Inscrivi nella parte di piano delimitata dalla parabola di equazione $y=-2x^2+16x-24$ e dall'asse x un rettangolo che ha il perimetro uguale a 16.

La parabola ha vertice $V(4;-32+64-24)=(4;8)$ e il $\frac{\Delta}{4}=64-48=16$. Quindi le intersezioni con gli assi sono date dalle soluzioni del sistema

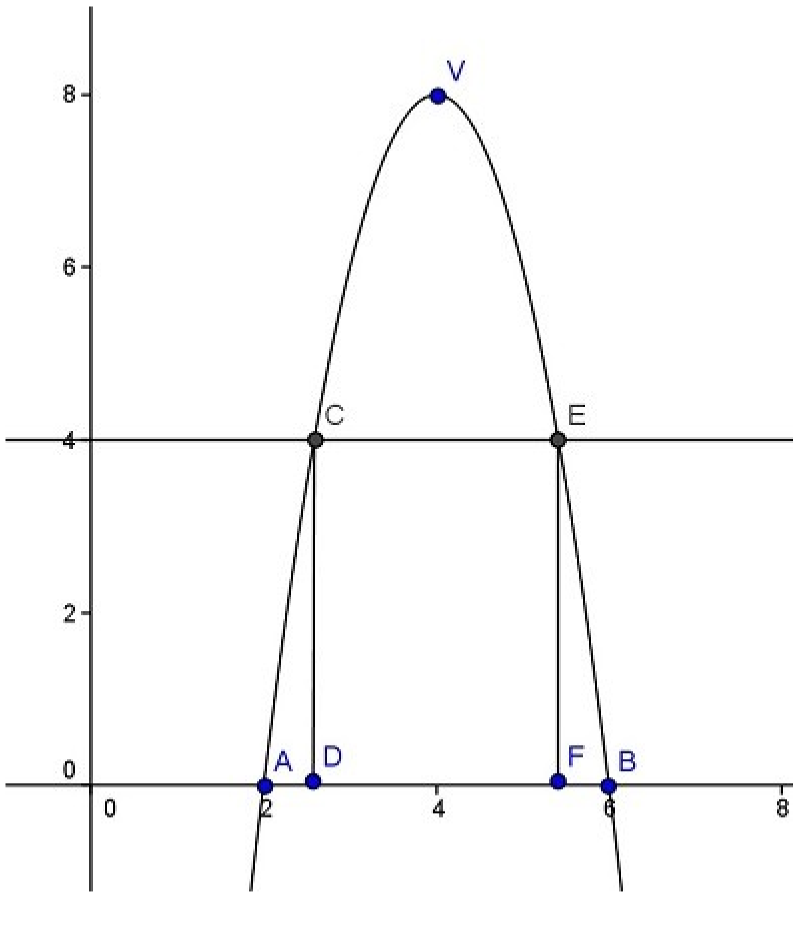
$$\begin{cases} y=0 \\ y=-2x^2+16x-24 \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} y=0 \\ -2x^2+16x-24=0 \end{cases}$$

e quindi

$$\begin{cases} x=-\frac{-8\mp\sqrt{16}}{2}=-\frac{-8\mp4}{2}=-(-4\mp2) \\ y=0 \end{cases}$$ e quindi $$\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$ o $$\begin{cases} x=6 \\ y=0 \end{cases}$$



Indichiamo con $y=k$ l'equazione di una retta parallela all'asse x, con $0\le k\le 8$

Di conseguenza le coordinate dei punti C ed E sono soluzioni del sistema

$$\begin{cases} y=k \\ y=-2x^2+16x-24=0 \end{cases}$$ da cui

$$\begin{cases} y=k \\ k=-2x^2+16x-24=0 \end{cases}$$

ossia

$$\begin{cases} y=k \\ 2x^2-16x+24+k=0 \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} y=k \\ x=\dfrac{8\mp\sqrt{64-2(24+k)}}{2} \end{cases}$$ e quindi $$\begin{cases} y=k \\ x=\dfrac{8\mp\sqrt{16-2k}}{2} \end{cases}$$ e quindi le coordinate dei punti C ed E

$$C\left(\frac{8-\sqrt{16-2k}}{2};k\right) \quad \text{e} \quad E\left(\frac{8+\sqrt{16-2k}}{2};k\right)$$

e i punti D ed F hanno coordinate

$$D\left(\frac{8-\sqrt{16-2k}}{2};0\right) \quad \text{e} \quad F\left(\frac{8+\sqrt{16-2k}}{2};0\right)$$

a questo punto

$$\overline{CE}=\left|\frac{8+\sqrt{16-2k}}{2}-\frac{8-\sqrt{16-2k}}{2}\right|=\left|\frac{2\sqrt{16-2k}}{2}\right|=|\sqrt{16-2k}|$$

e
$$\overline{CD}=|k|$$

Imponiamo che il perimetro del rettangolo CEDF sia 16. Di conseguenza

$$2\,\overline{CE}+2\,\overline{CD}=16$$

ovvero

$$2|\sqrt{16-2k}|+2|k|=16$$

ovvero

$$|\sqrt{16-2k}|+|k|=8$$

da cui, per $0 \leq k \leq 8$

$$\sqrt{16-2k} = 8-k$$

da cui

$$16-2k = 64+k^2-16k$$

ossia

$$k^2-14k+48=0$$

e quindi

$k = 7 \mp 1$ da cui $k=8 \vee k=6$. La prima soluzione fa degenerare il quadrilatero CEDF in un triangolo e si scarta. Resta k=6 e quindi la retta ha equazione . $y=6$