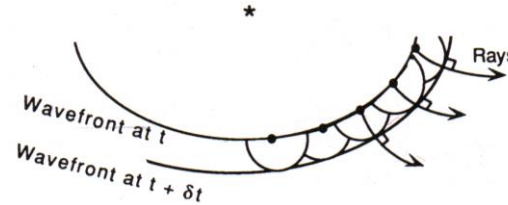
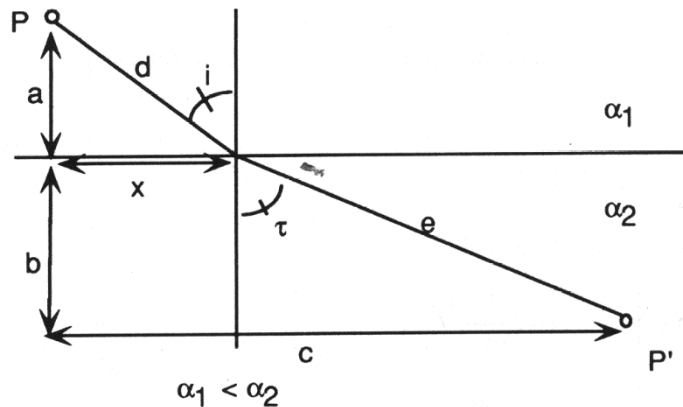


Teoría de Rayos

El **principio de Huygens** establece que cada punto del frente de onda es fuente de nuevas perturbaciones



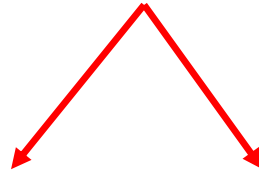
El **principio de Fermat** gobierna la geometría de la trayectoria de los rayos y establece que la propagación de los rayos se verifica siguiendo los caminos en los que el tiempo es estacionario (camino sismico). De aquí sigue la ley de Snell:



$$\frac{\sin i}{\alpha_1} = \frac{\sin \tau}{\alpha_2}$$

Trayectoria
braquistócrona

Teoría de Rayos



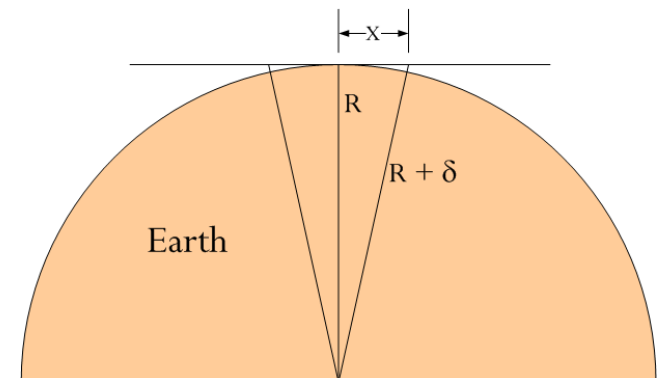
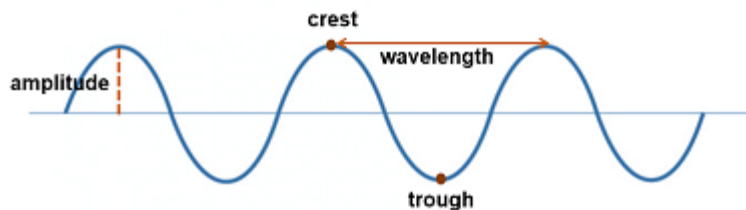
Aproximación PLANA

Aproximación ESFÉRICA



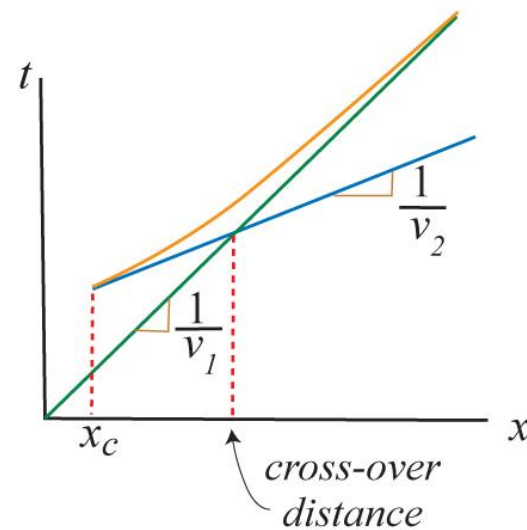
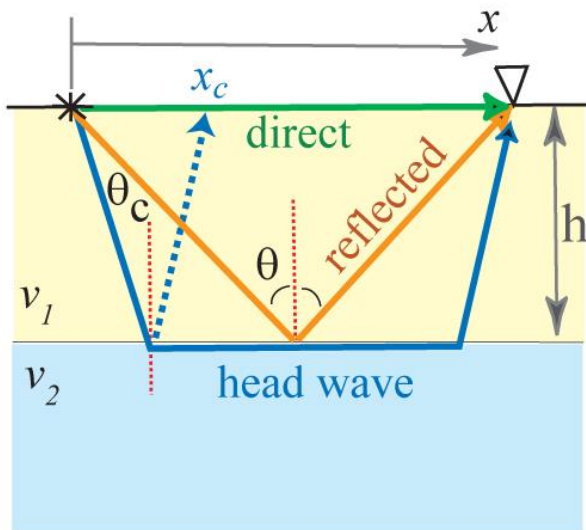
Próximo TP

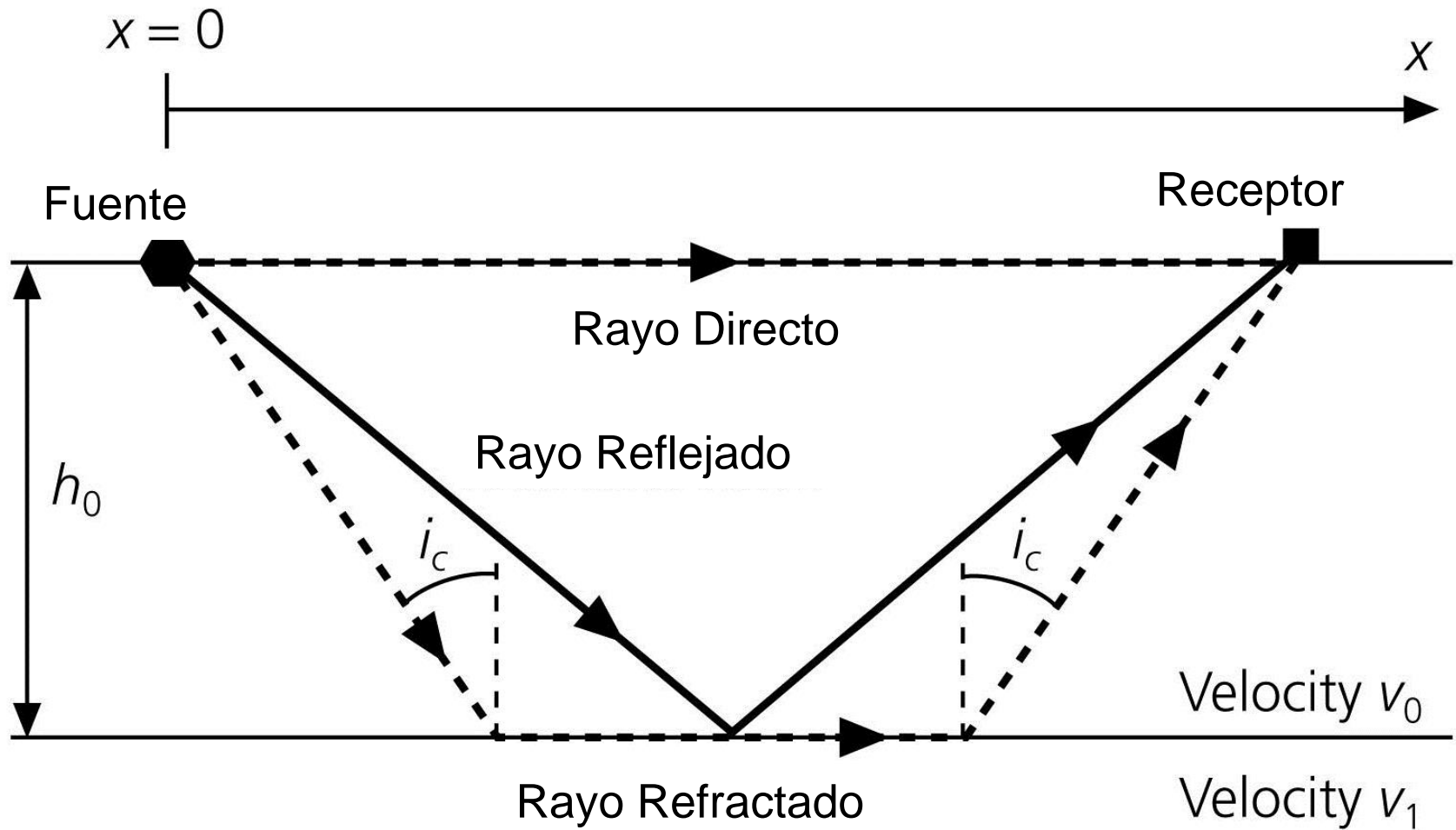
- Distancias ≤ 500 km
- Longitud de onda \ll espesor de la capa



Escenario

- Rayos propagándose por Corteza y Manto Superior
- Capas planas y paralelas
- Velocidad constante

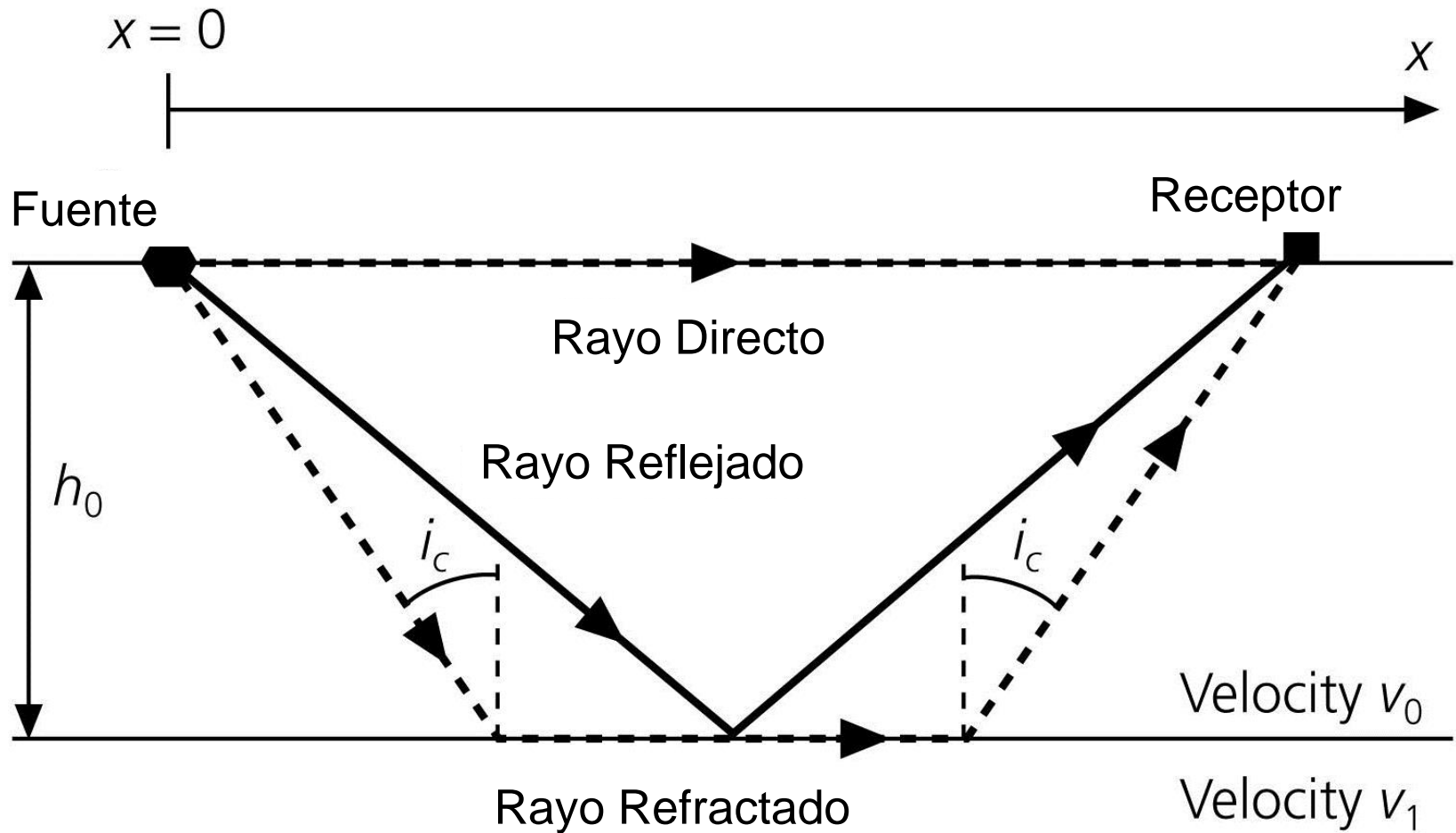




Rayo Directo $T_D(x) = x/v_0$

Rayo Reflejado $T_R(x) = 2(x^2/4 + h_0^2)^{1/2}/v_0$ Es una hipérbola $T_R^2(x) = x^2/v_0^2 + 4h_0^2/v_0^2$

Para $X=0$, $T_R(0) = 2h_0/v_0$



Rayo Refractado
$$T_H(x) = \frac{x - 2h_0 \tan i_c}{v_1} + \frac{2h_0}{v_0 \cos i_c} = \frac{x}{v_1} + 2h_0 \left(\frac{1}{v_0 \cos i_c} - \frac{\tan i_c}{v_1} \right)$$

Esto se puede escribir como:
$$T_H(x) = x / v_1 + 2h_0 (1 / v_0^2 - 1 / v_1^2)^{1/2} = x / v_1 + \tau_1$$

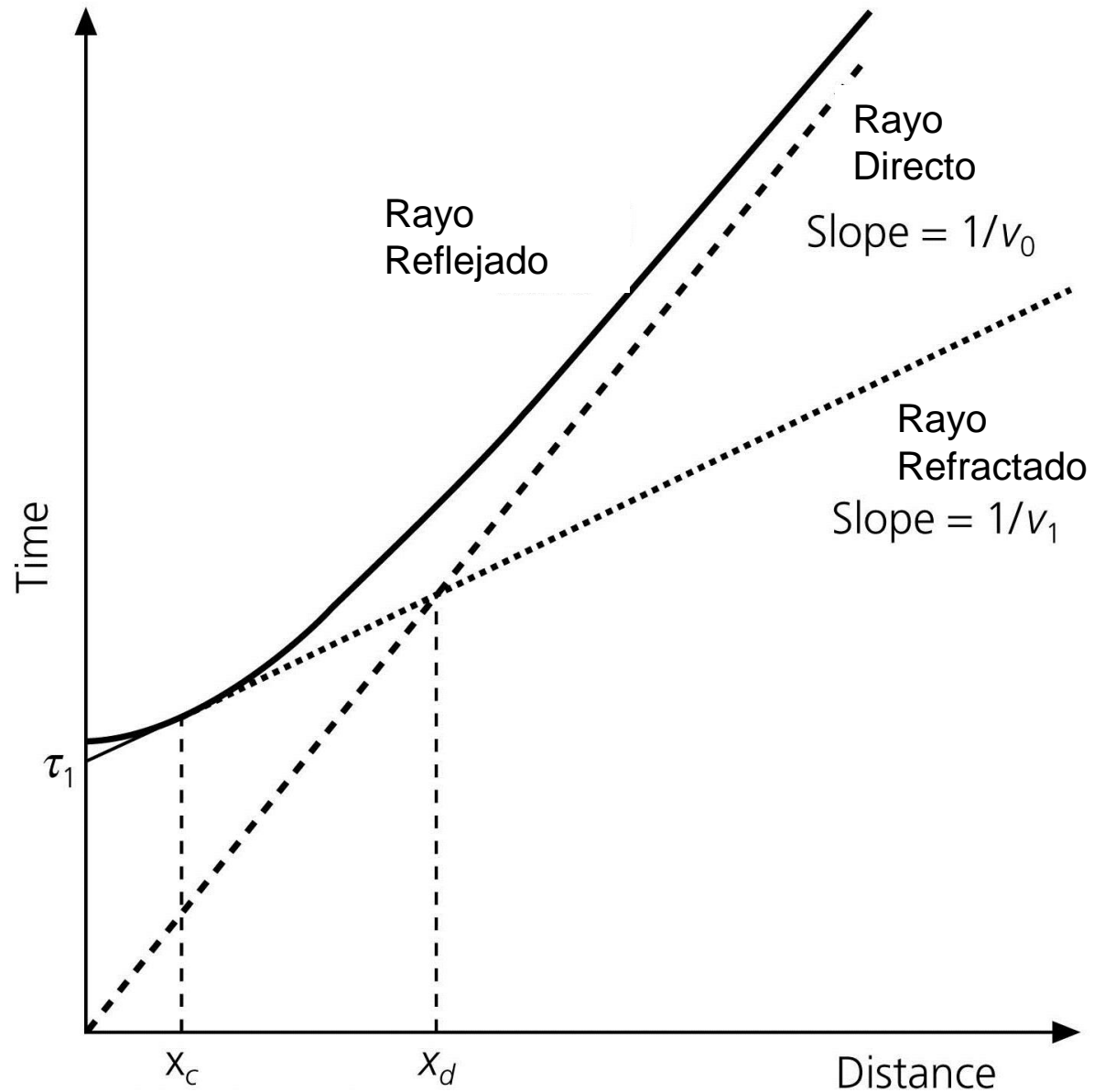
donde
$$\tau_1 = 2h_0(1/v_0^2 - 1/v_1^2)^{1/2}$$

Rayo Directo

$$T_D(x) = x/v_0$$

Rayo Reflejado

$$T_R(x) = 2(x^2/4 + h_0^2)^{1/2}/v_0$$



Rayo Reflejado

Rayo Directo
Slope = $1/v_0$

Rayo Refractado
Slope = $1/v_1$

τ_1

x_c

x_d

Distance

Rayo Refractado

$$T_H(x) = x / v_1 + 2h_0 (1 / v_0^2 - 1 / v_1^2)^{1/2}$$

Distancia Crítica

$$x_c = 2h_0 \tan i_c$$

Distancia de cruce

donde $T_D(x) = T_H(x)$:

$$x_d = 2h_0 \left(\frac{v_1 + v_0}{v_1 - v_0} \right)^{1/2}$$

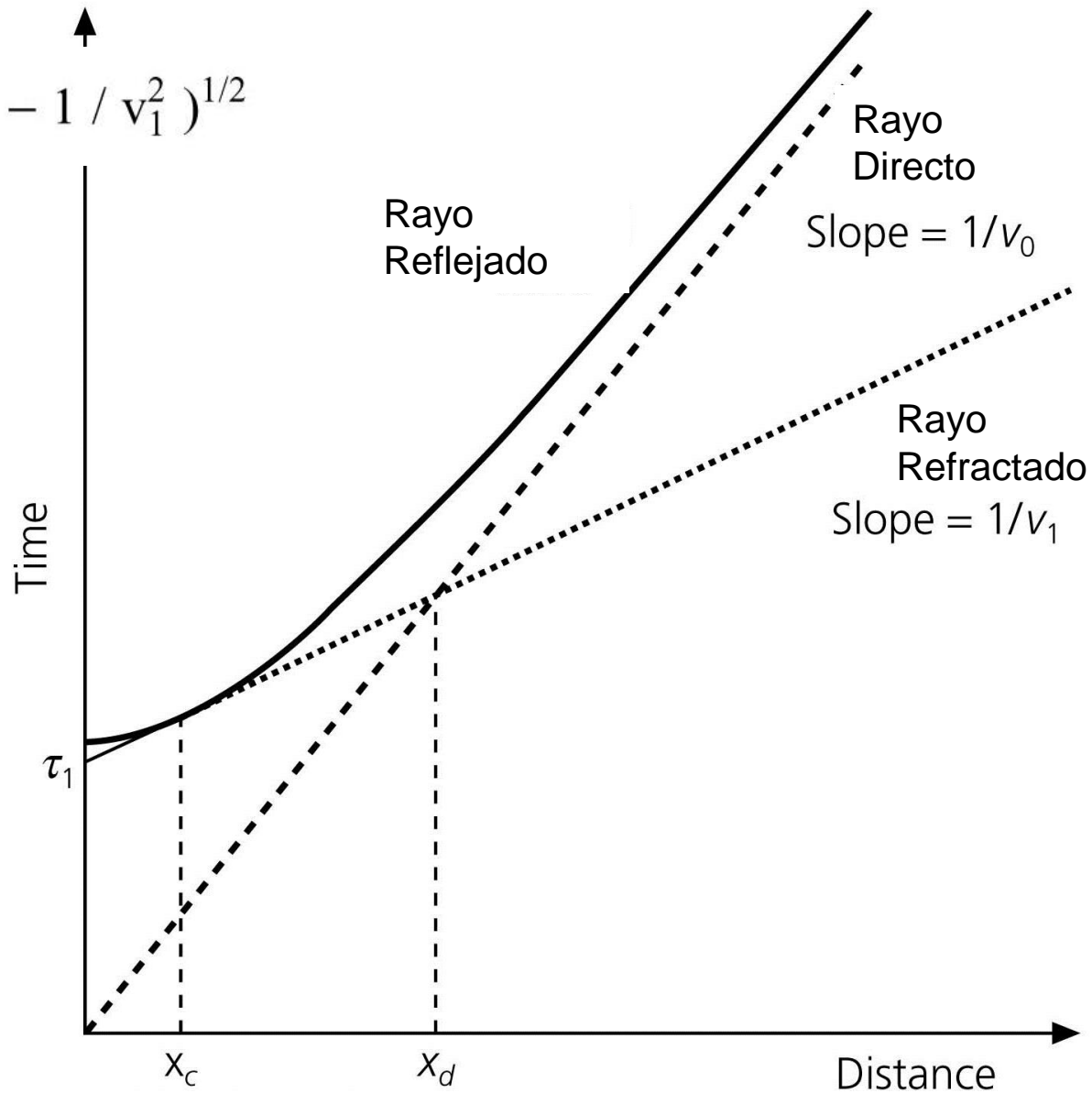
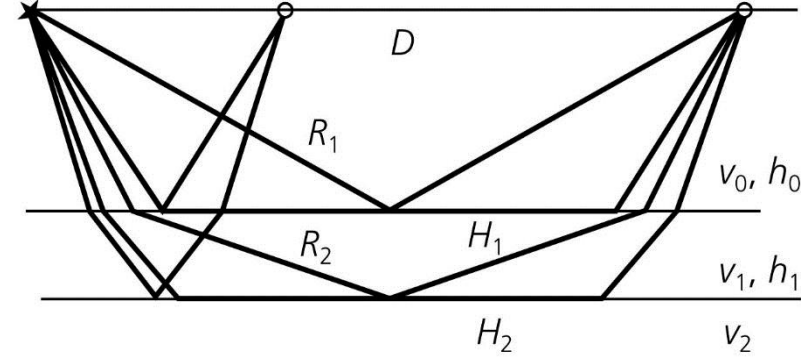
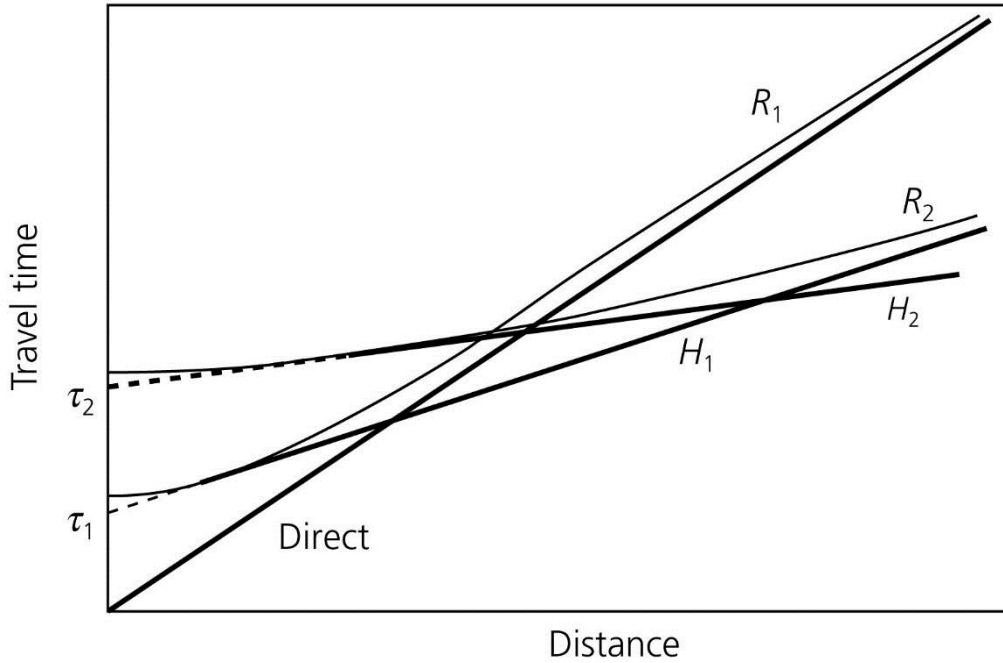


Figure 3.2-7: Rays and times for two layers over a halfspace.



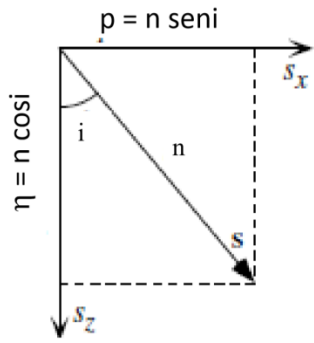
Head wave at the top of the n th layer: $T_{H_n}(x) = x/v_n + \tau_n$

where
$$\tau_n = 2 \sum_{j=0}^{n-1} h_j (1/v_j^2 - 1/v_n^2)^{1/2}$$

The thickness of a layer is found from:
$$h_{n-1} = \frac{\tau_n - 2 \sum_{j=0}^{n-2} h_j (1/v_j^2 - 1/v_n^2)^{1/2}}{2(1/v_{n-1}^2 - 1/v_n^2)^{1/2}} .$$

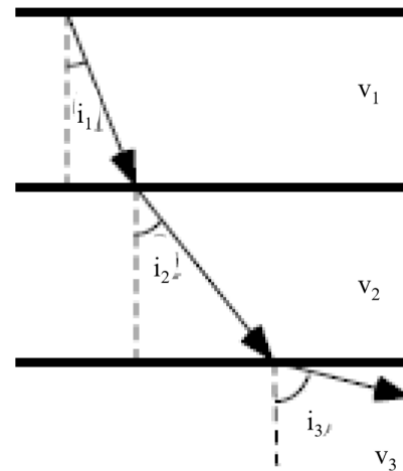
For example, for two layers over a halfspace ($n = 2$):
$$h_1 = \frac{\tau_2 - 2h_0(1/v_0^2 - 1/v_2^2)^{1/2}}{2(1/v_1^2 - 1/v_2^2)^{1/2}}$$

Vector Lentitud $n=1/v$



$$\begin{cases} i = 90^\circ \\ \eta = 0 \\ p = n \end{cases}$$

Trayectoria del rayo para medios lateralmente homogéneos



Considerando $v_1 < v_2 < v_3$

$$P = n_1 \text{sen} i_1 = n_2 \text{sen} i_2 = n_3 \text{sen} i_3 = \text{cte}$$

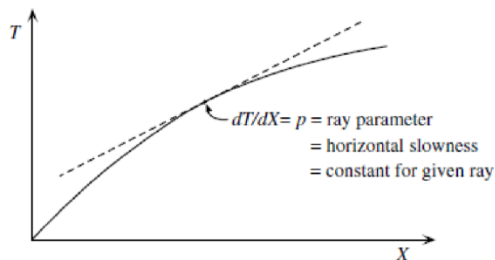
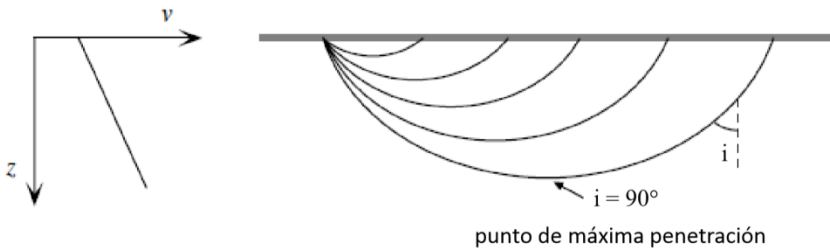
$$i_1 < i_2 < i_3$$

si v sigue aumentando, i llegará a 90°

Cuando $i = 90^\circ$ $p = n_{mp}$

El rayo estará en el punto de **máxima penetración**

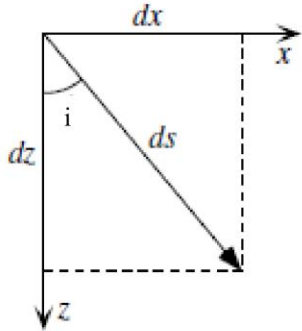
Trayectoria de rayos para un modelo con un aumento continuo de velocidad



Curva de tiempo de propagación

Cada punto de la curva resulta de una trayectoria de rayo distinta, la pendiente dT/dX es el parámetro del rayo

Distancia y tiempo de propagación para un rayo



$$\frac{dx}{dz} = \frac{p}{\sqrt{n^2 - p^2}}$$

Integrando para obtener x

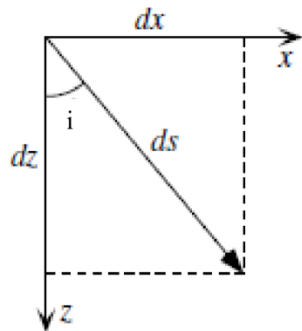
$$x(z_1, z_2, p) = p \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - p^2}}$$

Si $\begin{cases} Z_1=0 & (\text{sup. libre}) \\ Z_2 = \text{pto de máx. penetración} \end{cases}$

$$x(p) = p \int_0^{z_p} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - p^2}}$$

Como el rayo es simétrico, la distancia total es 2 veces x(p)

$$X(p) = 2p \int_0^{z_p} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - p^2}}$$



$$\frac{dt}{dz} = \frac{n^2}{\sqrt{n^2 - p^2}}$$

Integrando para obtener t entre la superficie y el pto. de máxima penetración

$$t(p) = \int_0^{z_p} \frac{n^2(z)}{\sqrt{n^2(z) - p^2}} dz$$

El tiempo total T(p)

$$T(p) = 2 \int_0^{z_p} \frac{n^2(z)}{\sqrt{n^2(z) - p^2}} dz$$

Presencia de gradientes de velocidad



Parametrizar el modelo en un número discreto de puntos en profundidad



Evaluar las integrales de X(p) y T(p) asumiendo una función de interpolación apropiada entre los puntos del modelo

Presencia de gradientes de velocidad



Gradiente lineal de velocidad entre puntos del modelo

$$v = a + bz \quad \text{con} \quad b = \frac{v_2 - v_1}{z_2 - z_1}$$

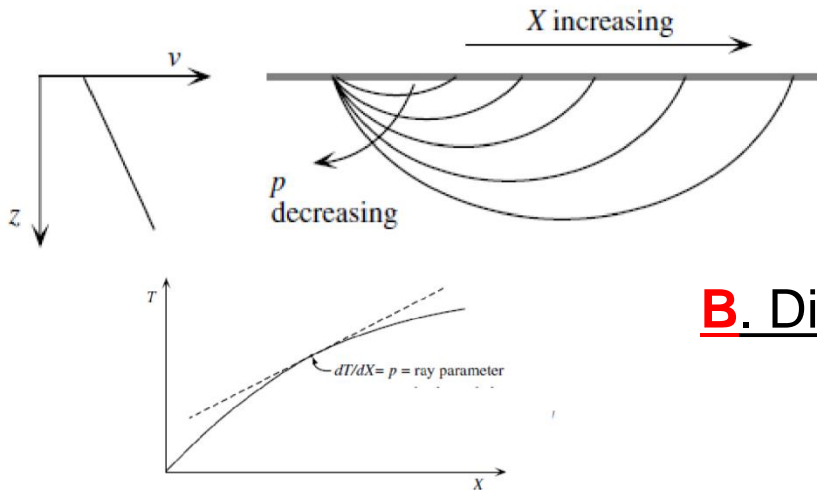
$$x(p) = \frac{\eta}{bnp} \left| \frac{n_1}{n_2} \right|$$

$$t(p) = \frac{1}{b} \left[\ln \left(\frac{n + \eta}{p} \right) \right] - \frac{\eta}{n} \left| \frac{n_1}{n_2} \right| + px(p)$$

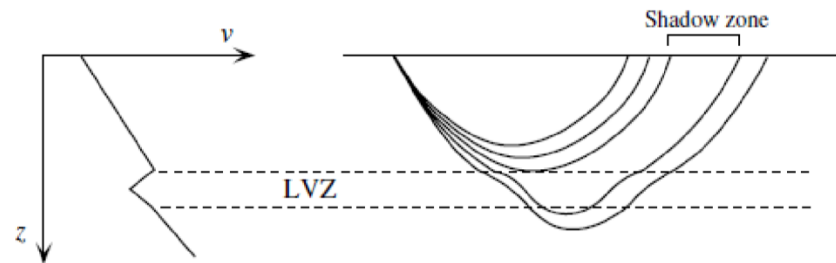
ESCENARIOS

A. Aumento normal de velocidad

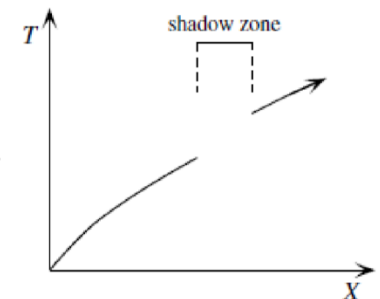
Generalmente $X(p)$ aumenta a medida que p disminuye
 $dX/dP < 0$, la rama de la curva de tiempo es **directa**



B. Disminución de velocidad con la profundidad



Ocasionalmente la **velocidad decrece con la profundidad** generando una zona de baja velocidad LVZ (transición manto-núcleo donde la velocidad de P disminuye de 14 km/s a 8 km/s)



ESCENARIOS

C. Aumento brusco de velocidad

Ocasionalmente debido a una **rápida transición de velocidad** $dX/dP > 0$ y los rayos vuelven sobre si, la rama de la curva de tiempo es **retrógrada**. La transición directa-retrógrada- directa genera una triplicación en la curva de tiempo de viajes

