

作业 14. 考查如下三个正则曲面 (片)

(i) 正螺面  $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$(u, v) \mapsto r(u, v) = (v \cos u, v \sin u, u)$$

(ii) 旋转面  $r_1: D \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $D = \{(u, v) \mid u \in (0, \infty), v \in (0, 2\pi)\}$

$$(u, v) \mapsto r_1(u, v) = (u \cos v, u \sin v, \log u)$$

(iii) 悬链面  $r_2: D \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $D$  如上

$$(u, v) \mapsto r_2(u, v) = (\sqrt{1+u^2} \cos v, \sqrt{1+u^2} \sin v, \operatorname{arcsinh} u)$$

定义  $\bar{D} = \{(u, v) \mid u \in (0, 2\pi), v \in (0, \infty)\}$

证明: (1)  $r(\bar{D})$  和  $r_1(D)$  之间存在一一映射  $\varphi$  保持高斯曲率  
但  $\varphi$  不是等距映射.

(2)  $r(\bar{D})$  和  $r_2(D)$  之间存在一一映射  $\psi$  保持高斯曲率  
和平均曲率, 但  $\psi$  不是刚体运动.