A királis fázisátalakulás effektív modellbeli leírása önkonzisztens Green-függvényekkel

Markó Gergely

– Tézispontok –

Témavezető: Dr. Szép Zsolt, tudományos főmunkatárs, Ph.D.

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest
Fizika Doktori Iskola
Csillagászat és Részecskefizika program
Atomfizikai Tanszék

A Doktori Iskola vezetője: Dr. Palla László
Programvezető: Dr. Csikor Ferenc

Budapest
2013

A kvantumszíndinamika (QCD) az anyag legkisebb építőköveit, a kvarkokat és a gluonokat leíró elmélet. Mindennapi körülmények között a kvarkok és gluonok csak hadronokba zárva fordulnak elő. Azonban megfelelően magas hőmérsékleten és/vagy sűrűségen a hadronok fázisátalakuláson mennek keresztül és ezáltal a kvarkok és gluonok majdnem szabad részecskékké válnak. Az *ab initio* módszer a QCD megoldására a rácstérelmélet. Azonban a rácsszimulációk lehetetlenné válnak bizonyos sűrűség felett, a hírhedt előjel problémának köszönhetően. Ezért effektív modellek használatához szokás fordulni, melyek egy bizonyos pontig analitikusan is kezelhetőek. Közismert tény azonban, hogy a közönséges perturbáció számítás képtelen termikus fázisátalakulások leírására az infravörös divergenciák miatt [6]. Ez teszi szükségessé a perturbációs sor felösszegzését.

Disszertációmban az euklideszi $O(N)$ modell termikus fázisátalakulását vizsgálom, kiemelt figyelmet fordítva az $N = 4$ esetnek, mely széles körben használt fenomenológiai modellje a legkönnyebb mezonoknak: a három pionnak és a szigma részecskéknek [5]. A véges hőmérsékletű térelméletek imaginárius idő megfogalmazását használom, és feltételezem, hogy a szimmetriasértő mező-várhatóérték homogén. Ebben az effektív modellben a mező várhatóértéke a királis kondenzátumnak felel meg, mely a QCD királis fázisátalakulásnak rendparamétere. Felösszegzésként a kétrészecske irreducibilis (2PI) formalizmust használom, kéthurok szinten csonkítva, mely [7,8]-ban került bevezetésre. A 2PI formalizmus a kvantum effektív hatás egy szisztematikusan javítható felösszegzési sémáját nyújtja. A felösszegzés abban áll, hogy az effektív hatás úgynevezett csontváz-gráfokat használó kifejtésében a felöltöztetett propagátor szerepel. Az önkonzisztens integrál egyenlet a propagátorra, G-re (a *gap egyenlet*), és az egyenlet a mező várhatóértékére, v-re (a *tér egyenlet*), csatolot egyenletrendszert alkot, melyet az effektív hatásból G és v szerinti variálással kapunk. Így a G-re és v-re kapott megoldások stacionaritási feltételeket elégítenek ki. Mivel az $O(N)$ model rendparamétere a mező-várhatóérték, ezért a 2PI formalizmus remekül használható a fázisátalakulás leírására. Annak ellenére, hogy én csak egyensúlyi vizsgálatokhoz használom a 2PI formalizmust, érdemes megemlíteni, hogy nagyon hasznos eszköz a nem-egyensúlyi leírásokban is, ugyanis a propagátor önkonzisztens volta megszünteti a szekularitási problémát.

Disszertációmban megtalálható a [9]-en alapuló, részletes ismétlése a teljes renormálási procedúrának, mely az ellentagok megkonstruálásához szükséges, hogy egy adott, esetünkben a kéthurok csonkításban a 2PI effektív potenciált végessé tegyük. Ez a módszer a különböző n-pont függvényekre, egy magas $T_\star$ hőmérsékleten, kiszabott renormálási feltételeken alapul, és feltételezi, hogy ezen a hőmérsékleten a rendszer a szimmetrikus fázisban van.

A modell iteratív megoldása során kétfajta szumma-integrált kell kiszámolni impulzus térben (3+1 dimenzióban, véges hőmérsékleten egy Matsubara-szumma és egy hármas integrál van az impulzus vektorra). Az egyik a lokális-típusú, melynek eredménye impulzus független, a másik pedig a konvolúció-típusú, mely impulzus függő. Mivel minden integrandus forgási szimmetriával rendelkezik, ezért a szumma integrálok 1+1 dimenziósra redukálhatóak. Az integrálok regularizálására háromdimenziós levágást használok. Így a numerikusan vizsgált propagátorok egy $N_\tau \times N_s$ méretű rácson vannak tárolva, ahol $N_\tau - 1$ a tárolt pozitív Matsubara-frekvenciák száma, míg N_s az egymástól egyenlő távolságokra lévő 3-as impulzus abszolút értékek eltárolt száma, melyek közül a legnagyobb értéke a levágás.

A vázolt közelítésben elért főbb eredményeim a következők.

1. A lokális- és konvolúció-típusú szumma-integrálok legnaivabb módon történő nagy pontosságú számolásának hatalmas fizikai memória igénye van. Azonban a Matsubara-szumma analitikusan elvégezhető, ha a propagátorban a sajátenergia impulzusfüggetlen. Az ilyen esetekben mindkét szumma-integrál típus elvégezhető *majdnem egzaktul* adaptív intergáló rutinok használatával.

Általában pedig fel lehet gyorsítani mindkét integrál típus konvergenciáját, kihasználva, hogy a kéthurok csonkításban a propagátorok aszimptotikus viselkedése megegyezik a fa-szintűvel. Megmutatom, hogy a véges számú Matsubara-frekvencia használatából eredő hiba közvetlen kapcsolatban áll a szummázandó függvény nagy frekvenciás lecsengésével. Ezért a szummázandó függvényt kifejtem a fa-szintű járulék körül, analitikusan elvégzem a Matsubara-szummát a fa-szintű részre, és így meggyorsítom a Matsubara-szummák konvergenciáját, mind lokális-, mind konvolúció-típusú szumma-integrálok esetén [1].

A naiv metódussal számolva a kritikus hőmérsékletet, N_τ-t $\sim 10^2 - 10^3$-szorosára kell választani, a javított módszerhez képest, hogy ugyanazt a (nagy) pontosságot el lehessen érni.

2. Közismert tény, hogy az $O(N)$ modell a 2PI formalizmus legalacsonyabb rendű, úgynevezett Hartree–Fock közelítésében, helytelen eredményre vezet a fázisátalakulás rendjét illetően. E leírásban elsőrendű az átalakulás, ahogy azt analitikusan is bizonyították az $N = 1$-es esetben [10], valamit numerikusan látták $N = 4$-re, például [11]-ben.

A 2PI teljes kéthurok közelítésében vizsgálva a fázisátalakulást azt találom, hogy a királis limeszben a fázisátalakulás, helyesen, másodrendűnek adódik, összhangban a renormálási csoporton alapuló tanulmányokkal. Explicit szimmetriasértés esetén az átalakulás analitikus crossover. Megvizsgálom továbbá a hat sztatikus kritikus exponenst, melyekről kiderül, hogy ebben a közelítésben értékük megegyezik az átlagtér-elméletben számolhatókkal. Ezek az eredmények függetlenek a numerikus paraméterek, valamint a levágás értékétől (feltéve, hogy a választott paraméterek mellett lejátszódik a fázisátalakulás) [1,2].

3. Megalkotom az $O(N)$ modellre alkalmazott kéthurok szinten csonkított 2PI formalizmus egy további, általam *hibridnek* nevezett közelítését, melyben az effektív potenciált a propagátorok egy alacsonyabb rendű közelítésével értékelem ki. A kéthurok közelítésben kapott gap egyenletek megoldása helyett, a Hartree–Fock szintű egyenletek megoldását használom. Ugyan ez elrontja a 2PI formalizmus konzisztenciáját, de számos előnye is van, melyek abban gyökereznek, hogy a Hartree–Fock közelítésben a sajátenergia impulzusfüggetlen [2]:

(a) ugyanazt az eljárást követve, mint a teljes kéthurok leírásban, megalkotom az ellentagokat, és ezek használatával expliciten véges egyenletekre jutok, melyekben az ellentagok már nem szerepelnek;

(b) a Matsubara-szummákat analitikusan el lehet végezni, így a kéthurokhoz képest jelentősen kisebb numerikus erőfeszítéssel, ugyanolyan pontossággal lehet a fizikai mennyiségeket meghatározni;

(c) a tömegek és a mező-várhatóérték hőmérsékletfüggése kevesebb mint $\sim 5\%$-kal tér el a teljes kéthurok számolásban kaphatóaktól;

(d) a vákuumban számolt fizikai mennyiségek a hibrid közelítésben jó becslései a kéthurok fizikai mennyiségeknek, ami szignifikánsan meggyorsítja az $N = 4$ eset fizikai paraméterezését.

A hibrid módszer egy hátulütőjére a nyomás tanulmányozásakor derül fény, ugyanis az negatívvá válik alacsony hőmérsékleten egy keskeny tartományban. Összességében így is azt mondanám, hogy a hibrid közelítés hasznos, hiszen fontos bepillantásra ad lehetőséget, mind az analitikusan elvégezhető számolások, mind a kéthurokhoz képest gyors numerikus számítások miatt. Ezen felül ez a közelítés egyértelműen rámutatott arra, hogy a másodrendűség a setting-sun diagram tér egyenletbe adott járulékának következménye.

4. Megalkotok egy paraméterezési eljárást az $N = 4$-es esetben, a könnyű mezonok fenomenológikus leírása végett. A longitudinális és transzverzális görbületi tömegek vákuumbeli értékét kapcsolom össze rendre a szigma és pion tömegekkel, miközben a fizikai skálát a mező vákuum-várhatóérétkének a pion bomlási állandóval való egyenlővé tétele határozza meg. A paramétertér (tömeg négyzet, csatolás, explicit szimmetriasértéshez vezető külső tér) egy nagy tartományát derítem fel. Ebben a tartományban minden paraméter halmazhoz tartozó vákuum-várhatóértéket 93 MeV-re állítom be. A paramétertérből egy felületet választok ki, megkövetelve, hogy ezen pontokban a pion tömeg $138 \pm 1\%$ MeV legyen. Végül e felületből csak azokat a pontokat tartom meg, melyekben a szigma részecske tömege legalább kétszerese a pionok tömegének.

El tudok érni reális szigma tömeget (~ 460 MeV), azonban csak annak árán, hogy a Landau-pólus skálája 3.4 GeV-re csökken, így a levágásra való érzéketlenség magas hőmérsékletekre megkérdőjelezhetővé válik, főleg ha a magasabb rendű közelítéseket is szem előtt tartjuk, amelyekben vertex felösszegzések is szerepet játszanak [2].

A tézispontokban hivatkozott eredményeket tartalmazó publikációk:

[1] G. Markó, U. Reinosa, and Zs. Szép, *Broken Phase Effective Potential in the Two-Loop Φ-Derivable Approximation and Nature of the Phase Transition in a Scalar Theory*, Phys. Rev. D **86** 085031 (45 pp.) (2012).

[2] G. Markó, U. Reinosa, and Zs. Szép, *Thermodynamics and phase transition of the $O(N)$ model from the two-loop Φ-derivable approximation*, Phys. Rev. D **87** 105001 (2013). Phys. Rev. D **87** 105001 (27 pp.) (2013).

A Ph.D. disszertációtól független publikációim:

[3] G. Markó and Zs. Szép, *Influence of the Polyakov loop on the chiral phase transition in the two flavor chiral quark model*, Phys. Rev. D **82** (2010) 065021

[4] G. Markó and Zs. Szép, *The Effect of the Polyakov loop on the chiral phase transition*, EPJ Web Conf. 13 (2011) 02003

További hivatkozások:

[5] K. Rajagopal and F. Wilczek, Nucl. Phys. B **399** (1993) 395.

[6] J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena* (Oxford Science Publications, New York, 2002).

[7] J. M. Luttinger and J. C. Ward, Phys. Rev. **118**, 1417 (1960).

[8] J. M. Cornwall, R. Jackiw, and E. Tomboulis, Phys. Rev. D **10**, 2428 (1974).

[9] J. Berges, Sz. Borsányi, U. Reinosa, and J. Serreau, Annals Phys. **320**, 344-398 (2005).

[10] U. Reinosa and Zs. Szép, Phys. Rev. D **83** 125026 (2011).

[11] Y. Nemoto, K. Naito and M. Oka, Eur. Phys. J. A **9**, 245 (2000).