkálkodásait ismerteti el mindenkivel. Emellett azonban a napi élet forgatagában matematikával foglalkozó egyének is igen egymásra vannak utalva. Gondoljunk csak az egymásnak adott ötletek szükségességére, az ellenőrzésre, illetve hibakeresésre, vagy arra, hogy itt sokkal gyakrabban fordul elő egy-egy lépésnek meg nem értése — mint pl. a humán tudományokban —, amelyeknél a kollektíva vagy annak egyik-másik tagja segítségére van szükség. Az alkotó munkában nagy szerepe van a társas érintkezésnek. A társak részéről megnyilvánuló érdeklődés jelentős hajtóerő. A kollektívában felmerült feladatok megoldásának erősebb a motivációja, a siker érzése. E szálak is segítenek a kollektíva összetartásában, a kollektív érzés megszilárdulásában, a segítőkészség kialakulásában.
9. *Az önállóságra és az új szüntelen keresésére való törekvés.* Annak elenére, hogy a matematika sajátos természete hozzájárul a kollektív érzés fejlesztéséhez, évezredek eredményei pedig a megcsontosodás látszatát keltik az oktatott anyag tekintélyes részében, nagyfokú önállóságot kíván meg, és újabb módszerek keresésére, mélyebb összefüggések feltárására ösztönöz. Az önállóság nem magára hagyatottságot jelent, és ezért tökéletesedhet a kollektíván belül. Az önálló elemzésről, az összefüggések önálló munkával történő feltárásáról, az önálló feldolgozásról van itt elsősorban szó. A feldolgozás során viszont a matematikus-termesztet nem elégszik meg a sablonnal. Azt szokták mondani, hogy a matematikusok „lusta emberek”. Ez a természet abból ered, hogy előbb gondolkoznak, „időznek” és „méláznak” és csak akkor „dolgoznak”, ha a feltételezett legcélravezetőbb, legkevesebb „munkával” járó utat megtalálták. A munkában való igényesség legtöbbször bőven megtérül. Ha az „egyszerűsítés” pillanatnyilag munkatöbbletet is jelent, perspektívikusan megéri. Talán ezen tulajdonság kialakításánál van legtöbb tennivalója az oktatónak. Az önállóság, az új szakadatlan keresése csak alapos munka következménye.

Ha a munkafolyamatban egyesek hajlamosak a könnyelműségre és ezt a szaktanár eltűri, nem várható e tulajdonság megszilárdulása.

Összegezve: A matematikát belső tulajdonságai nehezen teszik használhatóvá tárgyi ismeretek megújításán kívüli, de közvetlen pedagógiai célok elérésére. Elvont, nem foglalkozik a bennünket körülvevő világ tárgyival és jelenségeivel, hanem csak a belőle elvonatkoztatott mennyiségi viszonyokkal és térformákkal. Ezért nehezebb a tanítása, mint a többi tárgyé. Mégis, a matematika oktatásában rejlenek olyan fontos nevelési lehetőségek, amelyek sokszor hatásosabbak, mint más tárgyaknál. A matematika sajátos nevelő hatásainak alapja az elvontságában, nehézségében és rendszerességében van. Ennek pedagógiai eredménye azonban csak akkor jelentkezik, ha a tanár

- kielégítően ismeri tárgyát és módszertanát,
- elég jó pedagógiai és tapasztalati érzékkel bír, és végül
- rendelkezik mindazokkal a gondolkodás és jellembeli tulajdonságokkal, amelyeket a tanulóknak ki akar alakítani [6].

III. A geometria gyakorlatok megszervezése

E munka kezdeténél azt kell látni, hogy *kész program alapján dolgozunk adott hallgatói anyaggal*. A program azonban csak elvileg határozza meg a fő követelményeket. Ezeket kell lebontani, figyelembe véve a hallgatók felkészültségét, tudásszintjét, munkamorálját, emberi tulajdonságait, az intézet sajátos helyzetéből adódó viszonyait (felszereltség, környezet). Ezekből máris következik, hogy a gyakorlatok megszervezése során vannak év elején elvégzendő feladatok, és vannak folyamatban levő feladatok. Hiszen az emberanyag állandóan fejlődik a munka során, így egyes nevelési kérdések háttérbe szorulnak, és újabbak válnak nagyobb jelentőségűekké. Ezeknek adott időbeli elhelyezését csak a folyamatos munka közben tudjuk elvégezni. A következőkben saját tapasztalataink alapján foglaljuk össze a fő tennivalókat.

1. *A csoportlétszám és időpont.* A gyakorlatban bevált legideálisabb csoportlétszám 15—20. Így biztosítható, hogy a munkafolyamatban mindenki aktívan részt vegyen, hiszen a gyakorlatvezető még e létszám mellett átfoghatja és ellenőrizheti az egész csoport kollektív és egyéni tevékenységét. Munka közben követheti az egyének önálló gondolatmenetét a feladatok elemzése és kidolgozása során; egyénekhez szóló segítséget adhat, ha szükséges; a csoport előtti ellenőrzés gyakran érintheti az egyént; a kollektíva erősebb és gyengébb oldalai, tulajdonságai mellett ugyanezek az egyéneknél is feltárhatók és alakíthatók az ilyen létszám mellett.

A gyakorlatok óraszámát adott. Időbeni elhelyezésére tapasztalataink alapján a következőt mondhatjuk: legszerencsésebb, ha az elmélet a hét második felében van és a gyakorlat az elsőben. Ezt a matematika természetén belül a geometria sajátossága is indokolja. Ugyanis a geometriai feladatok gyakorlására fordított időt — az otthoni felkészü-

lésre gondolunk — nem lehet kiszámítani, betervezni. Nem állhatnak le sem a példa felénél, sem a szükségszerűen elsajátítandó anyag és gyakorlás közepén, amíg a megfelelő szintet és követelményt el nem sajátították, mert a következő nap vagy egy-két óra múlva újra végig kell járni a már megtett utat. A ráfordítási idő pedig függ a feladat jellegétől, az elsajátítandó készség természetétől, az egyén felkészültségétől, továbbá pillanatnyi lelkiállapotától. A hétközi sűrű program a legtöbb esetben igen hátrányosan befolyásolja a felkészülést. Tapasztalat, hogy éjszakába nyúló órákon át készülnek ilyenkor a gyakorlatokra. Ezekre a gyakorlatvezető gondoljon az órarend elkészítésénél.

2. *A gyakorlatvezető személye.* Legideálisabb, ha az elmélet előadója vezeti a gyakorlatokat. Így valósítható meg legreálisabban a gyakorlatvezetés egyik igen fontos követelménye: az elméleti és gyakorlati órák megfelelő összehangolása, gyakorlatokon az elmélet előkészítése, illetve alkalmazása, az egyes elméleti részek gyakorlatokon történő feldolgozása stb. Jól tudjuk, hogy ez mindenhol nem valósítható meg. A gyakorlatvezető és az elmélet előadója közötti állandó kapcsolat, továbbá a gyakorlatvezető rutinja, hozzáállása meg tudja szüntetni a nehézségeket. Mindezeket az órák elosztásánál figyelembe kell venni.
3. Ezek után valamennyire tisztán kell látni, *milyen emberanyaggal állunk szemben.* Vagyis látni és tudni kell, hogy milyen szinten állnak hallgatóink a geometriában és emberi értékeiket illetően. Ez utóbbiról megközelítően elfogadható képet kaphatunk a középiskolai jellemzések ismerete alapján, velük már kapcsolatban álló oktatókkal történő eszmecsere után, a kollektívával történő beszélgetések folytán, és az egyénnel folytatott beszélgetések eredményeként.

A geometria anyagát illetően pedig azt kell látni, hogy milyen eredménnyel sajátították el hallgatóink a középiskolai geometria anyagot, milyen jártasságra tettek szert, és milyen készséggel rendelkeznek a feladatok megoldását illetően.

A felvételi után két évig nem foglalkoznak ezzel a témával. Ezen idő alatt bizonyos mértékig halványodnak az ismeretek, a kialakult készségek megkopnak, nem kezdhjük tehát olyan szilárd előismeretekkel a gyakorlatokat, amilyen az még a felvételiknél volt. E két év viszont igen sokat nyújtott a hallgatóknak a matematika egyes területeiről. Jelentősen bővült az ismeretanyaguk köre, fejlődött logikus gondolkodásuk, jobban észreveszik, meglátják az összefüggéseket stb. Vagyis másik oldalról magasabb szintre kerültek, „matematikusabbakká” váltak, mint két évvel ezelőtt voltak. Összefoglalva azt mondhatjuk el, hogy a középiskolából hozott előismeretek megkopásával kezdjük magasabb szinten, kellően megalapozva, finomodottabb „észjárással”, gazdagabb módszerek birtokában a geometria tárgyalását. Mindezeket a gyakorlatok vezetésénél figyelembe kell venni.

Igen hasznos észrevételeket és tapasztalatokat szerezhethetünk már az első órákon hallgatóink geometriai tudásának megalapozottságáról, elmélyültségéről, a matematika más ágában szerzett ismeretek hasznosításáról. Ennek egyik módja egy jól összeállított „felmérő” jellegű

gyakorlat tartása (felmérő dolgozat írása). Tudjuk, hogy ez nem ad teljesen hű és reális képet, de sok hasznos tanáccsal segítheti a gyakorlatvezető munkáját. Idézzünk fel néhányat ezek közül:

- a) Látjuk, hogyan tudják rendszerbe foglalni a szerkesztési eljárásokat. Hogyan tudják elhelyezni a feladatokat a szerkesztési módszerek rendszerébe. Ezek után levonhatók a következtetések a későbbi gyakorlati munkára vonatkozóan.
- b) A jobbak egy része már itt kitűnik, itt felfigyelhetünk rájuk, meggyorsulhat tehát fejlődésük a későbbiekben a vezető tudatos munkája során.
- c) A gyengébb alapokkal rendelkezőkre, bizonytalanabb készséggel dolgozókra már itt felfigyelhetünk, és még a kezdet kezdetén megadhatjuk azt a segítséget, amely nem engedi lemaradni őket az átlagtól.
- d) A hallgatók is rájönnek, mennyi pótolni valójuk van a geometriai szerkesztések terén.

Általában az a tapasztalat egy ilyen jellegű felmérés után, hogy igen sok tennivaló van a geometria gyakorlatokon a feladatok rendszerezését és a megoldási módszerek pontos alkalmazását illetően, a szerkesztési és bizonyítási készség fejlesztésére vonatkozóan. Nem teszi elbizakodottá őket egy ilyen felmérés eredménye. Néhány adattal kívánjuk ezt alátámasztani. Egyik 20-as létszámú gyakorlati csoportban a következő feladatokkal összegeztük a hallgatók szintjét:

1. a) Két egyeneshez adott sugarú kört helyezünk el!
b) Szerkesszünk kört, amely érint két egyenest, az egyiket adott pontban!
c) Szerkesszünk két különböző sugarú körhöz érintő köröket, amelyek az egyik adott kört adott pontban érintik!
2. Adott egy egyenes és két pont. Szerkesszünk kört, amely átmegy a két ponton és érinti az egyenest!
3. Egy derékszögű háromszög egyik befogója kétszerese a másiknak. Bizonyítsuk be, hogy az átfogóra bocsátott magasság 1:4 arányban osztja az átfogót!
4. A háromszög alapjához tartozó súlyvonal egy pontját összekötjük az alap végpontjaival. Igazoljuk, hogy az összekötő szakaszok felett levő háromszög területe egyenlő!

A feladatok a 2-től eltekintve igen egyszerűek, átlagos középiskolai feladatok, nem haladja meg az ott tanultakat. Az 1. csoportban arról akartunk tapasztalatokat szerezni, hogy a mértani helyeket milyen eredményesen tudják alkalmazni a gyakorlatban. Ezek közül az a)-t 18-an, a b)-t 20-an és a c)-t 6-an oldották meg. Ha tehát közvetlenül kell alkalmazni az egyszerű mértani helyek módszerét, nincs nehézség. Mihelyt az megszűnik, illetve valamilyen módon vissza kell vezetni az egyszerű esetek valamelyikére, probléma előtt állnak. A 2. feladat összetett. Itt mértani helyet és hasonlóságot vagy mértani közeget kell együtt alkalmazni. Meggyőződünk róla, hogy külön-külön ismerik ezeket a tételeket. Összefüggő alkalmazásukra azonban egyáltalán nem

gondoltak, sőt az elemző készség is oly gyenge, hogy nem jutottak el érdemleges részeredményekhez sem. Egy hallgató sem tudta megoldani. A 3. feladat szintén igen egyszerű. Sőt a szöveg alapján két út azonnal kínálkozik a meginduláshoz (hasonlóság, mértani közép). Várható volt, hogy a többség figyelmét ez megragadja. Nem ez történt. Csupán két hallgató oldotta meg a feladatot. Ez a feladat ismételten megerősítette bennünk, hogy az elemző készség igen gyenge, nem ismerik fel az adatokból kínálkozó módszereket, és a készségük igen kicsi területre korlátozódik. A 4. feladat helyes volta egyszeri elolvasás után azonnal látszik, ha a háromszög területének kiszámítására gondolunk. Ennek ellenére 4-en oldották meg a feladatot. Igen hiányosak tehát a bizonyítások megalkotásában szerzett tudásuk is. A többi csoportban végzett felmérések is megerősítették ezeket.

A különböző csoportokban végzett felmérések eredményeit összegezve a következőket állapíthatjuk meg:

- a) A szerkesztő geometriai ismeretek hiányosak, a meglevők nem rendszeresek, az elméleti tudás gyakorlati alkalmazhatóságának területe igen szűk.

A főbb nehézségek:

- Egy-egy feladatnál az elemzés hiánya. Nem gondolnak következetesen az adatok és feladatok precíz szétválasztására.
- A tanult szerkesztési módszerek nem eléggé tudatosak és rendszeresek. Így a feladatok megoldására nem tudják alkalmazni a legmegfelelőbb eljárásokat, nem tudják a „maga helyére tenni” a feladatot a megoldást illetően.
- Nincs kifejlődve a bizonyítási igény. Nem gondolnak arra, hogy a szerkesztés eredményét igazolni is kell. Továbbá a „bizonyítandó” feladatok megoldásában igen járatlanok.
- A feladat diszkutálása csaknem ismeretlen számunkra. Így a speciálist sok esetben általánosnak fogadják el. Nem veszik tekintetbe a térelemek különböző kölcsönös helyzeteket.

- b) Néhány lényeges pozitív vonást a következőkben foglalhatunk össze:

- A különböző iskolatípusokból jött hallgatók ismeretei között (közgazdasági technikum — ált. gimnázium, ált. gimnázium — ált. gimn., szaktechnikumok — gimnáziumok) még vannak különbségek, de ezek már nem lényegesek a III. év elején, egyrészt azért, mert a geometriai ismeretek „halványodásával” közelebb kerülnek egymáshoz, másrészt azért, mert kétéves tanulmányaik során megszilárdultak a különböző alapokra épült anyagrészek.
- A feladatok elemzése során (főleg az irányított elemzésnél) jóval gyorsabb a helyes megoldásra történő reagálás, mint ahogyan az I. vagy II. éveseknél megvan. Biztosított tehát a geometriai szerkesztések fejlettebb szintű rendszerezése.
- Az egyszerű mértani helyek közvetlen alkalmazása a legtöbb hallgatónál nem jelent problémát.

A szerzett tapasztalatok és előírt követelmények alapján igen lényeges az évfolyamhoz méretezett fő célkitűzések összefoglalása. Valószínű, ez a kezdeti benyomások után még nem lesz teljes, kiegészítésre szorul. Azonban reálisan megközelíthető, ha nagy tudatossággal irányítjuk a felmérést, az első gyakorlati órákon a tapasztalatok gyűjtését, és figyelembe vesszük a kétéves munkájukat.

A főiskolai programban az egységes követelmények a következő megfogalmazásban vannak rögzítve:

„A Geometria c. tárgy előadásának az a célja, hogy a hallgatók eddigi jórészt szemléletes geometriai ismereteit logikailag világos alapfogalmakból és ezekre vonatkozó alaptételekből (axiómákból) kiindulva tudománnyá rendszerezük... továbbá áttekintést adjunk a geometriai szerkesztések legfontosabb módszeréről. Ebben a rendszeres felépítésben a leendő általános iskolai tanároknak világosan kell látniuk az általános iskolai geometriai ismeretek helyét és gyakorlati alkalmazásait.”

Ezek a „törvények” más és más feltételek közepette fognak érvényesülni a különböző évfolyamokat illetően. Nyilván, ezek érvényre jutását, megvalósulását befolyásolja az egyének felkészültsége geometriából, a kollektíva és egyének matematikai megalapozottsága; munkafegyelme; a kollektíva nevelő ereje, amely képes a lemaradókat magával ragadni, a hanyagokkal szemben fellépni; a vezető tanár hozzáállása, felkészültsége, az egyénekhez és kollektívához való viszonya; a matematika ezen ágának megszerettetése stb.

Ezeket megfontolva, a tekintett évfolyam elé a következő fő megvalósítandó célokat tűztük ki.

1. A síkmértan tárgyalása során megszerezni kell a szerkesztési eljárásokat. Ezek tudatosítására nagy gondot kell fordítani, hogy bármely feladatot a „maga helyére” tudjanak tenni.
2. A szerkesztés módszeres lépéseit következetesen meg kell követelni. (Ez igen nagy gyengéje volt ennek a kollektívának.) (Elemzés, szerkesztés, bizonyítás, diszkusszió.) Csak ezen az úton remélhető a minél nagyobb jártasság megszerzése.
3. Kimutatni, keresni kell az aktív munka biztosításának legjobb módszereit. Meg kell teremteni ezen belül az önálló munka lehetőségeit, a siker érzése megvalósulásának feltételeit.
4. Igen lényeges ennél a csoportnál, hogy lássák a tanult anyag alkalmazhatóságát. (Ilyen területek: az általános iskolai, középiskolai alkalmazás, főiskolán az ábrázoló geometriában és műszaki rajzban, később a matematikai folyóiratok feladatainak megoldásánál.)
5. Szoros kapcsolatot teremteni az elmélettel. Az egyes anyagrészeknek szemináriumszerű feldolgozása, az elméleti anyag egyes részeit önállóan feldolgoztatni.
6. Tudatosan ügyelni azon emberi tulajdonságok alakulására, amelyek fejlődésére a matematika nagy hatással van. Ezeket a II. fejezetben összefoglaltuk.

7. A III. éves matematika—fizika csoport a főiskola egyik legjobb csoportja. Ezt a szellemet gyakorlatokon is tovább kell erősíteni. A matematika—kémia csoport viszont eléggé hanyag, nem egységes csoport. Éppen ezért a jobbak nem tudnak lendítő erővel hatni a többiekre. E csoportnál vannak különösen gyengék és hanyagok, akikre külön ügyelni kell. Mindezeket a gyakorlatok során figyelembe kell venni. Az ellenőrzésnek sokkal erőteljesebbnek és következetesebbnek kell lenni, mint pl. a másik csoportnál.

8. A csoportokban vannak egyének, akikből párttagok válhatnak. A kommunista tanárok külön foglalkozzanak velük!

E célokat tanév elején tűztük ki. Nyilván időközben még alaposabb artalmat kapnak ezek a formák, tovább tökéletesednek.

Igen lényeges az elméleti anyaghoz kapcsolódó tartalmas, gazdag *feladatgyűjtemény összeállítása*. A hivatalos program szerint egy ilyen gyűjtemény már megjelent, ez azonban a tanár számára sohasem lesz teljes. Inkább vezérfonalul szolgál. Ezzel számolva nem vártuk meg egy ilyen összeállítás megjelenését, hanem a több éves tapasztalataink alapján, az új körülmények és központi követelmények figyelembe vételével elkészítettük saját igényeinknek megfelelően. A feladatok összeválogatásánál különösen vigyáztunk az alábbi szempontok érvényesülésére:

- a) Az egyes fejezeteknél csak olyan feladatok szerepeljenek, amelyekhez nem kell felhasználni később tanulandó tételeket.
- b) A kurzus végére világosan kirajzolódjon a hallgatók előtt a geometriai eljárások rendszere, és alkalom legyen a kívánt készségi fokot elsajátítani.
- c) Világosan lássák azokat a szerkesztési módszereket, amelyek csoportjának valamelyikébe elhelyezhető az adott feladat, vagy amelyek kombinációit kell felhasználni az egyes feladatok megoldásánál. Ezek a következők:

I. Szerkesztések mértani helyekkel.

II. Szerkesztések transzformációval.

a) Tengelyes és centrális tükrözés.

b) Eltolás.

c) Elforgatás.

d) Hasonlóság.

1. Centrális és párhuzamos hasonlóság.

2. Arányossági tételek a derékszögű és általános háromszögben, körben.

e) Inverzió.

III. Háromszöggeometriai szerkesztések. Négyszögek és sokszögek szerkesztése.

IV. Nem euklidesi szerkesztések.

V. Feladatok bizonyításokra.

- d) Szoros kapcsolat alakuljon ki az elmélettel olyan értelemben is, hogy mely részek számonkérését utaljuk a gyakorlatokra (beleértve

az egyes anyagrészek szemináriumszerű feldolgozását, és az elméleti órán nem bizonyított tételek számonkérését).

- e) Olyan feladatok is szerepeljenek az összeállításban, amelyek szinte tételként egészítik ki az elméleti anyag egyes fejezeteit, de az ottani szerepeltetésük nem szükséges a geometria felépítését, tárgyalását illetően.
- f) Előkészítjük az ábrázoló geometria oktatását. Kialakítjuk a térszemléletet.
- g) A feladat-anyag elég gazdag és változatos legyen.
- h) Ezt az összeállítást állandóan kiegészítjük, frissítjük újabb és újabb feladatokkal. A később megjelenő központi példatár anyagát is ebbe a keretbe fogjuk beépíteni.

Meggyőződésünk, hogy ezek által érvényesülni fog az egységes előírás mellett az oktató egyénisége. Ennek háttérbe szorítása könnyen sablonossá teheti az órát, érdektelenné, illetve felületessé a gyakorlatvezető szerepét.

5. *A szemléltető eszközök felmérése és előkészítése.* Leggyakrabban előforduló használati és szemléltető eszközeink: színes kréta, körző, vonalzó, szögmérő, térmértani alakzatok (hasáb, henger és síkmetszetei, gúla és síkmetszetei, kúp és síkmetszetei, gömb és síkmetszetei), forgástestek szemléltetése, szemléltető ábrák. Ezeket lehet és szükséges újabbakkal bővíteni és frissíteni beszerzés által és házi munkával.

6. *Segédiradalom kijelölése.* A gyakorlatokhoz kijelölhetők még a kötelező irodalmon kívül a következők:

Hajós: Bevezetés a geometriába.

Kutuzov: Geometria.

Czapány, Horvay, Reiman, Dr. Soós: Geometriai feladatok gyűjteménye.

B. Gyelonye—O. Zsitomirszkij: Geometriai feladatgyűjtemény.

Matematikai versenytételek. (Középiskolai szakköri füzet.)

Hódi: Szélsőérték feladatok elemi megoldása.

Viggassy: Geometriai transzformációk.

Középiskolai Matematikai Lapok.

Matematika Tanítása.

Igen hasznos, ha minél több használható segédiradalommal megismerkednek.

7. *A hallgatók felszerelése.* Az első órán rögzítjük követelményeinket a hallgatók eszközeit illetően. Lényeges a füzet pontos vezetése, esztétikailag megfelelő formája, a feladat szövegének feltüntetése, az elemzés vázlatának rögzítése, a szerkesztés menetének leírása, a bizonyítás szerepeltetése, a diskusszió elvégzése.

8. *Ismertetni a gyakorlaton résztvevőkkel szemben támasztott követelményeket.* Ezeket már az első órán tisztázzuk, de később is több alkalommal kitérünk rá. Mi a következő lényeges dolgokat szoktuk elmondani:

- a) A gyakorlaton az elméleti anyag tételeit alkalmazzuk, kiegészítjük. Az elméleti anyag fogalmait, tételeit és a lényeges bizonyításokat

ismerni kell. Készség fokra emeljük a feladatok megoldásának módszeres lépéseit (a formára gondolunk, vagyis az adatok és feladat szétválasztására, a köztük levő összefüggés kutatására, a szerkesztés módszeres lépéseinek követésére, a bizonyítás igényére, a feladat diszkuszióinak lépéseire); a matematika nyelvének használatát, az alapszerkesztések elvégzését, a különböző szerkesztési módokban az alapelemek (pont, egyenes, kör) transzformáltjainak megszerkesztését, a mértani helyek megszerkesztését, az eszközökkel való munkát. Minél nagyobb gyakorlatra kell szert tenni a formai lépések tartalmi elvégzésében (itt egyik-másik típusnál képessé is alakul). Vagyis nagyfokú jártasságot akarunk szereztetni a geometriai feladatok megoldásában és kedvet ahhoz, hogy tanár korukban se szakadjanak el a feladatmegoldásoktól. Ezért fontos, hogy a gyakorlatokról nem hiányozhatnak. Többszöri indokolatlan hiányzásnál (pl. 3 foglalkozás) nincs félévi aláírás. Többszöri igazolt hiányzás esetén az anyagból beszámoltatjuk az illetőt. Mindezekre azért van szükség, mert a hiányzó jelentős hátrányba kerül és nem akarjuk, hogy az pótolhatatlan legyen.

- b) Gyakorlatokon egy-egy nagyobb fejezet után (kb. három alkalommal félévenként) *zárthelyi* formájában kérjük számon az elméleti anyagot. Ezt azért tesszük, hogy a matematika anyagának rögzítését elősegítsük, a tanulást folyamatossá tegyük. A kijelölt téma vázlatos megtanulása gyakorlatra, alapos elsajátítása zárthelyikre, összefüggő felkészülés a kollokviumra és rendszerező összefoglaló tanulás a szigorlatra többé-kevésbé elősegíti az anyag tartósabb rögzítését. Nem engedjük meg, hogy csak kollokviumra és szigorlatra tanulják a matematikát.
 - c) A gyakorlati anyagot előre rendszeresen megkapják, az otthoni munka súlyponti részére következetesen minden héten felhívjuk a figyelmüket.
 - d) A gyakorlati jegyet a gyakorlaton tanúsított munka alapján, a rendszeres számonkérésen mutatott készülés alapján, a zárthelyi dolgozatok figyelembevételével és a hiányzások elbírálása szerint adjuk.
9. Egyik legalapvetőbb a felsorolt szempontok között a *gyakorlatvezető alapos felkészülése*. Jól át kell gondolnia a gyakorlat technikai, logikai, didaktikai követelményeit minden alkalommal. Tisztázni az egyénekhez és kollektívához szabott célokat. Világosan kiemelni és tudatosítani az alkalmazott módszereket. Megjegyezni, hogy kivel kell külön foglalkozni, munkalendületét fokozni. Minden egyes feladatot jól átgondolni. A továbbhaladáshoz szükséges lényeges jegyeket kiemelni. Óra végén összefoglalni az elért eredményeket.

Ezzel a gyakorlatok megszervezésére vonatkozó főbb tapasztalatainkat rögzítettük. A következőkben arról szólnunk, hogy a kitűzött célokat milyen módszerekkel valósítjuk meg.

IV. Módszertani megjegyzések a geometriai gyakorlatokhoz

Ebben a fejezetben az eddig alkalmazott eljárásainkból ismertetünk néhányat.

1. Igen lényeges az *önálló házi munka* jó megszervezése, megkövetelése, folyamatossá tétele. A kijelölt anyag több részből áll:
 - a) Az elméleti anyag órán nem végezhető el. Egy részét önállóan kell feldolgozni. Hogy az elmélet folyamatossága biztosítva legyen, óra közben a tételek egy részét csak kimondjuk, a bizonyításokat otthon végzik el a hallgatók. Emellett az elméleti anyagból teljes fejezeteket is feldolgoztatunk. A bizonyítandó tételek között főleg olyanok szerepelnek, amelyekhez hasonló bizonyítási módszerek már előfordultak. Ezekkel akarjuk elérni, hogy szokják meg a jegyzetből tanulást, a továbbképzés alapját. A feldolgozásra kiadott anyagot gyakorlaton számon kérjük. Ezek mellett a feladatokhoz kapcsolódó tételeket és definíciókat minden órán számon kérjük.
 - b) Példákat is kijelölünk házi munkára. Ezek elvégzését órán ellenőrizzük. Egy részénél csak a szerkesztés módszeres lépéseit vagy a végeredményt. A nehezebbeket, továbbá azokat, amelyek szinte tételként rögzíthetők vagy lényegesek a továbbhaladás szempontjából, a táblán is feldolgozzuk. Néhány esetben írásban kérjük számon az otthoni munka egyes részeit. A feladatok kijelölésénél a jobb felkészültségű hallgatók tudásszintjét is figyelembe vesszük.
 - c) Személyeket is megbízunk egyes anyagrészek, feladatok kidolgozásával. Így ösztönözzük őket az előforduló hiányosságok pótlására, a folyamatos munkára, a nagyobb önbizalom megszerzésére. A hiányzókat is beszámoltatjuk az egyes anyagrészekből.

Tapasztalatok:

- Otthon a követelmény mértéke szerint foglalkoznak az anyaggal. A nagy elfoglaltság miatt, ha nem is igénylik, de hasznosnak tartják ezt a formát, főleg a kollokviumra készülés miatt.
 - Egyénekenként és kollektívában dolgoznak. Jó hatással vannak egymásra.
 - A megoldások között gyakran akad többféle.
 - Mindig igénylik, hogy néhányat a gyakorlaton is dolgozzunk ki saját megnyugtatásuk érdekében.
 - Otthoni munkára főleg olyan feladatokat adjunk, amelyek egyrészt az elméleten és gyakorlaton tanultak alkalmazását jelentik, másrészt olyanokat, amelyekkel a következő gyakorlati anyag logikus felépítését, rendszerezését elősegítjük, megkönnyítjük.
2. *Órán is tűzünk ki feladatokat.* E módszernek egyedüli alkalmazása kétórás gyakorlaton igen fárasztó, nem eredményes. Hiszen, amint már szóltunk róla, itt minden feladat új helyzetet jelent. Az adatok közötti összefüggések megállapítása végett össze kell gyűjteni a rájuk vonatkozó előző ismereteket [9]. Ezeket önálló munkával kell elvégeztetni a helyükön, csak ritkán folyamodunk ahhoz, hogy mindezt

a táblánál végezzék. Az órán kitűzött feladatokat tehát beépítjük a kiadott gyakorlati anyagba, így teszünk egy felépítést teljessé, vagy pedig az otthoni munka folytatásaként vesszük. Különösen ezeknél a feladatoknál látható a fejlődés. Ki hogyan boldogul egy-egy feladattal, hogyan indul el, mennyire alakul az elsajátítandó készség. A gyakorlatvezető a padok között járva látja ezeket. Egy-egy megjegyzés fejbőlintás már további munkára ösztönöz. A lemaradóknak személy szerint tud segíteni, így mindenki a saját gondolatát folytathatja. Egyénekhez szóloán rámutat a gyakorlatvezető tanár a hiányosságokra, egyéneknént számonkéri a felhasználandó tételeket, amelyet alkalmazni kellene. Személyesen dicsérhet, bírálhat. Jó alkalom ez a sikerélmény biztosítására, a jobbak további buzdítására, a nem törekvők figyelmeztetésére. Van egy veszélye is. Ugyanis egyesek előbb megtalálják a legelfogadhatóbb megoldást, és ez másokra saját értékeiket illetően lesújtólag hat.

3. Nagyon lényeges a *feladatok megoldásának módszeres lépéseit megkövetelni*. Jellemző példákön tanári irányítás mellett egész év folyamán többször bemutatjuk a feladat logikus elemzését, a szerkesztés módszeres felépítését, a szerkesztés helyességének igazolását, a feladat diszkusszióját. Megmutatjuk, hogy az ismert összefüggések közül hogyan kell kiválasztani azt, amelyet a megoldásnál felhasználunk. Ugyanakkor minden más megoldásnál is így kérjük számon.

Tapasztalat:

Rendszeres munkára van szükség, hogy ennek formai része készséggé váljon, és tartalmi vonatkozásban nagy gyakorlatot szerezzenek. Különösen elhanyagolják a szerkesztés lépéseinek és igazolásának leírását, diszkusszióját.

4. *Anyag-rendszerező gyakorlat*. Egyik alapvető célkitűzésünk, hogy tisztán lássák hallgatóink a lényeges szerkesztési módszereket. Ilyen összefoglaló, rendszerező órát tartani kell. Ezeket általában az előző három típus kombinációjával építjük fel. Egyet, az inverziót vázlatosan ismertetjük.
 - a) Az inverzió definíciója és a definíció következményei.
 - b) Pont, egyenes, kör inverz. képeire vonatkozó tételek és a transzformációk elvégzése.
 - c) A póluson átmenő kör inverzének megszerkesztése és gyakorlati alkalmazása.
 - d) Az inverzió invariáns elemeire vonatkozó tételek.
 - e) Adott P_1P_2K . Érintő kör szerkesztendő! (Elemzés során kitérni, hogy célunk az adatokból és feladatokból transzformáció után egyszerűbb és elvégezhető feladatot kapni. Hol választjuk meg az inverzió pólusát? Végig elemezni a lehetőségeket. Az érintő egyenesek visszaállítását milyen módszerekkel végezhetjük el? Melyik leg-egyszerűbb a gyakorlatban? Ezekután a szerkesztést végrehajtani, a módszeres lépéseket feltüntetni. A szerkesztés helyességének bizonyítását elvégezni. Hány megoldása van a feladatnak? Hogyan

változik a megoldások száma, ha a két pont egymáshoz és a körhöz való kölcsönös helyzete változik?)

- f) Adott K_1K_2P . Érintőkör szerkesztendő! (A feladatot visszavezetjük az előzőre, így annak módszeres lépéseit, a szerkesztés technikai részét tovább tudatosíthatjuk, alaposabban rögzíthetjük. Továbbá a visszavezetés ténye jelentősebbé teszi az előzőt, így motiválja alaposabb elsajátítását.)
- g) Házi munkára: adott $K_1K_2K_3$, érintőkör szerkesztendő! Célunk: biztossá tenni inverzióban a szerkesztést, a tételek alkalmazhatóságának ismerete szilárd legyen, készséggé alakuljon e transzformációban a szerkesztés mechanizmusa. Tapasztalatunk az, hogy ilyen felépítéssel a kívánt eredmény biztosítható.

Hajlamosak vagyunk, hogy az alapelemek (pont, egyenes, kör) transzformációit nem végeztetjük el. A gyakorlat azt mutatja, hogy nem szabad sajnálni a ráfordított időt. Ez később mindig duplán térül meg. Ugyancsak lényegesek az alapszerkesztések elvégeztetése. Pl. természetesen vettük, hogy körök közös érintőit, adott látószögű kört tudnak szerkeszteni a középiskolai gyakorlat és a főiskolai elmélet után. A tények nem ezt igazolták. Egy más anyag tárgyalása kapcsán kellett visszatérni rá, és rögzíteni, készséggé alakítani. Nagyon tanácsos a mértani helyek összefoglalásánál nemcsak a szerkesztésben használatos esetekre kitérni, hanem a többire is. Pl.: egy felépítés:

- a) Egy elemhez (pont, egyenes, kör) tartozó mértani helyek:
b) Két elemhez (P_1P_2 , Pe , PK , e_1e_2 , ek , k_1k_2) tartozó mértani helyek.

Az ezekhez tartozó legjellemzőbb feladatok:

1. Adott sugarú körlemezek elhelyezése.
2. Pappus-feladatok.

Ezek után már könnyebben elhelyezik a feladatokat a megfelelő megoldási módszerbe, rendszer van előttük. Bár a b) eset közül sokat nem használunk fel, de ezzel egyrészt átismételjük az analitikus geometriában tanultakat, előkészítjük az ábrázoló geometria egyes fejezeteit, utalhatunk arra, hogy kúpszeletek metszéspontjait csak speciális esetekben tudjuk megszerkeszteni.

A rendszerező gyakorlatok során nemcsak az elmülethez tartozó tételeket foglaljuk össze, hanem az elméleti anyag kiegészítéséül szolgáló feladatok alapján megfogalmazott tételeket is. Az ilyen jellegű feladatok tárgyalására szükség van. Így is felhívjuk figyelmüket arra a tényre, hogy a geometria nem lezárt azzal, amit órán elmondunk. Számítalan olyan tulajdonság van még, amelyre órán nem térhetünk ki.

5. Lényeges, hogy tanítványaink megismerkedjenek a *matematikai folyóiratokkal*. Ezek közül külön kiemeljük a Matematika Tanításá-t. Cél, hogy megismerjék és megkedveljék ezt a lapot, később ők maguk is feladat megoldói, illetve módszertani munkásai legyenek. A kidolgozott feladatokról történő beszámoló során igyekszünk észrevétni, hogy milyen széles horizonton foglalkoztat a matematikával egy-egy feladatcsoport, vagyis az általános iskolai tanár mennyire felszínen tudja tartani ezzel matematikai képzettségét.

6. *Írásbeli számonkérő gyakorlatok.* Ezt a formát is többször alkalmazzuk. Munkánk ellenőrzését végezzük el vele, az általános és egyéni fejlettségi szintre kapunk feleletet, további erőfeszítésre ösztönzünk e formával, ugyanakkor azt is észrevétetjük, hogy munkájuknak megvan az eredménye. Ezeknek formái lehetnek:
- a) *Kollektívához méretezettek.* Ezzel egyrészt az otthoni munkát ellenőrizhetjük. Másrészt új feladatok révén a tudás szilárdságának, alkalmazni tudásának, a készség alakulásának egységes ellenőrzését végezhetjük el. Feleletet kaphatunk arra, hogy a lényeges tudnivalókat hogyan sajátították el, fix tudásanyaggá vált-e, amelyet bármikor „elővehetnek” és alkalmazhatnak. Mindezek során az egyének munkájáról is képet kapunk.
 - b) *Egyénekhez méretezettek.* Az előzőek mellett ilyen jellegű feladatokat is adunk. Ehhez jól kell ismerni az egyén munkáját, matematikai ismereteinek hiányosságait (amelyek pótlására már felhívtuk a figyelmüket). Ezek alapján kirajzolódik, van-e előrelépés, mennyire pótolták a gyengébbek a lemaradást, a jobbak pedig milyen előrehaladást értek el.
7. *A geometria általános és középiskolai kapcsolatainak* kiemelése gyakorlatokon. Elméleti órán egy rendszeres felépítést adunk geometriából. A hallgatóknak látniuk kell, hogy ebben az egységben milyen helyet foglal el az általános iskolai és középiskolai anyag. Ezt a kapcsolatot néhány jellemző esetben bemutatjuk. Pl.: A háromszögek tanítása általános és középiskolában. A négyszögek tanítása általános és középiskolában. A kör kerületének és területének tanítása. A kör részeinek területe. Ezek során láthatják, hogy egyes fogalmakat és tételeket nem mondhatunk ki precízen, de azokat úgy kell megalkotni, hogy később is helytállóak maradjanak. Meggyőződnek róla, hogy az általános iskolai és középiskolai tételek egy része csak a felsőbb matematikában bizonyítható, ugyanakkor valahogyan ott is felelni kell rá. Ezeknél a tanár szerepe igen nagy. Munkája csak akkor lesz eredményes, ha ezeket úgy tárgyalja általános és középiskolában, hogy közben állandóan maga előtt látja a főiskolákon és egyetemeken kiépített egységes rendszert.
8. Gyakorlatokon kitűnik, hogy *hallgatóink képesek-e ismereteiket egyszerű, világos formában kifejezni, tovább adni.* Ezt is el kell sajátítatnunk. Az önálló megbízatások, táblai szereplések sokat alakítanak ezen. Külön gondot kell fordítanunk a táblai írásmódra, elrendezésre. Ez lényeges követelmény a tanárképzésben. Ugyanez vonatkozik a füzetre is. Helyes, ha azokat félévenként egy-két alkalommal átnézzük.
9. *Egyéni beszélgetések* a hallgatókkal. A gyakorlat szerves részének tekintettük és a II. részben kifejtettek szerint végeztük. Tapasztalataink szerint ezek mindig hasznosak voltak számunkra is, a hallgatóknak is. Ők közvetlenebbé, ragaszkodóbbá váltak. Többször folyamodtak tanácsért. Meggyorsult egyesek fejlődése. Javult a munkájuk, magatartásuk.

*
**

Befejezésül szeretnénk megemlíteni, hogy mindabban, amit leírtunk, talán nincs sok új. Tudjuk, hogy mindezek a formák és eljárásmodok megtalálhatók felsőoktatásunk gyakorlatában. Több olyan tényező van oktató-nevelő munkánkban, amelyről nem tettünk említést.

Nem vállalkoztunk arra, hogy a fenti kérdésekről részletes módszertani előírásokat adjunk, kizárólag saját tapasztalatainkat írtuk le.

Az általános megjegyzések mellett szeretnénk volna hangsúlyozni a jól megszervezett gyakorlati munkában rejlő oktatási és nevelési lehetőségeket, és rámutatni arra, nálunk ezek vezettek eredményre. Nyilván más feltételek mellett több kérdés megoldása más eljárást kíván, de mindig lesz közös vonás is.

Valljuk, hogy a jó példaanyag összeállításán túl foglalkoznunk kell ezzel a témával, mert a ráfordított energiát sokszorosán visszakapja társadalmunk tanítványaink eredményes munkáján keresztül.

BEMERKUNGEN ZUR GEOMETRISCHEN ÜBUNG DER PÄDAGOGISCHEN HOCHSCHULEN

Dr. B. Pelle—A. Jakab

In unserem Aufsatz beschäftigen wir uns mit der mathematischen Übung der pädagogischen Hochschulen, innerhalb dessen mit den Methoden der geometrischen Übungen und mit den Möglichkeiten der Erziehung. Wir wenden die ausgearbeiteten allgemeinen Prinzipien aufs Spezialgebiet an und ergänzen es mit unseren Erfahrungen und Konzeptionen. Unsere Abhandlung enthält die folgenden Hauptkapitel:

I. *Über die Übungen im allgemeinen.* In diesem Kapitel untersuchen wir die wesentlichen Eigenschaften, welche die mathematische Übung charakterisieren.

II. *Grundforderungen der Übung.* Die hier angeführten Hauptgedanken sind wie folgen: Entwicklung zur Fähigkeit; Kennzeichen der eingeübten und nicht eingeübten Handlungen; Rolle der Anwendungen; Vervollkommen der Kenntnisse; Erziehung auf die selbständige Arbeit; Gestaltung der Persönlichkeit und Zusammenfassung der menschlichen Eigenschaften, die durch den mathematischen Unterricht entwickelt werden.

III. *Organisation der geometrischen Übungen.* In diesem Teil semmeln wir die wesentlichen Aufgaben zusammen, welche Bedingungen der guten geometrischen Übungen sind. Die Programme definieren nämlich die Hauptforderungen im allgemeinen. Diese muss man abbauen, richten die Aufmerksamkeit auf die Vorbereitung, das Kenntnissniveau, die menschlichen Eigenschaften, die vom Institut abhängigen Verhältnisse der Studenten.

IV. *Über die Methoden der geometrischen Übungen.* In diesem Absatz machen wir einiges von unseren bisher angewandten Verfahren bekannt. Wir zeigen darauf, dass nur die Zusammenstellung des Exempelmaterials nicht genug ist; die mathematischen Übungen haben ja grosse Erziehungskraft, Wenn wir sie ausnutzen.

FELHASZNÁLT IRODALOM

1. Dr. Bakos József: Az előadások és gyakorlatok kapcsolata (viszonya) a főiskolai oktatásban.
(Egri Tanárképző Főiskola Tudományos Közleményei II. Felsőoktatási Pedagógiai-Metodikai sorozat 1.)
2. Dr. Berencz János: Az önállóságra és aktivitásra nevelés a főiskolai szemináriumokon és gyakorlatokon.

- (Egri Tanárképző Főiskola Tudományos Közleményei II. Felsőoktatási Pedagógiai-Methodikai sorozat 1.)
- [3] Dr. Biczók Ferenc: A gyakorlatvezetés főbb követelményei a felsőoktatásban. (Előadás, szeminárium, gyakorlat. Tankönyvkiadó 1966.)
 - [4] Faludi Szilárd: Az előadás és a szeminárium (gyakorlat) viszonya. (Előadás, szeminárium, gyakorlat. Tankönyvkiadó 1966.)
 - [5] Fergách Géza: A gyakorlatok és a korszerű oktatás viszonya, tekintettel a hallgatók teljesítményformáira. (Előadás, szeminárium, gyakorlat. Tankönyvkiadó 1966.)
 - [6] Hincsin A. J.: Az erkölcsi nevelés tényezői a matematika tanításában. (Matematika 1963. no. 4.)
 - [7] Ladislav Povelka: Az elmélet és a gyakorlat szoros kapcsolata a főiskolákon. (Felsőoktatási Szemle 1957/1—2.)
 - [8] Dr. Lipák János: A gyakorlat. (Előadás, szeminárium, gyakorlat. Tankönyvkiadó 1966.)
 - [9] Nagy Ferenc: A helyes gondolkodásra nevelés a matematika gyakorlatokon. (Egri Tanárképző Főiskola Tudományos Közleményei II. Felsőoktatási pedagógiai-methodikai sorozat 1.)
 - [10] Nevelőmunka a felsőoktatásban. (Felsőoktatási Pedagógiai Kutatócsoport füzetek.)
 - [11] Somos János: A műszaki gyakorlatok vezetésének módszertani kérdései. (Egri Tanárképző Főiskola Tudományos Közleményei II. Felsőoktatási pedagógiai-methodikai sorozat 1.)
 - [12] Dr. Somos Lajos: A főiskolai tanulmányokra való felkészülés gyenge pontjai. (Felsőoktatási Szemle XV. évfolyam 2. szám 1966. február)
 - [13] Dr. Somos Lajos: A gyakorlatok és szemináriumok helye, szerepe és jelentősége a főiskolai tanárképzésben. (Egri Tanárképző Főiskola Tudományos Közleményei II. Felsőoktatási pedagógiai-methodikai sorozat 1.)

