

# Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό)

Τμήμα Τ2: Κ. Κορδάς & Δ. Σαμψωνίδης

## Ακήσεις #1

Μήκος κύματος σωματιδίων, χρόνος ζωής και  
ραδιοχρονολόγηση, ενεργός διατομή, μέγεθος  
πυρήνων

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

# Άσκηση 1.1: ενέργεια και μήκος κύματος σωματιδίων

Πόση κινητική ενέργεια πρέπει να έχουν τα σωματίδια:

$\gamma$  (φωτόνιο),  
 $e$  (ηλεκτρόνιο),  
 $p$  (πρωτόνιο),  
 $\alpha$  (άλφα)

για να έχουν μήκος κύματος

α)  $1 \text{ \AA}$  (Angstrom) ;

β)  $1 \text{ fm}$  (fermi) ;

## Άσκηση 1.2: Ραδιοχρονολόγηση πετρωμάτων

Η ηλικία των πετρωμάτων της γης μπορεί να εκτιμηθεί με την παρατήρηση της σχετικής αφθονίας των ισοτόπων στις διάφορες φυσικές ραδιενεργές σειρές. Μιά από αυτές έχει σαν “μητέρα” το  $^{238}_{92}\text{U}$  και με διαδοχικές μεταστοιχειώσεις καταλήγει στο σταθερό  $^{206}_{82}\text{Pb}$ . Αν θεωρήσουμε ότι οι ενδιάμεσοι πυρήνες έχουν αμελητέους χρόνους ζωής σε σχέση με την ηλικία της γής και ότι η ποσότητα  $^{206}_{82}\text{Pb}$  που περιέχεται στα πετρώματα προέρχεται αποκλειστικά από την αποδιέγερση πυρήνων  $^{238}_{92}\text{U}$ , υπολογίστε την ηλικία ενός πετρώματος στο οποίο βρέθηκε ότι η σχετική αφθονία  $^{206}_{82}\text{Pb}$  προς  $^{238}_{92}\text{U}$  είναι 15% προς 85% (15:85). Σας φαίνεται λογική η ηλικία της γής που βρίσκετε;  
Δίνεται ο μέσος χρόνος ζωής του  $^{238}_{92}\text{U}$  (6.51 δισεκατομύρια έτη =  $6.51 * 10^9$  έτη)

## Άσκηση 1.3: Ραδιοχρονολόγηση με ορίζοντα λίγες χιλιάδες χρόνια

Ενας πάπυρος από Αιγυπτιακό τάφο περιέχει 1g άνθρακα με ενεργότητα  $4 \times 10^{-12}$  Ci. Αν ο λόγος των πυρήνων  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$  σε ένα ζωντανό δένδρο είναι  $1.3 \times 10^{-12}$  να βρεθεί η ηλικία του παπύρου.  
( Χρ. ημιζωής  $^{14}\text{C}=5730$  έτη)

## Άσκηση 1.4: Ενεργός διατομή αντίδρασης

Σ' ένα πείραμα παράγονται πυρήνες  $^{24}\text{Na}$  με βομβαρδισμό ενός στόχου καθαρού νατρίου  $^{23}\text{Na}$  πάχους 1mm, με δέσμη δευτερίου ρεύματος 500nA. Ο βομβαρδισμός του στόχου  $^{23}\text{Na}$  με τη δέσμη δευτερίου διήρκεσε 2 ώρες και αμέσως μετά η ενεργότητα του στόχου μετρήθηκε σε 56 MBq. Θεωρώντας σε πρώτη προσέγγιση ότι ο χρόνος βομβαρδισμού είναι αμελητέος σε σχέση με το χρόνο ημιζωής του  $^{24}\text{Na}$  ( $T_{1/2} = 15.02 \text{ h}$ ) και άρα οι παραγόμενοι πυρήνες  $^{24}\text{Na}$  δεν διασπώνται πριν τη μέτρηση της ενεργότητας του στόχου, υπολογίστε την ενεργό διατομή της αντίδρασης.

Δίνονται:

πυκνότητα νατρίου (Na)  $\rho = 0.97 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

$1\text{A} = 1 \text{ Coulomb} / \text{sec} = 1\text{Cb/s}$

Φορτίο ηλεκτρονίου (e)  $= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$

## Άσκηση 1.5: Μέγεθος πυρήνων

α) Πόση είναι η ακτίνα του πυρήνα  $^{222}_{84}\text{Po}$  (πολώνιο);

β) Πόση είναι η ταχύτητα ενός σωματιδίου α (άλφα) με κινητική ενέργεια 5.41 MeV; Το θεωρείτε σχετικιστικό ή όχι;

γ) Πόσο χρόνο χρειάζεται ένα σωματίδιο α (άλφα) με κινητική ενέργεια 5.41 MeV ώστε να διασχίσει έναν πυρήνα  $^{222}_{84}\text{Po}$  (πολωνίου);

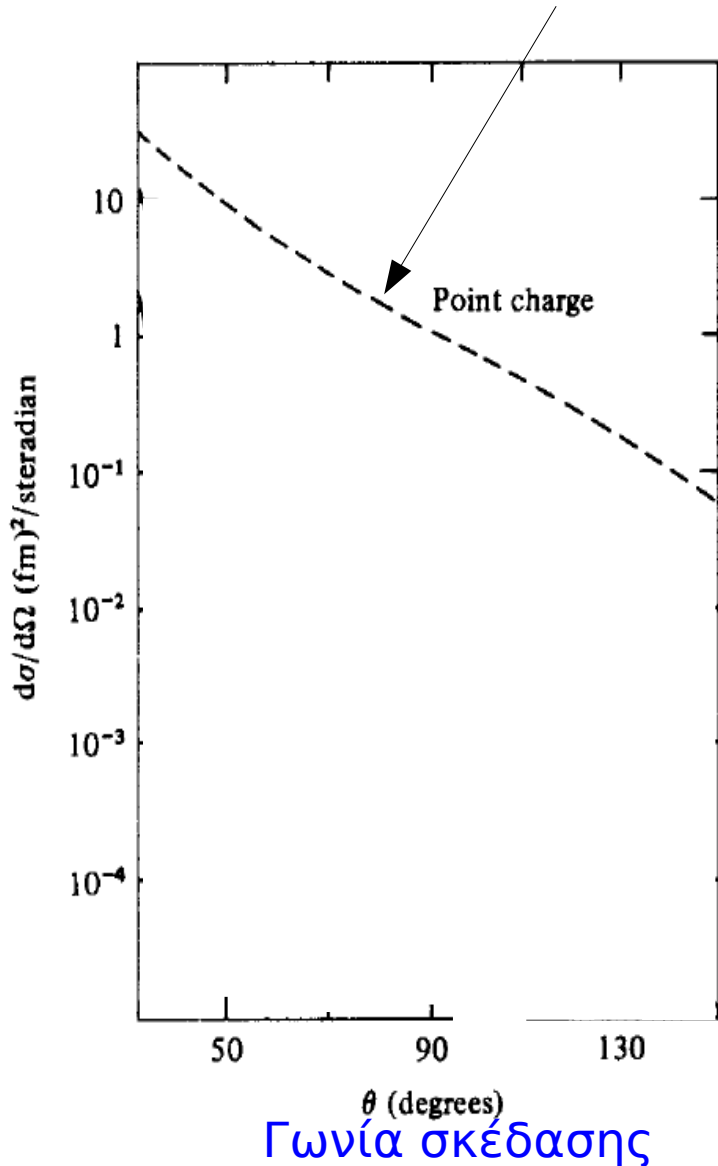
# Άσκηση 1.6 - Σκέδαση Rutherford (1)

\* Πόση ενέργεια πρέπει να έχει ένα ηλεκτρόνιο ώστε να έχει μήκος κύματος  $\lambda=6$  fm? Πόση για  $\lambda=1$ fm?

# Άσκηση 1.7 - Σκέδαση Rutherford (2)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο (για ηλεκτρόνιο με  $E = 126 \text{ MeV}$ )

Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας



Ενεργός διατομή σκέδασης ηλεκτρονίων από σημειακό πυρήνα (a la Rutherford):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Z_1 * Z_2 * e^2)^2}{4 E} * \frac{1}{\sin^4(\theta / 2)}$$

- $Z_1 e$  = φορτίο βλήματος (για ηλεκτρόνια,  $e : Z_1 = 1$ )
- $E$  = ενέργεια βλήματος
- $Z_2 e$  = φορτίο στόχου (πυρήνα). (για χρυσό, Au :  $Z_2 = 79$ )
- $\theta$  = γωνία σκέδασης του βλήματος

• **Ερώτηση:** Υπολογίστε από τον τύπο του Rutherford την ενεργό διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας ( $d\sigma/d\Omega$ ) για σκέδαση σε  $\theta=90^\circ$ , ενός ηλεκτρονίου σε χρυσό, με ενέργεια ηλεκτρονίου 126 MeV



# Άσκηση 1.8: Σκέδαση ηλεκτρονίου από τον πυρήνα ή από τα ατομικά ηλεκτρόνια ;

\* Άσκηση 4.1 του βιβλίου C&G, σελ. 74

4.1 Ένα σχετικιστικό ηλεκτρόνιο, του οποίου η μάζα ηρεμίας μπορεί να παραληφθεί, έχει ενέργεια  $E$ . Το ηλεκτρόνιο σκεδάζεται ελαστικά από σωματίο μάζας  $M$  που ηρεμεί, σε γωνία  $\theta$  με ενέργεια  $E'$ .

(α) Δείξτε ότι η ολική ενέργεια του σωματίου μάζας  $M$  μετά τη σκέδαση είναι

$$E_M = E - E' + Mc^2.$$

(β) Δείξτε ότι η ορμή του είναι

$$P_M = [E^2 + E'^2 - 2EE' \cos\theta]^{1/2} / c.$$

(γ) Χρησιμοποιώντας ότι  $E_M^2 = P_M^2 c^2 + M^2 c^4$  δείξτε ότι το κλάσμα της ενέργειας που χάνει το ηλεκτρόνιο είναι

$$\frac{E - E'}{E} = \frac{1}{1 + Mc^2 / [E(1 - \cos\theta)]}$$

Για  $E \sim$  μερικών εκατοντάδων MeV, δείξτε ότι το κλάσμα αυτό είναι μικρό αν το ακίνητο σωματίο είναι βαρύς πυρήνας, ενώ είναι μεγάλο (εκτός αν  $\theta \approx 0$ ) αν το ακίνητο σωματίο είναι ηλεκτρόνιο.

# Άσκηση 1.9: Νόμοι διατήρησης στοιχειωδών σωματιδίων

\* Άσκηση 3.2 του βιβλίου C&G, και 1.2 του βιβλίου Χ.Ε

Ποιες από τις ακόλουθες διαδικασίες επιτρέπονται από τους νόμους διατήρησης;

- 1.9A**
- (α)  $n \rightarrow p + \gamma$ ,
  - (β)  $p \rightarrow e^+ + \gamma$ ,
  - (γ)  $p \rightarrow \pi^+ + \gamma$ ,
  - (δ)  $\bar{p} + n \rightarrow \pi^- + \pi^0$ ;

- 1.9B**
- α)  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$
  - β)  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
  - γ)  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$
  - ι)  $\tau^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_\tau$

# Σχετικιστική κινηματική

## Σχετικιστική κινηματική:

$$E = mc^2 = \text{η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα } m$$

$E$  = ενέργεια  
 $m$  = μάζα  
 $c$  = ταχύτητα του φωτός



Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας

γενικά, με κινητική ενέργεια  $K$ , έχουμε:  $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με  $c = 1$ , γράφουμε:  $E^2 = p^2 + m^2$ , κλπ.

# Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} = 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 * 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 * 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV (=  $10^9$  eV)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ ό πο } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης} \times \text{χρόνος} = 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:  
**eV για ενέργεια** (ή MeV στην πυρηνική),  
 **$1/4\pi\epsilon_0 = 1$  σε όλους τους τύπους,**

και θα βάζουμε  $e^2 = \alpha \hbar c$ , ό πο  $\alpha = 1/137$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

## Μετράμε:

**Μάζα:** MeV/c<sup>2</sup> (αφού  $E = mc^2$ )

**Ορμή:** MeV/c (αφού  $p = m\gamma\beta c$ )

**Χρόνος** σε: 1/MeV (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια \* Χρόνος = 1)

**Μήκος** σε: μονάδες χρόνου = 1/MeV (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$1 \text{ amu} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$