

**Optikai parametrikus erősítők numerikus
modellezése és potenciális alkalmazásuk
nagy ismétlési frekvenciájú
impulzussorozat erősítésére**

TDK dolgozat

Tóth Szabolcs

II. Fizikus MSc

Témavezető:

Dr. Osvay Károly

Egyetemi docens

Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi és Informatikai Kar
Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék

Szeged, 2014

Tartalom

1.Bevezetés	2
2. Motiváció és célkitűzés	4
3.Elméleti összefoglaló	6
3.1. Nemlineáris közegek hullámegyenlete.....	6
3.2. A nemlineáris polarizáció	6
3.3. Optikai parametrikus erősítés.....	8
3.4. A csatolt differenciálegyenlet rendszer megoldásának értelmezése	9
3.5. Fázisillesztés.....	10
3.6. Nem kollineáris fázisillesztés	12
3.7. A nemlineáris szuszeptibilitás tenzor összevont írásmódja	13
4. A modellezés ismertetése	15
4.1. Az impulzusok paraméterei.....	15
4.2. A nemlineáris kristály paraméterei	17
4.3. Effektív átfedési hossz meghatározása	19
4.4. A szimulációs program működési elve	20
5. Eredmények	22
5.1. Az impulzusok direkt erősítése	22
5.2. Fázis-moduláció hatása az impulzus erősítésére	23
5.3. Rácsos impulzus kompresszor hatása	27
5.4. Különböző fázisderiváltak hatása	28
5.5. Optimális nyalábátmérő meghatározása.....	31
6.Összefoglalás.....	36
Függelékek	37
F.1. A nemlineáris hullámegyenlet levezetése	37
F.2. Manley-Rowe relációk.....	38
F.3. A csatolt differenciálegyenlet rendszer analitikus megoldása	39
F.4. A nemlineáris szuszeptibilitás tenzor tulajdonságai	42
Irodalomjegyzék.....	44
Köszönetnyilvánítás	46
1. Függelék	47

1.Bevezetés

Manapság igen sok olyan tudományos kísérleti technika, valamint ipari alkalmazás létezik, melyek a 100 fs-os, vagy annál rövidebb impulzushossz és a minél nagyobb impulzusenergia mellett megkövetelik a lehető legmagasabb ismétlési frekvenciát is. Ilyenek például a pumpa-próba kísérletek, melyek a kémiai és biológiai folyamatok vizsgálatára szolgálnak, fotoelektron spektroszkópia, vagy az ultragyors elektron mikroszkópia mellyel kondenzált anyagok szerkezeti tulajdonságait tudják feltérképezni. Egy ilyen folyamatban impulzusonként nagyon kevés elektron keletkezik, ezért e technika hatékony alkalmazása érdekében elengedhetetlen a MHz nagyságrendjbe eső impulzussorozat biztosítása [1, 2, 3].

Ipari alkalmazások tekintetében egy kiváló példa a mikro- és nanomegmunkálás. Ilyenkor egy jól lefókuszált, 100fs hosszúságú lézerpulzus segítségével már az anyag belsejében is lehet megmunkálást végezni, valamint a vágás és a roncsolás sorjamentes. A nagy ismétlési frekvencia ebben az esetben is elengedhetetlen a nagy hatékonyságú megmunkálás érdekében [1].

A különböző nemlineáris folyamatoknál, mint például a magas harmonikus keltés (HHG) esetében is, a konverziós hatásfok alacsony volta miatt kevés XUV foton keletkezik. Az ismétlési frekvencia növelésével növekszik az XUV fotonok száma, ezzel együtt pedig a jel-zaj viszony is javul a detektoron [2,3,4,5,6].

A biológiai és orvosi alkalmazások témakörében fontos megemlíteni a két-fotonos mikroszkópiát, melyet rendkívül széles körben használnak. A dolog lényege, hogy két infravörös fotont egyidejűleg egy helyre fókuszálnak, melynek következtében a kiváltott hatás olyan, mintha azt egy darab, kétszer akkora energiával rendelkező foton váltotta volna ki. A módszer az utóbbi bő évtizedben egyre nagyobb teret nyert az in vivo agykutatásokban, neurobiológiai alkalmazásokban is [9]. Ezen esetekben különösen lényeges, hogy a szövet minél mélyebb rétegeibe tudjunk behatolni, és az agy szöveteiben lejátszódó folyamatokat valós idejű, szub-miliszekundumos időbeli és köbmiliméternél is kisebb térbeli felbontású skálán tudjuk vizsgálni. Ehhez elengedhetetlen a több tíz MHz ismétlési frekvenciával és nagy fotonszámmal rendelkező impulzusok biztosítása.

A felsoroltakat összegezve megállapíthatjuk, hogy napjainkban számos olyan alkalmazás van melyek számára fontos, néhány esetben kritikus a nagy átlagteljesítménnyel, illetve a nagy ismétlési frekvenciával rendelkező impulzussorozat biztosítása.

A nagy ismétlési frekvencián történő erősítés főbb problémája, hogy ilyenkor ugyancsak nagy ismétlési frekvenciával és nagy átlagteljesítménnyel rendelkező pumpalézerrel kell az erősítő közeget gerjeszteni. A hagyományos, energiatároláson alapuló erősítő közegek főbb hátránya abból adódik, hogy a nagy átlagteljesítmény hatására felerősödnek a termikus jelenségek, melyek nagyban megbonyolítják az erősítő felépítését. Ebből kifolyólag nagy ismétlési frekvenciával rendelkező impulzussorozatok erősítésére az optikai parametrikus erősítők jelenthetnek alternatív megoldást.

Az optikai parametrikus erősítés (OPA – optical parametric amplification) egy nemlineáris jelenségen, mégpedig a különbségi frekvencia keltésén alapszik. Itt az erősítő közeg egy nemlineáris kristály, mely nem-, vagy csak igen kis mértékben abszorbeál pumpa energiát, így egy ilyen erősítőben elhanyagolhatóak a termikus effektusok. A folyamat során a nemlineáris közegben egy nagy energiájú foton két, kisebb energiájú foton keletkezését eredményezi. Ezt a lézertechnológiában már évtizedek óta eredményesen alkalmazzák optikai erősítésre. Ha ugyanis, egy pumpa és jel impulzus egyidejűleg esik a nemlineáris kristály ugyanazon térfogatelemére, akkor a pumpa impulzus fotonjainak egy része a jel impulzus fotonjai számát növeli, miközben melléktermékként egy ún. „idler” impulzus keletkezik [11].

A nagy ismétlési frekvenciával rendelkező impulzus sorozatok parametrikus erősítésének, a megfelelően rövid impulzus hosszal, viszonylag nagy impulzus energiával és nagy ismétlési frekvenciával rendelkező pumpalézerek megléte szab korlátot. Szerencsére a dióda pumpált szilárdtest lézerek az utóbbi évtizedekben rohamos fejlődésnek indultak, így mindinkább alkalmasabbá válnak a nagy ismétlési frekvenciájú impulzussorozatok parametrikus erősítésére.

2. Motiváció és célkitűzés

A bevezetésben említett kísérletek számára fontos, néhány esetben pedig kritikus a nagy átlagteljesítménnyel, illetve a nagy ismétlési frekvenciával rendelkező impulzussorozat biztosítása. Ezen okból kifolyólag kutató munkám motivációját a nagy ismétlési frekvenciával rendelkező, femtoszekundumos impulzusok erősítése jelenti.

A munkám célja egy olyan optikai parametrikus erősítő tervezése, modellezése és kivitelezése, mely egy 80MHz ismétlési frekvenciával működő, spektrálisan hangolható módusszinkronizált titán-zafír oszcillátor kijövő 100fs-os impulzusainak tízszeres erősítésére alkalmas.

A nagy ismétlési frekvencián történő optikai erősítés témakörében az eddig leközölt munkákban impulzusenergia (pl. [8]) vagy átlagteljesítmény (pl. [3]) tekintetében értek el jó eredményeket. Ezekben a kísérletekben azonban vagy az ismétlési frekvencia és az átlagteljesítmény volt alacsonyabb, utóbbiban pedig az impulzushossz 640 fs körül volt, ami már túl hosszúnak számít. Idáig két olyan munka ismeretes ([6] és [7]), melyekben ugyan 80MHz ismétlési frekvencián értek el erősítést, viszont impulzusenergiában és átlagteljesítményben elmaradnak az általunk elérni kívánt értékektől. Ezekben titán-zafír alapú erősítő közeget alkalmaztak, melyet egy folytonos üzemű, nagy teljesítményű pumpalézerrel gerjesztettek. Mivel a titán-zafír kristály a gerjesztő energia nagy részét abszorbeálja, ezért ilyenkor nemkívánatos termikus effektusok jönnek létre, mint például a termikus-lencse hatás, mely bonyolíthatja vagy akár meg is akadályozhatja az erősítést. Ebből kifolyólag a kristályt nagyon alacsony hőmérsékletre kell lehűteni és vákuumkamrába helyezni.

Az általam tervezett erősítő rendszer az optikai parametrikus erősítésen (OPA) alapul. Az OPA, ahogyan azt a bevezetőben is részleteztem, egy nemlineáris folyamat, amely a különbségi frekvenciakeltésen elvén működik. A folyamat során nem, vagy csak elhanyagolhatóan kismértékű abszorpció jön létre, így elhanyagolhatóak a termikus jelenségek.

A nagyfrekvencián történő erősítés főbb problémája a pumpa és a jel impulzus időbeli átfedésének biztosítása, mely a megfelelő jelalak mellett a jelek időzítését is magába foglalja, valamint a pumpa impulzus energiájának, teljesítményének illetve intenzitásának a lehető legnagyobbnak kell lennie a kívánt erősítés elérése érdekében.

Ezekből adódóan, valamint az eddig publikált eredményekből is érezhető a probléma komplexitása és egyelőre még senkinek sem sikerült mind átlagteljesítményben,

ismétlési frekvenciában és impulzushosszban az általunk elérni kívánt 25 W átlagteljesítményű, 100 fs hosszúságú és 80 MHz ismétlési frekvenciával rendelkező impulzussorozat létesítése. A dolog bonyolultságának és a megvalósításának borsos ára miatt is elengedhetetlenül fontos egy ilyen rendszer pontos megtervezése. Ennek érdekében olyan numerikus modellezés készítését tűztem ki célul, amely segítségével könnyen tesztelhetőek különböző beállítások és kristályparaméterek, illetve számszerű értéket ad a szükséges nyújtás mennyiségéről és a nyaláb lefokuszálásának mértékéről. Ezek fényében tervek készíthetőek különböző erősítő elrendezésekről.

A numerikus szimulációt a MATLAB nevű programban írtam meg a nagyméretű adatsorok könnyű és megbízható kezelhetősége érdekében. A programom segítségével optimalizálni lehet a parametrikus erősítők működését ez által növelve hatékonyságukat.

3. Elméleti összefoglaló

A nemlineáris optika azokat a jelenségeket tanulmányozza melyek során, a közegen áthaladó jelen az intenzitás hatványaival arányos változás történik. Mivel csak a lézer fénye elegendően intenzív ahhoz, hogy közegekben nemlineáris optikai jelenségeket idézzon elő, ezért például az elméletek által már jóval előbb megjósolt másodharmonikus keltést nem sokkal a lézer feltalálása után bizonyították be kísérletileg. Azóta számos más nemlineáris jelenséget is megfigyeltek, mint például az összeg- és különbségi frekvencia keltés, haramd-harmonikus generálás, fehér fény keltés, önfókuszálódás stb. [10,12].

3.1. Nemlineáris közegek hullámegyenlete

A nemlineáris közegekben terjedő elektromágneses hullámokat a

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{\varepsilon^{(1)}}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{P}^{(NL)}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

egyenlet írja le, ahol $\varepsilon^{(1)}$ a lineáris dielektromos tenzor, $\vec{P}^{(NL)}$ pedig a nemlineáris polarizációs vektor. Ennek levezetése megtalálható a függelék F.1 fejezetében. $\vec{P}^{(NL)}$ jelenti az anyag elektromágneses hullámra adott nemlineáris válaszát, azaz (1) inhomogén hullámegyenletben a nemlineáris polarizáció elektromágneses hullámok forrásaként szolgál [10,12].

Diszperzív közegek esetén minden egyes frekvenciakomponenst külön-külön kell kezelni. Ilyenkor az elektromos térerősség és nemlineáris polarizációs vektorokat felírjuk az őket alkotó, különböző frekvenciájú komponensek összegeként:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_n \left(\vec{E}_n(\vec{r}, \omega_n) \cdot e^{-i\omega_n t} + c. c \right), \quad (2)$$

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \sum_n \left(\vec{P}_n(\vec{r}, \omega_n) \cdot e^{-i\omega_n t} + c. c \right). \quad (3)$$

Ezekben az egyenletekben csak a pozitív frekvenciákra összegzünk. Ezeket beírva (1)-be és elvégezve az idő szerinti deriválást kapjuk a

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_n(\vec{r}) + \frac{\omega_n^2}{c^2} \cdot \varepsilon^{(1)}(\omega_n) \cdot \vec{E}_n(\vec{r}) = -\frac{\omega_n^2}{\varepsilon_0 c^2} \cdot \vec{P}_n(\vec{r}) \quad (4)$$

egyenletet [10,12].

3.2. A nemlineáris polarizáció

Lineáris optikában a polarizációs és az elektromos térerősség vektor kapcsolatát a

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi \cdot \vec{E} \quad (5)$$

egyenlet fejezi ki, ahol χ az elektromos szuszceptibilitás tenzor. Ez az egyenlet általánosítható nemlineáris esetre is a polarizációs vektor elektromos tér szerinti hatványsorba fejtésével, azaz

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \varepsilon_0 \cdot (\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} \cdot \vec{E}^2 + \chi^{(3)} \cdot \vec{E}^3 + \dots) = \\ &= \varepsilon_0 \cdot \sum_n \chi^{(n)} \cdot \vec{E}^n,\end{aligned}\quad (6)$$

ahol $\chi^{(n)}$ (n+1)-ed rendű tenzor és $\chi^{(1)}$ a lineáris optikában is használatos elsőrendű szuszceptibilitás tenzor [10]. Így (F12) és (F13) felhasználásával a nemlineáris polarizációra a

$$\vec{P}^{(NL)} = \varepsilon_0 \cdot (\chi^{(2)} \cdot \vec{E}^2 + \chi^{(3)} \cdot \vec{E}^3 + \dots) \quad (7)$$

egyenlet adódik. Mivel dolgozatomban másodrendű nemlinearitásról van szó, ezért a továbbiakban nemlineáris polarizáció alatt a

$$\vec{P}^{(NL)} = \varepsilon_0 \cdot \chi^{(2)} \cdot \vec{E}^2 \quad (8)$$

másodrendű nemlineáris polarizációt értem.

A (1) egyenletből következik, hogy a nemlineáris polarizáció új frekvenciakomponensek forrásául szolgálhat. Tekintsük ezért most azt az esetet, amikor az elektromos térerősséget két, ω_1 és ω_2 frekvenciájú monokromatikus síkhullám alkotja, azaz

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + c. c., \quad (9)$$

ahol az egyszerűség kedvéért elhagytam a térfüggést kifejező argumentumokat. Ekkor a nemlineáris polarizáció a

$$\begin{aligned}\vec{P}^{(NL)} &= \varepsilon_0 \cdot \chi^{(2)} \cdot \\ &\cdot (E_1^2 \cdot e^{-i2\omega_1 t} + E_2^2 \cdot e^{-i2\omega_2 t} + 2E_1 E_2 \cdot e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + 2E_1 E_2^* \cdot e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + c. c.) + \\ &+ 2\varepsilon_0 \cdot \chi^{(2)} \cdot (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*)\end{aligned}\quad (10)$$

alakot ölti. Látható, hogy több frekvenciakomponens is megjelenik, nevezetesen:

- másodharmonikus komponensek: $E_1^2 \cdot e^{-i2\omega_1 t}$ és $E_2^2 \cdot e^{-i2\omega_2 t}$ (10.a)
- összegfrekvencia komponens: $2E_1 E_2 \cdot e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t}$ 10.b)
- különbségi frekvencia komponens: $2E_1 E_2^* \cdot e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t}$ (10.c)
- DC tag: $2\varepsilon_0 \cdot \chi^{(2)} \cdot (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*)$ (10.d)

és ezek komplex konjugáltjai [10].

Általában ezek közül csak egy tehet szert számottevő intenzitásra, mégpedig az, amelyre teljesül a fázisillesztés feltétele. Ezt a nyalábok polarizációjának megválasztásával és a kristály orientációjának beállításával lehet elérni [10].

3.3. Optikai parametrikus erősítés

Az optikai parametrikus erősítés során egy nagyobb frekvenciájú fotonból két kisebb frekvenciájú foton keletkezik. Az energia megmaradásból adódóan

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \quad (11)$$

egyenletnek teljesülnie kell, ahol $\omega_3 > \omega_2 \geq \omega_1$ és ω_3 -t pumpának, ω_2 -t jelnek, ω_1 -t pedig idler-nek nevezzük. A folyamatban az idler és jel szerepe felcserélhető és az adott alkalmazás dönti el, hogy melyiket tekintjük a számunkra hasznos jelnek. Ebben az egyenletben ω_1 -t nevezik különbségi frekvenciának. Az energiamegmaradásra vonatkozó egyenlet mellett még egy összefüggésnek kell teljesülnie, nevezetesen a

$$\vec{k}_3 - \vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \Delta\vec{k} \quad (12)$$

impulzusmegmaradás törvényének, melyben

$$|\vec{k}_i| = \frac{\omega_i}{c} \cdot n(\omega_i), \quad (13)$$

ahol $i = 1, 2, 3$, c a fénysebesség, $n(\omega_i)$ pedig a közeg, adott frekvenciakomponensre vonatkozó törésmutatója. (12) jobb oldalának utolsó komponensét nevezzük fázisillesztetlenségnek, amely, ahogyan azt majd látni fogjuk jelentősen befolyásolja a folyamat határfokát [10,12].

Az optikai parametrikus erősítés folyamatának megértéséhez fel kell írunk magát a folyamatot leíró differenciálegyenleteket. Ezért először (4)-ben az elektromos térerősség vektor térfüggő részét írjuk fel a

$$\vec{E}_n(\vec{r}) = \vec{a}_n \cdot A_n(\vec{r}) \cdot e^{ik_{nz} \cdot z} \quad (14)$$

alakban, ahol \vec{a}_n a polarizációs egységvektor, $A_n(\vec{r})$ a lassan változó térerősség amplitúdó, k_{nz} pedig az hullámszám vektor z irányú komponense, a kis n index pedig az n -dik frekvenciakomponensre utal [10,14]. A polarizációs vektor térfüggő részének felírásakor figyelembe kell vennünk, hogy melyik frekvenciakomponensről van szó. Ezért, ha:

- $n = 1, 2$ akkor (10.c) és (14) figyelembe vételével és az indexek megfelelő változtatásával

$$\vec{P}_n(\vec{r}) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{a}_3 \vec{a}_n \cdot A_3(\vec{r}) \cdot A_n^*(\vec{r}) \cdot e^{i(k_{3z} - k_{nz}) \cdot z} \quad (15)$$

- $n = 3$, akkor pedig $\omega_3 = \omega_2 + \omega_1$ miatt, (10.b) és (14) figyelembevételével

$$\vec{P}_3(\vec{r}) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{a}_1 \vec{a}_2 \cdot A_1(\vec{r}) \cdot A_2(\vec{r}) \cdot e^{i(k_{1z} + k_{2z}) \cdot z}. \quad (16)$$

Az előző alfejezet végén említettem, hogy a megfelelő nemlineáris folyamatot részben a nyálábok polarizációjával választjuk ki. Ezért feltesszük, hogy ezeket úgy választottuk meg, hogy nagy határfokkal különbségi frekvenciakeltés jöjjön létre és így a

továbbiakban az egyszerűség kedvéért az \vec{a}_i polarizációs vektorokat elhagyhatjuk. Ezen kívül további egyszerűsítésként síkhullámokat tételezünk fel, melyek a z irányban terjednek. Ezekkel a feltevésekkel élve, írjuk fel először az $n = 1$ -re teljesülő differenciálegyenletet (4) segítségével. Ekkor a

$$e^{ik_1 z} \cdot \frac{\partial^2 A_1(z)}{\partial z^2} + 2ik_1 \cdot e^{ik_1 z} \cdot \frac{\partial A_1(z)}{\partial z} = -\frac{2\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2} \cdot A_3(z) \cdot A_2^*(z) \cdot e^{i(k_3-k_2)z} \quad (17)$$

egyenletet kapjuk. Mivel $A_1(z)$ amplitúdó lassan változik, ezért a második deriválva elhanyagolható járulékot ad, így a bal oldal első tagját elhagyhatjuk. Így (17)-et átrendezve kapjuk, hogy

$$\frac{\partial A_1(z)}{\partial z} = i \frac{\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2 k_1} \cdot A_3(z) \cdot A_2^*(z) \cdot e^{i\Delta k \cdot z} \quad (18)$$

Hasonlóan felírhatjuk a többi komponensre vonatkozó differenciálegyenleteket is, azaz

$$\frac{\partial A_2(z)}{\partial z} = i \frac{\chi^{(2)}\omega_2^2}{c^2 k_2} \cdot A_3(z) \cdot A_1^*(z) \cdot e^{i\Delta k \cdot z}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial A_3(z)}{\partial z} = i \frac{\chi^{(2)}\omega_3^2}{c^2 k_3} \cdot A_1(z) \cdot A_2(z) \cdot e^{-i\Delta k \cdot z}. \quad (20)$$

Megkaptuk tehát az optikai parametrikus erősítés folyamatát leíró elsőrendű, csatolt differenciálegyenlet rendszert [10, 14].

3.4. A csatolt differenciálegyenlet rendszer megoldásának értelmezése

A (18), (19) és (20) csatolt differenciálegyenlet rendszer megoldása a

$$I_3(z) = I \cdot \omega_3 \cdot u_3^2(z), \quad (21)$$

$$I_2(z) = I_2(0) - \frac{\omega_2}{\omega_3} [I_3(z) - I_3(0)], \quad (22)$$

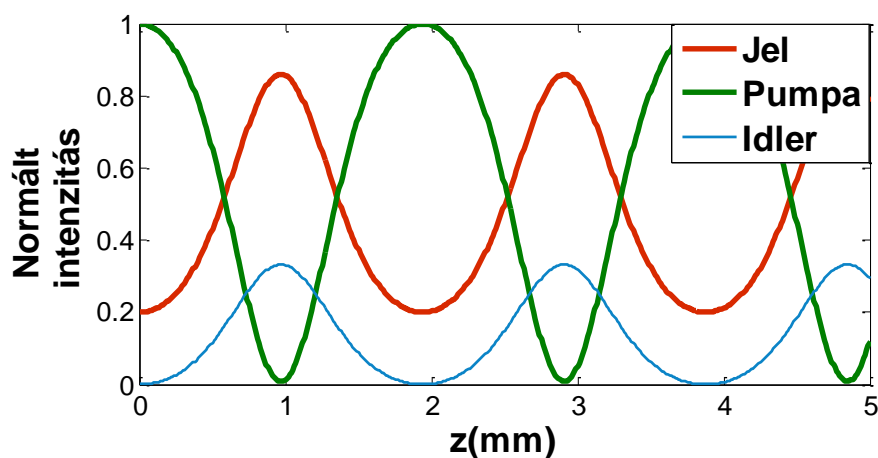
$$I_1(z) = I_1(0) - \frac{\omega_1}{\omega_3} [I_3(z) - I_3(0)] \quad (23)$$

egyenletek formájában írható, melyek levezetése megtalálható a függelékek F.3. fejezetében. Az egyenletekben $u_3(z)$ kifejezhető Jacobi-elliptikus függvények formájában. Erről részletes információ szintén a függelékek F.3. fejezetében található. I_1 , I_2 és I_3 rendre az idler, jel és pompa intenzitásainak változását írja le a kristály mentén.

Az optikai parametrikus erősítés folyamán a kezdeti idler intenzitás zérus. Ekkor a keletkező idler kezdeti fázisa olyan, hogy biztosítja a jel maximális növekedését. A függelékekben található (F33) egyenlet szemügyre vételével látható, hogy a jel amplitúdója akkor növekedhet, ha $\sin(\theta) < 0$, valamint maximálisan akkor erősödik, ha $\sin(\theta) = -1$ azaz $\theta(0) = -\pi/2$. A jel intenzitásának erősödése addig folytatódik még $\sin(\theta)$ előjelet nem vált. Ilyenkor a pompa intenzitásának minimuma van. (F35) egyenlet szemügyre vételével

észrevehető, hogy mivel ettől a ponttól kezdve $\sin(\theta) > 0$, ezért innentől számítva a pumpa intenzitása növekszik, a jel intenzitása pedig csökkenni fog [10,12,15].

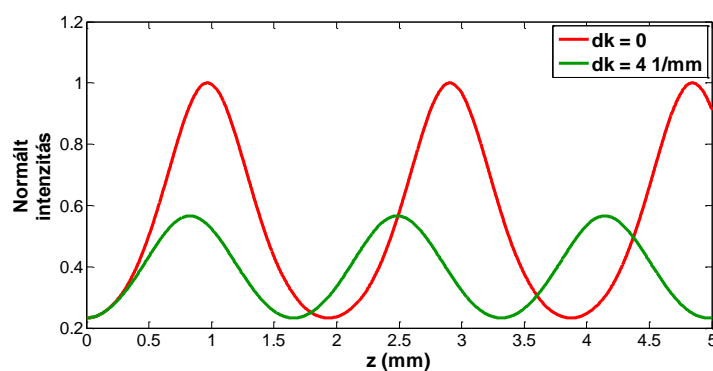
Ezt a folyamatot szemlélteti az 1. ábra.



1. ábra Jel, pumpa és idler hullámok intenzitásának változása a közeg mentén.

3.5. Fázisillesztés

Az előző alfejezet egyenleteiben szereplő Δk fázisillesztetlenség jelentősen befolyásolja a nemlineáris folyamatok határfokát. Ezt a 2. ábra illusztrálja.



2. ábra Jel intenzitásának változása tökéletes és nem tökéletes fázisillesztés esetén.

A $\Delta k = 0$ tökéletes fázisillesztési feltételt általában nehéz elérni, mivel az anyagok törésmutatója a normális diszperzió tartományában növekszik a frekvenciával. Ennek eredményeként például kollineáris terjedés esetén a (12) és (13) egyenletekből következő

$$\frac{n_1 \omega_1}{c} + \frac{n_2 \omega_2}{c} = \frac{n_3 \omega_3}{c} \quad (24)$$

egyenlet $\omega_3 > \omega_2 \geq \omega_1$ miatt nem fog teljesülni [10,12].

A tökéletes fázisillesztés létesítése a kettősen törő kristályokban rejlik. A kettőtörés a törésmutató polarizációtól való függését jelenti. Ebből kifolyólag a

fázisillesztettség úgy érhető el, hogy a legnagyobb frekvenciával rendelkező hullámra vonatkozó törésmutató, két lehetséges törésmutató közül az alacsonyabb legyen. Negatív unaxiális kristályok esetén, amikor is az extraordinárius törésmutató alacsonyabb az ordinárius törésmutatónál, a legnagyobb frekvenciával rendelkező hullám polarizációjának olyan irányúnak kell lennie, hogy a nyaláb extraordinárius nyalábként viselkedjen. Ez esetben a két alacsonyabb frekvenciával rendelkező hullámok polarizációjának orientációjára két lehetőség van. Abban az esetben, ha a két nyaláb polarizációja megegyezik, akkor I. típusú, ha pedig különbözőek, akkor II. típusú fázisillesztettségéről beszélünk. Ezeket a lehetőségeket szemlélteti az 1. táblázat [10,12].

	Pozitív unaxiális kristály ($n_e > n_o$)	Negatív unaxiális kristály ($n_e < n_o$)
I. típus	$n_3^o \omega_3 = n_1^e \omega_1 + n_2^e \omega_2$	$n_3^e \omega_3 = n_1^o \omega_1 + n_2^o \omega_2$
II. típus	$n_3^o \omega_3 = n_1^o \omega_1 + n_2^e \omega_2$	$n_3^e \omega_3 = n_1^e \omega_1 + n_2^o \omega_2$

1. táblázat Az I. és II. típusú fázisillesztés lehetőségei.

A fázisillesztés tipikusan a nemlineáris kristály orientációjának beállításával, vagy a hőmérséklet változtatásával történik [10,12].

Az első módszer az unaxiális kristályok esetében írható le legegyszerűbben. Az unaxiális kristályokban létezik egy kitüntetett irány, amit optikai tengelynek nevezünk. Amennyiben a fény polarizációs vektora merőleges a hullámszám vektor és az optikai tengely által kifeszített síkra, akkor ordinárius polarizációról beszélünk. Ez a sugár ordinárius törésmutatót érez. A fény, melynek polarizációs vektora a hullámszám vektor és az optikai tengely által meghatározott síkban fekszik extraordinárius polarizációval rendelkezik. Ez a sugár a \mathbf{k} vektor és az optika tengely által bezárt szögtől függő extraordinárius törésmutatót érez. Az extraordinárius törésmutató szögfüggését az

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)}{\bar{n}_e^2} + \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2} \quad (25)$$

egyenlet írja le, ahol \bar{n}_e az extraordinárius törésmutató fő értéke. Amennyiben $\theta = 90^\circ$, akkor a törésmutató az extraordinárius törésmutató főértékével, $\theta = 0^\circ$ esetén pedig az ordinárius törésmutatóval egyezik meg. A θ szög beállításával elérhető, hogy $n_e(\theta)$ olyan értéket vegyen fel, mely esetében teljesül a $\Delta k = 0$ tökéletes fázisillesztés [10,12].

A kristály orientációjának változtatásával történő fázisillesztés beállításának fő hátránya, hogy amikor $0^\circ < \theta < 90^\circ$ akkor a hullám Poynting vektora és a hullámszám vektor nem egy irányba mutat. Ennek eredményeként a párhuzamosan terjedő ordinárius és

extraordinárius sugarak gyorsan eltávolodnak egymástól. Ez az úgynevezett „walk-off” jelenség, a Poynting vektor és a hullámszám vektor által bezárt szög pedig a „walk-off” szög. Ennek nagyságát a

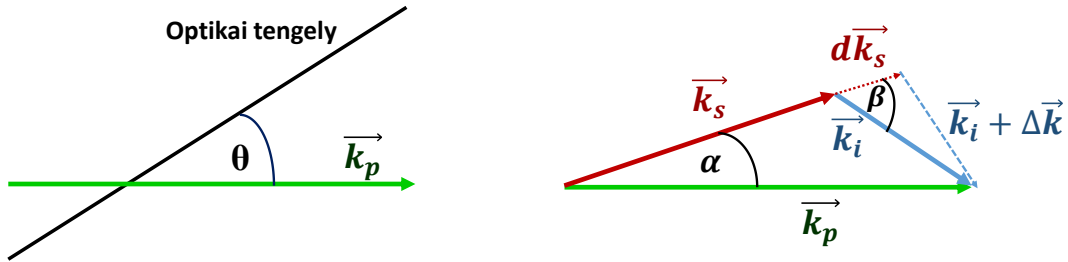
$$\tan \rho = \frac{n_e^2(\theta)}{2} \left[\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right] \sin 2\theta \quad (26)$$

összefüggés segítségével lehet kiszámítani [10,12].

Egyes kristályokban, mint például a lítium-niobát estén a kettőtörés nagysága erősen hőmérsékletfüggő. Így a fázisillesztési szög 0° vagy 90° -on tartásával a hőmérséklet hangolásával elérhető a $\Delta k = 0$ tökéletes fázisillesztés feltétele [10,12].

3.6. Nem kollineáris fázisillesztés

A fázisillesztési geometriák egyik legfontosabb esete az I. típusú, nem kollineáris elrendezés (3. ábra), melyet rövid impulzusok optikai parametrikus erősítésekor leginkább alkalmaznak. Ahogy az bemutatásra kerül, ezzel az elrendezéssel lehet elérni a legnagyobb erősítési sáv szélességet [15].



3. ábra Nem kollineáris fázisillesztési geometria. θ a fázisillesztési-, α pedig a nem kollineáris szög. k_p , k_s , k_i a pumpa, jel és idler hullámszám vektorai. A jobb oldali ábrán szaggatott vonal jelzi a jel hullámhosszának változásából adódó nem tökéletes fázisillesztést.

A jel és a pumpa hullámhosszának ismeretében a (11) egyenlet felhasználásával kiszámítható az idler hullámhossza. Ez az egyenlet az energia megmaradása miatt feltétlenül teljesül. A hullámhosszak ismeretében (13) alapján megkaphatóak a hullámszám vektorok abszolút értékei, melyek felhasználásával és a koszinusz tétel segítségével kiszámítható a nem kollineáris α szög, azaz

$$\cos \alpha = \frac{k_p^2 + k_s^2 - k_i^2}{2k_p k_s}. \quad (27)$$

Mivel a k_p hullámszám vektor az extraordinárius törésmutatón keresztül (25) alapján, függ a fázisillesztési szögtől, ezért α és θ nem függetlenek egymástól (6. ábra) [15].

Szélessávú, rövid impulzusok erősítésénél fontos, hogy minden egyes spektrális komponens ugyanúgy erősödjön. Ez azonban általában nem teljesül mivel, ha a központi hullámhosszakra jó a fázisillesztettség, akkor a spektrum széleihez közelebb eső hullámhossz komponensek esetében ez egyre inkább leromlik. Ekkor jön elő a nem kollineáris geometria előnye, ugyanis létezik egy olyan α szög mely esetében a fázisillesztettség széles frekvenciasávban teljesülni fog. Ennek megállapításához először rendezzük át (27)-et a

$$2k_p k_s (1 - \cos\alpha) = k_i^2 - (k_p - k_s)^2 \quad (28)$$

alakba, majd ezt differenciáljuk ω_s szerint, miközben felhasználjuk a $d\omega_s = -d\omega_i$ és a $dk/d\omega = n_g/c$ összefüggéseket, ahol n_g a csoport-törésmutató. Ekkor azt kapjuk, hogy

$$\frac{n_{gi}}{n_{gs}} = \frac{k_p \cos\alpha - k_s}{k_i}, \quad (29)$$

melynek jobb oldala a rajz alapján, geometriai okoskodással a

$$\frac{n_{gi}}{n_{gs}} = \cos\beta \quad (30)$$

összefüggésre vezet. Ez fizikailag a jel és az idler impulzusok csoportsebességeinek illesztését jelenti a jel terjedési irányában. A (27) egyenlet által meghatározott nem kollineáris és a (29)-ből kifejezhető szélessávú erősítéshez tartozó nem kollineáris szög fázisillesztési szögtől való függését a 6. ábra szemlélteti. A két görbe egy pontban metszi egymást. A maximális erősítési sáv szélességet a metszésponthoz tartozó fázisillesztési és nem kollineáris szögek megválasztásával lehet elérni [15].

3.7. A nemlineáris szuszceptibilitás tenzor összevont írásmódja

A Kleimann szimmetria érvényessége esetén a nemlineáris szuszceptibilitás tenzor helyett egy összevont írásmódú mátrixot szokás használni. Ennek bevezetéséhez először definiáljuk a

$$d_{ijk} = \frac{1}{2} \chi_{ijk}^{(2)} \quad (31)$$

tenzort. Ekkor a (F65) egyenlet a

$$P_i(\omega_n + \omega_m) = \varepsilon_0 \sum_{jk} \sum_{mn} 2d_{ijk} E_j(\omega_m) E_k(\omega_n) \quad (32)$$

alakot ölti [10].

Mivel a nemlineáris szuszceptibilitás tenzor a Kleinman szimmetria miatt, az utolsó két indexében szimmetrikus (függelékek F.4. fejezete) ezért a d_{ijk} tenzornak is

szimmetrikusnak kell lennie az utolsó két indexében. Ebből kifolyólag bevezethető egy összevont d_{il} mátrix, melynek indexelése

$$\begin{array}{l} \text{jk:} \quad 11 \quad 22 \quad 33 \quad 23,32 \quad 31,13 \quad 12,21 \\ \text{l:} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \end{array}$$

alapján történik. Így egy 3×6 dimenziójú mátrixot kapunk:

$$d_{il} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix}. \quad (33)$$

A Kleiman szimmetria alkalmazásával, belátható, hogy ennek a mátrixnak csak 10 független eleme van. Például $d_{12} = d_{122} = d_{212} = d_{26}$. Ezért a d mátrix a

$$d_{il} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{16} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{14} & d_{12} \\ d_{15} & d_{24} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{14} \end{bmatrix} \quad (34)$$

alakot ölti [10].

Állandó terjedési és polarizációs viszonyok mellett a számításokban a d tenzor helyett ennek a tenzornak az úgynevezett effektív értéke használatos. Ezt az értéket minden egyes kristálytani osztály esetén más és más módon kell kiszámítani. Jelen dolgozat esetében a $3m$ kristálytani osztályba tartozó negatív unaxiális kristályok a fontosak. Midwinter és Warner megmutatták, hogy ilyen kristályok esetén a d tenzor effektív értékét I. típusú fázisillesztés esetén a

$$d_{eff} = d_{31} \sin(\theta) - d_{22} \cos(\theta) \cdot \sin(3\phi), \quad (35)$$

valamint II. típusú fázisillesztés esetén a

$$d_{eff} = d_{22} \cos^2(\theta) \cdot \cos(3\phi) \quad (36)$$

egyenletek segítségével lehet kiszámolni, ahol θ a kristály optikai tengelye és az extraordinárius sugár hullámszám vektora által bezárt szög, ϕ pedig az azimut szög, melyet a hullámszám vektor a kristálytani xz síkkal zár be [10].

4. A modellezés ismertetése

4.1. Az impulzusok paraméterei

A nagy ismétlési frekvencián működő erősítő rendszer fő célja, hogy két-foton mikroszkópokat lásson el erősített, hangolható 100 fs-os impulzusokkal. Jelenleg ezekhez spektrálisan hangolható titán-zafír lézer oszcillátorokat használnak, melyek ismétlési frekvenciája 80MHz, átlagteljesítménye pedig 1-3W. Egy tipikus ilyen lézer a Spectra-Physics Mai Tai terméke, így a modellben ennek paramétereit vettem alapul (2. táblázat) [17].

Impulzushossz	100 fs
Hangolhatóság	690-1040 nm
Átlagteljesítmény	2.5 W
Ismétlési frekvencia	80 MHz

2. táblázat A jel impulzus paraméterei.

Ezekből a paraméterekből kiszámítható az impulzusonkénti energia: $E_p = \frac{2.5W}{80MHz} = 31.25nJ$. A tervek szerint az erősítő rendszernek ezt az energiát tízszeresére kell növelnie, így az elérni kívánt paraméterek, vagyis a rendszer kimenő paramétereit a 3. táblázat tartalmazza.

Impulzushossz	100 fs
Hangolhatóság	700-1000 nm
Átlagteljesítmény	25 W
Ismétlési frekvencia	80 MHz
Impulzusonkénti energia	312.5 nJ
Központi hullámhossz	800 nm

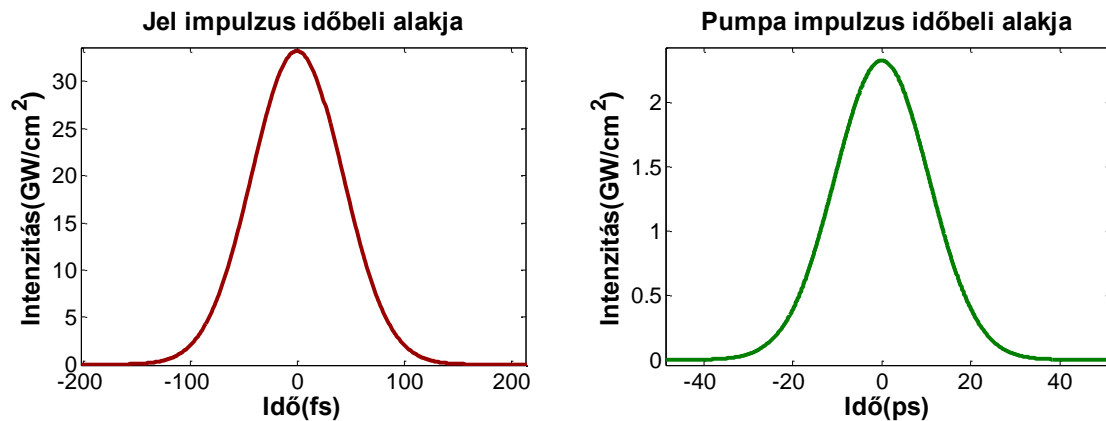
3. táblázat Az erősített jel impulzus kimenő paraméterei.

Ennek megvalósításához elengedhetetlen egy olyan pumpalézer, melynek ismétlési frekvenciája megegyezik az oszcillátor ismétlési frekvenciájával, az impulzushossza a lehető legjobban megközelítse a jel impulzus hosszát, illetve a lehető legnagyobb impulzusenergiával rendelkezzen a hatékony erősítés érdekében. A piacon a gyártók közül erre a célra megfelelő pumpalézerrel csak a Photonics Industries rendelkezik [18]. Ennek paraméterei találhatóak a 4. táblázatban.

Impulzushossz	25 ps
Átlagteljesítmény	35 W
Ismétlési frekvencia	80 MHz
Impulzusonkénti energia	437.5 nJ
Központi hullámhossz	532 nm

4. táblázat A pompa impulzus paraméterei.

A modellben a jel és a pompa impulzusok időbeli alakját Gauss alakúnak tételezem fel. Ezt szemlélteti a 4. ábra bal és jobb oldali grafikonja.



4. ábra A bal oldali ábrán a jel impulzus-, a jobb oldalon pedig a pompa impulzus időbeli alakja látható.

A számítások szempontjából fontos, Gauss-alakú burkolóval rendelkező impulzusok pontosan annyi energiával rendelkezzenek, mint amennyi a jel és a pompa impulzusokra vonatkozó táblázatban szerepel, azaz a táblázatbeli impulzus energiákat amplitúdóba kell átszámítani. Ezt a Gauss burkolóval rendelkező impulzusokra vonatkozó

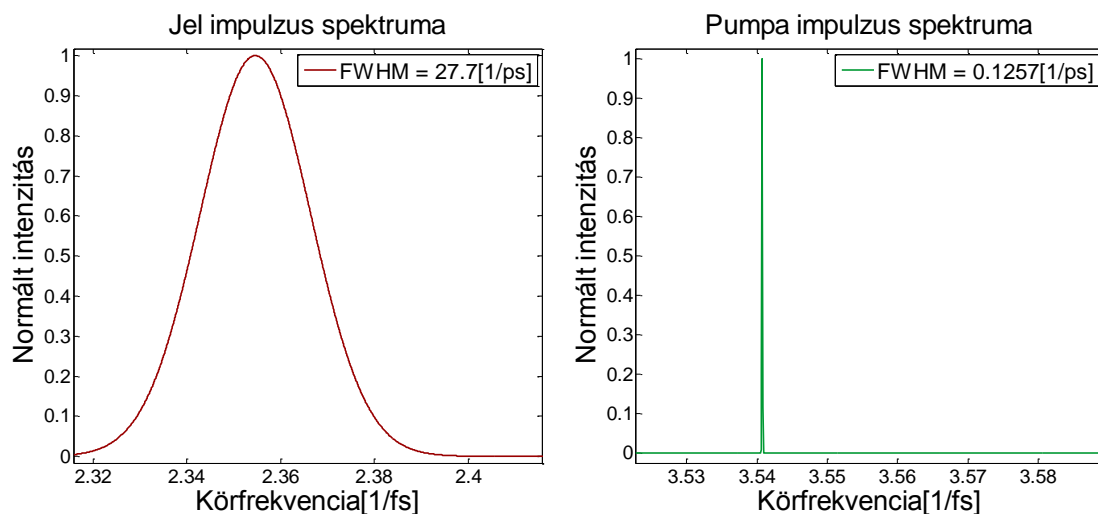
$$A_0 = \sqrt{\frac{E_p \cdot \sqrt{\ln(2)}}{\varepsilon_0 \cdot c \cdot n \cdot F \cdot fwhm \cdot \sqrt{\pi}}} \quad (37)$$

és a

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-2 \cdot \ln(2) \cdot \left(\frac{t-t_0}{fwhm}\right)^2} \cdot e^{i\omega(t-t_0)} \quad (38)$$

összefüggések felhasználásával végeztem el [13], ahol A_0 a térerősség amplitúdója, ω a központi frekvencia, E_p az impulzus energiája, ε_0 a vákuum dielektromos állandója, c a fénysebesség, n a közeg törésmutatója, F a nyaláb keresztmetszete, $fwhm$ pedig szintén a táblázatokban szereplő időbeli félértékszélesség. (37) képletben a nyaláb keresztmetszetét az $F = r^2 \pi$ összefüggéssel számítottam ki. Tekintettel arra, hogy az impulzusonkénti energia alacsony, a nyalábokat kellő mértékben le kell fókuszálni a megfelelő erősítés elérése érdekében, ezért a nyaláb átmérőjét kezdetben 30 μm -nek tételeztem fel.

Az impulzusok spektrumai a (38) elektromos térerősség Fourier-transzformációjával állíthatók elő. Ezek láthatóak az alábbi ábrákon.



5. ábra Bal oldalon a jel impulzus, jobb oldalon pedig a pumpa impulzus spektruma látható.

4.2. A nemlineáris kristály paraméterei

A kis nyalábátmérő miatt az impulzusok csúcshintéztása nagy értéket is felvehet, amelynek következtében a nemlineáris kristály sérülhet. Ebből kifolyólag olyan közegre van szükség melynek roncsolási küszöbértéke a lehető legmagasabb. A nemlineáris kristályok közül a BBO (béta-bárium-borát) rendelkezik az egyik legnagyobb roncsolási küszöbértékkel. Így a szimulációt is erre a kristályra végeztem el.

A BBO egy kettőtörő, negatív unaxiális kristály, ami a 3m kristálytani osztályba tartozik. A nagy spektrális transzmissziós tartományának, a magas nemlineáris együtthatójának, alacsony abszorpciójának köszönhetően számos nemlineáris optikai alkalmazásban előszeretettel használják. Néhány, a jelen probléma szempontjából fontosabb tulajdonságát az 5. táblázatban tüntetem fel [19].

Abszorpciós együttható	<0.1%/cm (1064nm)
Átláthatósági tartomány	189-3500nm
Nemlineáris együtthatók	$d_{11} = 2.22 \text{ pm/V}$ $d_{31} = 0.16 \text{ pm/V}$

5. táblázat A BBO (Béta-Bárium-Borát) néhány fontos adata.

A BBO kristály különböző hullámhosszakra vonatkozó törésmutatóját ordinárius esetben a

$$n_0^2 = 2.7405 + \frac{0.0184}{\lambda^2 - 0.0179} - 0.0155\lambda^2, \quad (39)$$

extraordinárius esetben pedig a

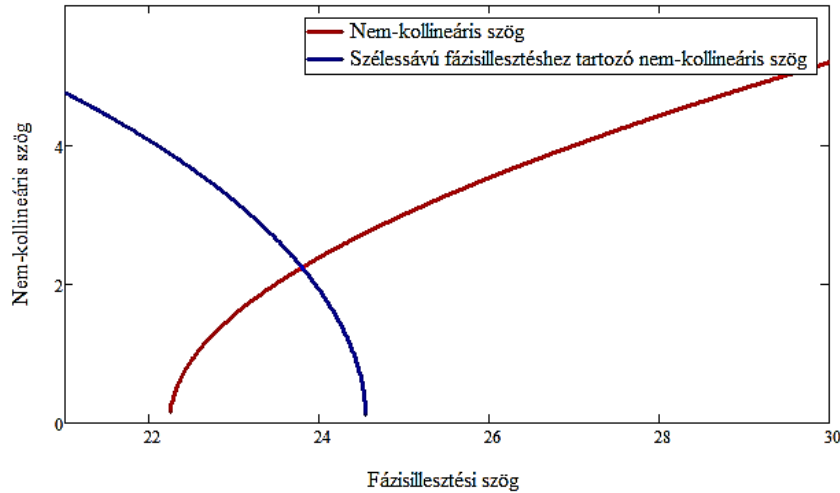
$$n_e^2 = 2.3730 + \frac{0.0128}{\lambda^2 - 0.0156} - 0.0044\lambda^2 \quad (40)$$

diszperziós formulákkal lehet kiszámolni [20].

A nemlineáris kristályokat a kristálygyártók több féle módon vágják ki, attól függően, hogy a megrendelő mire szeretné felhasználni azokat. A kivágástól függően, a kettősen törő kristályhoz tartozó koordináta-rendszer különböző féle orientációkat vehet fel a laboratóriumi koordináta rendszerhez viszonyítva. Ezt az orientációt a (35) képletben definiált fázisillesztési és azimut szögekkel adják meg. Ezeket a szögeket a fázisillesztési geometria alapján lehet kiszámítani. Optikai parametrikus erősítőkben rövid impulzusok erősítésekor I. típusú, nem kollineáris geometriát célszerű alkalmazni, mivel, ahogy az az elméleti összefoglaló 3.6. alfejezetében bemutatásra került ilyen elrendezéssel érhető el a legszélesebb erősítési sáv szélesség. Ez jelen probléma esetében is egy fontos szempont, mivel az erősítő rendszernek 700 és 900 nm között hangolhatónak kell lennie. A nem kollineáris és a fázisillesztési szög (27) és (29) egyenletek segítségével számítható ki. (27) a nem kollineáris szög, (29) pedig a szélessávú erősítéshez tartozó nem kollineáris szög fázisillesztési szögtől való függését fejezi ki (6. ábra).

A két görbe egy pontban metszi egymást. Az ehhez a ponthoz tartozó nem kollineáris szög megválasztásával a szélessávú erősítés és a tökéletes fázisillesztettség egyszerre érhető el. Ezért jelen esetben a fázisillesztési szög, $\theta = 23.8^\circ$, a nem kollineáris szög pedig $\alpha = 2.24^\circ$. Megjegyzendő, hogy a szimulációban ezektől egy kissé eltérő szögekkel történik a számolás, mivel jelenleg a laboratóriumban olyan nemlineáris kristályok állnak rendelkezésünkre, melyek esetében $\theta = 27^\circ$. Így a nem kollineáris szögre 3.9° adódik. Ez sajnálatos módon azt fogja eredményezni, hogy jelentősebbé válik a későbbiekben részletezendő spektrális beszűkülés. A φ azimut szöget célszerű úgy megválasztani, hogy a (35) képletben szereplő d_{eff} értéke a lehető legnagyobb legyen, ugyanis ez az érték a nemlineáris kölcsönhatás erősségét fejezi ki. Ezt (35) φ -szerinti differenciálásával, szélsőérték számítással lehet könnyedén kiszámítani. Így az azimut szögre $\varphi = 90^\circ$ adódik.

Az előbbiekben kiszámolt szögek és az 5. táblázatban feltüntetett nemlineáris komponensek felhasználásával, a (35) egyenlet alapján az effektív nemlineáris együttható értéke $d_{\text{eff}} = 1.97 \text{ pm/V}$ -nak adódik.



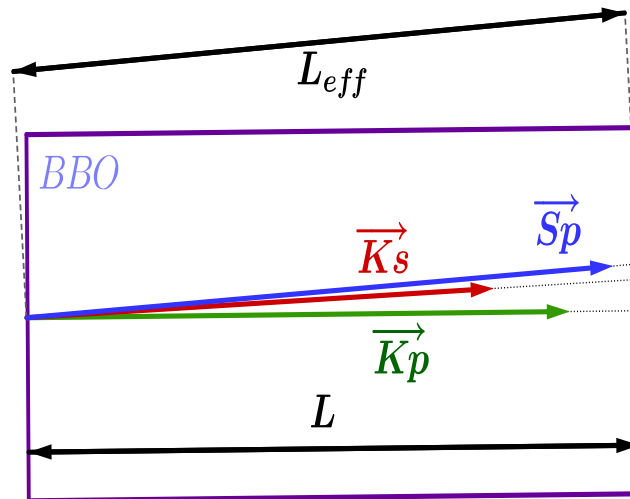
6. ábra Kék görbe ábrázolja a szélessávú erősítés feltételének, piros görbe pedig a tökéletes fázisillesztési feltételnek eleget tevő görbét a fázisillesztési szög függvényében. A metszéspontjukban mind a két feltétel egyszerre teljesül.

4.3. Effektív átfedési hossz meghatározása

Az imént kiszámított szögeken kívül célszerű még a fázisfront és az impulzusfront terjedési irányai által bezárt, a (26) összefüggéssel megadott „walk-off” szöget is meghatározni. Ez a szög jelentősen lecsökkentheti a nemlineáris folyamat hatásfokát, mivel kollineáris esetben csökkentheti a nyalábok tényleges átfedési hosszát. Ilyenkor tulajdonképpen, bizonyos távolság után az extraordinárius sugár „lemászik” az ordinárius sugárról. Értéke (26) alapján $\rho = 3.3^\circ$. Nem kollineáris fázisillesztés esetén a „walk-off” szög javíthat a nyalábok effektív átfedési hosszán, növelve ezzel a hatásfokon. Ez úgy érhető el, hogy kísérletileg a nem kollineáris szöget úgy állítjuk be, hogy előjele megegyezzen a „walk-off” szög előjelével. Ezt szemlélteti 7. ábra. Ekkor az ordinárius és extraordinárius sugarak Poynting vektorai által bezárt szög $\delta = \rho - \alpha$, ami jelen esetben 1° . Mivel ez egy kicsiny szög ezért az effektív átfedési hossz közelítőleg a

$$L_{eff} = \frac{L}{\cos(\alpha)} \quad (41)$$

összefüggés segítségével számítható ki, ahol L a kristály hossza α pedig a nem kollineáris szög.



7. ábra A zöld és piros színű vektorok rendre a pumpa és a jel hullámszám vektorait, a kék színű vektor pedig a pumpa Poynting vektorának irányát jelöli a BBO kristályban.

4.4. A szimulációs program működési elve

Különbégi frekvenciakeltés során a kölcsönható monokromatikus síkhullámok intenzitásainak terjedés mentén történő változását a függelék F.3. fejezetében levezetett (F59), (F60) és (F61) egyenletek írják le. A jelenlegi esetben azonban rövid impulzusok erősítése a feladat. A (F59), (F60) és (F61) egyenletek azonban erre a problémára is alkalmazhatóak, ugyanis az időben Gauss alakú jel és pumpa impulzusok felírhatóak monokromatikus síkhullámok szuperpozíciójaként, azaz előállíthatjuk őket Fourier-sor alakban. Ebből természetesen, síkhullámokról lévén szó, az adódik, hogy a modellben a valós nyalábprofilú síkhullámokkal, illetve pontosabban, a lézernyalábok véges térbeli kiterjedése miatt, egy négyszögjel alakú nyalábprofillal közelítem.

A szimulációs program megírásakor az alapötlet az volt, hogy ismerve a jel spektrumát, a (F59), (F60) és (F61) egyenletek felhasználásával kiszámítható az egyes spektrális komponensek intenzitásának változása a kristály mentén. Ezután a kristály kimenetén ismerve a különböző spektrális komponensek amplitúdóját és fázisát, inverz Fourier-transzformációt végrehajtva megkapjuk az erősített jel alakját.

Ezzel az algoritmussal az a probléma, hogy nem tudnánk vele vizsgálni a fázismoduláció hatásait, azaz ugyanazt az erősítési értékeket kapnánk egy transzformáció limitált és egy fázismodulált (időben kinyújtott) impulzus esetében is. Ennek az a magyarázata, hogy az impulzus nyújtásával (a spektrális komponensek fázisának egymáshoz viszonyított változtatásával) a spektrum nem változik. Más szavakkal élve a Fourier-transzformáció nem ad információt arról, hogy egy impulzusban egy adott

spektrális komponens időben mikor jelenik meg, illetve időben hogyan változik spektrális intenzitása.

Erre a problémára nyújt megoldást a Wigner eloszlás, melyből levezethető a

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (42)$$

pillanatnyi frekvencia fogalma, ahol ω_0 a vivőfrekvencia, $\varphi(t)$ pedig az időtől függő fázisfüggvény. Ezt felhasználva, az impulzust időben végigpásztázva, meghatározható, hogy az impulzus egy adott részén éppen milyen frekvenciájú komponens van jelen. Így ismerve az impulzus időbeli alakját, tudni fogjuk, hogy az egyes időpontokhoz mekkora frekvencia és intenzitás érték tartozik. Ekkor (F59), (F60) és (F61) alkalmazásával meghatározhatjuk, hogy az impulzus burkolójának különböző időpillanatokhoz tartozó részei mekkora mértékben erősödnek a nemlineáris közegben történő terjedés során.

Az 5. ábrán jól látható, hogy a pumpa impulzus spektruma jóval keskenyebb a pumpa impulzus spektrumához viszonyítva. Ebből kifolyólag a számolás folyamán a pumpa impulzus frekvenciája állandó marad, azaz a jel minden egyes spektrális komponense ugyan azzal a frekvenciájú komponenssel hat kölcsön. A pumpa impulzus és a jel impulzus időbeli átfedését úgy célszerű beállítani, hogy a jel impulzus a jóval hosszabb pumpa impulzus legnagyobb intenzitású részével legyen átfedésben. Mivel jelen esetben a pumpa impulzus nem négyszögjel alakú, ezért előreláthatólag egy csörpölt jel esetén ez az impulzus széleinél levő frekvenciakomponensek kisebb erősödéséhez vezet, ami spektrális beszűküléssel jár.

5. Eredmények

Az előző alfejezetekben minden szükséges paraméter bevezetésre került melyek szükségesek a szimulációs program megírásához. Ezek közül kivételt képez a kristályhossz, melynek optimális értéke rekurzív módon a program futtatása után derül ki. Ezért kezdetben $L = 5\text{mm}$ -es kristályhosszal történik a szimuláció futtatása. Ehhez hasonlóan a nyalábok kristálybeli átmérőinek optimális értékei is később derülnek ki, így kezdetben $d = 30\mu\text{m}$ -es nyalábátmérőt vettem alapul. Mint ahogyan arról a későbbiekben beszámolok, ki fog derülni, hogy az optimális kristályhossz nagyban függ a nyalábok átmérőjétől, azaz a lefokuszálás mértékétől is.

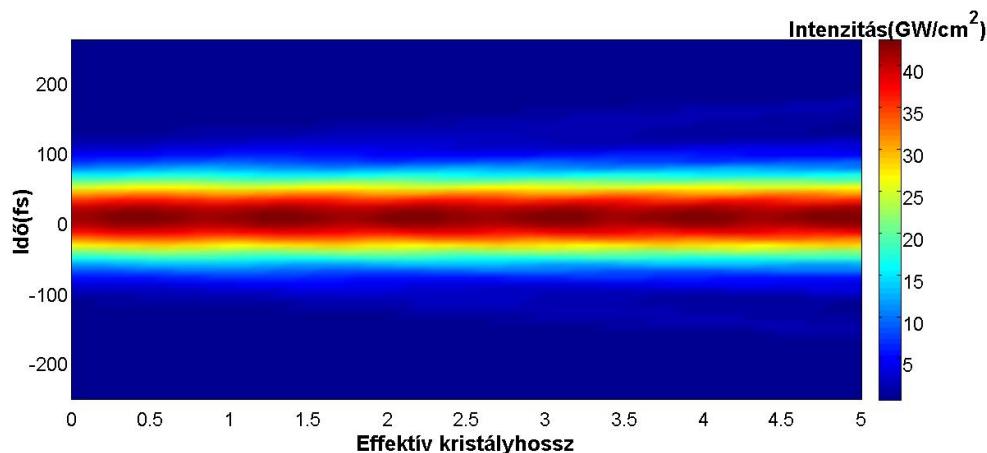
5.1. Az impulzusok direkt erősítése

A szimulációs programban először a transzformáció limitált impulzus erősítését vizsgáltam meg (8. ábra). A függőleges irányú tengely az impulzushoz tartozó időtengely, a vízszintes tengelyen pedig az egyes kristályhosszak vannak feltüntetve 0-tól 5mm-ig, a színskála pedig az impulzus intenzitásának nagyságát hivatott szemléltetni. Az ábrán az impulzus középső részén, vízszintes irányban nagyon enyhe modulációt lehet észrevenni az intenzitás nagyságában. Ezt a periodikus változást a 3.4. fejezetben már részletezett, pumpa impulzus kiürülése okozza, ugyanis a pumpa impulzus azon részéből mely átfed a jel impulzussal, bizonyos távolság megtétele után az energia teljes egészében átkerül a jel impulzusba, azaz a konverziós hatásfok eléri a maximumát. Ezután a folyamat megfordul és az energia a jel impulzusból visszafolyik a pumpa impulzusba.

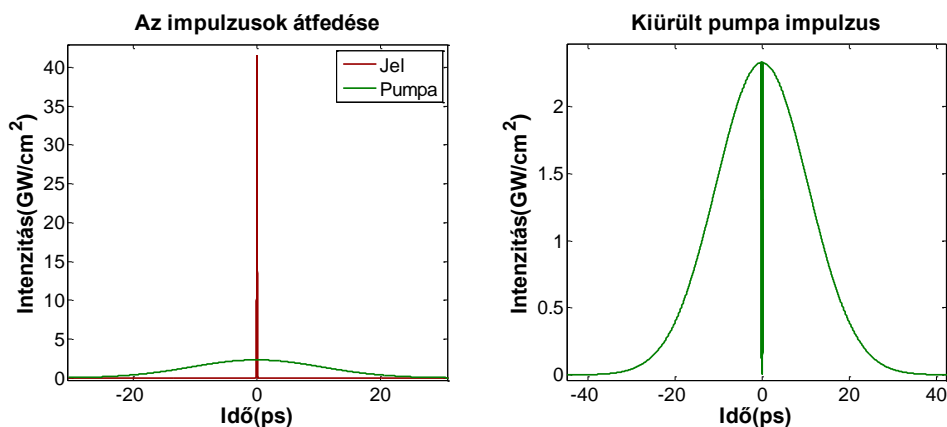
Az ábrából kitűnik, hogy a jel impulzus intenzitásában nem következik be kiugró változás, azaz energiája sem növekszik meg lényegesen. Ennek oka, hogy intenzitása sokkal nagyobb a pumpaimpulzus intenzitásánál, időtartamban pedig sokkal rövidebb a pumpa impulzus időtartamánál (9. ábra). Ez miatt a jel, a pumpa igen keskeny részével kerül átfedésbe, mely az egész pumpa impulzushoz viszonyítva lényegesen kevesebb energiát hordoz, valamint a jóval nagyobb intenzitású jel impulzus ezt a keskeny részt igen rövid idő alatt kimeríti (9. ábra).

Az a következtetésünk tehát, hogy a jel impulzust jelentősen meg kell nyújtani ahhoz, hogy számottevő intenzitásnövekedés következzen be. A nyújtás következtében lecsökken a jel impulzus csúcshintenzitása, mely által később következik be a pumpa

impulzus kimerülése, valamint javul az időbeli átfedés a két impulzus között, mely ugyancsak fontos az energiakonverzió hatásfoka szempontjából.



8. ábra Az ábra az impulzus adott időpillanataihoz tartozó intenzitás értékeit szemlélteti a kristály hossza mentén.



9. ábra A bal oldali ábrán a jel és pumpa impulzus átfedésének helye, a jobb oldali ábrán pedig az erősítés után előálló, az erősítés folyamán kiürített pumpa impulzus.

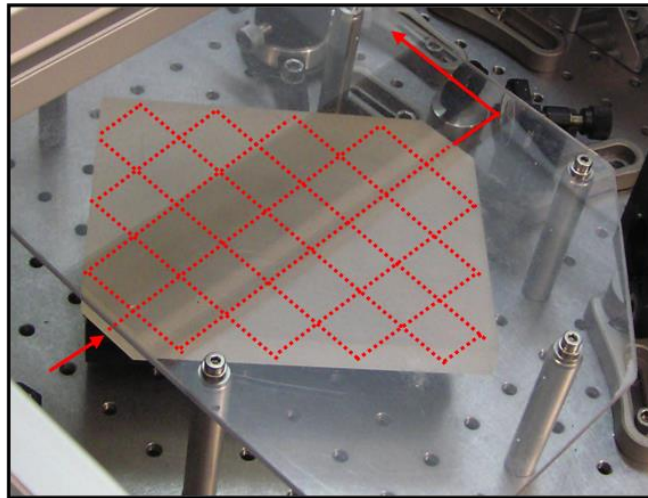
5.2. Fázis-moduláció hatása az impulzus erősítésére

A jel impulzus időben történő nyújtása legegyszerűbben anyagi diszperzió segítségével érhető el. Ilyenkor az anyag pozitív előjelű GDD értéke (Group Delay Dispersion) következtében az impulzus megnyúlik. A megnyúlás mértéke, Gauss alakú burkolóval rendelkező impulzus esetén a

$$\tau = \tau_0 \cdot \sqrt{1 + \left(4 \cdot \ln(2) \cdot \frac{GDD}{\tau_0^2}\right)^2} \quad (43)$$

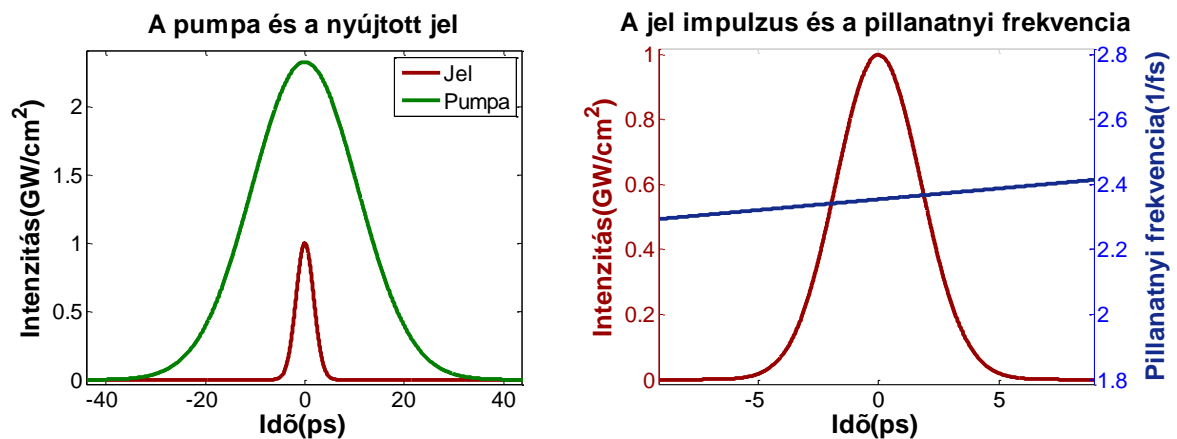
formula segítségével becsülhető meg, ahol τ_0 a transzformáció-limitált impulzushossz. Így ahhoz, hogy a 100fs-os impulzust kb. 5ps-ra nyújtsuk meg, a fenti képlet felhasználásával 180300 fs^2 GDD-vel rendelkező anyagot kell biztosítani. Ekkora mennyiségű anyagi

diszperzió úgy érhető el, ha az impulzus hosszú utat tesz meg az anyagban. Erre a célra szolgál 10. ábrán látható ún. „bulk-strecher”.

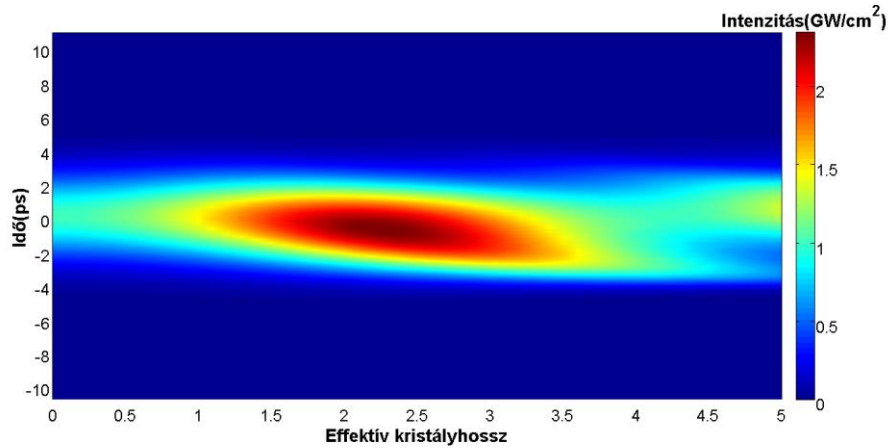


10. ábra A képen a „bulk-strecher” típusú impulzus nyújtó látható [21].

Az ilyen típusú impulzus nyújtóban akár 1.5m úthosszat is megtehet a fény. A nyújtó anyagának SF11 típusú üvegtömböt választottam, melynek meglehetősen nagyok a diszperziós együtthatói. Kezdetben, a programban 80cm úthosszal számoltam, melynek megtétele után a jel hossza kb. 4ps-ra nyúlt meg, csúcshintenzitása pedig lecsökkent. Ez látható 11. ábrán. A 11. ábra jobb oldali grafikonján a megnyúlt impulzus mellett késsel ábrázoltam az impulzus egyes időpontjaihoz tartozó pillanatnyi frekvencia értékeit.



11. ábra A bal oldali ábrán látható pumpa és az időben megnyújtott jel impulzus, a jobb oldali ábrán pedig a jel impulzus mellett kék görbe jelzi az adott időpontokhoz tartozó pillanatnyi frekvencia értékeit. A kék görbe monoton növekvő, azaz az impulzus pozitívan csőrpölt.



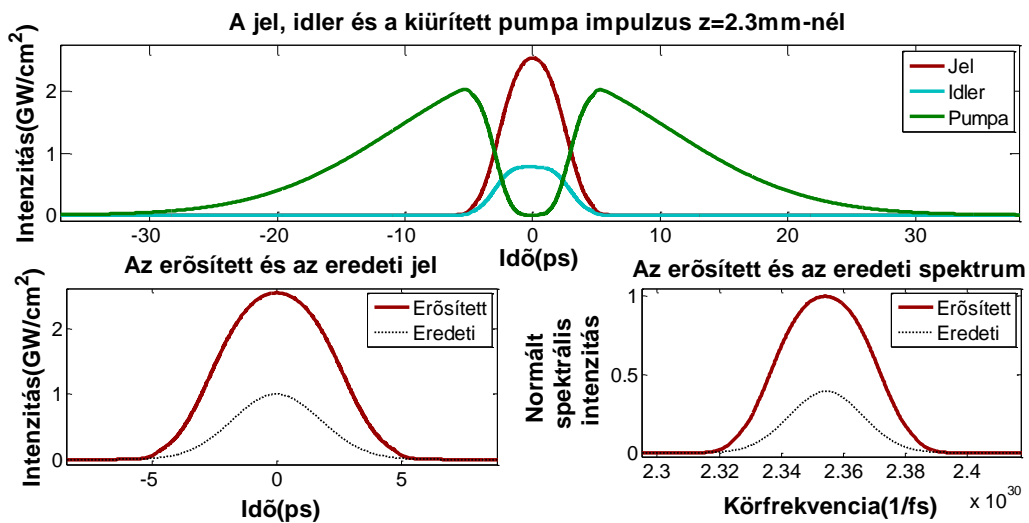
12. ábra Az ábrán a nyújtott jel impulzus adott időpillanataihoz tartozó intenzitás értékeit szemlélteti a kristály hossza mentén.

A program futása után kapott eredményt az 12. ábra szemlélteti. Ezt összehasonlítva az előző fejezet 8. ábrájával két fő különbség is észrevehető. Először is jelen esetben csak egy darab csúcs látható 2.3mm környékén, holott az előző fejezetben több moduláció is jelen volt (pl. 0.4mm, 1mm, 1.6mm, stb.). A második lényegesebb különbség pedig az, hogy az itt jelenlevő maximum intenzitása lényegesen nagyobb a kezdeti intenzitás értékénél, ellentétben az előző fejezet ábrájával, ahol csak enyhe változás lelhető fel. Ez alátámasztja a kezdeti vélekedésünk helyességét, miszerint az impulzust jelentősen ki kell nyújtani ahhoz, hogy energiája számottevően növekedjen, valamint, a nyújtás által lecsökkent csúcshintenzitás következtében a pumpa impulzus kiürülése is később következik be, szám szerint 2.3mm környékén. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy $30\mu\text{m}$ -es nyalábátmérő mellett ez az optimális kristályhossz. Ebből kifolyólag egy sormetszetet vettem az előbbi ábrából 2.3mm-es effektív hosszánál, és a 13. ábra szemlélteti az ennél a hosszúság értéknél kialakuló jel, pumpa és idler impulzusok intenzitásainak viszonyait, valamint az eredeti és az erősített jel időbeli és spektrális intenzitásait. Az erősítési tényező pontos értékét az erősített impulzus intenzitásának idő szerint integráljának keresztmetszettel beszorzott értékének és az eredeti impulzus energiának a hányadosaként kapható meg. Így a maximális erősítés értéke $G = \frac{E_{ki}}{E_p} = \frac{6.8133 \cdot 10^{-8} \text{ J}}{2.5 \cdot 10^{-8} \text{ J}} = 2.72$ -nek adódott.

A 13. ábra felső grafikonján, zöld színű görbe szemlélteti a kiürített pumpa impulzust. Ez egy olyan aszimptotikus pont melynél a jel impulzus nem tud tovább erősödni, és a kristályban való további terjedés esetén az erősítési folyamat megfordul, azaz a jel impulzus fogja erősíteni a pumpa impulzust, míg nem az eredeti impulzus

energiákat kapjuk vissza. A folyamatban megjelenik természetesen az idler impulzus is, mivel így elégül ki az energia megmaradás törvénye (kék színű görbe).

Az erősített és az eredeti jel spektrumának összevetéséből az látszik, ahogyan azt már korábban is feltételeztük, hogy a csörpölt impulzus spektruma beszűkül, mivel a jel széleinél levő frekvenciakomponensek a pumpa impulzus kisebb intenzitású részeivel fednek át, így azok kevésbé erősödnek. Az eredeti jel spektrumának félértékszélessége 27.75 1/ps, amelyhez ugyebár 100 fs transzformáció limitált impulzushossz tartozik. Ezzel szemben az erősített jel spektrumának félértékszélessége 24.5 1/ps, melyhez már 113 fs transzformáció limitált időbeli hossz tartozik.



13. ábra A felső ábrán 2.3mm kristályban történő terjedés után kialakuló impulzus alakok láthatóak. A bal oldali ábrán az erősített és az eredeti jel időbeli alakja, a jobb oldali ábrán pedig a jel eredeti és erősített spektruma látható.

Következő lépésként, az SF11-es impulzus nyújtóban megtett úthossz változtatásával, változtattam az impulzus nyújtásának mértékét és minden esetben kiírtam a maximálisan elérhető erősítés értékét, az ehhez tartozó optimális kristályhosszat, a spektrális félértékszélességet és az ehhez tartozó Fourier-limitált időbeli hosszát. Ezeket az értékeket a 6. táblázat tartalmazza.

SF11-ben megtett úthossz (m)	Maximális intenzitáshoz tartozó hossz (mm)	Impulzushossz (ps)	Maximális erősítés	Spektrális félértékszélesség (1/ps)	Fourier-limitált impulzushossz (fs)
1	2.6	5.1	3.1	23.8	116
1.5	2.8	7.8	3.5	21.2	130
2	3.1	10.4	4.2	20.4	135
2.5	3.3	13.0	5	19.8	140
3	3.5	15.6	5.39	18.6	148

6. táblázat

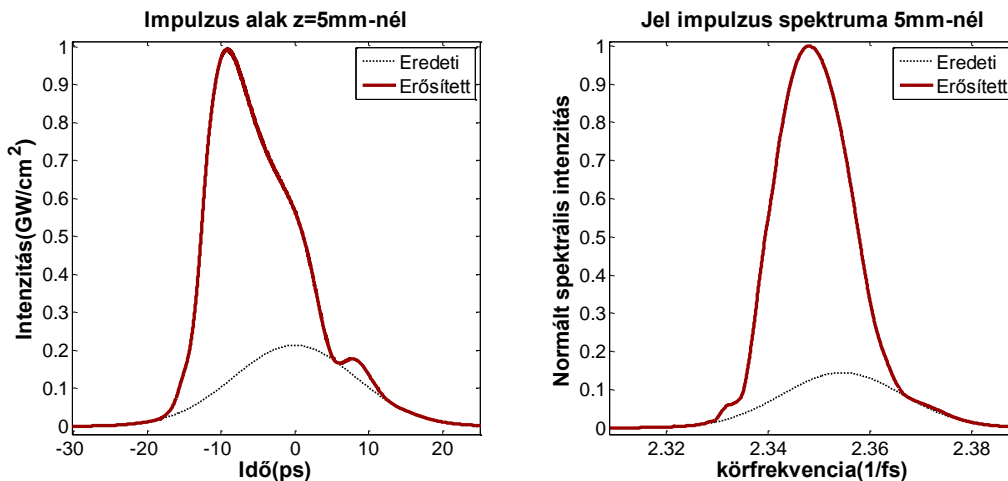
A táblázatból kitűnik, hogy a jel impulzus hosszának növelésével, az elérhető maximális erősítés is növekszik. Ezzel egyidejűleg a bemenő jel impulzus csúcsintenzitása egyre kisebb és kisebb lesz, így a pumpa impulzus kiürülése is egyre hosszabb távolságoknál következik be, ahogyan azt a táblázat szemlélteti.

Az SF11 üvegtömbben megtehető úthosszat nem növeltem tovább 3m-nél, ugyanis ilyenkor már az impulzus nyújtó transzmissziója jelentősen csökken. Nagyobb impulzushosszak eléréséhez rácsos impulzuskompresszort is lehetne alkalmazni, azonban ezek negatív GDD-vel rendelkeznek. Ezért a következő alfejezetben ennek hatását fogom vizsgálni az erősített impulzusra nézve.

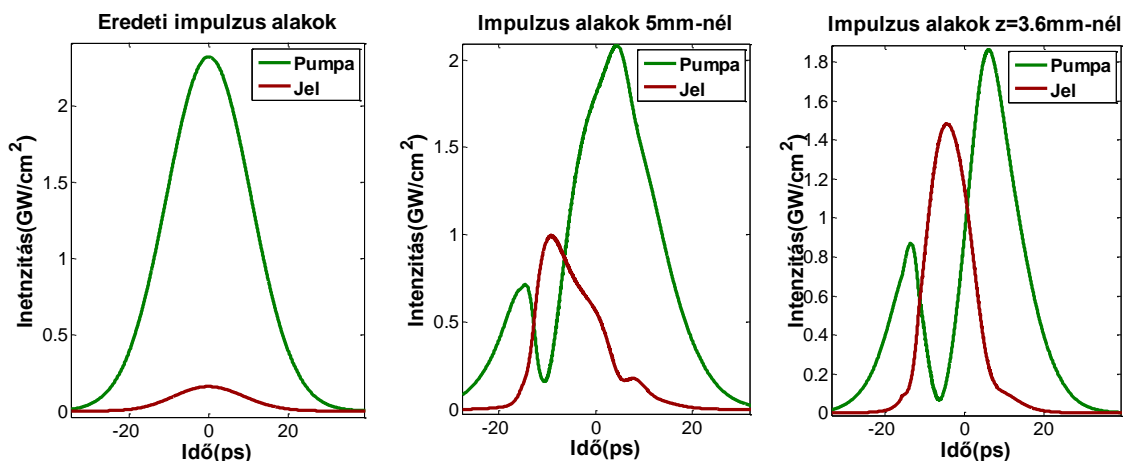
5.3. Rácsos impulzus kompresszor hatása

Az modellben egy olyan impulzuskompresszorral számoltam melyben a rácsok karcolatszám $N = 1200 \frac{1}{mm}$ és a nyaláb 30° -os beesési szögben esik rá. A nyújtás nagysága a rácsok közötti távolság változtatásával variálható. Kezdetben ezt 20cm-nek tételeztem fel. Ezzel a konfigurációval az impulzushossz $\tau = 20.7ps$ -ra nyúlt meg. Ekkor a maximális elérhető erősítés 6.6-nak adódott, a hozzá tartozó terjedési hossz pedig 3.6mm. Ez annak köszönhető, hogy a rácsok nagy mennyiségű negatív GDD-vel rendelkeznek, így óriási nyújtásokat lehet velük produkálni. Ennek ellenére azonban nemkívánatos effektusok is megjelennek, mint például az impulzus időbeli és frekvenciatérbeli torzulása. Minél inkább nagyobb az eltérés az optimális terjedési hosszától, annál inkább kifejezésre jutnak ezek a torzulások. Ezek az erősített jel spektrumában is megmutatkoznak (14. ábra).

Érdekes lehet még összehasonlítani az eredeti pumpa és jel impulzus alakját az 5mm, illetve az optimális terjedési hossz után mutatkozó jelalakokkal (15. ábra). Ebből is kitűnik, hogy időben tiszta impulzus előállításához elengedhetetlenül fontos a kristály hosszának optimalizálása.



14. ábra A bal oldali ábrán az eredeti és az erősített jel időbeli alakja, a jobb oldali ábrán pedig ezek spektrumai láthatóak.



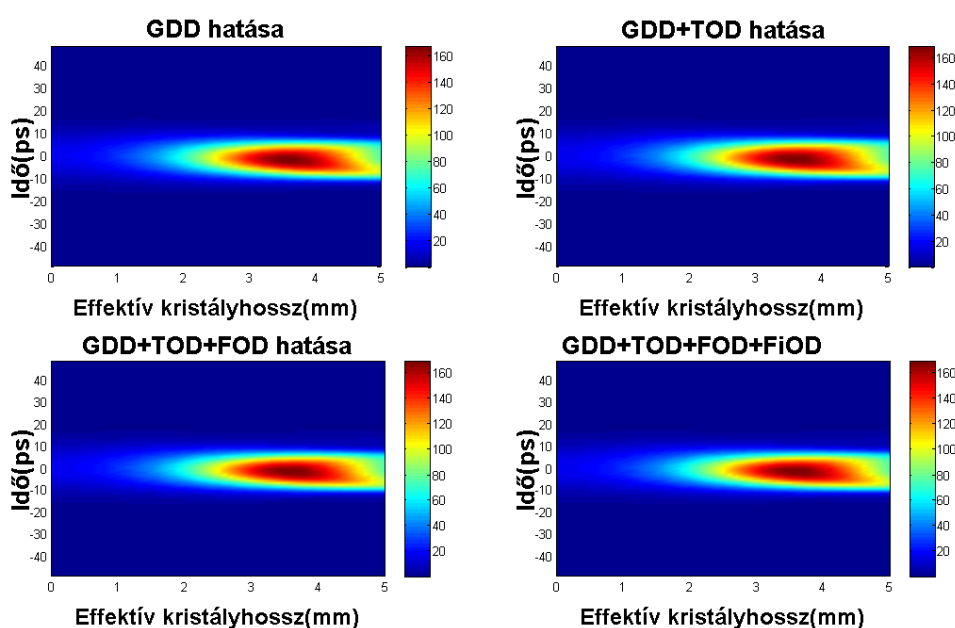
15. ábra Az impulzusok alakjainak összevetése kölcsönhatás előtt, valamint 5mm és az optimális kristályban történő terjedési hossz esetén.

5.4. Különböző fázisderiváltak hatása

Ahogy az az előző 14.-15. ábrákból kitűnt, igen nagy torzulások is kialakulhatnak az impulzus időbeli, illetve frekvenciatérbeli alakjában. Ezeknek a torzulásoknak több oka is lehet. Ezt okozhatják például a spektrális fázis magasabb rendű deriváltjai is, mint például a GDD, TOD, FOD, stb. Másfelől, a nemlineáris kristályban a (F62, (F63) és (F64) egyenletekkel leírt fázisváltozás is okozhat ilyen torzulásokat, ezért célszerű lenne megvizsgálni, hogy jelen probléma esetében mi az impulzus alakjában fellelhető deformálódás oka.

Első lépésben a spektrális fázisderiváltak hatásait vizsgálom, még pedig úgy hogy a spektrális fázis sorfejtésében először csak a sor második, majd egyre nagyobb és nagyobb kitevővel rendelkező tagokat is figyelembe veszek egészen ötöd rendig. Ezt szemlélteti a 16. ábra. A fázisderiváltak értékei $GDD = -678680 \text{ fs}^2$, $TOD = 719700 \text{ fs}^3$, $FOD = -554370 \text{ fs}^4$ és $QOD = 211210 \text{ fs}^5$ volt.

Az 16. ábra szemlélteti, hogy a magasabb rendű fázisderiváltak nem befolyásolják az impulzus alakjának torzulását. Ez azt jelenti, hogy 100fs-os impulzusok esetében a spektrális fázis sorfejtésében a tagokat elegendő másodrendig figyelembe venni. Így azt a következtetést lehet levonni, hogy az impulzus torzulásának a forrása a GDD, vagy a GDD és a nemlineáris folyamat (F62), (F63) és (F64) egyenletekkel leírt fázistolásának eredője.

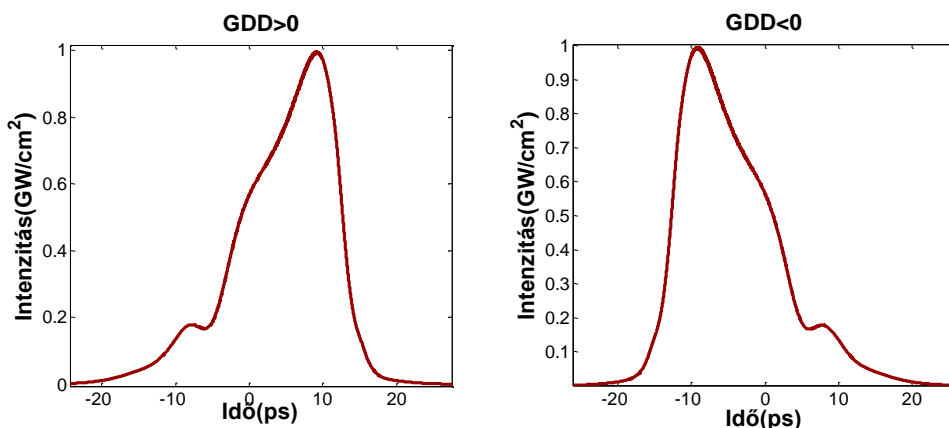


16. ábra A négy ábra a spektrális fázis különböző rendjeinek figyelembe vételével készült. Mivel nem látható közöttük különbség ezért a magasabb rendű tagok nem befolyásolják az erősítést, illetve nem okoznak torzulásokat.

Érdeemes megvizsgálni, hogy ugyanekkora pozitív GDD esetén milyen torzulások jelennek meg, ezért a rács negatív GDD értékét a programban manuálisan pozitívvra változtattam. Az így kapott impulzus alakot a 17. ábra szemlélteti. Észrevehető, hogy pozitív és negatív GDD esetén is torzul az impulzus. Összegezve, a következő megállapítások érvényesek:

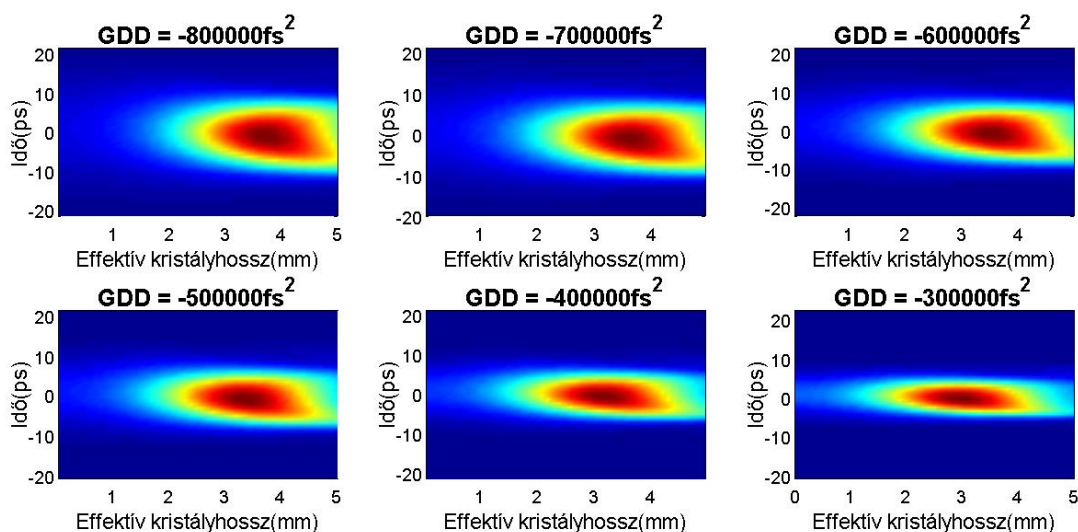
- a spektrális fázistolást elegendő másodrendig figyelembe venni
- a GDD előjelétől függetlenül torzul az impulzus
- a GDD előjele azt határozza meg, hogy a torzulás az impulzus elején vagy a végén következik be

- az OPCPA rendszerben az impulzusnyújtó és impulzus kompresszor helye felcserélhető és ez az elérhető erősítést nem befolyásolja.



17. ábra Az ábrákon a jel impulzus alakja látható 5mm terjedés után, pozitív és negatív csörp esetén.

Következő lépésként azt vizsgáltam meg, hogy a spektrális fázis második deriváltjának nagysága, hogyan hat ki az impulzus alakjának deformálódására. Ezt a következő 18. ábra szemlélteti. Ahogy az a korábbi megállapítások alapján is várható, a GDD abszolút értékének csökkentésével az impulzus hossz is csökken, valamint ebből adódóan az impulzus csúcsintenzitása növekszik. Ez azt jelenti, hogy mind rövidebb és rövidebb effektív hosszaknál következik be a pumpa kimerülése, azaz maximális erősítés elérése. Az ábrákból az is látható, hogy a GDD abszolút értékének csökkenésével az impulzus alakja egyre szimmetrikusabb lesz, azonban a torzulás nem szüntethető meg teljesen. Ez arra enged következtetni, hogy a torzulást nagymértékben a (F62), (F63) és (F64) egyenletekkel leírt nemlineáris fázisváltozás okozza.



18. ábra Az ábrákon a második spektrális fázisderivált hatása látható az impulzus alakjára nézve.

GDD (fs²)	FWHM (ps)	G(maximális erősítés)	Optimális kristályhossz (mm)	Spektrális félértékszélesség (1/ps)	Fourier- limitált FWHM (fs)
-800 000	22.1	6.88	3.7	15.8	174
-700 000	19.3	6.1	3.6	17.9	154
-600 000	16.6	5.7	3.5	19.1	145
-500 000	13.8	5.2	3.4	20.5	135
-400 000	11	4.5	3.1	21.5	129
-300 000	8.3	4.1	3	22.6	122

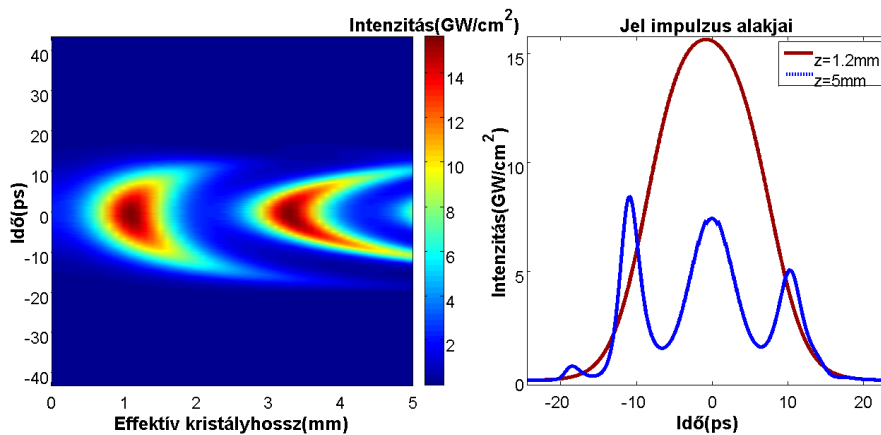
7. táblázat Az egyes GDD értékekhez tartozó impulzus, illetve erősítési adatok összefoglalása látható.

5.5. Optimális nyalábátmérő meghatározása

Az optimális átfedési hosszban befolyásolja a nyalábok átmérője. Kisebb nyalábátmérők esetén nagyobb lesz a nyalábok intenzitása, ami azt fogja eredményezni, hogy az optimális átfedési hossz lecsökken, azaz a kristályban rövidebb távolságon lehet elérni a maximális erősítést.

A szimulációban négy nyalábátmérőt teszteltem le, nevezetesen: $d = 10 \mu\text{m}$, $20 \mu\text{m}$, $30 \mu\text{m}$, $40 \mu\text{m}$. A GDD értéke -600000fs^2 , ebből adódóan az impulzushossz 16 ps volt. Az így kapott eredményeket szemléltetik a következő ábrák. A jobb oldali grafikonokon vörössel ábrázoltam az optimális átfedéshez tartozó, késsel pedig egy ettől eltérő hosszúságnál kialakuló erősített jel impulzus alakot.

$d = 10 \mu\text{m}$:

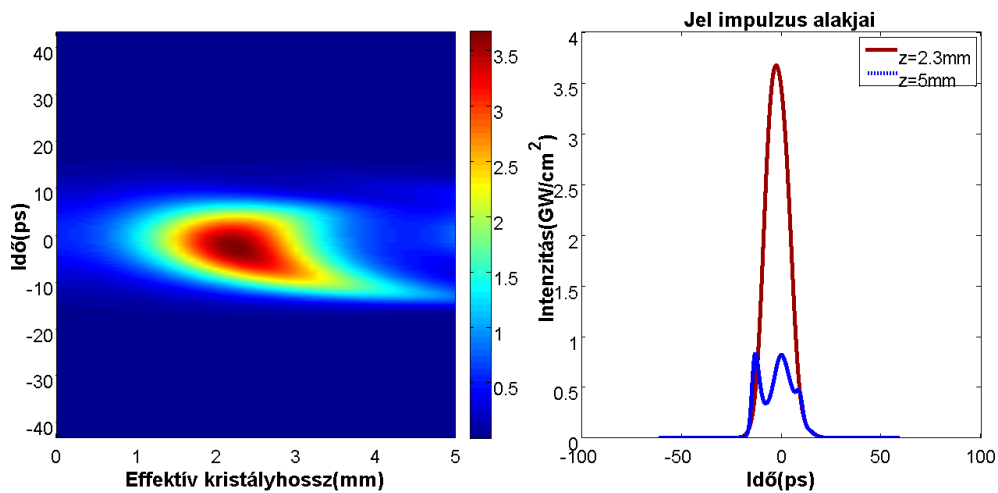


19. ábra A bal oldali ábrán az impulzus időpontjaihoz tartozó intenzitás értékek változása látható a kristály mentén. A jobb oldali grafikonon piros színű görbe az optimális, kék színű görbe pedig az 5mm-es kristályban történő terjedés esetén kialakuló impulzus alakot szemlélteti. A nyalábátmérő $10 \mu\text{m}$.

Ilyen kis nyalábátmérőknél a nyalábok intenzitása jelentősen megnövekszik, ennek következtében, ahogy az a bal oldali ábrán látható, a jel impulzus intenzitása miután eléri a maximumát, intenzitása újra lecsökken kiindulási értékére, majd ezután újra növekedni kezd és egy újabb maximumot ér el. Másodjára azonban az impulzus időbeli alakja már jelentősen torzul. Nevezetesen az impulzus elejének és végének alacsonyabb intenzitása révén, a velük átfedésben levő pumpaimpulzus részei később ürülnek ki, mint a csúcshoz tartozó rész. Így, ahogyan az a felső két ábrán is megfigyelhető, az impulzus szélei később érik el a maximális intenzitásukat, ezért 5mm terjedés után gyakorlatilag az eredeti impulzus helyett három kisebb csúccsal rendelkező impulzus keletkezik. A jobb oldali ábrán az is megfigyelhető, hogy az impulzus elején levő csúcs intenzitása nagyobb a végén lévő csúcshoz viszonyítva. Ez a negatív GDD értéknek, illetve a negatív csörpnek köszönhető. Pozitív GDD, illetve pozitív csörp esetén, az impulzus végén levő csúcs intenzitása növekedett volna meg.

Ebben az esetben, amennyiben biztosítható az optimális átfedési hossz 8.24-szeres erősítés érhető el.

$$d = 20 \mu\text{m}:$$

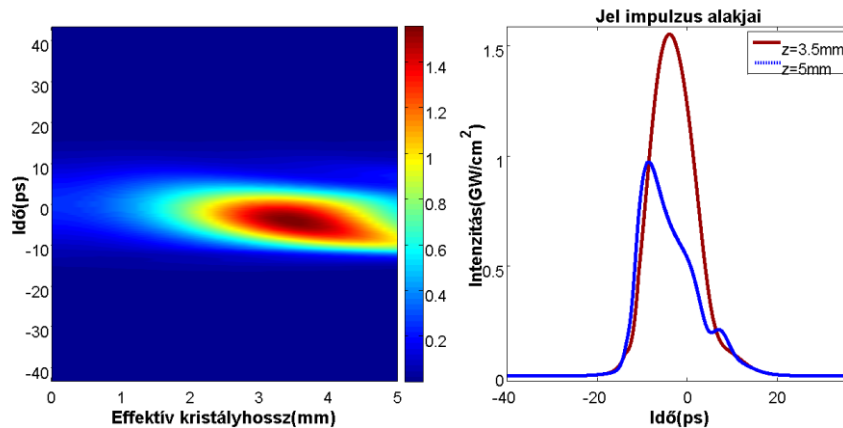


20. ábra A bal oldali ábrán az impulzus időpontjaihoz tartozó intenzitás értékek változása látható a kristály mentén. A jobb oldali grafikonon piros színű görbe az optimális, kék színű görbe pedig az 5mm kristályban történő terjedés esetén kialakuló impulzus alakot szemlélteti. A nyalábátmérő 20 μm .

Ebben az esetben a maximálisan elérhető erősítés 7.1-nek adódott. A nagyobb nyalábátmérőnek köszönhetően itt az optimális átfedési hossz 2.3mm-re növekszik, valamint hasonlóan a következő két esethez, a bal oldali ábrán látható patkó alakú deformálódás sem jut annyira kifejezésre.

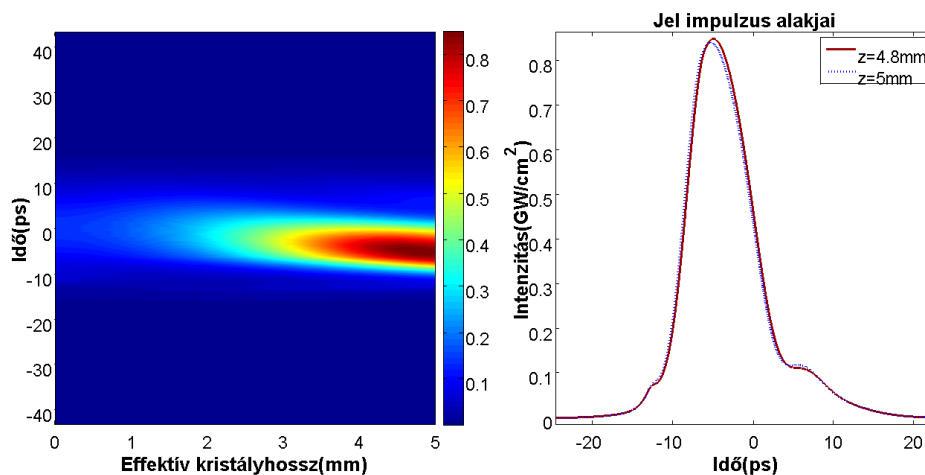
A következő két nyalábátmérő esetében az optimális átfedési hossz egyre jobban megközelíti az 5mm-t. A nyalábok intenzitásának csökkenés miatt, a torzulás is egyre kisebb, azonban ezzel egyidejűleg a maximálisan elérhető erősítés is lecsökken. A nemlineáris kristályban történő hosszabb terjedés másik hátránya, hogy ez csökkenti az elérhető erősítési sávzélességet, mely az erősítő rendszer hangolhatóságának kárára mehet.

$d = 30 \mu\text{m}$:



21. ábra A bal oldali ábrán az impulzus időpontjaihoz tartozó intenzitás értékek változása látható a kristály mentén. A jobb oldali grafikonon piros színű görbe az optimális, kék színű görbe pedig az 5mm-es kristályban történő terjedés esetén kialakuló impulzus alakot szemlélteti. A nyalábátmérő $30 \mu\text{m}$.

$d = 40 \mu\text{m}$:

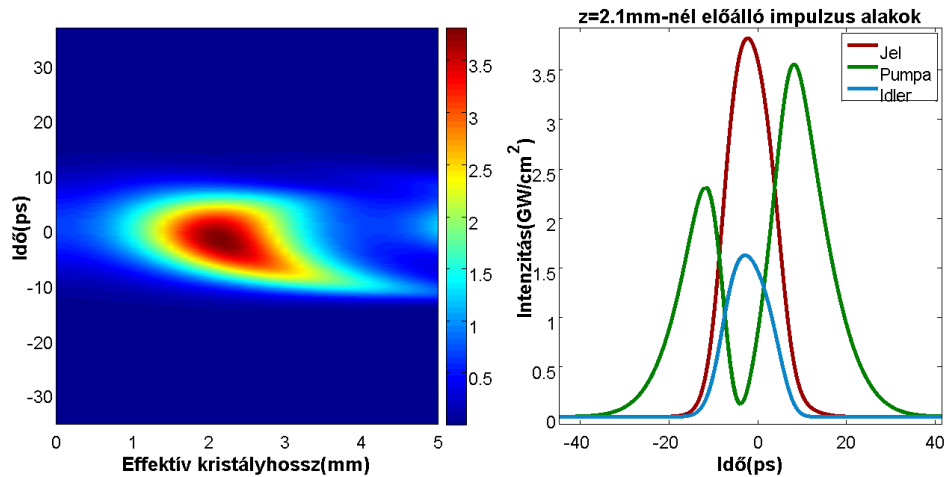


22. ábra A bal oldali ábrán az impulzus időpontjaihoz tartozó intenzitás értékek változása látható a kristály mentén. A jobb oldali grafikonon piros színű görbe az optimális, kék színű görbe pedig az 5mm-es kristályban történő terjedés esetén kialakuló impulzus alakot szemlélteti. A nyalábátmérő $40 \mu\text{m}$.

Az eddigi eredményekből, illetve a 7. táblázatban foglalt eredmények alapján a jel impulzus nyújtásánál kompromisszumot kell kötni az elérhető erősítés és az erősítés után előálló impulzushossz között. A 7. táblázat eredményei szerint, amennyiben az impulzust túlságosan megnyújtjuk, akkor a spektrális beszűkülés miatt a Fourier-limitált impulzushossz akár a duplájára is nőhet. Ebből kifolyólag a nyújtott impulzus a felső korlátjára 13.8 ps időbeli hossz még egy elfogadható érték lehet. Ekkor az erősített, összenyomott impulzus hossza optimális esetben 135 fs lehet. A nyalábátmérőket a BBO kristály roncsolási küszöbértéke által megengedett minimális nyalábátmérőre kell fókuszálni, ugyanis így a kristálybeli nagyobb intenzitás miatt a maximálisan elérhető

erősítés is nagyobb lesz. Ez által rövidebb kristályokat lehetne felhasználni, ugyanis rövidebb távolságon lehetne elérni a maximális intenzitásnövekedést.

Az alábbi ábrán egy olyan eset eredménye látható, ahol $20\mu\text{m}$ -es nyalábátmérővel és 13.8ps -ra nyújtott jel impulzussal történik a szimuláció futtatása. Ekkor a maximálisan elérhető erősítés 6.52 -nek adódott, amit 2.1mm effektív átfedés esetén lehet elérni. Így a (41) összefüggés felhasználásával az optimális kristályhossz jó közelítéssel szintén 2.1mm .



23. ábra Az optimális paraméterekkel lefuttatott szimuláció eredménye. A bal oldalon az impulzus különböző időpontjaihoz tartozó intenzitásának a kristály hossza mentén történő változását, a jobb oldali pedig az optimális terjedési hossz esetén kialakuló impulzus alakok.

6.Összefoglalás

Munkámban modellezést készítettem a nagy ismétlési frekvenciával rendelkező impulzusok optikai parametrikus erősítéséről. Az impulzusok kristály mentén történő intenzitás változását a (F62), (F63) és (F64) egyenletek felhasználásával a 4.4. részben leírt elgondolás alapján számítottam ki. A szimulációs programot MATLAB program írtam meg.

A programban különböző paramétereket vizsgáltam meg, nevezetesen az impulzusok erősítésének az impulzus nyújtásától, valamint a nyalábok fókuszálásától való függését.

Azt találtam, hogy a nagy ismétlési frekvenciával rendelkező impulzus sorozatot erősítés előtt nyújtani kell, azaz hatékony erősítéshez fázismodulált optikai parametrikus erősítő rendszer felépítésére van szükség. A maximálisan elérhető erősítés független attól, hogy az impulzus nyújtása pozitív vagy negatív GDD hatására történik, tehát az impulzus nyújtó és kompresszor helye felcserélhető. Az időben „tisztá” impulzus előállításához fontos az optimális kristályhossz megfelelő beállítása. Hosszabb terjedési távolságon bekövetkező alakbeli deformáció a nemlineáris folyamatból származó, (F62), (F63) és (F64) egyenletekkel leírható fázisváltozás következménye és a nagy GDD érték ezeket a torzulásokat látványosabbá teszi. Az impulzus nyújtásánál kompromisszumot kell kötni az elérhető erősítés és az erősítés után előálló Fourier-limitált impulzushossz között. Ennek oka az erősítéskor bekövetkező spektrális beszűkülés, melyet az időben Gauss-burkolóval rendelkező pumpa impulzus okoz.

Mivel a 135 fs-os impulzushossz még egy elfogadható érték, ezért a 7. táblázat alapján az impulzusokat 13.8 ps-ra kell megnyújtani és a lehető legnagyobb erősítés elérése érdekében nyalábokat a lehető legjobban le kell fókuszálni. Így optimális feltételek mellett a maximálisan elérhető erősítés $G = 6.52$ -nek adódott, melyet 2.1 mm hosszúságú BBO kristályban lehet elérni. A nyalábok foltméretének egy alsó korlátot szab a BBO kristály roncsolási küszöbértéke.

Nagyobb erősítés eléréséhez nagyobb pumpa teljesítményre vagy több erősítő fokozatra lenne szükség.

Függelékek

F.1. A nemlineáris hullámeqyenlet levezetése

Tekintsük a Maxwell-egyenleteket olyan közegekben ahol nincsenek szabad töltések és nincsenek áramok [10]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0, \quad (\text{F1})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (\text{F2})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (\text{F3})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (\text{F4})$$

Feltesszük, hogy az anyag nem mágneses, azaz $\mu = 1$ és így

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}, \quad (\text{F5})$$

valamint megengedjük, hogy az anyag nemlineáris legyen, azaz

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}, \quad (\text{F6})$$

ahol a \vec{P} polarizációs vektor általában \vec{E} -nek nemlineáris függvénye. Ezután vesszük a (F3) egyenlet rotációját, a jobboldalon felcseréljük az idő és tér szerinti deriválást, felhasználjuk a (F5) anyagi egyenletet, majd a jobb oldalra behelyettesítjük (F4)-et és így kapjuk azt, hogy

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{F7})$$

Ekkor (F6) és az $\mu_0 = 1/\varepsilon_0 c^2$ felhasználásával kapjuk, hogy

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}, \quad (\text{F8})$$

ami a nemlineáris optika legáltalánosabb egyenlete. Ezt a

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} \quad (\text{F9})$$

azonosság felhasználásával átírhatjuk a

$$-\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) + \vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (\text{F10})$$

egyenletre, melynek első tagja monokromatikus síkhullámok esetén azonosan nulla, általában viszont nem tűnik el. Megmutatható azonban, hogy legtöbb esetben (pl. lassan változó amplitúdó közelítésben is) csak nagyon kis járulékot ad, így ez elhanyagolható [10]. Így a hullámeqyenlet a

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (\text{F11})$$

alakra egyszerűsödik. Célszerű a polarizációs vektort felbontani lineáris, illetve nemlineáris részre, azaz

$$\vec{P} = \vec{P}^{(L)} + \vec{P}^{(NL)}, \quad (\text{F12})$$

ahol

$$\vec{P}^{(L)} = \varepsilon_0 \cdot \chi^{(1)} \cdot \vec{E} \quad (\text{F13})$$

és $\chi^{(1)}$ a lineáris szuszceptibilitás tenzor. Ezután (F13)-at (F12)-be helyettesítve, az így kapott egyenletet pedig (F11)-ben a polarizációs vektor helyére beírva kapjuk, hogy

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{\varepsilon^{(1)}}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{P}^{(NL)}}{\partial t^2}, \quad (\text{F14})$$

ahol $\varepsilon^{(1)}$ a lineáris dielektromos tenzor. [10,12].

F.2. Manley-Rowe relációk

Tegyük fel, hogy a veszteségmentes nemlineáris közegben három elektromágneses hullám hat kölcsön. A három hullám intenzitásának változását az

$$I_i = 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot A \cdot A^* \quad (\text{F15})$$

egyenlet z szerinti deriváltjával fejezhetjük ki, azaz $i = 1$ esetén

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dz} &= 2\varepsilon_0 n c \left(A \frac{dA^*}{dz} + A^* \frac{dA}{dz} \right) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} \omega_1 (i \cdot A_3 A_2^* A_1^* e^{i\Delta k \cdot z} + c.c) = \\ &= -4\varepsilon_0 \chi^{(2)} \omega_1 \cdot \text{Im}(A_3 A_2^* A_1^* e^{i\Delta k \cdot z}). \end{aligned} \quad (\text{F16})$$

Hasonlóan az ω_2 és ω_3 frekvenciájú hullámokra

$$\frac{dI_2}{dz} = -4\varepsilon_0 \chi^{(2)} \omega_2 \cdot \text{Im}(A_3 A_2^* A_1^* e^{i\Delta k \cdot z}), \quad (\text{F17})$$

$$\frac{dI_3}{dz} = 4\varepsilon_0 \chi^{(2)} \omega_3 \cdot \text{Im}(A_3 A_2^* A_1^* e^{i\Delta k \cdot z}). \quad (\text{F18})$$

Most vezessük be a különböző komponensek intenzitásának összegét, azaz

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (\text{F19})$$

Képezzük (F19) z szerinti deriváltját majd (18), (19) és (20) felhasználásával

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dz} &= \frac{dI_1}{dz} + \frac{dI_2}{dz} + \frac{dI_3}{dz} = \\ &= -4\varepsilon_0 \chi^{(2)} (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) \text{Im}(A_3 A_2^* A_1^* e^{i\Delta k \cdot z}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{F20})$$

eredményt kapjuk, ami azt jelenti, hogy a teljes intenzitás a terjedés folyamán állandó.

(F16), (F17) és (F18) vizsgálatból az is következik, hogy

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{I_1}{\omega_1} \right) = \frac{d}{dz} \left(\frac{I_2}{\omega_2} \right) = -\frac{d}{dz} \left(\frac{I_3}{\omega_3} \right), \quad (\text{F21})$$

vagy másképpen

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{I_1}{\omega_1} + \frac{I_3}{\omega_3} \right) = \frac{d}{dz} \left(\frac{I_2}{\omega_2} + \frac{I_3}{\omega_3} \right) = \frac{d}{dz} \left(\frac{I_1}{\omega_1} - \frac{I_2}{\omega_2} \right) = 0. \quad (\text{F22})$$

Ezek az ún. Manely-Rowe relációk, melyek segítségével három mozgásállandót tudunk definiálni, nevezetesen

$$M_1 = \frac{I_2}{\omega_2} + \frac{I_3}{\omega_3}, \quad (\text{F23})$$

$$M_2 = \frac{I_1}{\omega_1} + \frac{I_3}{\omega_3}, \quad (\text{F24})$$

$$M_3 = \frac{I_1}{\omega_1} - \frac{I_2}{\omega_2}. \quad (\text{F25})$$

Ezek a relációk azt fejezik ki, hogy az ω_1 frekvencián keletkező fotonok száma megegyezik az ω_2 frekvencián keletkező fotonok számával és megegyezik az ω_3 frekvencián eltűnő fotonok számával [10].

F.3. A csatolt differenciálegyenlet rendszer analitikus megoldása

A komplex amplitúdót bontjuk fel a

$$A_n(z) = \rho_1(z) \cdot e^{i\varphi_n(z)} \quad (\text{F26})$$

alakban, ahol $\rho(z)$ és $\varphi(z)$ valós mennyiségek. Ezt behelyettesítve (18)-ba kapjuk, hogy

$$\frac{d\rho_1(z)}{dz} + \rho_1(z) \cdot i \cdot \frac{d\varphi_1(z)}{dz} = i \frac{\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2k_1} \cdot \rho_2(z) \cdot \rho_3(z) \cdot e^{i\Delta k \cdot z} \cdot e^{i(\varphi_3(z) - \varphi_2(z) - \varphi_1(z))}. \quad (\text{F27})$$

Egyszerűsítésként vezessük be a

$$\Delta\varphi(z) = \varphi_3(z) - \varphi_2(z) - \varphi_1(z) \quad (\text{F28})$$

és a

$$\theta(z) = \Delta k \cdot z + \Delta\varphi(z) \quad (\text{F29})$$

mennyiségeket. Ezeket (F27)-be helyettesítve és az Euler-képletet felhasználva kapjuk a

$$\frac{d\rho_1(z)}{dz} + \rho_1(z) \cdot i \cdot \frac{d\varphi_1(z)}{dz} = i \frac{\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2k_1} \cdot \rho_2(z) \cdot \rho_3(z) \cdot (\cos(\theta(z)) + i \cdot \sin(\theta(z))) \quad (\text{F30})$$

egyenletet, melynek külön vehetjük a valós és a képzetes részét, azaz valós részre

$$\frac{d\rho_1(z)}{dz} = -\frac{\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2k_1} \cdot \rho_2(z) \cdot \rho_3(z) \cdot \sin(\theta(z)), \quad (\text{F31})$$

képzetes részre pedig

$$\frac{d\varphi_1(z)}{dz} = \frac{\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2k_1} \cdot \frac{\rho_2(z) \cdot \rho_3(z)}{\rho_1(z)} \cdot \cos(\theta(z)) \quad (\text{F32})$$

egyenleteket kapjuk. Ezeket a többi egyenlet esetében is elvégezhetjük és így összegezve a valós és a képzetes részeket, azt kapjuk, hogy

$$\frac{d\rho_1(z)}{dz} = -\frac{\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2k_1} \cdot \rho_2(z) \cdot \rho_3(z) \cdot \sin(\theta(z)), \quad (\text{F33})$$

$$\frac{d\rho_2(z)}{dz} = -\frac{\chi^{(2)}\omega_2^2}{c^2k_2} \cdot \rho_1(z) \cdot \rho_3(z) \cdot \sin(\theta(z)), \quad (\text{F34})$$

$$\frac{d\rho_3(z)}{dz} = \frac{\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2k_1} \cdot \rho_1(z) \cdot \rho_2(z) \cdot \sin(\theta(z)), \quad (\text{F35})$$

valamint

$$\frac{d\varphi_1(z)}{dz} = \frac{\chi^{(2)}\omega_1^2}{c^2k_1} \cdot \frac{\rho_2(z)\rho_3(z)}{\rho_1(z)} \cdot \cos(\theta(z)), \quad (\text{F36})$$

$$\frac{d\varphi_2(z)}{dz} = \frac{\chi^{(2)}\omega_2^2}{c^2k_2} \cdot \frac{\rho_1(z)\rho_3(z)}{\rho_2(z)} \cdot \cos(\theta(z)), \quad (\text{F37})$$

$$\frac{d\varphi_3(z)}{dz} = \frac{\chi^{(2)}\omega_3^2}{c^2k_3} \cdot \frac{\rho_1(z)\rho_2(z)}{\rho_3(z)} \cdot \cos(\theta(z)). \quad (\text{F38})$$

Így a csatolt differenciálegyenlet rendszer helyett kaptunk hat elsőfokú differenciálegyenletet [10,14].

A (F15) és (F19) segítségével, az egyenletek írásmódjának egyszerűsítése céljából bevezetjük a

$$u_n = \sqrt{\frac{2 \cdot n(\omega_n) \cdot \varepsilon_0 \cdot c}{I \cdot \omega_n}} \cdot \rho_n \quad (\text{F39.a})$$

$s^{1/2}$ dimenziójú amplitúdót, valamint a

$$g = \chi^{(2)} \cdot \sqrt{\frac{I \cdot \omega_1 \omega_2 \omega_3}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot c^3 \cdot n(\omega_1) n(\omega_2) n(\omega_3)}} \quad (\text{F39.b})$$

állandót, a

$$\xi = g \cdot z \quad (\text{F40})$$

új koordináta változót és a

$$\Delta s = \Delta k \cdot g \quad (\text{F41})$$

fázisillesztetlenséget. (F39.a), (F39.b) és (60) felhasználásával az amplitúdókat leíró (33), (34) és (35) egyenletek a

$$\frac{du_1}{d\xi} = -u_2 u_3 \sin \theta, \quad (\text{F42})$$

$$\frac{du_2}{d\xi} = -u_1 u_3 \sin \theta, \quad (\text{F43})$$

$$\frac{du_3}{d\xi} = u_1 u_2 \sin \theta \quad (\text{F44})$$

alakokat öltik. Ezek megoldásához szükségünk van a $\theta(z)$ függvény alakjára. Ehhez először (F28)-ot helyettesítsük be (F29)-be és ezt deriváljuk z szerint. Ekkor azt kapjuk, hogy

$$\frac{d\theta}{dz} = \Delta k + \frac{d\varphi_3}{dz} - \frac{d\varphi_2}{dz} - \frac{d\varphi_1}{dz}. \quad (\text{F45})$$

Ezután (F45)-ba behelyettesítve (F36), (F37) és (F38) egyenleteket valamint az egyszerűsítés céljából bevezetett (F39.a), (F39.b), (F40), (F41) változókat és konstansokat, azt kapjuk, hogy

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \Delta s + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \frac{d}{d\xi} [\ln(u_1 u_2 u_3)]. \quad (\text{F46})$$

Egy kis számolás és az egyenlet átalakítása után (F46) differenciálegyenlet megoldására azt kapjuk, hogy

$$\cos\theta = -\frac{\Gamma + \frac{\Delta s \cdot u_3^2}{2}}{u_1 u_2 u_3}, \quad (\text{F47})$$

ahol Γ -át a kezdeti feltételek határozzák meg [14,15].

Ekkor (F42)-ben $\sin(\theta)$ -t a $\sqrt{1 - \cos^2(\theta)}$ -val helyettesítve és felhasználva (F47)-et kapjuk a

$$\frac{d}{d\xi} [u_3^2] = \mp 2 \cdot \sqrt{(u_1 u_2 u_3)^2 - \left(\Gamma + \frac{\Delta s \cdot u_3^2}{2}\right)^2} \quad (\text{F48})$$

összefüggést. (F48)-ban u_1 és u_2 helyére egy kis átalakítással beírhatjuk a (F23) és (F24) Manely-Rowe relációkat. Ekkor kapjuk, hogy

$$\frac{d}{d\xi} [u_3^2] = \mp 2 \sqrt{(m_1 - u_3^2)(m_2 - u_3^2)u_3^2 - \left(\Gamma + \frac{\Delta s \cdot u_3^2}{2}\right)^2}, \quad (\text{F49})$$

ahol $m_1 = M_1/I$ és $m_2 = M_2/I$. A gyökjel alatt lévő kifejezésnek u_3^2 -re nézve három, $u_{3c}^2 \geq u_{3b}^2 \geq u_{3a}^2$, gyöke van. (F49)-et átrendezve és szétválasztva a változókat írhatjuk, hogy

$$\xi = \mp \frac{1}{2} \cdot \int_{u_3^2(\xi_0)}^{u_3^2(\xi)} \frac{d[u_3^2]}{\sqrt{(u_3^2 - u_{3c}^2)(u_3^2 - u_{3b}^2)(u_3^2 - u_{3a}^2)}}. \quad (\text{F50})$$

Bevezetve az

$$y = \sqrt{\frac{u_3^2 - u_{3a}^2}{u_{3b}^2 - u_{3a}^2}} \quad (\text{F51})$$

és a

$$\gamma = \sqrt{\frac{u_{3b}^2 - u_{3a}^2}{u_{3c}^2 - u_{3a}^2}} \quad (\text{F52})$$

változókat (F50)-et a

$$\xi = \mp \frac{1}{\sqrt{u_{3c}^2 - u_{3a}^2}} \cdot \int_A^B \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-\gamma^2 y^2)}} \quad (\text{F53})$$

alakban írhatjuk fel, ahol az integrálási határok

$$A = (u_{3b}^2 - u_{3a}^2) \cdot y^2(\xi_0) + u_{3a}^2 \quad (\text{F54})$$

és

$$B = (u_{3b}^2 - u_{3a}^2) \cdot y^2(\xi) + u_{3a}^2. \quad (\text{F55})$$

Az (F53) egyenlet formailag egy Jacobi-elliptikus integrálnak felel meg, melynek megoldásai a Jacobi-elliptikus függvények [16], nevezetesen

$$u_3^2 = u_{3a}^2 + (u_{3b}^2 - u_{3a}^2) \operatorname{sn}^2 \left(\sqrt{u_{3c}^2 - u_{3a}^2} \cdot (\xi + \xi_0), \gamma^2 \right), \quad (\text{F56})$$

$$u_2^2 = m_1 - u_3^2, \quad (\text{F57})$$

$$u_1^2 = m_2 - u_3^2. \quad (\text{F58})$$

Ezeket visszaalakítva, a három frekvenciakomponens intenzitására a

$$I_3(z) = I \cdot \omega_3 \cdot u_3^2(z), \quad (\text{F59})$$

$$I_2(z) = I_2(0) - \frac{\omega_2}{\omega_3} [I_3(z) - I_3(0)], \quad (\text{F60})$$

$$I_1(z) = I_1(0) - \frac{\omega_1}{\omega_3} [I_3(z) - I_3(0)] \quad (\text{F61})$$

egyenletek adódnak [14,15].

Ezek után a hullámok fázisát leró (F36), (F37) és (F38) egyenletek a (F56), (F57) és (F58) ismeretében már megoldhatóak. Ezeket visszahelyettesítve és felhasználva a bevezetett új változókat illetve konstansokat, a komponensek fázisainak megoldásaira a

$$\varphi_s(z) = \varphi_s(0) - \frac{\Delta kz}{2} + \frac{\Delta k \sigma_s^2}{2} \int_0^z \frac{dz}{f + \sigma_s^2}, \quad (\text{F62})$$

$$\varphi_i(z) = \varphi_p(0) - \varphi_s(0) - \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta kz}{2}, \quad (\text{F63})$$

$$\varphi_p(z) = \varphi_p(0) - \frac{\Delta k}{2} \int_0^z \frac{f dz}{1-f}, \quad (\text{F64})$$

egyenletek adódnak, ahol $\sigma_s^2 = \frac{\omega_3 I_2(0)}{\omega_2 I_3(0)}$ és $f(z) = 1 - \frac{I_3(z)}{I_3(0)}$ [15].

F.4. A nemlineáris szuszceptibilitás tenzor tulajdonságai

A (8) egyenletet komponensenként kiírva:

$$P_i(\omega_n + \omega_m) = \varepsilon_0 \sum_{jk} \sum_{mn} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) E_j(\omega_m) E_k(\omega_n). \quad (\text{F65})$$

Ahhoz, hogy a kölcsönható hullámokat teljesen le tudjuk írni, ismernünk kell az őket befolyásoló nemlineáris polarizációkat. Ehhez (F65) alapján 12 darab tenzorra van szükség, azaz:

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1, \omega_3, -\omega_2), \quad \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2, \omega_3), \quad \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_2, \omega_3, -\omega_1), \quad \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_2, -\omega_1, \omega_3), \\ \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_2), \quad \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_2, \omega_1),$$

valamint ugyan ezek negatív frekvenciákkal [10].

Az i,j,k indexek egymástól függetlenül felvehetik az 1,2 és 3 értékeket, tehát mind a 12 tenzornak egyenként 27 komponense lehet. Így a nemlineáris folyamat leírásához összesen 324 komplex számra lenne szükség. Szerencsére a szimmetriák miatt ennél jóval kevesebb komponensre van szükség [10].

Az első megszorítás abból adódik, hogy az elektromos és polarizációs vektorok, melyekkel a nemlineáris kölcsönhatást leírjuk valóságosak, és ezért fennállnak a

$$E_j(\omega_m) = E_j^*(-\omega_m) \quad (\text{F66})$$

és a

$$P_j(\omega_m) = P_j^*(-\omega_m) \quad (\text{F67})$$

összefüggések, melyekből következik, hogy

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_m + \omega_n, \omega_m, \omega_n) = \chi_{ijk}^{(2)*}(-\omega_m - \omega_n, -\omega_m, -\omega_n). \quad (\text{F68})$$

Ebből kifolyólag elegendő csak a pozitív frekvenciákat vizsgálnunk, azaz máris a felére csökkent a komponensek száma [10].

A következő szimmetriatulajdonság abból adódik, hogy fizikailag a (F65) egyenlet eredménye független attól, hogy milyen sorrendben írjuk fel az elektromos térerősség komponenseinek szorzatát. Ebből kifolyólag $\chi_{ijk}^{(2)}$ szimmetrikus az utolsó két indexében, azaz

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_m + \omega_n, \omega_m, \omega_n) = \chi_{ikj}^{(2)}(\omega_m + \omega_n, \omega_m, \omega_n). \quad (\text{F69})$$

Ezt a szakirodalomban intrinzik permutációs szimmetriának nevezik [10].

Amennyiben a nemlineáris közeg veszteségmentes, akkor két újabb szimmetriatulajdonság lép életbe. Ezek közül az egyik az, hogy ilyenkor a nemlineáris szuszceptibilitás tenzor összes komponense valós [10].

A veszteségmentes közegből adódó másik tulajdonságot teljes permutációs szimmetriának nevezik. Ez azt jelenti, hogy a szuszceptibilitás tenzor különböző frekvenciájú argumentumai szabadon felcserélhetőek egymás közt, ha ezzel egyúttal a hozzájuk tartozó derékszögű koordináta indexeket is felcseréljük [10]. Amire figyelni kell, hogy az első argumentum mindig a másik két argumentum összege, így ezt a szimmetriatulajdonság úgy írható le, hogy

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_2) = \chi_{kij}^{(2)}(\omega_2, \omega_3, -\omega_1). \quad (\text{F70})$$

A nemlineáris kölcsönhatásban olyan hullámok is részt vehetnek melyek frekvenciái jóval kisebbek a közeg első rezonancia frekvenciájától. Ilyenkor a nemlineáris szuszceptibilitás gyakorlatilag független a frekvenciától. Ezt Kleimann szimmetriának nevezik. Ez a szimmetriatulajdonság implikálja a teljes permutációs szimmetriát, mivel ilyenkor a közeg szükségképpen veszteségmentes. Viszont a nemlineáris szuszceptibilitás tenzor frekvenciától való függetlensége miatt, ilyenkor az indexek és a frekvencia argumentumok egymástól függetlenül permutálhatóak [10].

Irodalomjegyzék

- [1] Xiaoshi Zhang, Eric Schneider, Greg Taft, Henry Kaptey, Margaret Murnane, and Sterling Backus, “Multi-microjoule, MHz repetition rate Ti:sapphire ultrafast regenerative amplifier system”, 26 March 2012 / Vol. 20, No. 7 / OPTICS EXPRESS 7015, OSA
- [2] P. Russbueldt, T. Mans, J. Weitenberg, H. D. Hoffmann, R. Poprawe, “Compact diode-pumped 1.1 kW Yb:YAG Innoslab femtosecond amplifier”, December 15, 2010/ Vol. 35, No. 24 / Optics Letters
- [3] Tino Eidam, Stefan Hanf, Enrico Seise, Thomas V. Andersen, Thomas Gabler, Christian Wirth, Thomas Schreiber, Jens Limpert, Andreas Tünnermann, “Femtosecond fiber CPA system emitting 830 W average output power”, January 15, 2010/ Optics Letters / Vol. 35, No. 2
- [4] Hanieh Fattahi, Catherine Yuriko Teisset, Oleg Pronin, Atsushi Sugita, Roswitha Graf, Vladimir Pervak, Xun Gu, Thomas Metzger, Zsuzsanna Major, Ferenc Krausz, Alexander Apolonski, “Pump-seed synchronization for MHz repetition rate, high-power optical parametric chirped pulse amplification”, 23 April 2012 / Vol. 20, No. 9 / OPTICS EXPRESS 9833
- [5] J. Rothhardt, S. Hädrich, E. Seise, M. Krebs, F. Tavella, A. Willner, S. Düsterer, H. Schlarb, J. Feldhaus, J. Limpert, J. Rossbach, A. Tünnermann, “High average and peak power few-cycle laser pulses delivered by fiber pumped OPCPA system”, 7 June 2010 / Vol. 18, No. 12 / OPTICS EXPRESS 12719
- [6] Akira Ozawa, Waldemar Schneider, Theodor W Hänsch, Thomas Udem and Peter Hommelhoff, “Phase-stable single-pass cryogenic amplifier for high repetition rate few-cycle laser pulses” 2009 *New Journal of Physics* 11 (2009) 083029 (11pp)
- [7] Zhenlin Liu, Hidetoshi Murakami, Toshimasa Kozeki, Hideyuki Ohtake, Nobuhiko Sarukura, “High-gain, reflection-double pass, Ti:sapphire continuous-wave amplifier delivering 5.77 W average power, 82 MHz repetition rate, femtosecond pulses” 29 May, 2000., Applied Physics Letters.
- [8] Frithjof Haxsen, Dieter Wandt, Uwe Morgner, Joerg Neumann, Dietmar Kracht, “Pulse energy of 151 nJ from ultrafast thulium-doped chirped-pulse fiber amplifier”, September 1, 2010 / Vol. 35, No. 17 / Optics Letters
- [9] Gergely Katona, Gergely Szalay, Pál Maák, Attila Kaszás, Máté Veress, Dániel Hillier, Balázs Chiovini, E Sylvester Vizi, Botond Roska, Balázs Rózsa, ”Fast two-photon in vivo

imaging with three-dimensional random-access scanning in large tissue volumes". Nature Methods 9, 201-208 (2012).

[10] Robert W. Boyd, Nonlinear Optics Third Edition, 2008 Elsevier

[11] Audrius Dubietis, Rytis Butkus, Algis Petras Piskarskas, "Trends in Chirped Pulse Optical

Parametric Amplification", IEEE JOURNAL OF SELECTED TOPICS IN QUANTUM ELECTRONICS, VOL. 12, NO. 2, MARCH/APRIL 2006

[12] Richard L. Sutherland, "Handbook of Nonlinear Optics", 2003 Marcel Dekker Inc.

[13] Jean-Claude Diels, Wolfgang Rudolph, Ultrashort Laser Pulse Phenomena, Second Edition, 2006, Elsevier.

[14] J.A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, P.S. Pershan, "Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric", Physical Review Volume 127, Number 6, September 15, 1962

[15] Ian N. Ross, Pavel Matousek, Geoffrey H. C. New, Karoly Osvay, "Analysis and optimization of optical parametric

chirped pulse amplification", J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 19, No. 12/December 2002

[16] W. Schwalm, "Elliptic Functions sn, cn, dn, as Trigonometry", Univ. N. Dakota

[17] http://www.spectra-physics.com/documents/datasheets/DS-06053_Mai_Tai.pdf

[18] <http://photonix.com/wp-content/uploads/2014/01/PS.pdf>

[19] https://www.coherent.com/downloads/BBO_DS.pdf

[20] <http://refractiveindex.info/?shelf=main&book=BaB2O4&page=Eimerl-o>

[21] <http://www.fastlite.com/en/pag-476185-bulk-stretcher.html>

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Dr. Osvay Károlynak útmutatásáért és nélkülözhetetlen tapasztalataiért, valamint Dr. Börzsönyi Ádámnak és Nagymihály Roland Sándornak a dolgozat írása során adott hasznos ötleteikért. Továbbá szeretnék köszönetet mondani szeretteimnek és barátaimnak, hogy támogattak munkám során.

1. Függelék

A kutatási cél egy olyan erősítőrendszer kifejlesztése, amely egy spektrálisan hangolható titán-zafír oszcillátor 100 fs-os és 80 MHz ismétlési frekvenciával rendelkező impulzus sorozatának erősítésére alkalmas. Ez a rendszer két-foton mikroszkópok számára biztosítana erősített impulzusokat.

A nagy ismétlési frekvencián működő erősítő rendszer egyik megvalósítási terve az optikai parametrikus erősítésen alapul. Feladatom az optikai parametrikus erősítés folyamatának numerikus modellezése volt, melynek segítségével megállapíthatóak az erősítő rendszer különböző fontos paraméterei. Ezek közé tartozik az optimális kristályhossz, a fókuszáló elemek görbületi sugarai valamint az impulzus időbeli nyújtásának nagysága.

A szimulációt MATLAB segítségével írtam meg a nagyméretű adatsorok könnyű és megbízható kezelhetősége érdekében. A program a parametrikus erősítési folyamatot leíró elsőrendű, csatolt differenciálegyenlet rendszer analitikus megoldásának segítségével számítja ki az impulzusok, nemlineáris közegen történő áthaladásuk során bekövetkező intenzitás változásukat.

A munkám során megírt szimulációs program jelentősége abban rejlik, hogy segítségével optimalizálható az optikai parametrikus erősítők működése. Apróbb változtatásokkal a szimuláció alkalmas más paraméterekkel rendelkező impulzusok erősítésének kiszámítására is.

Lezárás dátuma: 2014.12.20.