β – διάσπαση II

Δήμος Σαμψωνίδης

(28-11-2018)

Στοιχεία Πυρηνικής Φυσικής & Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων

5 ο Εξάμηνο

Spin και πάριτυ ενός πυρήνα
(J και πάριτυ: J^p)

- Σπιν πυρήνα, J = ολικό τροχιακό σπίν των νουκλεονίων + το άθροισμα των σπιν τους.

$$\vec{J}_{\pi\upsilon\rho\acute{\eta}\nu\alpha} \equiv \sum_{\nu o\upsilon\kappa\lambda\varepsilon\acute{o}\nu\iota\alpha} \vec{L} + \sum_{\nu o\upsilon\kappa\lambda\varepsilon\acute{o}\nu\iota\alpha} \vec{S} = \sum_{\nu o\upsilon\kappa\lambda\varepsilon\acute{o}\nu\iota\alpha} (\vec{L} + \vec{S})$$

- Parity = +1 ή -1

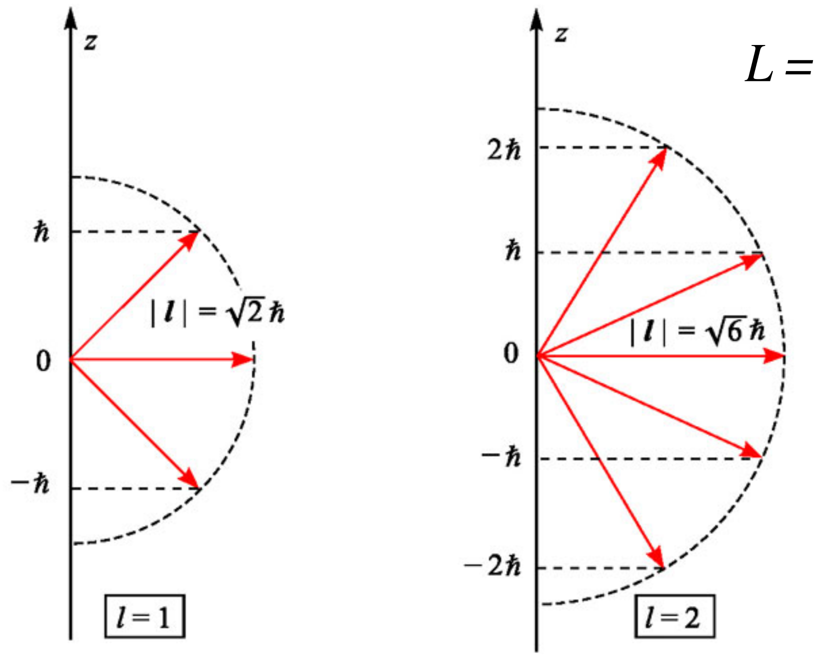
- Parity πυρήνα=$(-1)^l$, όπου l=τροχιακή στροφορμή του πυρήνα

- Οπότε για κάθε πυρήνα δίνουμε σπιν (J) και parity (π): **J^{π}**

$\pi.\chi., 2^{+}$

Κβάντωση στροφορμής

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \;\; \acute{o}\pi o \upsilon : l = 0, 1, \ldots, n-1$$



ΣΧΗΜΑ 9.9: *Το κβαντωμένο διάνυσμα της στροφορμής για $\ell = 1$ και $\ell = 2$.* Λόγω της κβάντωσης της προβολής του πάνω σε έναν άξονα, το «διάνυσμα» της στροφορμής —αν η σχεδίασή του ως διανύσματος έχει νόημα— μπορεί να έχει μόνο ορισμένους διάκριτους προσανατολισμούς στον χώρο. Φαινόμενο που αποδίδεται με τον όρο «κβάντωση προσανατολισμού» ή «κβάντωση χώρου». Σημειώστε επίσης —γιατί αυτό είναι το πιο *προκλητικό* από όλα— ότι το διάνυσμα $\boldsymbol{\ell}$ ουδέποτε ευθυγραμμίζεται με τον άξονα z. Ακόμα και στην κατάσταση μέγιστης προβολής του σε αυτόν τον άξονα σχηματίζει γωνία μαζί του αφού είναι πάντα $(\ell_z)_{\max} = \hbar\ell < |\boldsymbol{\ell}| = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)}$.

Άθροισμα στροφορμών:

$$l_{z(1+2)} = l_{z(1)} + l_{z(2)} \rightarrow |l_1 - l_2| \le l_{1+2} \le |l_1 + l_2|$$

Σπιν και πάριτυ (J^{π}) - μοντέλο των φλοιών

- Σπιν πυρήνα, J = ολικό τροχιακό σπίν των νουκλεονίων + το άθροισμα των σπιν τους.

$$\vec{J}_{\pi\upsilon\rho\eta\nu\alpha} \equiv \sum_{\nu o\upsilon\kappa\lambda.} \vec{L} + \sum_{\nu o\upsilon\kappa\lambda} \vec{S} = \sum_{\nu o\upsilon\kappa\lambda} \left(\vec{L} + \vec{S} \right)$$

- Το ολικό σπίν (J) **άρτιων-άρτιων** πυρήνων έχει βρεθεί ότι είναι 0 και η πάριτυ + : $\mathbf{J^{\pi} = 0^{+}}$

→ άρα, υπάρχει ισχυρό ζευγάρωμα των σπιν που δίνει άθροισμα 0

- Για **περιττό αριθμό νουκλεονίων**, το ασύζευκτο νουκλεόνιο καθορίζει σπίν και parity του πυρήνα

π.χ., ${}^{17}_{8}O$: $\mathbf{J^{\pi} = 5/2^{+}}$,σελ. 87 βιβλίου σας. Parity = $(-1)^{l}$

- Για **περιττούς-περιττούς** πυρήνες, το κάθε αζευγάρωτο πρωτόνιο και νετρόνιο συνεισφέρουν το δικό τους $\mathbf{J^{\pi}}$. Το ολικό σπίν είναι το άθροισμα των επι μέρους σπίν σύμφωνα με τους κανόνες άθροισης σπιν, αλλά αν έχουμε πολλες επιλογές δεν έχουμε κάποιον γενικό κανόνα για το ποιό αποτέλεσμα προτιμάται. Η ολική πάριτυ είναι το γινόμενο των επι μέρους πάριτυ.

Σπιν και πάριτυ (J^π) - μοντέλο των φλοιών

Παράδειγμα - Εξηγείστε τα J^π του πίνακα 4.2, με τον πίνακα 5.1 του βιβλίου σας

Table 4.2. *Energies of some light nuclei*

Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)	Spin and parity
$^{2}_{1}H$	2.22	2.2	1.1	1^+
$^{3}_{1}H$	8.48	6.3	2.8	$\frac{1}{2}^+$
$^{4}_{2}He$	28.30	19.8	7.1	0^+
$^{5}_{2}He$	27.34	−1.0	5.5	$\frac{3}{2}^-$
$^{6}_{3}Li$	31.99	4.7	5.3	1^+
$^{7}_{3}Li$	39.25	7.3	5.6	$\frac{3}{2}^-$
$^{8}_{4}Be$	56.50	17.3	7.1	0^+
$^{9}_{4}Be$	58.16	1.7	6.5	$\frac{3}{2}^-$
$^{10}_{5}B$	64.75	6.6	6.5	3^+
$^{11}_{5}B$	76.21	11.5	6.9	$\frac{3}{2}^-$
$^{12}_{6}C$	92.16	16.0	7.7	0^+
$^{13}_{6}C$	97.11	5.0	7.5	$\frac{1}{2}^-$
$^{14}_{7}N$	104.66	7.6	7.5	1^+
$^{15}_{7}N$	115.49	10.8	7.7	$\frac{1}{2}^-$
$^{16}_{8}O$	127.62	12.1	8.0	0^+
$^{17}_{8}O$	131.76	4.1	7.8	$\frac{5}{2}^+$

Table 5.1

	x_{nl}	Neutron		Proton		
1s	3.14	$1s_{\frac{1}{2}}$	2	2	$1s_{\frac{1}{2}}$	1s
1p	4.49	$1p_{\frac{3}{2}}$	6	6	$1p_{\frac{3}{2}}$	1p
		$1p_{\frac{1}{2}}$	8	8	$1p_{\frac{1}{2}}$	
1d	5.76	$1d_{\frac{5}{2}}$	14	14	$1d_{\frac{5}{2}}$	1d
		$2s_{\frac{1}{2}}$	16	16	$2s_{\frac{1}{2}}$	
2s	6.28	$1d_{\frac{3}{2}}$	20			2s
				20	$1d_{\frac{3}{2}}$	
1f	6.99	$1f_{\frac{7}{2}}$	28			
		$2p_{\frac{3}{2}}$	32	28	$1f_{\frac{7}{2}}$	
2p	7.73	$1f_{\frac{5}{2}}$	38			1f
		$2p_{\frac{1}{2}}$	40	32	$2p_{\frac{3}{2}}$	
1g	8.18	$1g_{\frac{9}{2}}$	50	38	$1f_{\frac{5}{2}}$	2p

- π.χ., $^{17}_{8}O$: α) τα 8 πρωτόνια συνεισφέρουν **$J^\pi = 0^+$** β) από τα 9 νετρόνια, τα 8 συνεισφέρουν **$J^\pi = 0^+$** , κι έτσι το ένατο (το αζευγάρωτο) καθορίζει το **J^π** . **Όμως,** το ένατο νετρόνιο είναι στον φλοιό $1d_{5/2}$: το d μας λέει ότι l=2 → παριτυ = (-1)^l = (-1)^2 = +1 και το 5/2 μας λέει ότι j=5/2, οπότε αυτό το ασύζευκτο νετρόνιο δίνει: **$J^\pi = 5/2^+$** για το $^{17}_{8}O$

Ομοτιμία (parity)

- Κάθε ιδιοκατάσταση της ενέργειας, στροφορμής και σπιν στο άτομο χαρακτηρίζεται από κβαντικούς αριθμούς {**n** , ***l*** , ***s***, ***m**$_l$* , **m**$_s$ }.
- **Ο τρόπος που συμπεριφέρεται η αντίστοιχη κυματοσυνάρτηση σε αναστροφή του χώρου** (που είναι το αποτέλεσμα της εφαρμογής του τελεστή της ομοτιμίας/partiy, P, πάνω της) μπορεί να ορίσει κι άλλον έναν κβαντικό αριθμό: την **ομοτιμία ή parity**

$$P(\vec{r}) = -\vec{r} \quad \left\{ \begin{array}{l} P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r}) : \text{άρτια συνάρτιση} \rightarrow Parity = +1 \\ P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r}) : \text{περιττή συνάρτιση} \rightarrow Parity = -1 \end{array} \right.$$

- Κι έτσι γράφουμε το σπίν και την ομοτιμία ως **J^{π}** π.χ. $\text{κατάσταση } \frac{3}{2}^{+}$

Parity: η αναστροφή του χώρου και η Αρχή του Pauli

Η απαγορευτική αρχή του Pauli
και η μη διακρισιμότητα των ταυτόσημων σωματιδίων στην Κβαντομηχανική

Στην «ρίζα» της γενικευμένης αρχής του Pauli βρίσκεται το θεμελιώδες γεγονός ότι στην Κβαντομηχανική τα ταυτόσημα σωματίδια που ανήκουν στο ίδιο φυσικό σύστημα (π.χ. ένα άτομο) είναι μη διακρίσιμα διότι περιγράφονται από αλληλοεπικαλυπτόμενες κυματοσυναρτήσεις, κι επομένως είναι αδύνατον να πούμε ποιό είναι το #1 ποιο είναι το #2 κ.ο.κ. Αυτή η αδυναμία διάκρισης διασφαλίζεται κβαντομηχανικά μόνο με κύματοσυναρτήσεις $\psi(x_1,x_2)$ που είναι συμμετρικές $[\psi(x_2,x_1)=\psi(x_1,x_2)]$ ή αντισυμμετρικές $[\psi(x_2,x_1)=-\psi(x_1,x_2)]$ κι επομένως οδηγούν σε πιθανότητα $|\psi(x_1,x_2)|^2$ που είναι συμμετρική στην εναλλαγή $x_1 \leftrightarrow x_2$ κι άρα δεν επιτρέπει τη διάκριση των δύο σωματιδίων.

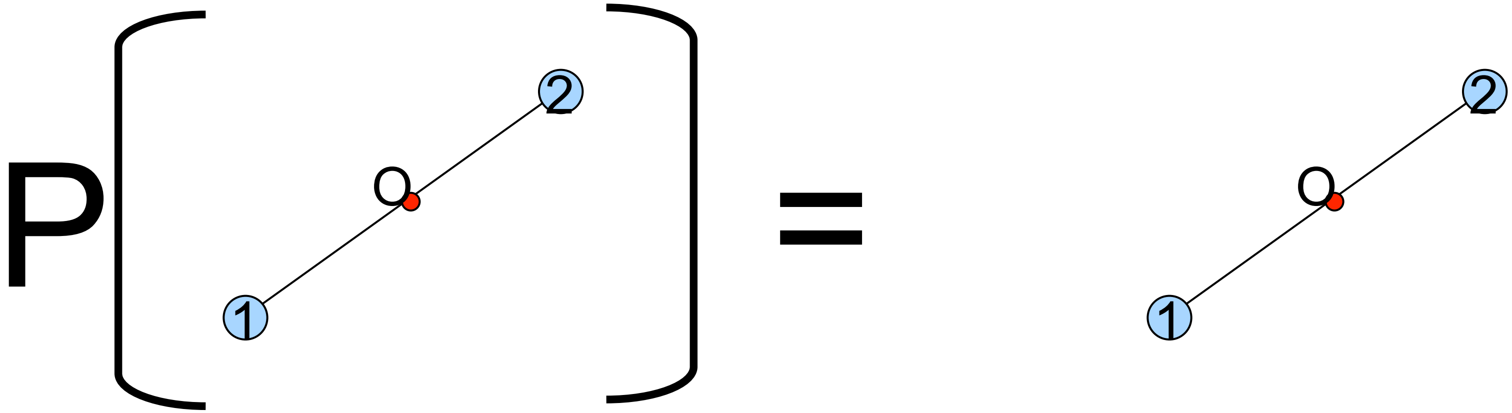
ΜΕΛΕΤΗ: *Σ. Τραχανά, Κβαντομηχανική Ι, σελ. 468 – 480.*

- Όλα τα σωματίδια με ακέραιο σπιν (s=0, 1, 2, …) - τα αποκαλούμενα **μποζόνια** – περιγράφονται από **συμμετρικές κυματοσυναρτήσεις (Parity = +1)**, ενώ

όλα τα σωματίδια με ημι-ακέραιο σπιν (s=1/2, 3/2, …) - τα αποκαλούμενα **φερμιόνια** – περιγράφονται από **αντισυμμετρικές κυματοσυναρτήσεις (Parity = -1)**

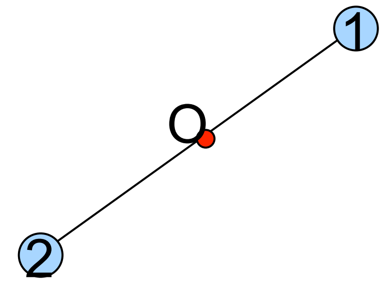
ως προς την εναλλαγή των μεταβλητών τους (=αναστροφή του χώρου)

Parity: για την κυματοσυνάρτηση δύο ταυτόσημων σωματιδίων, η αναστροφή του χώρου είναι ίδια με την ανταλλαγή τους



Με την εφαρμογή της πάριτυ πάνω στην αριστερή κατάσταση
(το #1 στη θέση -r, και το #2 στη θέση r)
έχουμε το #1 στη θέση r, και το #2 στη θέση -r :

→ ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα έχουμε και με την ανταλλαγή των σωματιδίων #1 και #2



α) Parity #1: η αναστροφή του χώρου και η Αρχή του Pauli

Το σπιν και η γενικευμένη αρχή του Pauli

Φερμόνια και Μποζόνια:
Οι δύο θεμελιώδεις κατηγορίες σωματιδίων και ο ρόλος τους στη φύση

	Σπιν	Είδος συμπεριφοράς	Ποια είναι ποια	…και γιατί
Φερμιόνια	**Ημιακέραιο** $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots$	**«Ατομικιστική»** Υπόκεινται στην αρχή του Pauli (είναι αδύνατη η συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση). Περιγράφονται από αντισυμμετρικές κυμ/σεις.	Όλα τα σωματίδια δομικοί λίθοι της ύλης. (e, p, n, ν κουάρκς). Όλα έχουν $s = \frac{1}{2}$	Διαφορετικά θα ήταν δυνατή η απεριόριστη συσσώρευσή τους στην ίδια περιοχή του χώρου υπό την επίδραση των αμοιβαίων έλξεων, με αποτέλεσμα την πλήρη κατάρρευση της ύλης σε μια «σταγόνα» άπειρης πυκνότητας.
Μποζόνια	**Ακέραιο** $s = 0, 1, 2, \ldots$	**«Κολλεκτιβιστική»** Δεν υπόκεινται στην αρχή του Pauli (Είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση) περιγράφονται από συμμετρικές κυμ/σεις.	Όλα τα σωματίδια φορείς δυνάμεων της φύσης (γ, $w^{\pm}$, z, γλοιόνια, βαρυτόνιο). Όλα έχουν $s = 1$ πλήν του βαρυτονίου που (εικάζεται ότι) έχει $s = 2$.	Έτσι είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση και η δημιουργία μ' αυτό τον τρόπο ενός μακροσκοπικού πεδίου δυνάμεων (ΗΜ πεδίο, πεδίο βαρύτητας, πυρηνικά πεδία).

α) Parity #1: η αναστροφή του χώρου και η Απαγορευτική Αρχή του Pauli

Η απαγορευτική αρχή του Pauli για τα ατομικά ηλεκτρόνια:
Μια ειδική συνέπεια της γενικευμένης αρχής

Έχοντας σπιν $s = \frac{1}{2}$ τα ηλεκτρόνια είναι φερμιόνια και επομένως η συνύπαρξή τους στην ίδια κβαντική κατάσταση ενός ατόμου θα είναι αδύνατη. Και δεδομένου ότι μια κβαντική κατάσταση σ' ένα άτομο καθορίζεται μονοσήμαντα από την <u>τετράδα κβαντικών αριθμών</u> n, ℓ, m_ℓ, m_s, η εφαρμογή της γενικής αρχής του Pauli στα άτομα οδηγεί στην:

ΑΠΑΓΟΡΕΥΤΙΚΗ ΑΡΧΗ ΤΟΥ PAULI: Δύο ηλεκτρόνια σ' ένα άτομο είναι αδύνατον να έχουν την ίδια τετράδα κβαντικών αριθμών n, ℓ, m_ℓ, m_s. Θα διαφέρουν τουλάχιστον σε ένα κβαντικό αριθμό.

Και είναι σημαντικό το ότι κάποια σωματίδια είναι φερμιόνια και κάποια μποζόνια;

Μα, έτσι ακριβώς, με τα ηλετρόνια που είναι φερμιόνια, εξηγούμε τη δομή των ατόμων!!!

πείραμα Wu (1957)

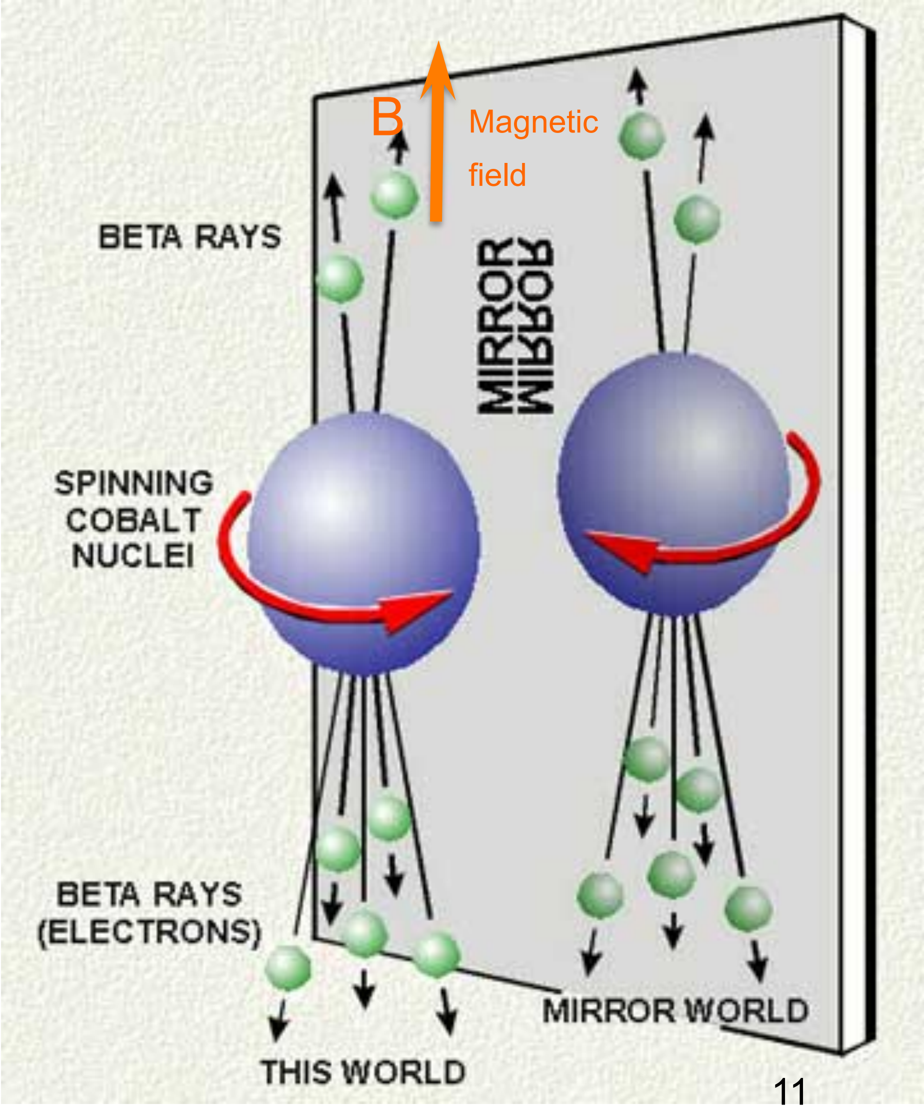
Παραβίαση της κατοπτρικής συμμετρίας (ομοτιμίας)

Μέτρηση της γωνιακής κατανομής των ηλεκρτονίων της β⁻ του ^{60}Co.

$$ {}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + e^{-} + \overline{\nu} $$

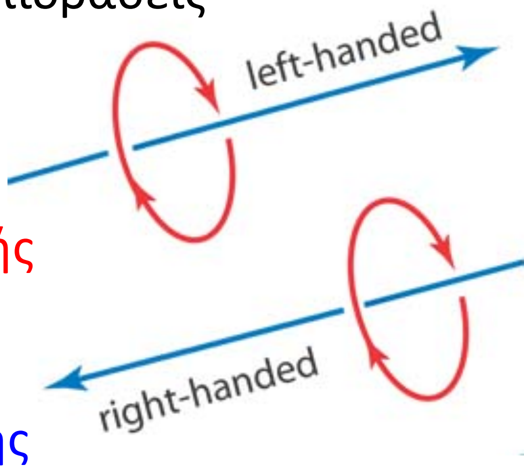
Spin του ^{60}Co 5ħ, πόλωση σε μαγνητικό πεδίο
Τα e έχουν προτιμητέα φορά διάσπασης, αντίθετη του spin του ^{60}Co.

Στην κατοπτρική εικόνα τα e εκπέμπονται παράλληλα με το spin του ^{60}Co, κατι που ΔΕΝ παρατηρείται στο πειραμα.



Τα ουδέτερα λεπτόνια - νετρίνα

Δεν έχουν φορτίο => Δεν έχουν ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις



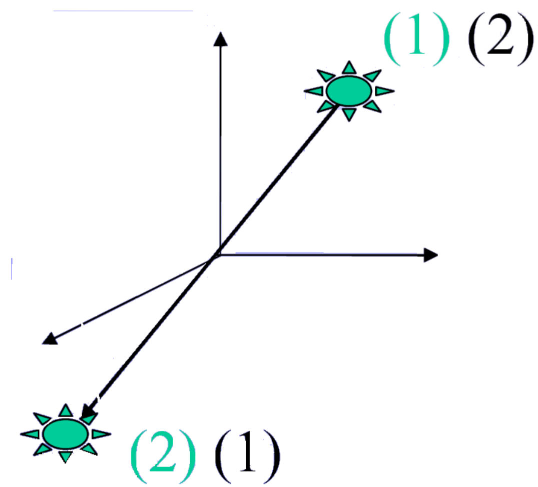
Τα νετρίνα είναι ‘αριστερόστροφα’ =>
Το σπίν έχει διεύθυνση αντίθετη από το διάνυσμα της ορμής

Τα αντι-νετρίνα είναι ‘δεξιόστροφα’ =>
το σπιν έχει διεύθυνση ομόρροπη με το διάνυσμα της ορμής

Ομοτιμία (parity)

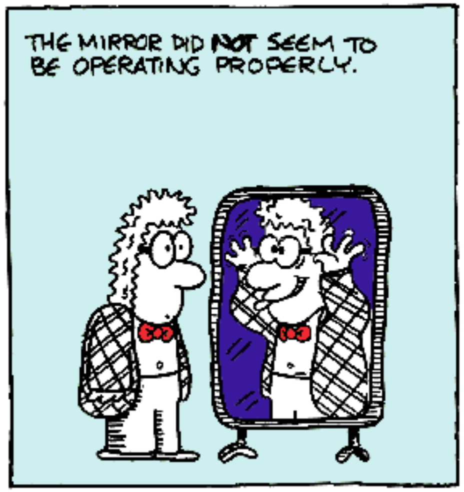
Μετασχηματισμός Parity

$$P : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$



Η β-διάσπαση, έχοντας είτε νετρίνα, είτε αντινετρίνα, παραβιάζει τη συμμετρία της Parity, (διαφορετική συμπεριφορά του νετρίνου και αντινετρίνου)

Σε αντιστροφή του χώρου, το νετρίνο γίνεται αντινετρίνο, αλλά το σπίν δεν αλλάζει φορά. Έτσι, η αντιστροφή του χώρου δημιουργεί δεξιόστροφα νετρίνα και αριστερόστροφα αντι-νετρίνα.Δεν παρατηρείται,
οπότε όσον αφορά τις β-διασπάσεις η Parity “παραβιάζετε”



β-διασπάσεις: “Επιτρεπτές” και “απαγορευμένες”

- Οι αποδιεγέρσεις β κατηγοριοποιούνται σε
- “επιτρεπτές” ή “απαγορευμένες” όσον αφορά τη διατήρηση του σπίν κατά τη διάσπαση:

- **“Επιτρεπτές”** σημαίνει ότι έχουν πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα να γίνουν, σε σχέση με άλλες που είναι πιό σπάνιες και λέγονται **“απαγορευμένες”**.

- Όσο μεγαλύτερου βαθμού “απαγόρευση” έχει μια διάσπαση, τόσο πιό σπάνιο είναι να γίνει.

Διατήρηση στροφορμής (σπιν)

- Γενικά, με διατήρηση του σπίν, γράφουμε για τη β-διάσπαση:

$$i \rightarrow f + e + \nu \quad \Rightarrow \quad \vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{S}_{e\nu} + \vec{l}_{e\nu}$$

Όπου:

- $\vec{J}_i$ και $\vec{J}_f$ είναι το ολικό σπίν του αρχικού και του τελικού πυρήνα, αντίστοιχα,
- $\vec{S}_{e\nu}$ είναι το ολικό σπίν του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινετρίνο πού μπορεί να είναι **0 ή 1**

(αφού συνδυάζω το ηλεκτρόνιο και το αντινετρίνο που έχουν σπίν 1/2 το καθένα), και

- $\vec{l}_{e\nu}$ είναι η σχετική στροφορμή ηλεκτρονίου-αντινετρίνο.

Μεταβολή σπιν μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα και σχετική τροχιακή στροφορμή ηλεκτρονίου-νετρίνο

Οπότε γράφουμε: $\vec{J}_i - \vec{J}_f = \vec{S}_{ev} + \vec{l}_{ev}$ $\longrightarrow$ $\Delta J = \vec{S}_{ev} + \vec{l}_{ev}$

όπου η μεταβολή ΔJ του σπιν (αρχικού πυρήνα - τελικού) μπορεί να έχει μέτρο οποιαδήποτε τιμή μέσα στα όρια:

$$|J_i - J_j| \leq \Delta J \leq |J_i + J_j|$$

και το ολικό σπίν ηλετρονίου-νετρίνο (καθένα με σπίν 1/2):

$$|1/2 - 1/2| \leq S_{ev} \leq |1/2 + 1/2| \rightarrow S_{ev} = 0 \text{ ή } 1$$

Όσο μικρότερο το $\vec{l}_{ev}$ τόσο πιό εύκολα γίνεται η μετάβαση (δηλ. τόσο πιό "επιτρεπτή" είναι).

Οπότε, από όλα τα ΔJ, το πιό πιθανό είναι αυτό με τη μικρότερη τιμή, δηλαδή το $|(J_i - J_f)|$

Επιτρεπτές μεταπτώσεις: Fermi ή Gamow-Teller ανάλογα με S_{ev} =0 ή 1

ΚΑΝΟΝΑΣ #1: Οι **επιτρεπτές** μεταπτώσεις έχουν $\vec{l}_{ev} = 0$

Άν:

- **S_{ev}=0** (που έχει μόνο έναν τρόπο να γίνει, Sz=0), τότε η β-διάσπαση/μετάπτωση λέγεται μετάπτωση Fermi .
- **S_{ev}=1** (που έχει τρείς τρόπους να γίνει, έναν με Sz = +1, έναν με Sz = 0, έναν με Sz = -1),

τότε η β-διάσπαση/μετάπτωση λέγεται μετάπτωση Gamow-Teller.

Οπότε αφού το σπίν διατηρείται, σύμφωνα με τα παραπάνω, το ΔJ στις επιτρεπτές β-διασπάσεις είναι 0 ή 1, όσο και το S_{ev}.

Επιτρεπτές μεταπτώσεις: μεταβολή της partity

Εκτός από το σπιν, έχουμε να σκεφτούμε και την πάριτυ.

Η πάριτυ του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινετρίνο είναι:

$$(-1)^{l_{ev}}$$

που για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις (l_{ev} =0) δίνει:

$$(-1)^{l_{ev}} = (-1)^0 = +1$$

$$i \rightarrow f + e + \nu$$

Άρα, επειδή: Parity(i) = Parity(f) * Parity(ev) ,

$\pi_p = \pi_d (-1)^l$ ➔ $\Delta\pi = \pi_p \pi_d = (-1)^l$

Όπου l η στροφορμή του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινετρινο

Επιτρεπτές μεταπτώσεις: μεταβολή της partity

ΚΑΝΟΝΑΣ #2:

οι **επιτρεπτές** μεταπτώσεις **[που έχουν** l_{ev} **=0** , και άρα έχουν Parity(ev) = $(-1)^0 = +1$] **δεν έχουν μεταβολή της πάριτυ** μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα.

Απαγορευμένες β-διασπάσεις

- Όταν δεν έχουμε $\Delta J = 0$ ή 1 και Δπάριτυ = $\Delta\pi = +1$, τότε η β-διάσπαση είναι απαγορευμένη.
- Ερώτηση: Μια απαγορευμένη μετάπτωση

(δηλαδή που δεν είναι $\Delta J^{\Delta\pi} = 1^+$ ή $\Delta J^{\Delta\pi} = 0^+$),

- τι τάξης απαγορευμένη είναι;
- Απάντηση:
- όση η ελάχιστη τιμή της l_{ev} που μας χρειάζεται για να εξηγήσουμε τη μετάπτωση που μας δίνεται.

- Βρίσκουμε την τιμή αυτή δοκιμάζοντας:

1) ποιό l_{ev} χρειάζεται (άρτιο ή περιττό) για να εξηγήσει την Δπάριτυ, και
2) πόσο να είναι αυτό το l_{ev} για να μας δώσει το ΔJ (σε συνδυσαμό με το $S_{ev} = 0$ ή 1)

Τάξη β-διάσπασης

- Οπότε:
- **ΚΑΝΟΝΑΣ #3:**
- η τάξη της β-διαπασης είναι το μικρότερο $l_{εν}$ που εξηγεί

και την μεταβολή της παριτυ [Δπάριτυ = $(-1)^{l}$]

και τη μεταβολή του σπιν ΔJ μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα.

- Αν αυτό το l είναι το l**=0**, τότε η β-διάσπαση ονομάζεται **επιτρεπτή**,
- αλλιώς ονομάζεται **απαγορευμένη τάξης** l.

("απαγορευμένη" λέγεται γιατί έχει πολύ μικρότερη πιθανότητα να γίνει, σε σχέση με την "επιτρπτή")

β διασπαση

Type	L	$\Delta\pi$	$\Delta\vec{J}$ $\vec{S}=\vec{0}$ Fermi	 $\vec{S}=\vec{1}$ Gam-Tel
super-allowed	0	$+$	0	0
allowed	0	$+$	0	0,1
first forbidden	1	-	0,1	0,1,2
second forbidden	2	$+$	1,2	1,2,3
third forbidden	3	-	2,3	2,3,4

Άσκηση: αντιδράσεις β-διάσπασης: Q-values, επιτρεπτές, τάξη απαγόρευσης

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω διασπάσεις β (π.χ. απαγορευμένες ή όχι, β+ ή ε, κλπ.) και υπολογίστε τις τιμές Q

$$^{66}\mathrm{Ga}\left[0^+\right] \to {}^{66}\mathrm{Zn}\left[2^+, \Delta E = 1039.2 \text{ KeV}\right]$$

$$^{72}\mathrm{As}\left[2^-\right] \to {}^{72}\mathrm{Ge}\left[0^+\right]$$

Για να βρίσκετε τις ατομικές μάζες των στοιχείων που σας χρειάζονται, χρησιμοποιείτε:

M(A,Z) = 931.478 * A + Δ (MeV),

Όπου το Δ το βρίσκεται για κάθε στοιχείο και τα ισότοπά του στο:

http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/wallarge.pdf

- $\Delta(^{66}\mathrm{Ga}) = -63.724$ MeV, $\Delta(^{66}\mathrm{Zn}) = -68.899$ MeV
- $\Delta(^{72}\mathrm{As}) = -68.230$ MeV, $\Delta(^{72}\mathrm{Ge}) = -72.586$ MeV
- m(e) = 0.511 MeV, m(ν) = 0

Άσκηση – σημείωση για επιτρεπτή ή όχι

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω διασπάσεις β (π.χ. απαγορευμένες ή όχι, β+ ή ε, κλπ.) και υπολογίστε τις τιμές Q

$$^{66}\mathrm{Ga}\left[0^{+}\right] \rightarrow {}^{66}\mathrm{Zn}\left[2^{+}, \Delta E = 1039.2 \text{ KeV}\right]$$

$$^{72}\mathrm{As}\left[2^{-}\right] \rightarrow {}^{72}\mathrm{Ge}\left[0^{+}\right]$$

- με $\Delta J^{\Delta\pi}$ = 2+ έχουμε αναγκαστικά ***l***=άρτιο γιατί $(-1)^{l}$ = +1.
- Αφού το S_{ev} γίνεται το πολύ S_{ev}=1, δεν μπορεί να γίνει η μετάβαση με ***l***=0.
- → Άρα δεν είναι επιτρεπτή η μετάβαση.

* Η επόμενη άρτια τιμή είναι ***l***=2. Με S=0, δίνουν ΔJ=2. Με S=1, δίνουν από ΔJ = 2-1 =1 μέχρι και 2+1=3,

→ οπότε το ***l***=2 (και με S=0 και με S=1) μπορεί να εξηγήσει το ΔJ=2+

→ "απαγορευμένη" 2ης τάξης

Άσκηση 1

Το ισότοπο του άνθρακα $^{14}_{6}C$ παράγεται από πυρηνικές αντιδράσεις των κοσμικών ακτίνων στην ατμόσφαιρα. Διασπάται δίνοντας $^{14}_{7}N$.

α) Τί είδους διάσπαση είναι; Δώστε την αντίδραση της διάσπασης.

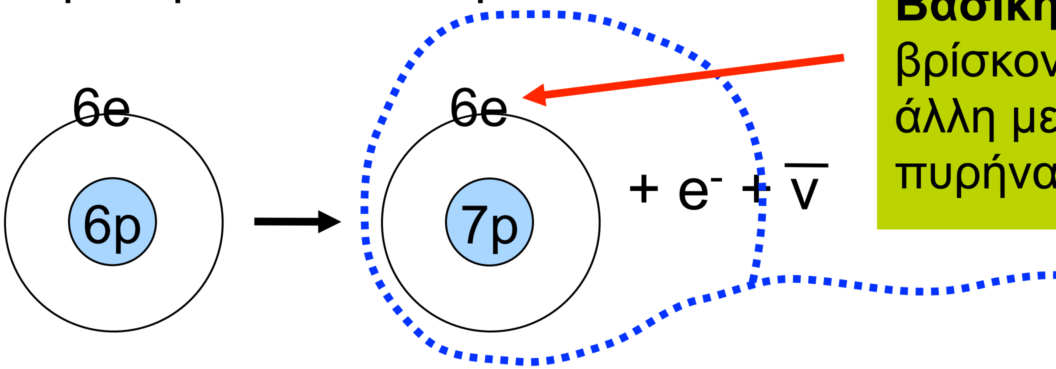
β) Αν οι ατομικές μάζες ^{14}C και ^{14}N είναι 13044,00 MeV/c^2 και 13043,85 MeV/c^2 αντίστοιχα, πόση είναι η ενέργεια που απελευθερώνεται κατά την αντίδραση;

γ) Σχεδιάστε το ενεργειακό φάσμα των ηλεκτρονίων.

Δίνονται οι μάζες:
M(n) = 939.6 MeV/c^2, M(p)=938,3 MeV/c^2, M(e)=0,511 MeV/c^2

Άσκηση 1 – Λύση (α,β)

- α) $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^- + \nu_e$; $Q = M(^{14}_{6}C) - M(^{14}_{7}N) = 0.15$ MeV
- β) Ατομικές μάζες (Μ): δίνονται πάντα για άτομα με ίσο αριθμό ηλεκτρονίων και πρωτονίων



Βασική ιδέα: Τα ατομικά ηλεκτρόνια βρίσκονται από τη μιά στιγμή στην άλλη με περισσότερα πρωτόνια στον πυρήνα.

Μάζα ατόμου με: Z+1 πρωτόνια και Z+1 ηλεκτρόνια

- **ΣΗΜΕΙΩΣΗ:**

Αν θέλουμε, μπορούμε να δουλεύουμε με πυρηνικές μάζεσm ($m_{πυρ}$):

$$m_{πυρ}(^{14}_{6}C) = m_{πυρ}(^{14}_{7}N) + m_e + Q$$

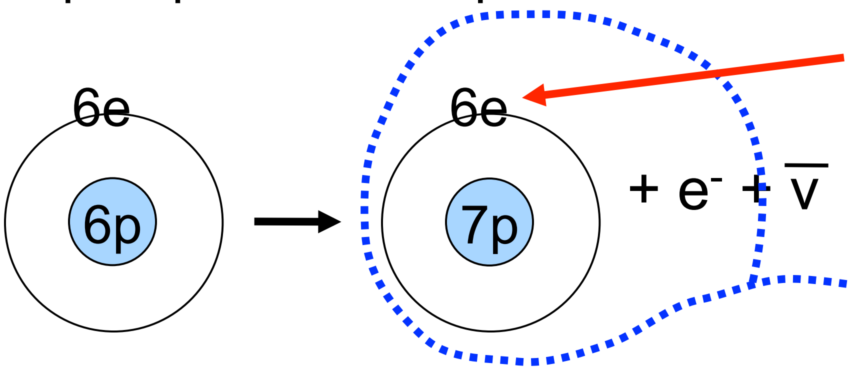
όπου: $m_{πυρ}(^{A}_{Z}X) = M_{ατόμου}(^{A}_{Z}X) - Z^* m_e = M(^{A}_{Z}X) - Z^* m_e$

$M(^{14}_{6}C) - 6^*M(e) = M(^{14}_{7}N) - 7\ ^*M(e) + M(e) + Q \Longrightarrow Q = M(^{14}_{6}C) - M(^{14}_{7}N)$

Άσκηση 1 – Λύση (α,β)

- α) ${}^{14}_{6}\mathrm{C} \text{ -> } {}^{14}_{7}\mathrm{N} + e\text{-} + \nu_e$; $Q = M({}^{14}_{6}\mathrm{C}) - M({}^{14}_{7}\mathrm{N}) = 0.15\ \mathrm{MeV}$
- β) Ατομικές μάζες (Μ): δίνονται πάντα για άτομα με ίσο αριθμό ηλεκτρονίων και πρωτονίων

Βασική ιδέα: Τα ατομικά ηλεκτρόνια βρίσκονται από τη μιά στιγμή στην άλλη με περισσότερα πρωτόνια στον πυρήνα.

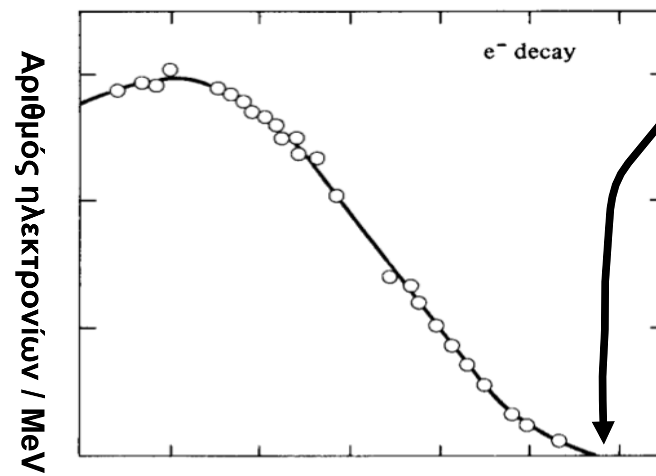


Μάζα ατόμου με: Z+1 πρωτόνια και Z+1 ηλεκτρόνια

- γ) Ενεργειακό φάσμα ηλεκτρονίων

= κατανομή των ενεργειών ηλεκτρονίων

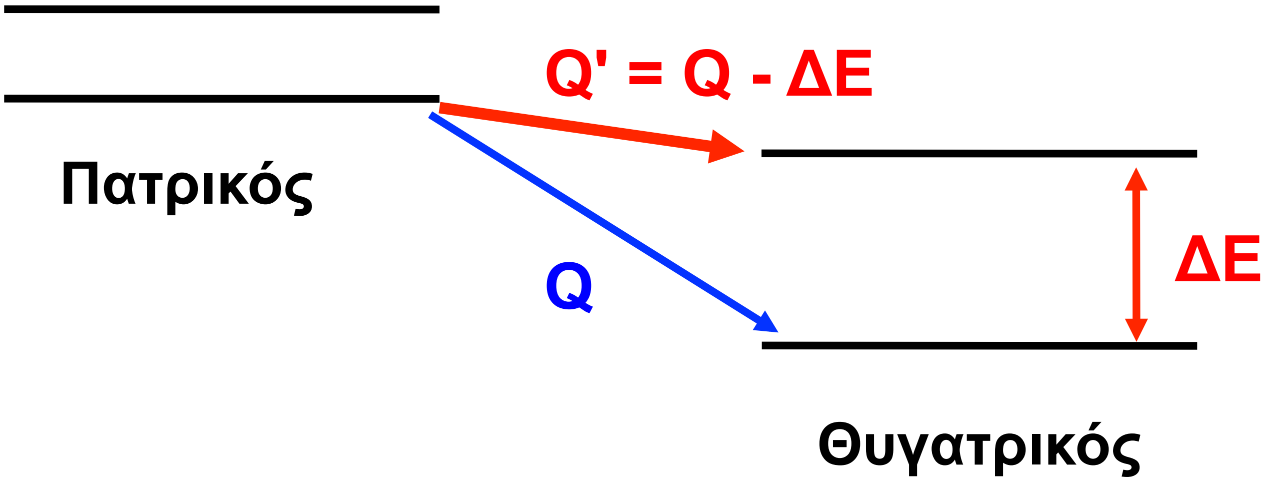
= πληθυσμός ηλεκτρονίων (άξονας y) σαν συνάρτηση της ενέργειας του ηλεκτρονίου (άξονας x)



$$T(e) = E(e) - m(e)\,c^2$$

ΠΡΟΣΟΧΗ #1) αν όχι από βασική σε βασική κατάσταση:

- Οι τιμές του Q που δίνονται στα προηγούμενα είναι για β-διασπάσεις από
  - Τη βασική στάθμη του πατρικού πυρήνα
  - Στη βασική σταθμη του θυγατρικού πυρήνα
- Αν πάμε σε *διεγερμένη κατάσταση του θυγατρικού* (με ενέρεια ΔΕ πάνω από τη βασική του), τότε *το Q είναι μικρότερο κατά ΔΕ. Αυτό το Q' είναι που μοιράζονται ως κινητική ενέργεια τα προϊόντα.*



Ασκηση

Διάσπαση του ^{14}O απο την κατάσταση 0^+ σε ^{14}N.

$$^{14}O \rightarrow ^{14}N(0^+, E = 2.313 \text{ MeV}) + e^- + \bar{\nu}$$

- Δπ = + συνεπάγεται οτι η στροφορμή l ειναι άρτια
- *l=0, l=2*,…
- Αν *l=2 και S=0 ή S*=1 το άθποισμα *S*+*l* δεν μπορεί να είναι 0
- Αρα ο μόνος επιτρεπτός συνδιασμός είναι *l=0 και S=0*
- Επιτρεπτή μετάπτωση Fermi.

Μπορει όμως να έχουμε διάσπαση του ^{14}O σε άλες καταστάσεις του ^{14}N.

$$^{14}O \rightarrow ^{14}N(1^+, E = 0 \text{ MeV}) + e^- + \bar{\nu}$$
$$^{14}O \rightarrow ^{14}N(1^+, E = 3.948 \text{ MeV}) + e^- + \bar{\nu}$$

- Fermi διάσπαση 0+ → 1+ είναι απαγορευμένη λόγω διατήρησης στροφορμής
- Δπ= + → *l* = άρτιος
- Αν l=0 και S=0, l+S = 0 και δεν ταιριάζει με τη μετάπτωση 0 → 1
- Ο συνδιασμός l=0 και S=1, l+S = 1 ειναι η επιτρεπτή μετάπτωση G-T