

① un objeto de 0,40 kg en MAS tiene $a_x = -2.70 \text{ m/s}^2$ cuando $x = 0,300 \text{ m}$. ¿Cuanto tarda una oscilación?

Sol

DATO

$$m = 0,40 \text{ kg}$$

$$a_x = -2.70 \text{ m/s}^2$$

$$x = 0,300 \text{ m}$$

$$T = ?$$

$$F_x = m a_x$$

$$-kx = m(-2.70 \text{ m/s}^2)$$

$$k = \frac{m(2.70 \text{ m/s}^2)}{x}$$

$$k = \frac{(0.40 \text{ kg})(2.70 \text{ m/s}^2)}{0,300 \text{ m}}$$

$$k = 3.6 \text{ N/m}$$

Calculo del periodo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0.40 \text{ kg}}{3.6 \text{ N/m}}}$$

$$T = 2.09 \text{ s}$$

③ Las pautas de un diapason de 392 Hz estan vibrando con una amplitud de 0,6 mm

a) ¿Que rapidez maxima tiene la pauta?

b) Una mosca cauen con masa de 0,0270 g esta sujeta en el extremo de una de las pautas.

Al vibrar la pauta ¿Que energia cinetica maxima tiene la mosca?

Solucion

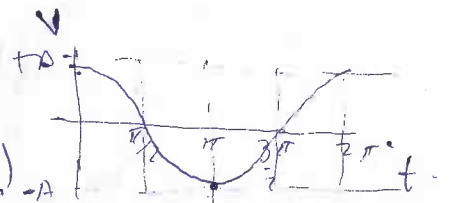
a) Sabemos que

$$x = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \phi)$$

$$v_{\text{max}} = A\omega$$

$$v_{\text{max}} = (0.6 \times 10^{-3} \text{ m})(2\pi(392)) = 1.48 \text{ m/s}$$



$$m = 0,02709 \text{ kg}$$

$E_k = ?$ como ya sabemos la velocidad.

$$E_k = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} (0,02709 \times 10^{-3} \text{ kg}) (1,48 \text{ m/s})^2$$

$$E_k = 2,96 \times 10^{-5} \text{ Joule}$$

Un sistema oscilatorio bloque resorte tiene una energía mecánica de 1,18 Joule, una amplitud de 9,84 cm, y una velocidad máxima de 1,22 m/s. Hallar:

- la constante del resorte
- masa del bloque
- frecuencia de oscilación

Sol

DATOS

$$E = 1,185$$

$$A = 9,84 \text{ cm}$$

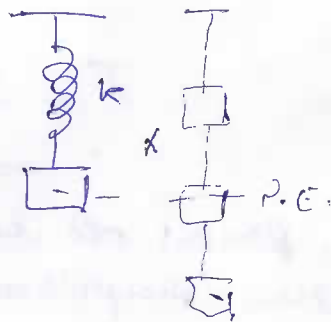
$$v_{\max} = 1,22 \text{ m/s}$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \quad \text{despejando}$$

$$k = \frac{2E}{A^2}$$

$$k = \frac{2(1,185 \text{ Joule})}{(0,0984 \text{ m})^2}$$

$$k = 243,7 \text{ N/m}$$



b) Cálculo de la masa del bloque.

$$v_{\max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$(v_{\max})^2 = (A\sqrt{\frac{k}{m}})^2 = v_{\max}^2 = A^2 \frac{k}{m}$$

$$m = \frac{A^2 k}{v_{\max}^2} = \frac{(0,0984)^2 (243,7)}{(1,22 \text{ m/s})^2}$$

$$m = 1,58 \text{ kg}$$

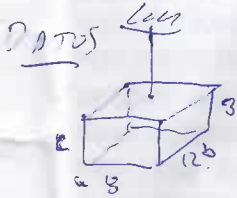
$$\omega = \frac{v_{\max}}{A}$$

Péndulo

(3)

① Un péndulo de torsión consiste en un bloque rectangular de madera de $8 \times 12 \times 3$ cm, con una masa de $0,3$ kg. Suspendido por medio de un alambre que pasa a través de su centro de tal modo que el lado más corto es vertical. El período de oscilación es de $2,4$ seg ¿cuál es la constante de torsión k del alambre?

Sol



$m = 0,3$ kg
 $T = 2,4$ seg
 $k = ?$

Asíenos que.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{k}$$

$$\therefore k = \frac{4\pi^2 I}{T^2} \quad \text{--- (1)}$$

Calculando el Momento de Inercia de cubo

$$I = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$$

Calculo de I

$$I = \frac{0,3 \text{ kg} ((8 \times 10^{-2})^2 + (12 \times 10^{-2})^2)}{12}$$

$$I = \frac{0,3 \text{ kg} (64 \times 10^{-4} \text{ m}^2 + 144 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{12}$$

$$\cancel{I = 5,2 \text{ kg}} \quad I = 5,2 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2 \quad \text{--- (2)}$$

Reemplazando en (1)

$$k = \frac{4\pi^2 (5,2 \times 10^{-4}) \text{ kg m}^2}{(2,4 \text{ s})^2}$$

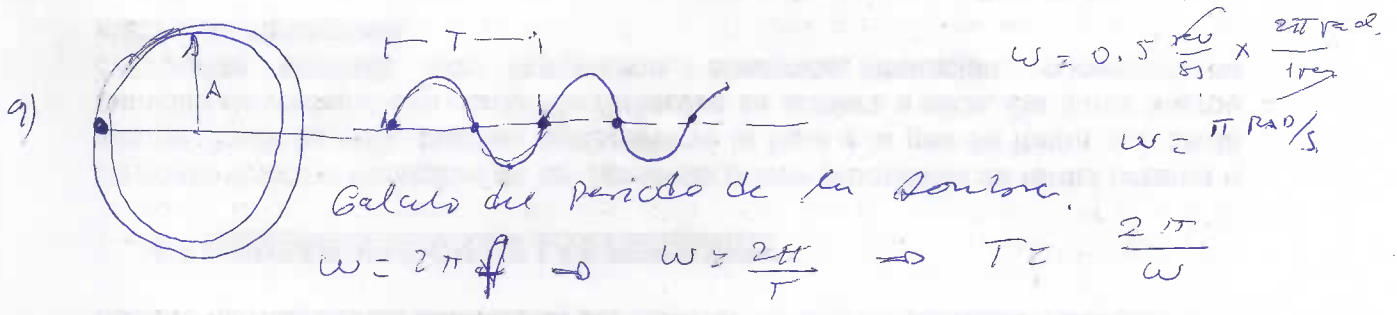
$$k = 3,56 \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \times \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\cancel{k = 3,56 \text{ N/m}}$$

$$k = 3,56 \times 10^3 \text{ N/m}$$

① Una rueda de 30cm de radio tiene una manivela en su borde, la rueda gira a $0,5 \frac{rev}{s}$ en su eje en posición horizontal. Suponiendo que los rayos del sol inciden verticalmente sobre la tierra, la sombra de la manivela está animada de M.S.U en contra

- a) el periodo de oscilación de su sombra, b) su frecuencia
 c) su Amplitud.
 d) escribir las ecuaciones que expresen su desplazamiento en función del tiempo. Suponer la fase inicial cero.



$$\omega = 0,5 \frac{rev}{s} \times \frac{2\pi rad}{1 rev}$$

$$\omega = \pi \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\pi \text{ rad/s}} \rightarrow T = 2 \text{ s}$$

b) su frecuencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Hertz.}$$

c) la amplitud es el radio

$$A = 0,3 \text{ m}$$

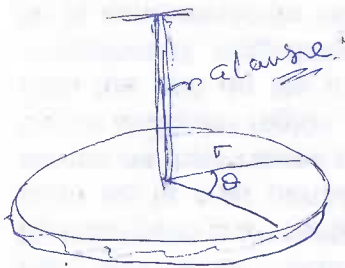
d) la ecuación que expresa el desplazamiento.

$$x = A \sin(\omega t + \phi) \quad \phi = 0$$

$$x = 0,3 \sin \pi t$$

e) Calcule su velocidad y su aceleración

③ Un alambre cuya constante de torsión es $0,2 \text{ Nm/rad}$.
 Soporta un disco sólido de 4 kg de masa y 50 cm de radio. Se hace un trabajo de 1 mJoule para girar el disco desde su posición de equilibrio, luego se suelta y comienza a oscilar. La amplitud de oscilación y la velocidad angular máxima son.



Sea la energía potencial acumulada al girar el disco es:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k \theta^2 = \frac{2E_p}{k} = \theta^2$$

$$\theta = \left(\frac{2E_p}{k} \right)^{1/2} \text{ usando los datos}$$

$$\theta = \left[\frac{2 \cdot (1 \text{ mJ})}{0,2 \text{ Nm/rad}} \right]^{1/2} \rightarrow \theta = (10 \text{ rad})^{1/2}$$

$$\theta = 3,16 \text{ rad}$$

Calculo de la velocidad angular máxima

$$\omega = \omega_0 A$$

$$\omega = 2\pi f \theta$$

$$\omega = 2\pi \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I}} \right) \theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I}} \theta = 0,2 \text{ rad}$$

Calculo del momento de inercia de disco $I = \frac{1}{2} MR^2$

$$I = \frac{1}{2} (4 \text{ kg}) (0,5 \text{ m})^2 = 0,5 \text{ kgm}^2$$

$$I = 0,5 \text{ kgm}^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{0,2 \text{ kgm}^2/\text{s}^2}{0,5 \text{ kgm}^2}} \cdot 3,16 \text{ rad}$$

$$\omega = 2,02 \text{ rad/s}$$

① Un cuerpo de masa desconocida se mueve en resorte ideal con constante de fuerza de 120 N/m . Se observa que vibra con una frecuencia de 60 Hz . Calcule:

- el período
- frecuencia angular
- masa del cuerpo.

Sol

DATOS

$$k = 120 \text{ N/m}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$T = ? \quad \omega = ? \quad m = ?$$

a) Cálculo del período

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60}$$

$$T = 0.16 \text{ seg}$$

b) Cálculo de la frecuencia angular.

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.166}$$

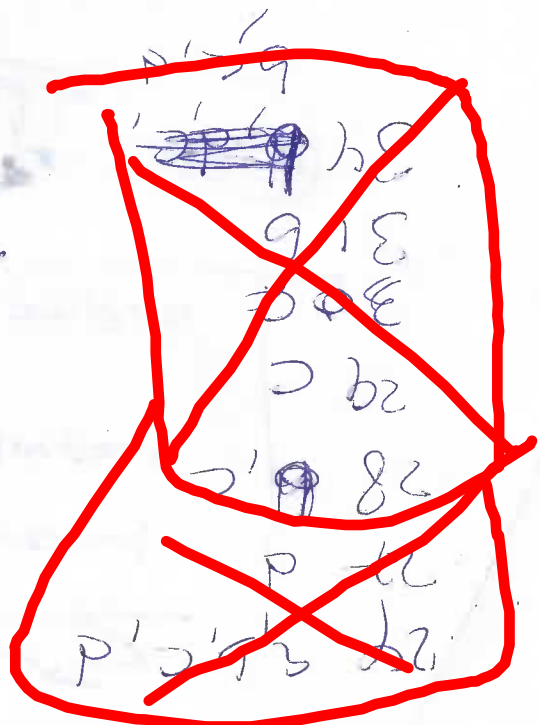
$$\omega = 37.8 \text{ Rad/seg}$$

c) Cálculo de la masa:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega^2}$$

$$m = \frac{120 \text{ N/m}}{(37.8 \text{ Rad/seg})^2}$$

$$m = 0.084 \text{ kg}$$



Problemas

① un oscilador armónico simple es descrito por la ecuación
 $x = 4 \text{ sen}(0,1t + 0,5)$.

Encontrar

- la amplitud, el periodo, la frecuencia y la fase inicial del movimiento.
- la velocidad y la aceleración
- las condiciones iniciales.
- ~~la posición, velocidad y aceleración para $t = 5 \text{ seg}$~~

Solución

a) $A = 4$ Amplitud
~~periodo~~

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,1} = 20\pi \text{ seg}$$

frecuencia

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0,1}{2\pi} = \frac{0,05}{\pi} \text{ Hz}$$

fase inicial

$$\alpha = 0,5$$

b) Calculando la velocidad.

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (4 \text{ sen}(0,1t + 0,5))$$

$$= 4(0,1) \cos(0,1t + 0,5) = 0,4 \cos(0,1t + 0,5)$$

$$v = 0,4 \cos(0,1t + 0,5)$$

aceleración

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (0,4 \cos(0,1t + 0,5)) = -0,4(0,1) \text{ sen}(0,1t + 0,5)$$

$$a = -0,04 \text{ sen}(0,1t + 0,5)$$

c) Hacemos $t = 0$

$$x = 4 \text{ sen}(0 + 0,5) =$$

$$v =$$

$$a =$$

Problemas:

- ① Un Oscilador Armónico Simple tarda 12.0 seg para experimentar cinco vibraciones completas. Hallese a) el periodo de su movimiento b) la frecuencia en Hertz y c) la frecuencia angular en radianes por seg.

Sol

$$a) T = \frac{t}{\text{ciclos}} = \frac{12.0 \text{ seg}}{5} = \boxed{2.4 \text{ seg}}$$

$$b) f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.4 \text{ s}} = \boxed{0.417 \text{ Hertz}}$$

$$c) \omega = 2\pi f = 2\pi (0.417) = \boxed{2.62 \text{ Rad/seg}}$$

- ② Un objeto de 7.00 kg cuelga del extremo inferior de un resorte vertical sujeto a una viga elevada. El objeto se pone en oscilaciones verticales que tienen un periodo de 2.60 seg. Encuentre la constante de fuerza del resorte.

Sol

~~$T = 2.6 \text{ seg}$ sabemos que~~

~~$k = ?$ $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ ó $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$~~

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 (7.0 \text{ kg})}{(2.60)^2} = 40.9 \text{ kg/seg}^2$$

- ③ Una masa de 2 kg cuelga de un resorte. Cuando se añade una masa de 200 gr, el resorte se alarga 2 cm. Se quita el cuerpo de 200 gr, y el sistema se hace oscilar. En estas condiciones el periodo del movimiento (en seg) es aproximadamente.

Sol

Calculando k

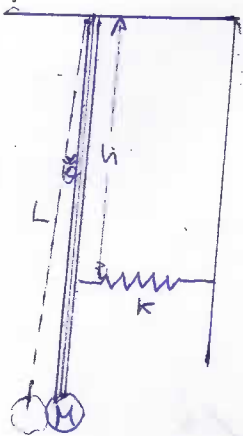
$$k = \frac{F}{x} = \frac{(0.2 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{0.02 \text{ m}} = 98 \text{ N/m}$$

ahora calculo de T

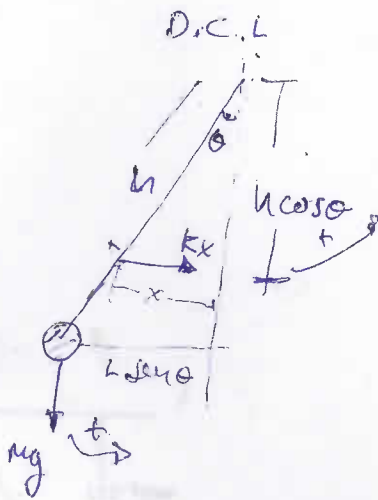
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2(3.14) \sqrt{\frac{2 \text{ kg}}{98 \text{ N/m}}} = 0.9 \text{ seg}$$

$$T \approx 0.9 \text{ seg} \text{ / Rad}$$

5) Un péndulo de longitud L y masa M , tiene un resorte de constante de fuerza k conectado a él a una distancia h a bajo de su punto de suspensión. Encuentre la frecuencia de vibración del sistema para pequeños valores de la amplitud. $I = ML^2 \rightarrow$ momento de inercia del péndulo simple



Solución



$$\tau = -I\alpha, \quad \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\ddot{\theta}$$

$$\tau = mgl \sin\theta + kx h \cos\theta$$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgl \sin\theta + kx h \cos\theta = 0$$

$\sin\theta \approx \theta$ pequeño

$\cos\theta \approx 1, \quad x = h\theta$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgl\theta + kh^2\theta = 0$$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + (mgl + kh^2)\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{mgl + kh^2}{I} \right) \theta = 0$$

$$\omega^2 = \frac{mgl + kh^2}{I}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl + kh^2}{I}}, \quad 2\pi f = \sqrt{\frac{mgl + kh^2}{I}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl + kh^2}{I}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl + kh^2}{ML^2}}$$



1. Un péndulo de 1,00 m de largo y cuya masa es de 0,5 kg, se separa de modo que está situado a 4 cm sobre la altura de equilibrio. Expresar en función de la altura del péndulo, la fuerza tangencial a su trayectoria, su aceleración tangencial, su velocidad y su desplazamiento angular cuando se le permite oscilar. Encontrar los valores numéricos correspondientes al punto de su amplitud máxima y al punto más bajo de la trayectoria del péndulo. Encontrar su amplitud angular.
2. Un péndulo de torsión consiste en bloque rectangular de madera de 10 cm x 14 cm x 5 cm con una masa de 0,5 Kg . suspendido por medio de un alambre que pasa a través de su centro y de tal modo que el lado más corto es vertical. El periodo de oscilación es de 2,4 s. ¿Cuál es la constante de torsión k del alambre
3. Una rueda de 30 cm de radio tiene una manigueta en su borde. La rueda gira a 0,5 rev/s en su eje en posición horizontal. Suponiendo que los rayos del sol inciden verticalmente sobre la tierra. La sombra de la manigueta está animada de movimiento armónico simple encontrar.
 - a. El periodo de oscilación de su sombra
 - b. Su frecuencia
 - c. Su amplitud
 - d. Escribir las ecuaciones que expresan su desplazamiento en función del tiempo. Suponer la fase inicial cero.
4. El movimiento de una aguja de una máquina de coser es movimiento armónico simple. Si su amplitud es de 300 mm y su frecuencia es de 600 vib/min. ¿Cuál será la elongación, la velocidad y la aceleración un treintavo de segundo después que pase por el centro de su trayectoria.
 - a. En un sentido positivo o hacia arriba
 - b. En un sentido negativo o hacia abajo
5. La grafica energía cinética vs posición corresponde a un oscilador de 1 Kg; determine el periodo y la amplitud de sus oscilaciones.

