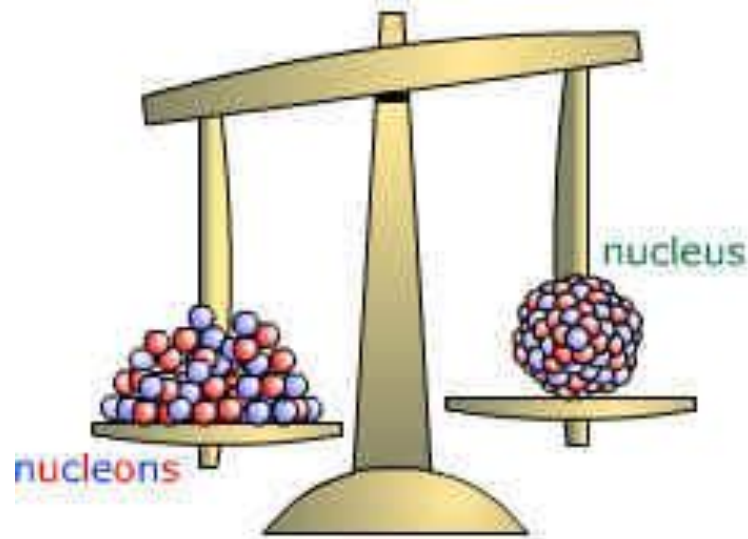


# Μάζα των πυρήνων

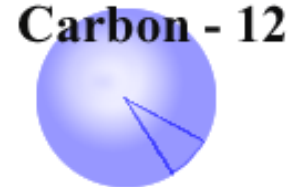


**Α. Λιόλιος**  
**Μάθημα Πυρηνικής Φυσικής**

# Μονάδα για τη μέτρηση των πυρηνικών μαζών

**$u$**

: είναι η μονάδα ατομικής μάζας (*atomic mass unit*)  
εν συντομία *amu*.



Ορίζεται ότι η μάζα του ατόμου  $^{12}\text{C}$  (μαζί με τα 6 ηλεκτρόνια)  
ισούται με  $12 \text{ amu}$  (ή  $12 u$ ) ακριβώς.

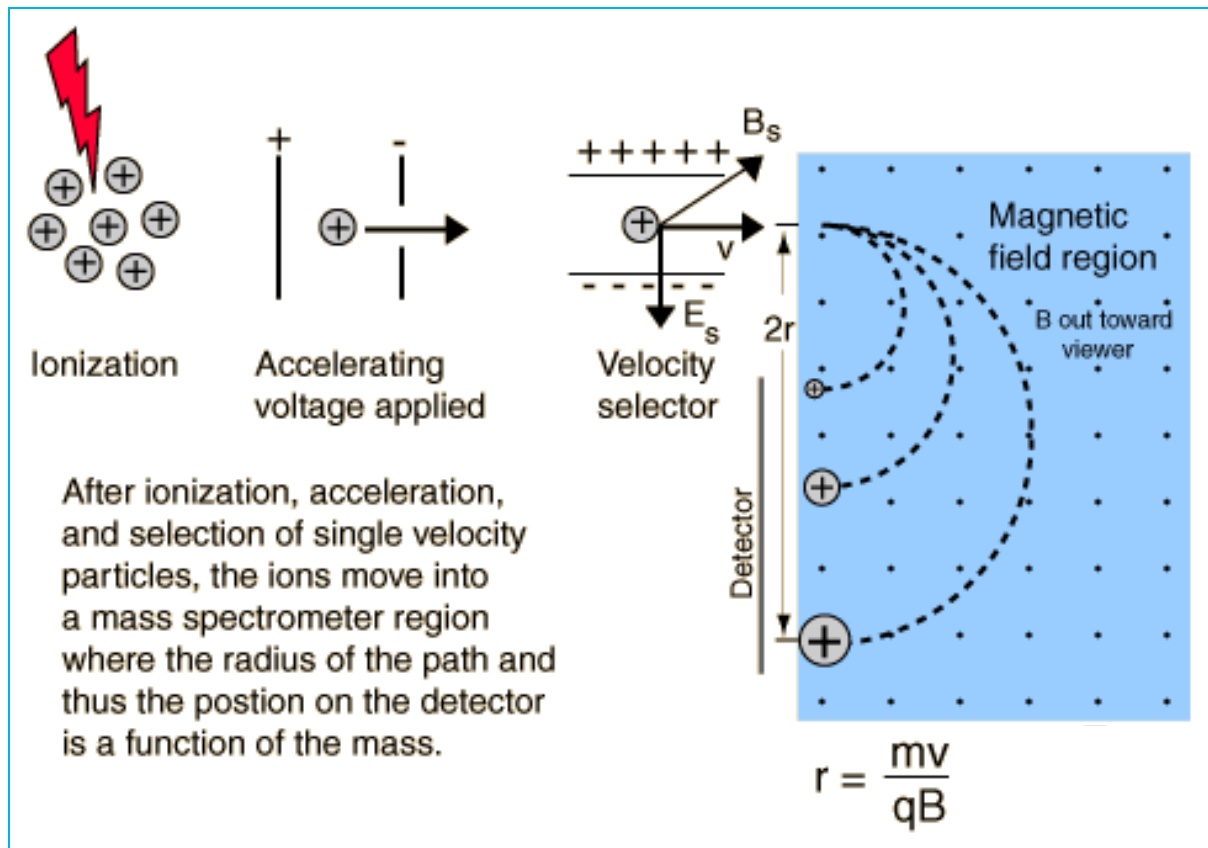
$$1 u = 1 \text{ amu} = 1.6605402(10) \times 10^{-27} \text{ kg} \\ = 931.49432(28) \text{ MeV}/c^2$$

Μάζα του πρωτονίου:  $M_p = 1.00727647(12) u = 938.2723 \text{ MeV}/c^2$

Μάζα του νετρονίου:  $M_n = 1.00866489(12) u = 939.56563 \text{ MeV}/c^2$

# Μέτρηση της μάζας πυρήνων με φασματογράφο μάζας

## Αρχή λειτουργίας του φασματογράφου μάζας



Ο επιλογέας ταχύτητας (Velocity Selector) έχει και ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, κάθετα μεταξύ τους, που ασκούν δυνάμεις στα ιόντα αντίθετης φοράς. Μόνο για ορισμένης ταχύτητας ιόντα οι δυνάμεις  $F=qE$  και  $F=qvB$  εξισορροπούνται:  $qE=qvB$ , άρα μόνο τα ιόντα με ταχύτητα  $v=E/B$  κινούνται ευθύγραμμα και φθάνουν στην επόμενη περιοχή στην οποία υπάρχει μόνο μαγνητικό πεδίο.

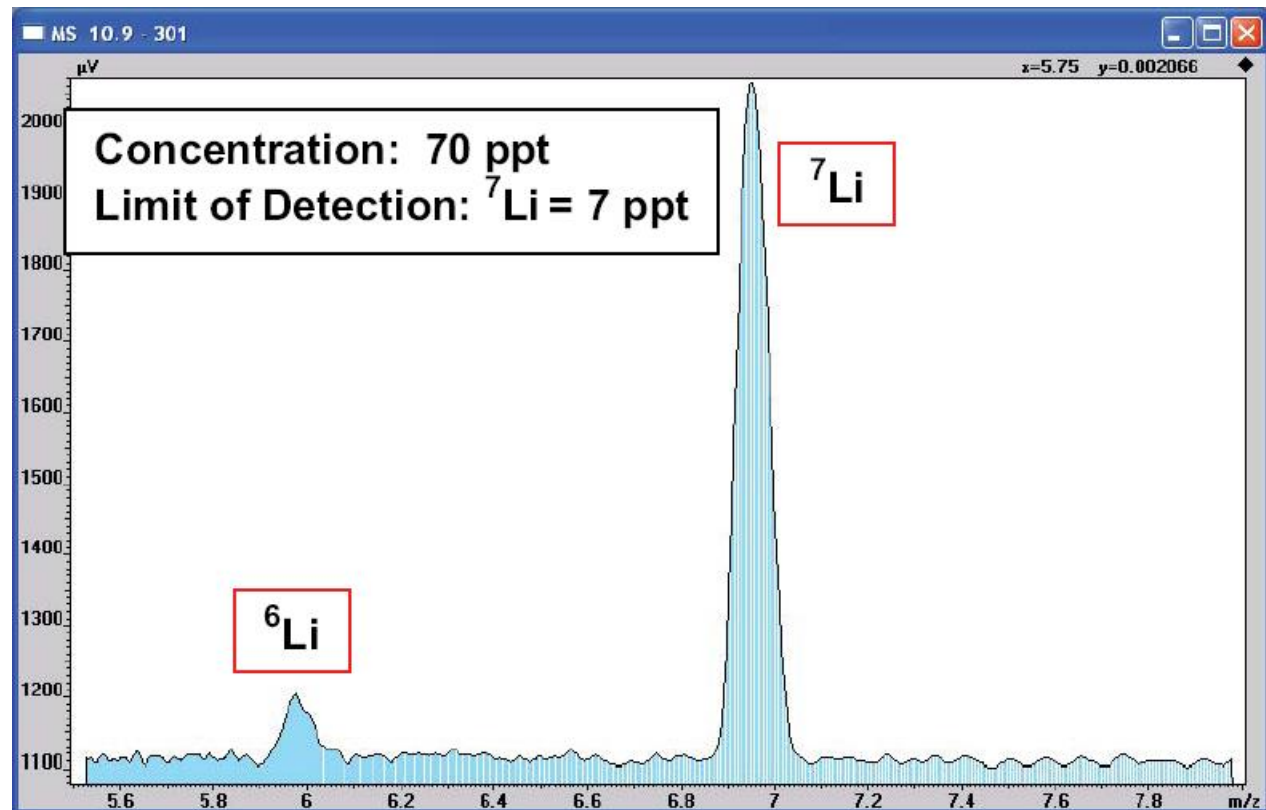
Εκεί τα ιόντα διαχωρίζονται ανάλογα με το λόγο  $q/m$  που έχουν, διότι η δύναμη Lorentz παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. (βλέπε Εργαστήριο Ατομικής, άσκηση μέτρησης του  $e/m$  των ηλεκτρονίων).

# Μέτρηση της μάζας πυρήνων με φασματογράφο μάζας

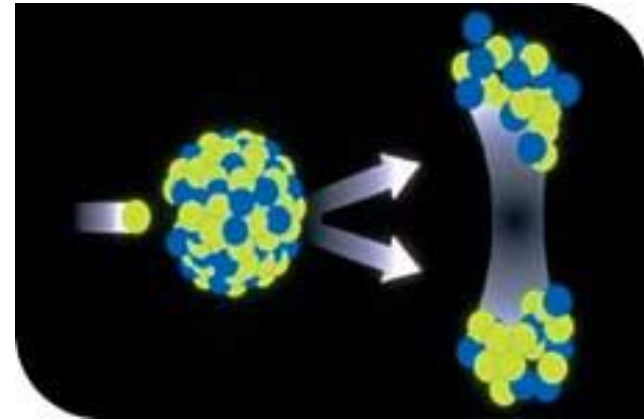
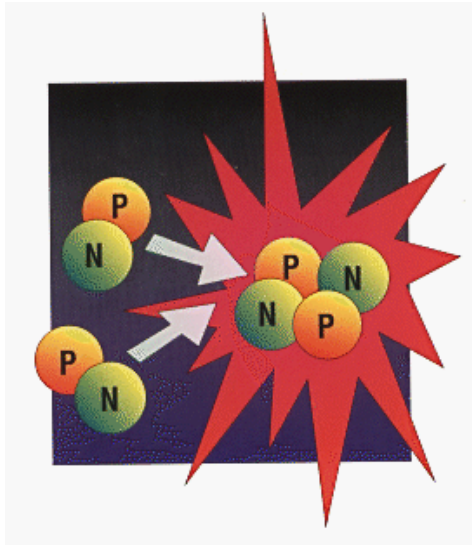


Παράδειγμα  
φασματογραφήματος  
μάζας:

Τα δύο σταθερά  
ισότοπα του λιθίου Li-  
6 και Li-7, με σχετική  
ατομική αναλογία στη  
φύση 7,5% και 92,5%  
αντίστοιχα. Όλα τα  
άλλα ισότοπα του  
λιθίου είναι βραχύβια  
ραδιενεργά.



# Πυρηνική μάζα και ενέργεια σύνδεσης



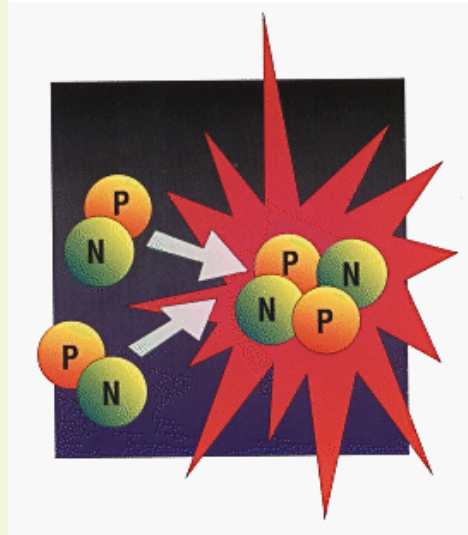
*Η μάζα των πυρήνων ( $M$ ) σχετίζεται με την ενέργεια σύνδεσης (binding energy,  $BE$ ) και την ενέργεια διαχωρισμού (separation energy,  $S$ ).*

# Ενέργεια σύνδεσης $B(A,Z)$

Ορισμός:

$$B(A, Z) = [ZM_p + NM_n - M(A, Z)]c^2$$

Ενέργεια σύνδεσης ενός πυρήνα είναι η ποσότητα ενέργειας που ελευθερώνεται όταν φανταστούμε τα νουκλεόνια που τον αποτελούν, ευρισκόμενα αρχικά σε ελεύθερη κατάσταση, να πλησιάζουν με μηδενική κινητική ενέργεια τόσο κοντά μεταξύ τους ώστε η δράση των ελκτικών δυνάμεων να τα κάνει να δημιουργήσουν έναν ενιαίο πυρήνα σε σταθερή κατάσταση.



Ενδιαφέρουσα ποσότητα είναι η μέση **ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο**.

$$B_{ave.}(A, Z) = \frac{B(A, Z)}{A}$$

## Παράδειγμα: Ενέργεια Σύνδεσης του δευτερονίου

Παράδειγμα: deuteron  ${}^2\text{D}$  (1 proton + 1 neutron)

$$m_p = 1.007825 \text{ u}$$

$$m_n = 1.008665 \text{ u}$$

---

$$m_{p+n} = 2.016490 \text{ u}$$

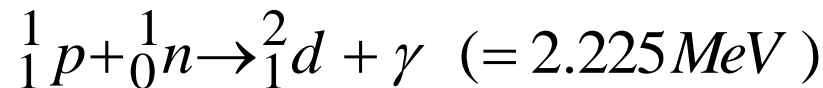
$$m_D = 2.014102 \text{ u}$$

Δηλαδή το δευτερόνιο είναι κατά  $0.002338 \text{ u}$  ελαφρύτερο από το άθροισμα των μαζών των  $p$  και  $n$ .

Αυτή η ποσότητα ισοδυναμεί με την **ενέργεια σύνδεσης** (Binding Energy) και είναι η ενέργεια που απαιτείται για να διαλυθεί ο πυρήνας στα εξών συνετέθη ( $2.225 \text{ MeV}$ ).

## Παράδειγμα: Ενέργεια Σύνδεσης του δευτερονίου

- ❖ Το δευτερόνιο μπορεί να σχηματισθεί με αντίδραση αρπαγής ενός θερμικού νετρονίου από ελεύθερο πρωτόνιο σύμφωνα με την αντίδραση:

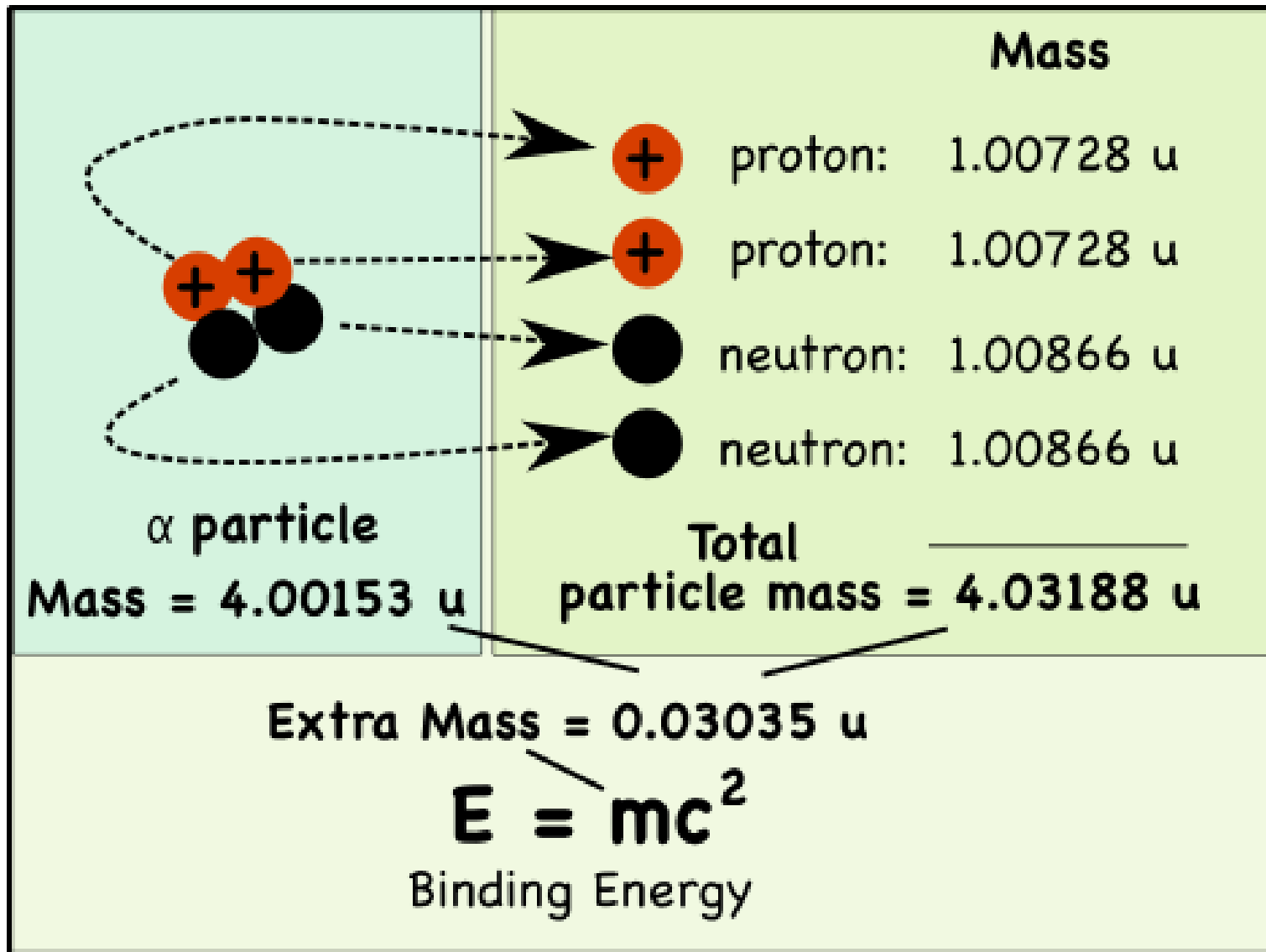


- ❖ Η αντίδραση είναι εξώθερμη και έχει σαφές σήμα πραγματοποίησής της την σύγχρονη εκπομπή ενός φωτονίου ακτίνων-γ ενέργειας 2.225 MeV.
- ❖ Επειδή τα νετρόνια είναι θερμικά, σχεδόν μηδενικής κινητικής ενέργειας ( $E_n = 0.025 \text{ eV}$ ), η ενέργεια των φωτονίων των ακτίνων γάμμα της αντίδρασης είναι η **ενέργεια σύνδεσης  $BE$  του δευτερονίου:**

$$BE\left({}^2_1d\right) = \left(m_p + m_n - m_d\right) \cdot c^2$$



# Παράδειγμα: Ενέργεια Σύνδεσης του σωματίου άλφα



# Χάρτης των ισοτόπων

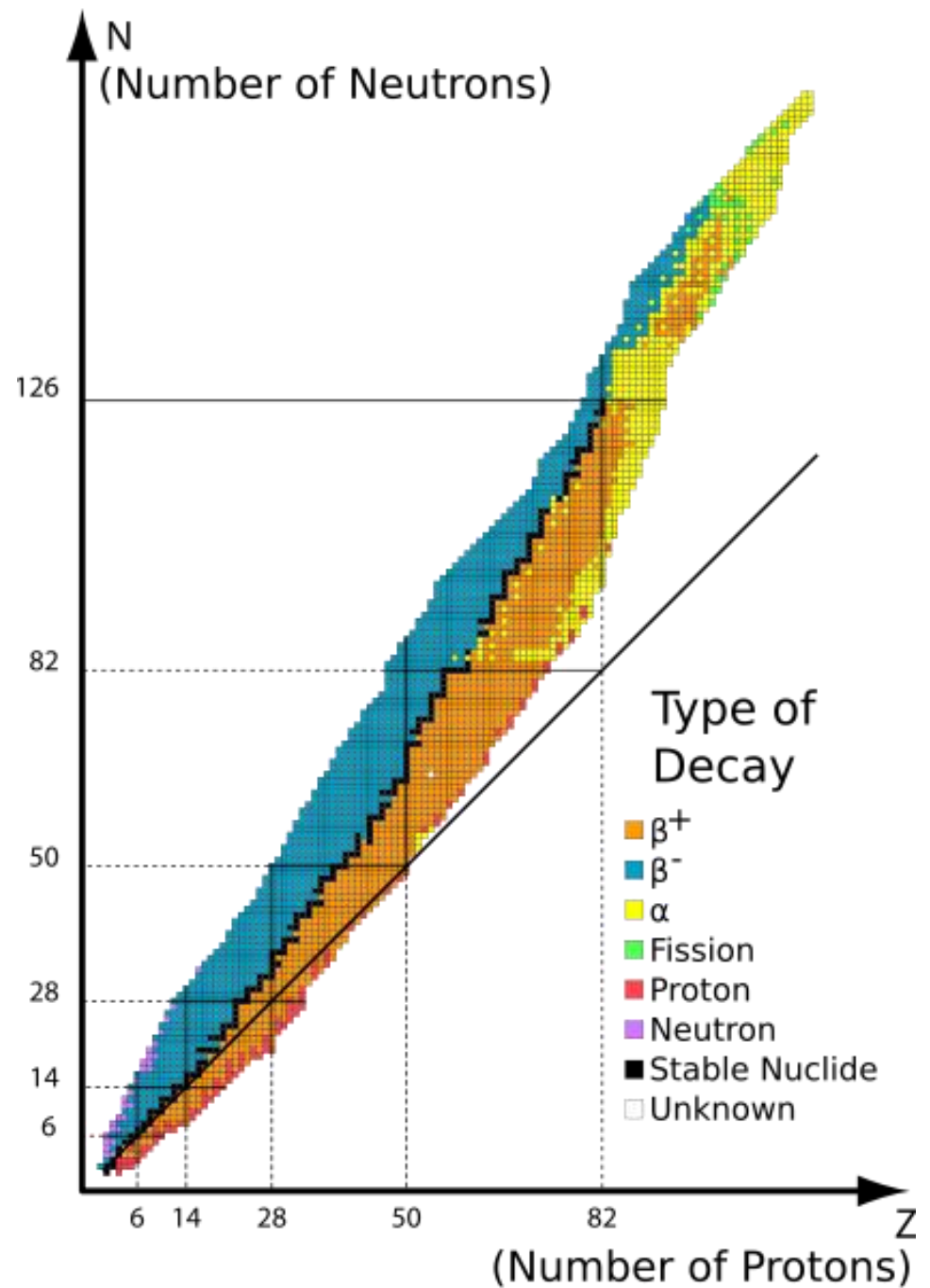
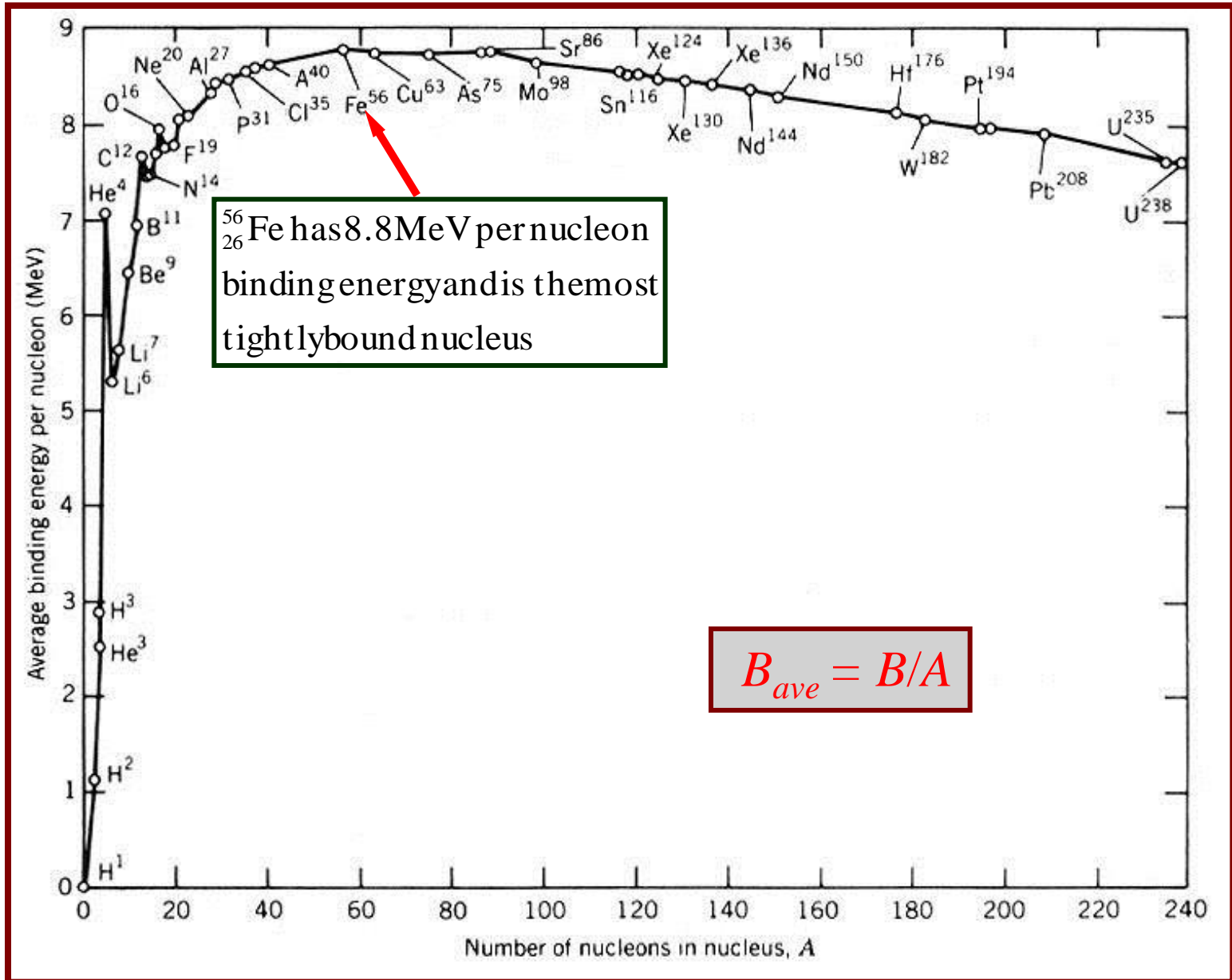


Table 4.2. *Energies of some light nuclei*

Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)	Spin and parity
${}^2_1\text{H}$	2.22	2.2	1.1	$1^+$
${}^3_2\text{H}$	8.48	6.3	2.8	$\frac{1}{2}^+$
${}^4_2\text{He}$	28.30	19.8	7.1	$0^+$
${}^5_2\text{He}$	27.34	-1.0	5.5	$\frac{3}{2}^-$
${}^6_3\text{Li}$	31.99	4.7	5.3	$1^+$
${}^7_3\text{Li}$	39.25	7.3	5.6	$\frac{3}{2}^-$
${}^8_4\text{Be}$	56.50	17.3	7.1	$0^+$
${}^9_4\text{Be}$	58.16	1.7	6.5	$\frac{3}{2}^-$
${}^{10}_5\text{B}$	64.75	6.6	6.5	$3^+$
${}^{11}_5\text{B}$	76.21	11.5	6.9	$\frac{3}{2}^-$
${}^{12}_6\text{C}$	92.16	16.0	7.7	$0^+$
${}^{13}_6\text{C}$	97.11	5.0	7.5	$1^-$
${}^{14}_7\text{N}$	104.66	7.6	7.5	$1^+$
${}^{15}_7\text{N}$	115.49	10.8	7.7	$1^-$
${}^{16}_8\text{O}$	127.62	12.1	8.0	$0^+$
${}^{17}_8\text{O}$	131.76	4.1	7.8	$\frac{5}{2}^+$

# Διάγραμμα της μέσης ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο ως προς τον μαζικό αριθμό A



### 3. Διερεύνηση του διαγράμματος της ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο

(a).  $0 \leq A \leq 30$

Η  $B_{ave}$  αυξάνει με την αύξηση του μαζικού αριθμού  $A$ .

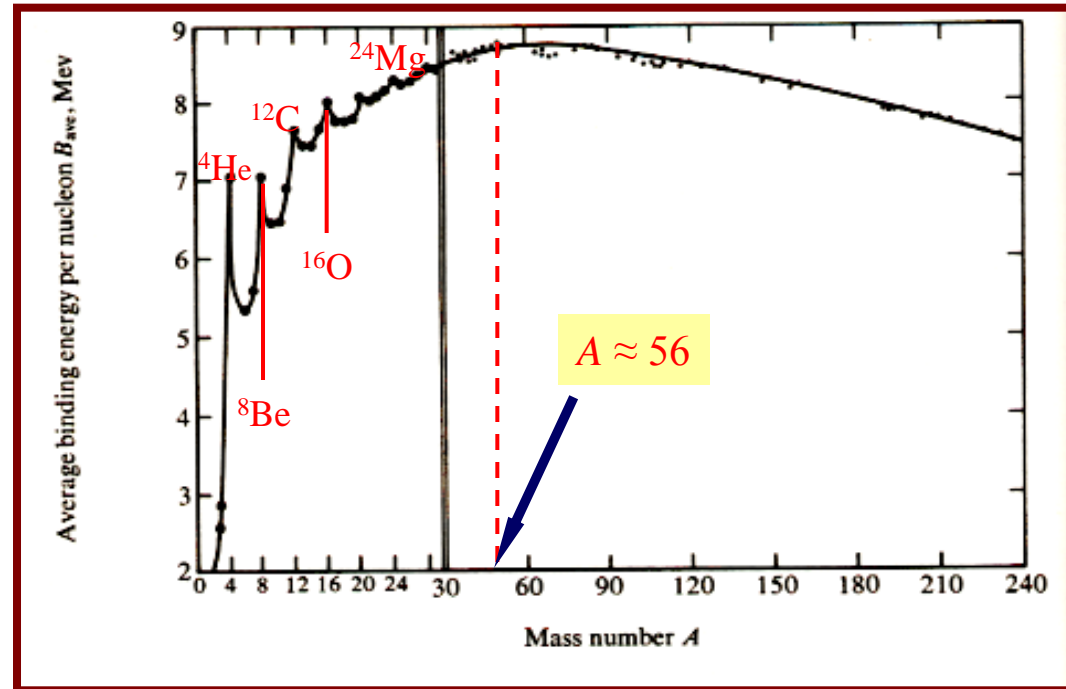
Σε κάποιες συγκεκριμένες τιμές του  $A$  (για  $A = 4n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ) η τιμή της  $B_{ave}$  είναι σαφώς μεγαλύτερη από αυτή των γειτονικών πυρήνων.

(b).  $30 \leq A \leq 240$

Η τιμή της  $B_{ave}$  αυξάνει αργά και μετά μειώνεται αργά, κυμαινόμενη στην περιοχή μεταξύ 7.5 ~ 8.5 MeV.

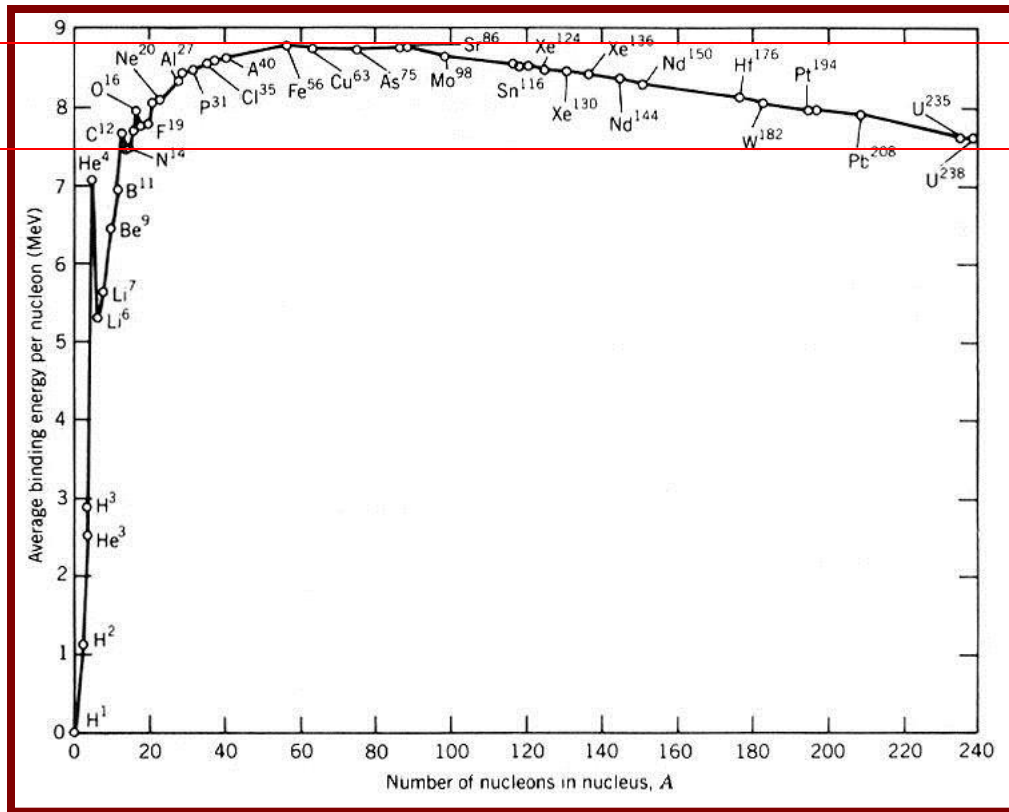
(c).  $A \approx 56$  ( $^{56}\text{Fe}$ )

Εδώ, η τιμή της  $B_{ave}$  φτάνει στο μέγιστό της (8.8 MeV)



(d).  $A > 60$

Η τιμή της  $B_{ave}$  μειώνεται με την αύξηση του  $A$ . Αυτό οφείλεται στην άπωση Coulomb των πρωτονίων (που δεν είναι κορέσιμη) και στον κορέσιμο χαρακτήρα της πυρηνικής δύναμης.



Η σταθεροποίηση της τιμής της  $B_{\text{ave}}/A$  (στα  $\sim 8$  MeV περίπου) μετά τους λίγους πρώτους ελαφρούς πυρήνες, είναι εκδήλωση της μικρής εμβέλειας της πυρηνικής δύναμης.

Γι' αυτό το λόγο επίσης λέμε ότι η πυρηνική δύναμη είναι **κορέσιμη**.

Πιο σταθεροί οι ελαφροί πυρήνες με  $A = 4n$ . Αυτοί έχουν άρτιο και το  $Z$  και το  $N$  και γι' αυτό λέγονται “άρτιοι-άρτιοι πυρήνες”.

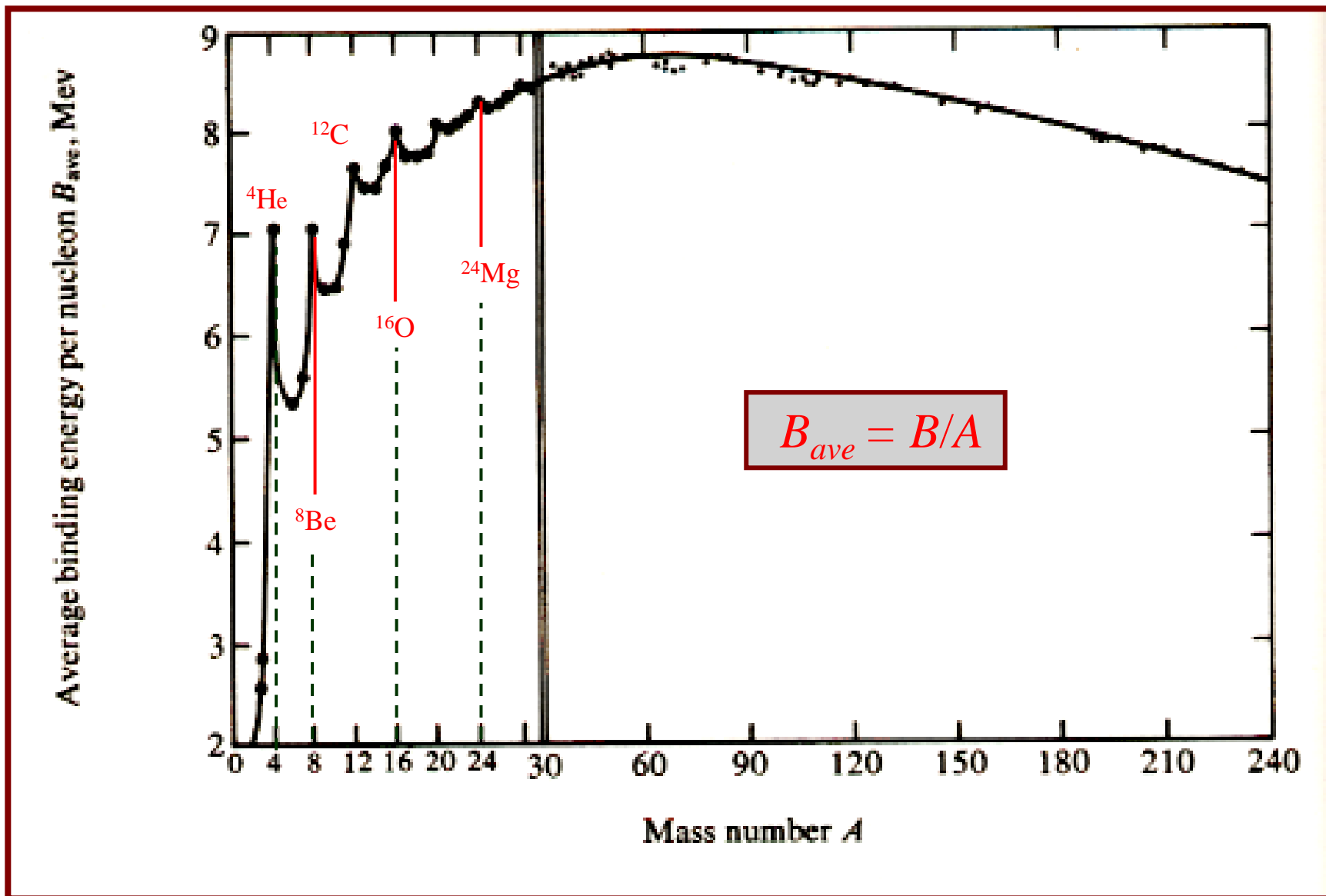


Table 1-3: Binding energies (MeV) for some stable light nuclei.

Symbol	$E_B$	$E_B/A$	$\Delta E$	Symbol	$E_B$	$E_B/A$	Symbol	$E_B$	$E_B/A$
$^2\text{H}$	2.22	1.11	—	$^3\text{H}$	8.48	2.83	$^3\text{He}$	7.72	2.57
$^4\text{He}$	28.30	7.07	—	$^5\text{He}$	27.41	5.48	$^5\text{Li}$	26.33	5.27
$^6\text{Li}$	32.00	5.33	—	$^7\text{Li}$	39.25	5.61	$^7\text{Be}$	37.60	5.37
$^8\text{Be}$	56.50	7.06	-0.09	$^9\text{Be}$	58.17	6.46	$^9\text{B}$	56.31	6.26
$^{10}\text{B}$	64.75	6.48	—	$^{11}\text{B}$	76.21	6.93	$^{11}\text{C}$	73.44	6.68
$^{12}\text{C}$	92.16	7.68	7.27	$^{13}\text{C}$	97.11	7.47	$^{13}\text{N}$	94.11	7.24
$^{14}\text{N}$	104.66	7.48	—	$^{15}\text{N}$	115.49	7.70	$^{15}\text{O}$	111.96	7.46
$^{16}\text{O}$	127.62	7.98	14.44	$^{17}\text{O}$	131.76	7.75	$^{17}\text{F}$	128.22	7.54
$^{18}\text{F}$	137.37	7.63	—	$^{19}\text{F}$	147.80	7.78	$^{19}\text{Ne}$	143.78	7.57
$^{20}\text{Ne}$	160.65	8.03	19.17	$^{21}\text{Ne}$	167.41	7.97	$^{21}\text{Na}$	163.08	7.77
$^{22}\text{Na}$	174.15	7.92	—	$^{23}\text{Na}$	186.57	8.11	$^{23}\text{Mg}$	181.73	7.90
$^{24}\text{Mg}$	198.26	8.26	28.48	$^{25}\text{Mg}$	205.59	8.22	$^{25}\text{Al}$	200.53	8.02

### Ισότοπα Βηρυλλίου

Τη μεγαλύτερη  $E/A$  έχει το  $^8\text{Be}$ , αλλά είναι ασταθές.

Αντίθετα, ο πυρήνας  $^9\text{Be}$  είναι σταθερός και αποτελεί το 100% του φυσικού βηρυλλίου.

Αν θεωρήσουμε ότι οι ελαφροί πυρήνες των ισοτόπων με  $A = 4n$  (για  $2 < A < 25$ ) αποτελούνται από συσσωματώματα σωματιδίων άλφα, μπορούμε να εξετάσουμε την διαφορά  $\Delta E$ :

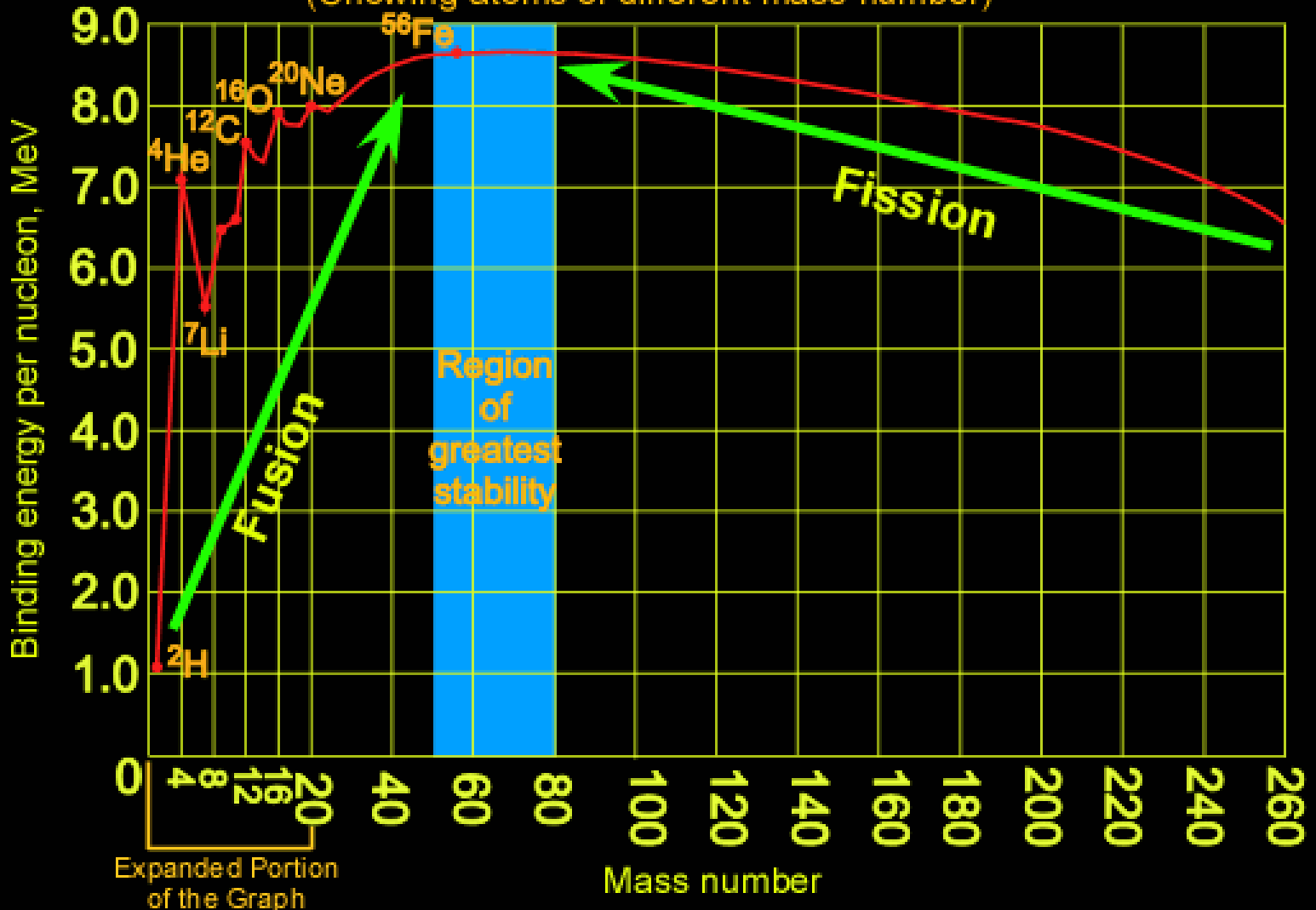
$$\Delta E = B(A, Z) - nB(\alpha)$$

Εύκολα βρίσκουμε ότι  $\Delta E(^8\text{Be}) = -0.09 \text{ MeV}$ , κάτι που σημαίνει ότι ο πυρήνας  $^8\text{Be}$  δεν ευνοείται ενεργειακά έναντι του σχηματισμού δύο σωματιδίων  $\alpha$ . Έτσι, **το  $^8\text{Be}$  δεν είναι σταθερό** και έχει χρόνο ημιζωής:  $\tau_{1/2} = 7.0 \times 10^{-17} \text{ s}$ .



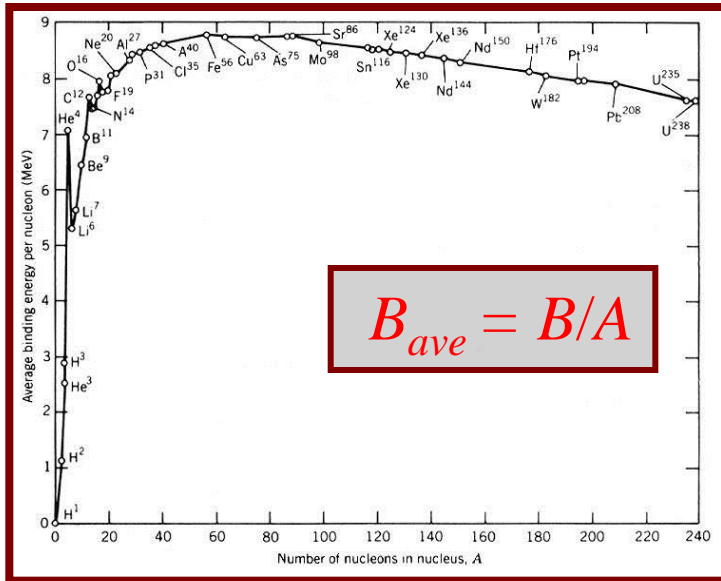
# Average Binding Energy per Nucleon

(Showing atoms of different mass number)

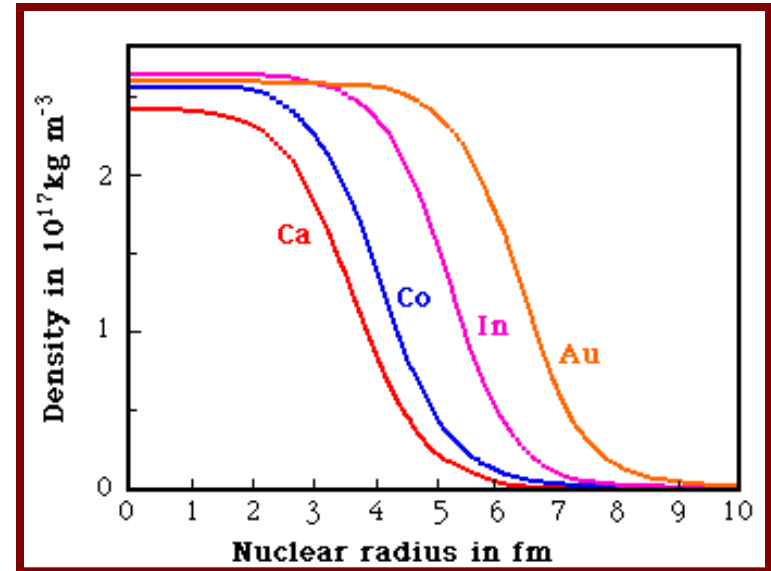


# Το μοντέλο της υγρής σταγόνας (The liquid drop model)

## Δυο σημαντικά χαρακτηριστικά των πυρήνων



Για τους περισσότερους πυρήνες,  
η ενέργεια σύνδεσης ανά  
νουκλεόνιο είναι σχεδόν η ίδια.

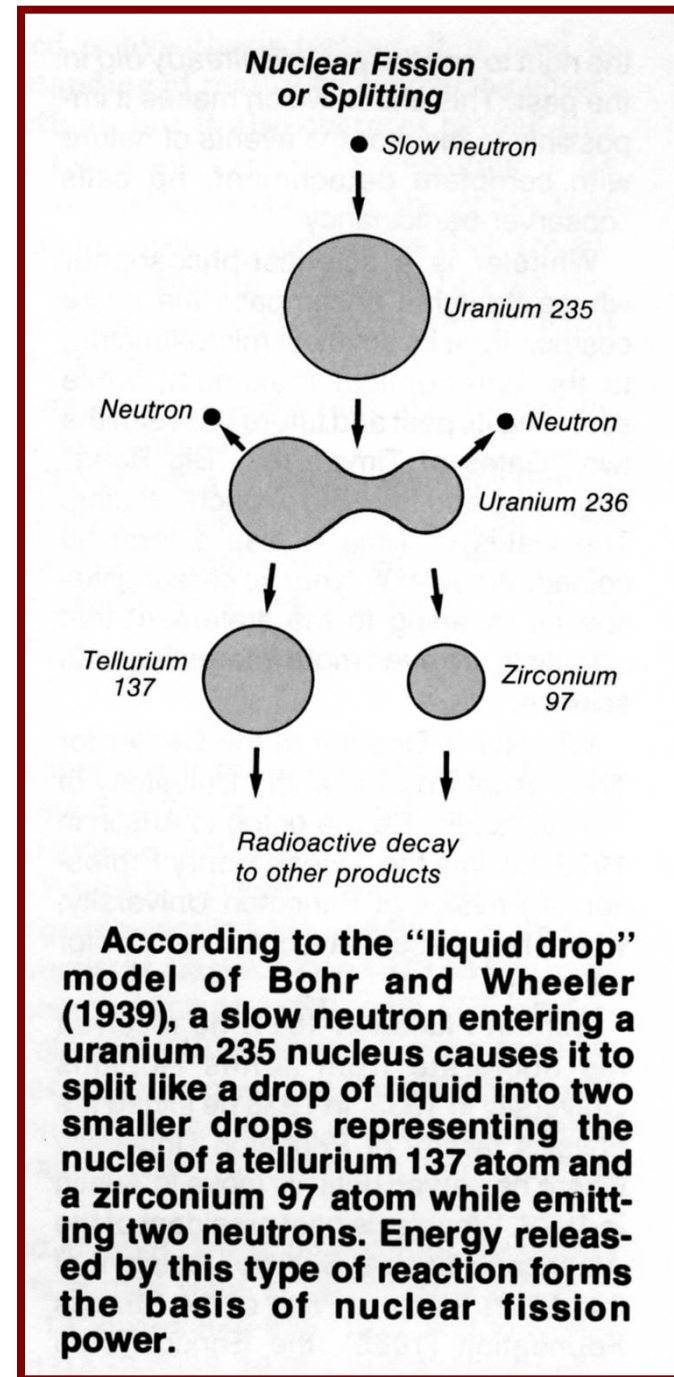


Για τους περισσότερους πυρήνες,  
η πυρηνική πυκνότητα είναι  
περίπου η ίδια.

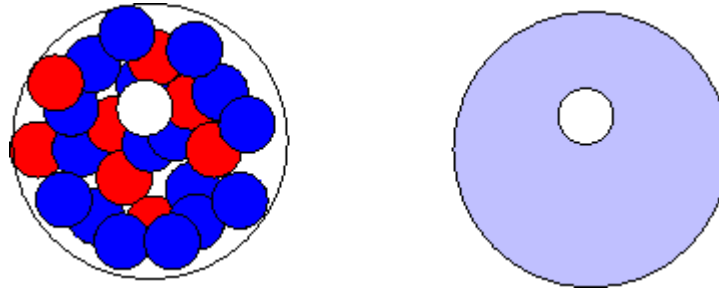
Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά,  
κάνουν τον πυρήνα να μοιάζει με **υγρή σταγόνα**.

# Το μοντέλο της υγρής σταγόνας (The liquid drop model)

1. Η λεπτομερής θεωρία για την ενέργεια σύνδεσης, έχει αναπτυχθεί από τον Brueckner και τους συνεργάτες του (1954-1961).
2. Υπάρχει όμως ένα πιο χοντρικό μοντέλο που ενώ παραλείπει τα δευτερεύοντα πυρηνικά χαρακτηριστικά, δίνει έμφαση στην ισχυρή έλξη μεταξύ των νουκλεονίων. Το μοντέλο αυτό αναπτύχθηκε (1935) από τον *Carl Friedrich Freiherr von Weizsäcker* (1912 –2007) με βάση την ομοιότητα του πυρήνα με *υγρή σταγόνα*.



# Το μοντέλο της υγρής σταγόνας (The liquid drop model)



## Οι βασικές υποθέσεις του μοντέλου:

1. Ο πυρήνας είναι σφαιρικός, αποτελούμενος από ασυμπίεστη ύλη, έτσι ώστε να ισχύει:

$$R \sim A^{1/3}.$$

2. Η πυρηνική δύναμη είναι πανομοιότυπη για όλα τα νουκλεόνια, είτε αυτά είναι πρωτόνια, είτε νετρόνια:

$$V_{pn} = V_{pp} = V_{nn}$$

3. Η πυρηνική δύναμη κορέννυται (δηλαδή, το κάθε νουκλεόνιο αισθάνεται μόνο τα γειτονικά του).

# Τύπος για την ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα

Ορισμός:

$$B(A, Z) = [ZM_p + NM_n - M(A, Z)]c^2$$

## Ημι-εμπειρικός τύπος του Weizsäcker

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta$$

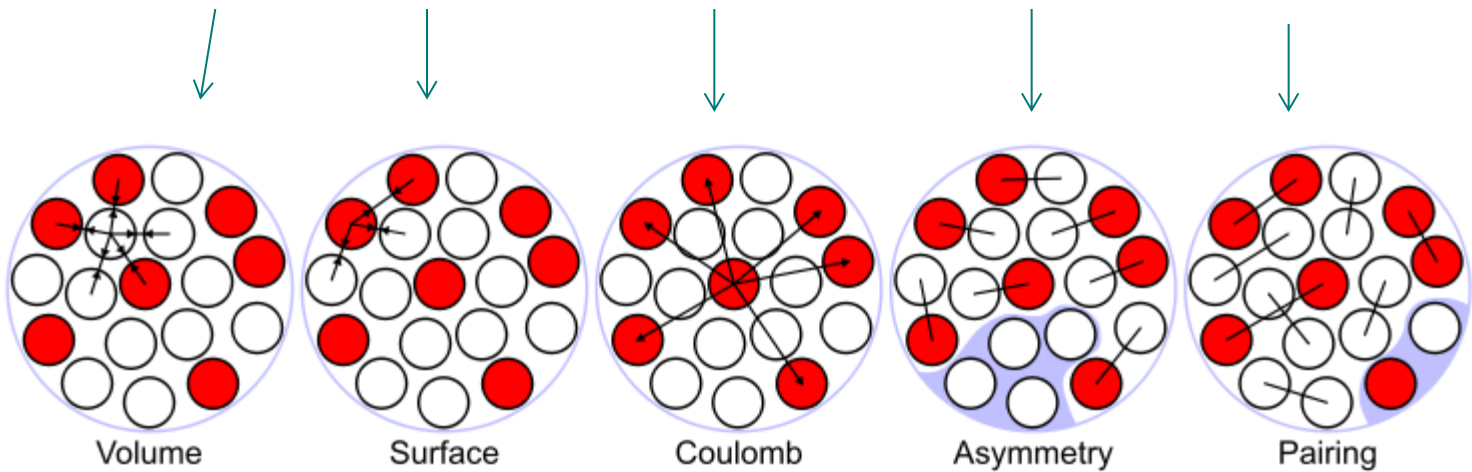
Ο τύπος δίνει διάφορους όρους που συνεισφέρουν στην ενέργεια σύνδεσης, άρα που καθορίζουν τη **μάζα** του πυρήνα

$$M(A, Z)c^2 = [ZM_p + NM_n]c^2 - B(A, Z)$$



Carl Friedrich  
von Weizsäcker  
(1912-2007)

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta$$



$$a_V A$$

Η “*ενέργεια όγκου*” είναι η ενέργεια σύνδεσης των νουκλεονίων όλου του “όγκου” του πυρήνα, όπου το κάθε νουκλεόνιο συνδέεται με τα γειτονικά του νουκλεόνια.

Αν η πυρηνική δύναμη δεν ήταν μικρής εμβέλειας (άρα κορεσμένη), ο όρος αυτός θα ήταν ανάλογος του αριθμού όλων των δυνατών ζευγών νουκλεονίων, δηλαδή του  $\frac{A(A-1)}{2} \propto A^2$

$$-a_S A^{2/3}$$

Η “*ενέργεια επιφάνειας*” διορθώνει την ενέργεια όγκου για το γεγονός ότι τα “επιφανειακά” νουκλεόνια δεν περιβάλλονται από παντού με άλλα νουκλεόνια και άρα αυτά είναι ασθενέστερα συνδεδεμένα.



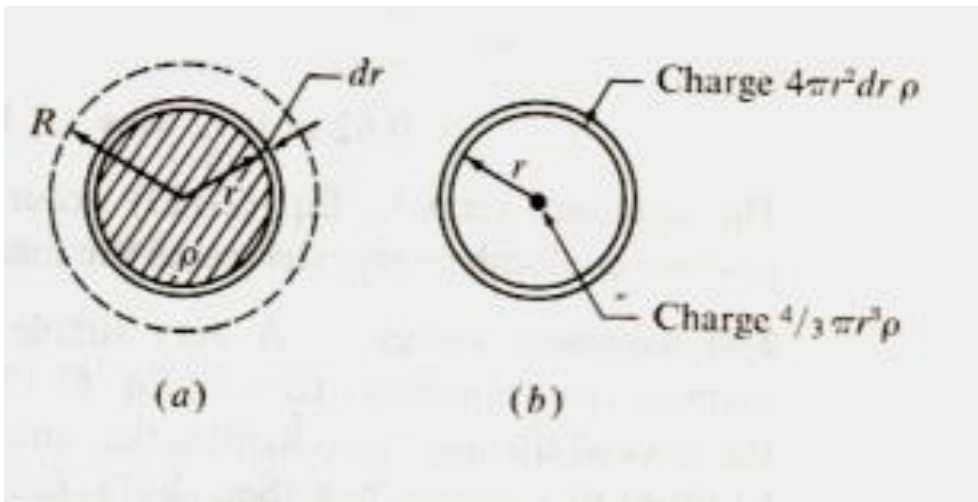
Ο όρος επιφάνειας είναι προφανώς ανάλογος της σφαιρικής επιφάνειας του πυρήνα, δηλαδή του  $A^{2/3}$ .

$$-a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Η “*ενέργεια Coulomb*” επιφέρει μείωση της ενέργειας σύνδεσης (άρα αύξηση της μάζας) λόγω της απώσης Coulomb όλων των πρωτονίων του πυρήνα.

### Η δυναμική ενέργεια φορτίου του πυρήνα

Έστω ότι ο πυρήνας είναι μια σφαίρα φορτίου ακτίνας  $R$ , σταθερής πυκνότητα φορτίου  $\rho$ , που δομείται βαθμιαία. Το έργο που απαιτείται για να προστεθεί το κάθε νέο στρώμα φορτίου πάχους  $dr$  στην υπάρχουσα σφαίρα με ακτίνα  $r$ , μπορεί να υπολογιστεί θεωρώντας ότι το φορτίο  $(4/3)\pi r^3 \rho$  της σφαίρας είναι συγκεντρωμένο στο κέντρο της. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του πυρήνα όλων των φλοιών από 0 έως  $R$  θα είναι:



$$V_{Coulomb} = \int_0^R \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) \cdot (4\pi r^2 dr \rho) \cdot \frac{1}{r}$$

$$= \frac{16}{15} \pi^2 \rho^2 R^5 = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R}$$

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$R \sim A^{1/3}$$



## Τύπος του Weizsäcker

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta$$

Οι μέχρι τώρα 3 όροι που εισήχθησαν είναι, υπό μία έννοια, *κλασσικοί*.

Αυτοί που θα συζητηθούν στο εξής, είναι *κβαντομηχανικοί*.

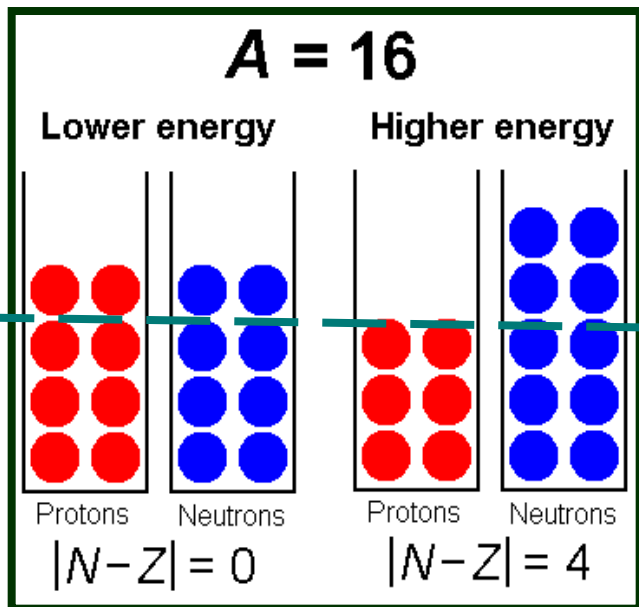
Οι νέοι όροι:

- (1) Η ενέργεια ασυμμετρίας
- (2) Η ενέργεια σύζευξης

Η “*ενέργεια ασυμμετρίας*” εισάγεται επειδή **μεταξύ ισοβαρών πυρήνων** (δηλ. για τον ίδιο  $A$ ), σταθερότεροι είναι οι πυρήνες που έχουν ίδιο αριθμό πρωτονίων και νετρονίων, δηλαδή  $Z = N$ .

Άρα, για  $N - Z \neq 0$ , δηλαδή για πυρήνες μη συμμετρικούς σε αριθμό πρωτονίων και νετρονίων, η ενέργεια σύνδεσης θα είναι μειωμένη ως προς αυτήν που έχουν οι συμμετρικοί ισοβαρείς τους πυρήνες ( $Z = N$ ).

$$-a_A \frac{(N - Z)^2}{A}$$



Παράδειγμα για  $A = 16$

Αιτία της ενέργειας ασυμμετρίας είναι η *απαγορευτική αρχή του Pauli* η οποία εφαρμόζεται μεταξύ ταυτόσημων φερμιονίων. Αποτέλεσμα αυτής είναι ότι σε κάθε ενεργειακή στάθμη επιτρέπεται να υπάρχουν μόνο 2 πρωτόνια ( $\uparrow\downarrow$ ) και 2 νετρόνια ( $\uparrow\downarrow$ ). Στην επόμενη στάθμη μπορούν να προστεθούν άλλα 4 νουκλεόνια υπό τον όρο να είναι συμμετρικά ως προς p και n, δηλ.  $2p + 2n$ . Αν είναι ασύμμετρα μεταξύ p και n, π.χ.  $3p + 1n$  ή  $4p + 0n$ , τότε το  $1p$  ή τα  $2p$  που περισσεύουν, θα πάνε μια στάθμη ακόμη παραπάνω.

$$\pm \delta$$

Η *ενέργεια σύζευξης ή ενέργεια ζευγαρώματος (pairing term)* αποδίδει το γεγονός της αυξημένης σταθερότητας των πυρήνων με άρτιο N ή άρτιο Z, ή και τα δύο.

Η σταθερότητα αυτή οφείλεται στο ότι ζεύγος ομοίων νουκλεονίων είναι ισχυρότερα συνδεδεμένο από ζεύγος ανόμοιων νουκλεονίων.

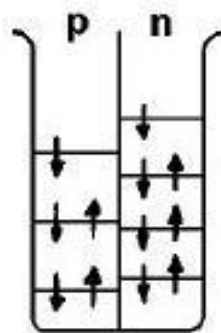
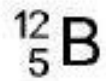
$$\delta(Z, A) = \frac{a_P}{A^{1/2}}, \quad a_P = 11.2 \text{ MeV}$$

Υπάρχουν 3 περιπτώσεις:

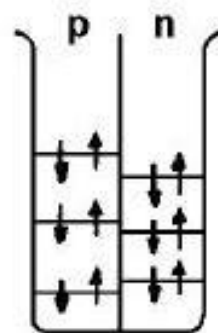
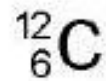
1. Z άρτιο και N άρτιο, η μεγαλύτερη σταθερότητα  $\rightarrow + \delta$
2. Z περιττό και N περιττό, η μικρότερη σταθερότητα  $\rightarrow - \delta$
3. Z άρτιο & N περιττό, ή Z περιττό & N άρτιο  $\rightarrow \delta = 0$

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ:**

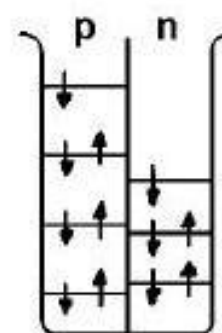
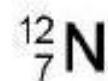
Οι περιπτώσεις 1 & 2 αντιστοιχούν σε **A άρτιο**, ενώ η 3 σε **A περιττό**.



UNSTABLE



STABLE



UNSTABLE

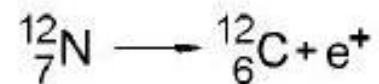


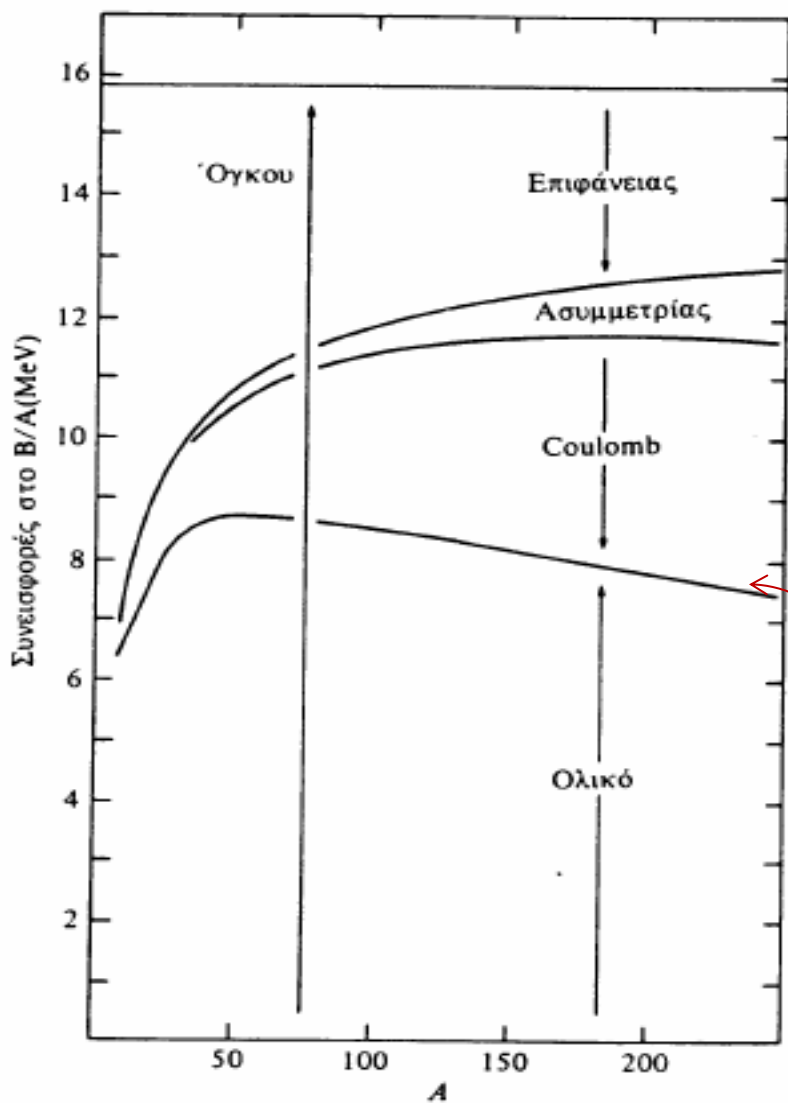
FIG. 3.2. The separation and pairing of nucleons in assumed energy levels within the isobar  $A = 12$ . Half-life for the unstable  ${}^{12}\text{B}$  is 0.02 s, and for  ${}^{12}\text{N}$  0.01 s.

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta$$

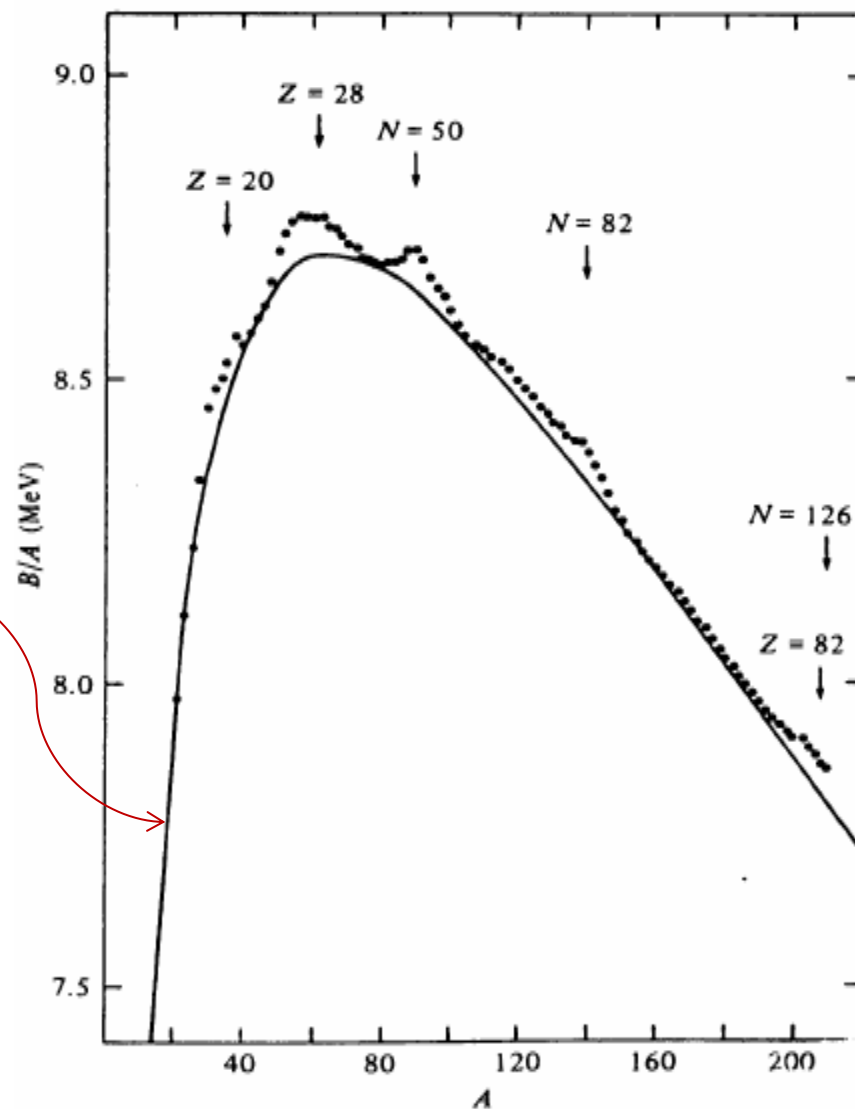
Ένα **σετ τιμών** για τους 5 όρους του ημ εμπειρικού τύπου μάζας που είδαμε, είναι αυτό που προτείνει το βιβλίο των Cottingham και Greenwood:

$$\begin{aligned} a_V &= 15.835 \text{ MeV} \\ a_S &= 18.33 \text{ MeV} \\ a_C &= 23.20 \text{ MeV} \\ a_A &= 0.714 \text{ MeV} \\ a_P &= 11.2 \text{ MeV} \end{aligned}$$

# Πόσο ακριβής είναι ο ημι-εμπειρικός τύπος μάζας;

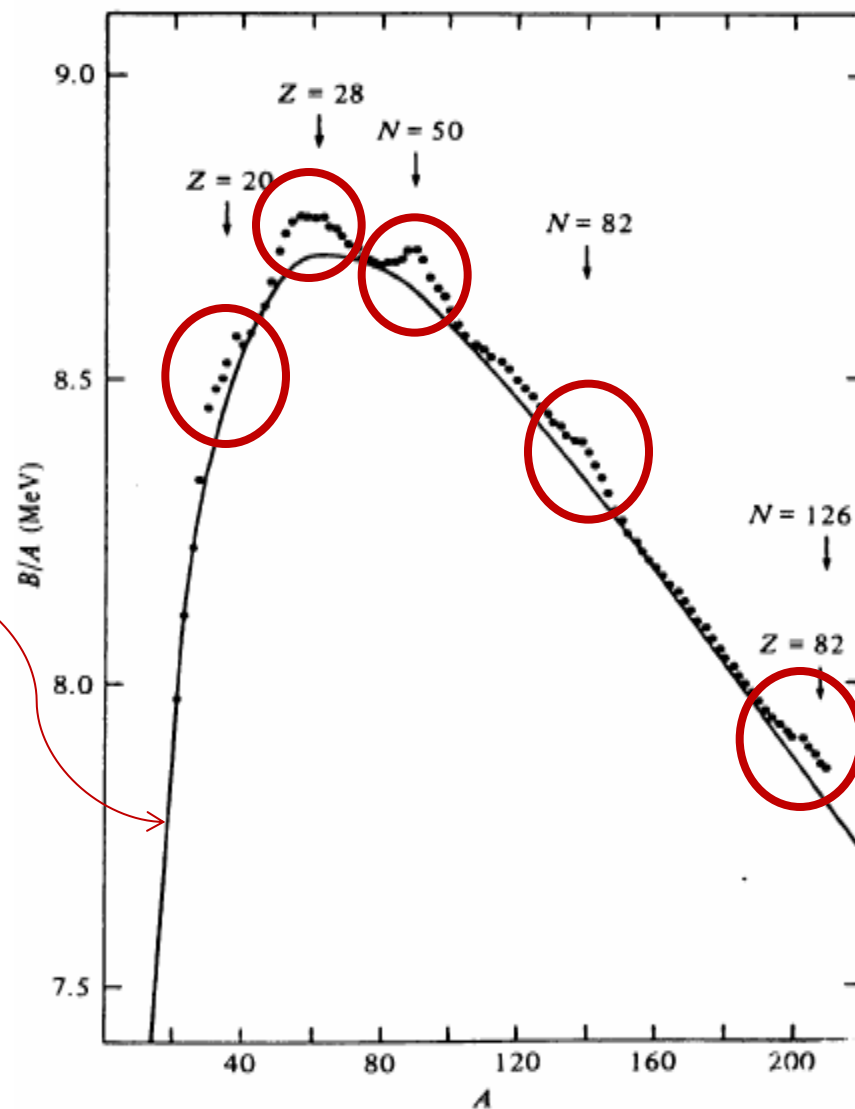
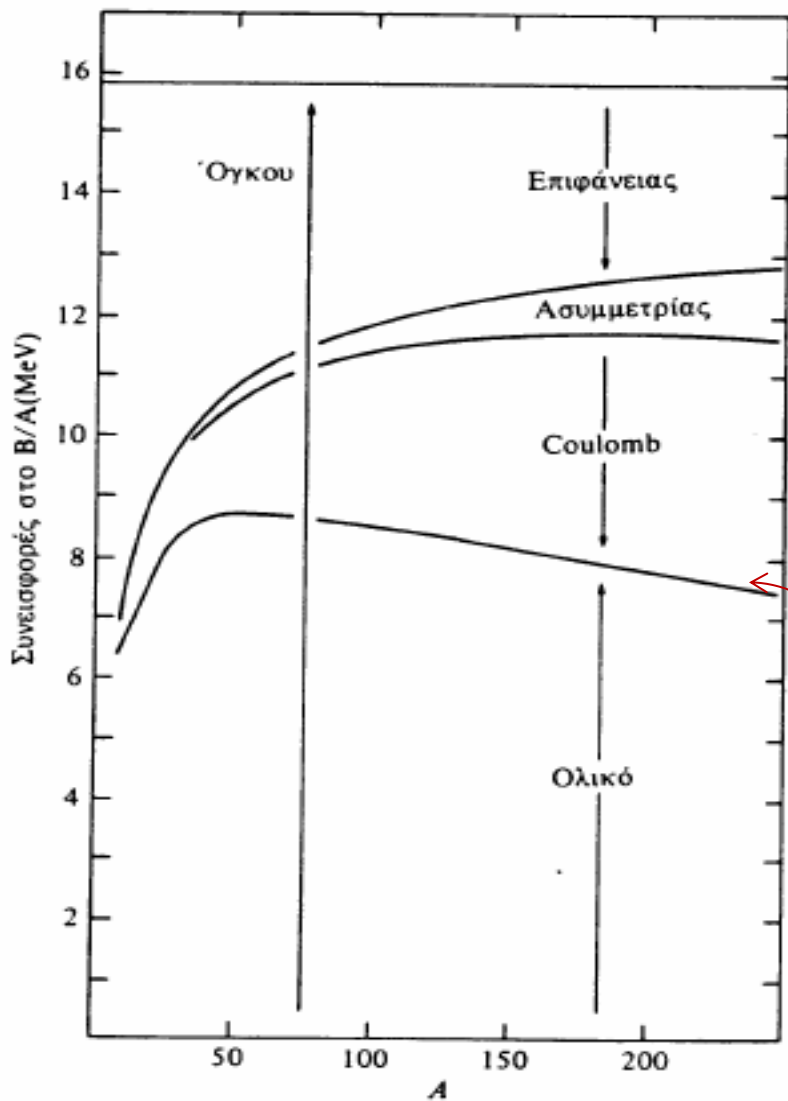


Οι 4 κύριες συνεισφορές στην  $B/A$  σύμφωνα με τον ημι-εμπειρικό τύπο μάζας.



Η τελική καμπύλη του τύπου Weizsäcker και οι πειραματικές τιμές.

# Πόσο ακριβής είναι ο ημι-εμπειρικός τύπος μάζας;



Η τελική καμπύλη του τύπου Weizsäcker και οι πειραματικές τιμές.  
Οι αποκλίσεις οφείλονται κυρίως σε **φαινόμενα φλοιών**.

Μερικές φορές, εισάγεται ένας επιπλέον όρος στον τύπο Weizsäcker:

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta + \eta$$

$\eta$

Ο νέος όρος  $\eta$  δεν δικαιολογείται από το μοντέλο της υγρής σταγόνας και συνήθως παραλείπεται από τον τύπο.

Σχετίζεται όμως με το **μοντέλο των φλοιών**, το οποίο ερμηνεύει την αυξημένη σταθερότητα των πυρήνων όταν σε αυτούς τα  $Z$  ή  $N$  έχουν τιμή ίση με τους λεγόμενους **μαγικούς αριθμούς: 2, 8, 20, 28, 50, 82 και 126.**