



EGYENÁRAMÚ ELEKTROMOS MÉRÉSEK MODELLEZÉSE INHOMOGÉN KÖZEGEKBEN

A doktori értekezés tézisei
Balázs László

Doktori iskola vezetője:
Prof. Monostori Miklós

Programvezető:
Prof. Monostori Miklós

Témavezető:
Dr. Drahos Dezső

**Földtudományi Doktori Iskola
Földtan-Geofizika Program**

ELTE TTK Geofizika és Űrtudományi Tanszék
2009

Bevezetés

A nyersanyag-kutatás alapjául szolgáló mélyfúrású geofizikai értelmezésben kiemelkedő szerepe van az egyenáramú mérésekből származó fajlagos ellenállás adatoknak. Az egyenáramú szondák érzékenyek a vizsgált tartomány különböző inhomogenitásaira (fúrás, elárasztott zóna, véletlen inhomogenitások), melyek jelentősen torzíthatják a mérési eredményeket.

A doktori értekezés témája az egyenáramú geofizikai szondák mérésének pontosabb elméleti modellezése azzal a céllal, hogy a fajlagos ellenállás paraméterek becslését, az inverzió hatékonyságát javítsa. Az elméleti modellezés pontosításának területei:

- *Elektróda modellezés.* A direktfeladat megoldások során olyan, valósághoz közelebb álló elektróda modellt alkalmaztam, mellyel az elektróda felületi árameloszlása és a földelési ellenállása is becsülhető.
- *Radiális inhomogenitások hatásának vizsgálata.* Az elárasztás hatásának modellezését a hagyományos direktfeladat-megoldásban túlzottan leegyszerűsítve lépcsőfüggvény fajlagos ellenállás profillal végzik. Összhangban a laboratóriumi mérések eredményeivel, a direktfeladat-megoldásoknál folytonos függvény szerint változó profilra dolgoztam ki számítási eljárást.
- *Vertikális inhomogenitások hatásának vizsgálata.* A rétegzett közegekre vonatkozó direktfeladat-megoldásokhoz kapcsolódva, a vertikálisan folytonosan változó fajlagos ellenállású közegbeli potenciáltér számítására dolgoztam ki eljárást.
- *Véletlen inhomogenitások hatásának vizsgálata.* A véletlen inhomogenitások, mint modellhibák jelennek meg az interpretáció során. Az inverzió analíziséhez szükséges ezek vizsgálata.

Előzmények

Az elektromos mérések fent említett problémái, a mérés elméleti modellezésének javítása régóta a kutatás homlokterében állnak.

A direktfeladat-megoldás egyik fontos eleme az elektróda modell, amelynél de-Witte [1959] cikkében közölt elektróda modellt tekintetem kiindulási alapnak. Ebben a közelítésben a szigetelőkön elhelyezett gyűrűelektróda potenciáltere veszi át a Green-függvény szerepét, mellyel kiterjedt és összetett elektróda rendszer árameloszlása és potenciáltere is számítható.

Az inhomogenitásokat hagyományosan homogén fajlagos ellenállású zónák sorozatával, azaz lépcsőfüggvénnyel közelítik, amely lehetővé teszi, hogy a Laplace-egyenlet hengersizmetrikus esetre vonatkozó ismert megoldásait alkalmazzuk. A szondák által mért látszólagos fajlagos ellenállások korrekcióinak kialakult gyakorlata van, mely általában két vagy három réteges modellhez kötődik. Ezek a modellek pl. az elárasztás modellezésére csak durva közelítésnek tekinthetők, melyet laborvizsgálatok is igazolnak [Jiao, 1992]. Radiális és vertikális inhomogenitások néhány réteges közelítésére vonatkozó direktfeladat-megoldások Dakhnov [1967], Gianzero [1982], Anderson [2001], cikkeiből ismertek. Daniels [1971] vertikálisan rétegzett, homogén egységekből álló közegre, míg Drahos [1984] radiálisan rétegzett vertikálisan végtelen közegre dolgozott ki rekurzív megoldást, amely lehetővé teszi, hogy több homogén zóna alkalmazásával, így pontosabb közelítéssel is elvégezhető legyen a

potenciáltér számítása. Roy [1994] lineáris profil esetére Frobenius-módszerrel származtatott közelítő megoldás eredményeit közli.

A véletlen közegek ekvivalens paramétereinek számítására vonatkozóan többféle közelítő módszer található a kapcsolódó irodalomban. Az értekezés szempontjából a perturbációs megoldások [Landau 1986; Teodorovich 2002] és az ezzel bizonyos értelemben rokonságot mutató variációs elveken alapuló megoldásokat tárgyaló cikkeket [Hashin 1962; Alliere 2003] fontos megemlíteni.

Az elektromos direktfeladatot bonyolult esetekben legtöbbször véges elemek módszerével oldják meg, a megoldás viselkedése azonban jobban elemezhető, ha analitikus formában áll rendelkezésre, ezért leginkább az ilyen megoldásokra törekvő cikkek eredményeire támaszkodtam.

Alkalmazott módszerek

Az elméleti modellezés (direktfeladat megoldások) az egyenáramú probléma esetében a legtöbbször a Laplace-egyenlet megoldását jelentik, különböző közegek és határfeltételek mellett.

Kiterjedt és összetett elektróda rendszerek esetében a de-Witte [1959] modellből kiindulva meghatároztam a probléma Green-függvényét, és ennek segítségével integrálegyenlet írtam fel az elektródák árameloszlására. Az integrálegyenletbe beépítettem a szabályzási feltételeket. A kapott Fredholm-típusú integrálegyenletet lineáris egyenletrendszerrel közelítettem, melynek megoldásaként előállt az elektródarendszer árameloszlása. Elektródarendszereknél az árameloszlás és a Green-függvény konvolúciójával számítottam a látszólagos fajlagos ellenállást meghatározó potenciál értékeket. A modellszámításokba bevontam a mérő elektródákat is, figyelembe véve a felületükön kialakuló árameloszlást is [Balázs 1987, 2005].

A folytonos függvény szerint változó fajlagos ellenállás eloszlások esetére differenciálegyenlet-rendszert írtam fel a Bessel-Fourier transzformált (radiális eloszlás esetén) vagy a Hankel-transzformált (vertikális változások esetén) alakban felírt általános megoldás spektrális együttható függvényeire. A differenciálegyenlet-rendszer numerikus és közelítő analitikus megoldásaival állítottam elő az inhomogén közegekre vonatkozó potenciálfüggvényeket [Balázs 2007], illetve a műszerállandóval normálva, az elméleti látszólagos ellenállás értékeket. A radiális változást a perturbációs számítás eszközeivel kezelve, hasonló eredményekre jutottam.

A mért közegben feltételezett véletlen inhomogenitások hatását szintén a perturbációs számítás segítségével vizsgáltam különböző rendben, melyből az inhomogenitások mellett kialakuló ekvivalens fajlagos ellenállást és annak szórását származtattam, ami az inverzió szempontjából is lényeges paraméter. A különböző rendű perturbációs közelítések a Laplace-egyenlet megoldásaként rekurzívan számíthatók az eggyel kisebb rendű közelítésből, amelyek az egyenlet inhomogén tagját adják.

A pontosabb modellezésből származó látszólagos fajlagos ellenállás, egyben a javított paraméterinverzió kiindulási pontja is. Az eredmények felhasználhatóságát valós mérések inverziójával is demonstráltam, összevetve a hagyományos inverzióval.

PhD tézisek:

1. de-Witte-féle elektróda modellből kiindulva olyan számítási eljárást dolgoztam ki, mely alkalmas a véges méretű hengerelektrodák árameloszlásának és potenciálterének számítására különböző, radiálisan inhomogén közegben. A szondamodellezés kiterjedt az árambeocsátó és a mérő elektródákra is, így alkalmas tetszőleges karotázs elektromos szonda potenciálterének számítására. Az eredmények felhasználásával elvégeztem egy penetrációs elektromos szonda és a kiterjedt elektródákkal rendelkező dual-laterolog elméleti modellezését. A penetrációs mérések esetében elsősorban az elektróda potenciálterét zavaró rudazat és csúcs hatását vizsgáltam, míg a dual-laterolog esetében a felületi árameloszlás megvalósulását elemeztem – a szabályzás feltételei között – különböző közegekben. Az ismertett szondamoddellel a nem ideális áramköri elemekből felépített szonda viselkedése is tanulmányozható.
2. Többféle közelítésben vizsgáltam az egyenáramú elektromos direktfeladat megoldásának lehetőségét radiálisan folytonos függvény szerint változó fajlagos ellenállás profil esetén és a tapasztalatok alapján számítási eljárást dolgoztam ki a probléma megoldására. A kidolgozott eljárásban a Bessel-Fourier transzformált formában felírt általános megoldás együttható függvényeire állítottam fel differenciálegyenlet-rendszert. Az egyenletrendszer infinitezimális hengergyűrűkre bontott zóna határaitra felírható határfeltétekből származtatattam. Ebben a közelítésben minden hengergyűrű infinitezimális transzformációként hat az együtthatókból képezhető vektorra. A lineárisan változó profilra vonatkozó eredményeket összevettem a hagyományos modellezésnél alkalmazott lépcsőprofilal számolt eredményekkel, bemutattva a méréstérbeli ekvivalenciákat és az eltéréseket.
3. A radiálisan lineáris profil szerint változó elárasztás feltételezése mellett számított direktfeladat megoldások alapján végeztem inverziót, összevetve a hagyományos lépcsőprofilal meghatározott inverzióval. A márga-homokkő sorozatoknál elvégzett mérések esetében az elárasztás növekedésével jelenős eltérés tapasztalható a különböző modellel becsült fajlagos ellenállás paraméterekben. A folytonos profil melletti inverzióval az illesztés alapját képező négyzetes eltérés általában kisebb értéket vesz fel, mint a hagyományos inverziónál, ami bizonyítja a lineáris fajlagos ellenállás profil létjogosultságát.
4. Vertikálisan inhomogén közegre vonatkozóan differenciálegyenlet-rendszert származtattam a Hankel-transzformált formájában felírt megoldásban szereplő spektrális együttható függvényekre. A differenciálegyenlet-rendszert megoldottam rétegzett és vertikálisan folytonosan változó tartományokra. Egyszerűbb modelleknél (réteghatár) összehasonlítottam az egzakt megoldásból és a közelítő megoldásból származó eredményeket. A számítási eljárásból származó elméleti megoldások segítségével vizsgálható az elektromos szondák viselkedése a szondahosszon belüli vertikális inhomogenitások esetében.
5. Az elektromos mérések eredményeiben a közeg véletlen inhomogenitásainak hatása is megjelenik. Rekurzív perturbációs számítási eljárást dolgoztam ki a véletlen inhomogenitások esetében kialakuló potenciáltér számítására. Az elvégzett szimulációs számítások célja annak vizsgálata, hogy az inhomogenitások milyen ekvivalens homogén értékkel vehetők figyelembe, illetve a véletlen inhomogenitások szórása miként jelenik meg a mérésekben.

Következtetések

Véges elektródák modellezése

A véges elektródákra származtatott modellel különálló árambocsátó elektródák árameloszlását vizsgálva (homogén probléma) megállapítható, hogy kialakul egy jellegzetes, az elektróda széle felé növekvő profil, továbbá a profil eltérése az egyenletes eloszlástól annál jelentősebb minél nagyobb a fúróluk falánál fellépő fajlagos ellenállás kontraszt. A mérő elektródák esetében (inhomogén probléma) az elektromos megosztáshoz hasonló jelenség játszódik le, a magasabb potenciálú helyen áram lép be az alacsonyabb potenciálú helyen áram lép ki az elektróda felszínén, a referencia pont, ahol a külső potenciál és a kialakuló felületi potenciál megegyezik nem az elektróda középpontjához rendelhető.

Összetett elektródarendszerek esetében a szabályzási feltételek teljesülésével (dual-laterologok) a környező fajlagos ellenállás viszonyoknak megfelelően csatolódik az egyes elektródák árameloszlása, a kialakuló árameloszlás erőteljesen visszahat a szabályzásra is. A számítási eljárással korrekciós diagramokat készítettem, melyek eltérnek a gyártó által megadott, nem indokolt torzításokat is tartalmazó diagramoktól. A véges elektródákra vonatkozó eredményeket felhasználtam a penetrációs elektromos szondamodellezésnél. A számítások megmutatták miként torzítja a potenciálteret a penetrációs csúcs és a rudazat. A torzító hatás kb. 10 %-al csökkenti a mérőelektródánál fellépő potenciált és a mért látszólagos fajlagos ellenállást.

Radiálisan folytonos függvény szerint változó fajlagos ellenállás profil esete

Az elárasztott zónánál kialakuló fajlagos ellenállás eloszlást lineáris profillal közelítettem. A vizsgálat céljára a 0.4 m és 1.6 m-es potenciálszonda-kombinációt választottam, mely több, újra vizsgálat alá vett gázmező esetében az egyik leggyakoribb mérési kombináció. Vizsgáltam a hagyományos lépcsőfüggvény közelítés és a lineáris profillal végzett számítások ekvivalenciáit is. Megállapítható, hogy kis elárasztások esetében nincs jelentős eltérés a származtatható ellenállás paraméterek tekintetében, míg nagyobb elárasztásoknál a növekvő lineáris profil feltételezéssel általában kisebb Rt értékeket kapunk, ugyanazon mérések mellett, azaz a lépcsőprofilal végzett inverzióval túlbecsülhetjük a szénhidrogén-telítettséget. A valós mérések feldolgozása során a lineáris profil – bár az illesztendő paraméterek száma ugyanaz – kisebb négyzetes eltéréseket produkált az illesztés során, mely a modell jogosultságát húzza alá.

Vertikálisan folytonos függvény szerint változó fajlagos ellenállás profil esete

Üledékes sorozatokban gyakran előforduló vertikálisan változó fajlagos ellenállású rétegek esetében is alkalmazható a radiális változásokra kidolgozott számítási eljárás. A módszer ellenőrzésére – egyszerűbb – kétréteges probléma egzakt megoldásaival vettem össze a közelítő megoldásból származó megoldást. Az egyezés megfelelő volt, annak ellenére, hogy a számítási eljárás kidolgozásakor feltételezett folytonosság nem teljesül.

Kis perturbációk hatása – véletlen közegek

A közegekben elhelyezkedő inhomogenitások hatását vizsgáltam rácsszerű és véletlen eloszlású perturbációkat tartalmazó modellel, konstans térerősség mellett, illetve pontforrás terében. A potenciált harmadrendű közelítésig számoltam ki. Véletlen, egyenletes eloszlású inhomogenitások esetére meghatároztam, hogy miként csökken a potenciálkülönbség szórása a szondahossz növekedésével. A perturbációk jellemző méreténél 10-15 -ször nagyobb elektród távolság esetén a vizsgált esetenél 1 % alá csökkent a potenciálkülönbség relatív fluktuációja.

Kapcsolódó saját publikációk:

Balázs, L., 2007; Analytic approximation of Green-function in well logging electric direct problem for the case of continuous radial resistivity profile, *Acta geodaetica et geophysica*, 42, 309-322

Balázs, L. 2005: Modeling of cone penetration electric tool field, *Geophysical Transactions*, 45., 19-36

Balázs, L. 2008: Modeling and examination of penetration neutron sonde behaviour in various logging environments by Monte-Carlo method, and diffusion approximation, *Geophysical Transactions*, 45. 135-156

Balázs, L. and Kovács, Gy., 1989: Olajipari szondák kiértékelő diagramjai, MOL-SZKFI Kutatási jelentés

Balázs, L. 1987 : Nyújtott elektródás laterologok terének modellezése, *Elektrokarotázs módszerek, szemináriumi jegyzet, Siófok*

Balázs, L. Elek, I. Komlósi, Zs. Kovács, Gy., 1988: „Mélyfúrású geofizikai és szeizmikus adatok értelmezésének néhány kérdése”, *Magyar Geofizika*

Balázs, L. 2008: Az elárasztott zóna radiális ellenállás profiljának hatása a karotázs elektromos szelvények inverziós eredményeire, *Inverziós Ankét, Miskolc*

Irodalom

Abramovitz, M. and Stegun, I. A. 1965: *Handbook of Mathematical Function*. Dover edition.

Allaire, G. and Maillot, H. 2003: H-measures and bounds on the effective properties of composite materials. *Portugaliae Mathematica*, 60:162-191.

Anderson, B. I. 2001: *Modeling and inversion methods for the interpretation of resistivity logging tool response*. Ph.D. thesis, Delft University of Technology

Chen, Y. H. and Chew, W. C. 1988: A novel array laterolog method. *The Log Analyst*, 39: 22-33.

- Chemali, R. and Gianzero, S. 1988: The dual laterolog in common complex situation. Well Log Analyst Symposium, San Antonio, Transaction: N1-N25.
- Cozzolino, K. and Silva J.C. 2007; Synthetic focusing and simulation of dual laterolog tool in axisymmetric subsurface models. *Journal of Applied Geophysics*, 61: 102-110.
- Dakhnov, V. N. 1967: Elektrieseszkie u magnyitnie metodi iszledovanija szkvaszin.: 99-200, Moszkva
- Daniels, J. J. 1987: Interpretation of buried electrode resistivity data using a layered earth model. *Geophysics*, 43: 988-1001.
- Davies, B. 1983: Integráltranszformációk és alkalmazásaik. Műszaki Könyvkiadó.
- Davydycheva, S and Druskin, V. 2003; An efficient finite-difference scheme for electromagnetic logging in 3D anisotropic inhomogeneous media. *Geophysics*, 68: 1525-1536.
- De-Witte, L. and Gould, R. W. 1959: Potential distribution due to a cylindrical electrode mounted on an insulating probe. *Geophysics XXIV*, 3: 566-579.
- Doll, H. G. 1951; The laterolog: a new resistivity logging method with electrodes using an automatic focusing system. *Petroleum Transactions, AIME* 192: 305-316.
- Drahos, D. 1984: Electrical modeling of the inhomogeneous invaded zone. *Geophysics*, 49: 1580-1585.
- Gianzero, S. and Anderson, B. 1982: An integral transform solution to the fundamental problem in resistivity logging. *Geophysics*, 47: 946-956.
- Goncalves, M. I. C. 2002: Resistivity Well Logging. GIMMC Workshop.
- Hashin, Z. and Shtrikman, S. 1962: On some variational principles in anisotropic and nonhomogeneous elasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, 10: 335-342.
- Jackson, J. D. 2004: Klasszikus elektrodinamika. Typotex, Budapest.
- Jiao, D. and Sharma, M. 1992: An Experimental Investigation of the Resistivity Profile in the Flushed Zone. *The Log Analyst*, March-April:145-154.
- Landau, L.D. and Lifschitz, E.M.1986: Elméleti fizika VIII. Folytonos közegek elektrodinamikája. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Liu, H. Q. and Anderson, B. I. 1994: Modeling low-frequency electrode.type resistivity tools in invaded thin beds. *IEEE Transactions on Geoscience*, 33: 494-498.
- Liu, Z. and Oyang, J. 1999; Dynamic dual-laterolog responses: model and field applications in the Bohai Gulf of China. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 23: 1-11.
- Lovell, J. R. 1993: Finite element method in resistivity logging. Ph.D. thesis, Delft University of Technology.

- Mises, R.V. 1966: A mechanika és fizika differenciál- és integrálegyenletei. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- Nam, J. M. 2004: Self-adaptive HP finite-element simulation of dual-laterolog measurements in dipping, invaded, and anisotropic formation. University of Texas at Austin.
- Pardo, D. 2008; Fourier series expansion in a non orthogonal system of coordinates for symulation of 3D DC borehole resistivity measurements. Computer methods in applied mechanics and engineering, 197: 1906-1925.
- Polyanin, A.D. and Zaitsev, V.F. 1995: Handbook of exact solution for ordinary differential equations. CRC Press, New York.
- Pyeon, C. H. 2000: Higher order perturbation calculation with higher mode eigenfunctions in homogeneous system. Annals of nuclear energy, 27: 1227-1235.
- Roy, K. K. and Dutta, D. J. 1994: Borehole dc resistivity response for transitional invaded zone. Geophysics, 59 : 1796-1805.
- Rózsa, P. 1991, Lineáris algebra és alkalmazásai, Tankönyvkiadó, Budapest.
- Simonyi, K. 1960: Elméleti villamosságtan. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Szatmáry, Z. 2002: Mérések kiértékelése, Egyetemi jegyzet, MEK-00862.
- Teodorovich, E. V. 2002: An improved perturbation theory method for describribing the effective permeability of a randomly heterogeneous medium. J. Applied Maths Mechs., 66: 439-446.
- Tikhonov, A. N, 1963: Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. Soviet Math. Dokl., 4: 1035-1038; English translation of Dokl Akad Nauk SSSR (1963)151: 501-504.
- Vlagyimirov, A. Sz. 1979: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- Yang, W. 2007: Interpretation of frequency-dependent dual-laterolog measurements acquired in middle-east carbonate reservoirs using second-order finite element method. SPWLA 48-th Annual Logging Symposium, June 3-6.
- Wang, H. and Yang S. 2002: A multiparameter iterative inversion of dual-laterolog in horizontally layered media and its error analysis. IEEE Transactions on geoscience and remote sensing, 40: 482-490.
- Wang, T. 2004: Finite difference modeling of electromagnetic tool response for logging while drilling. Geophysics, 69: 152-160.
- Woznicka, U. 1981: Solution of the thermal neutron diffusion equation for a two-region system by perturbation calculation. Journal of Applied Physics D, 14: 1167-82.