

# COHERENCIA

## A. INTRODUCCION

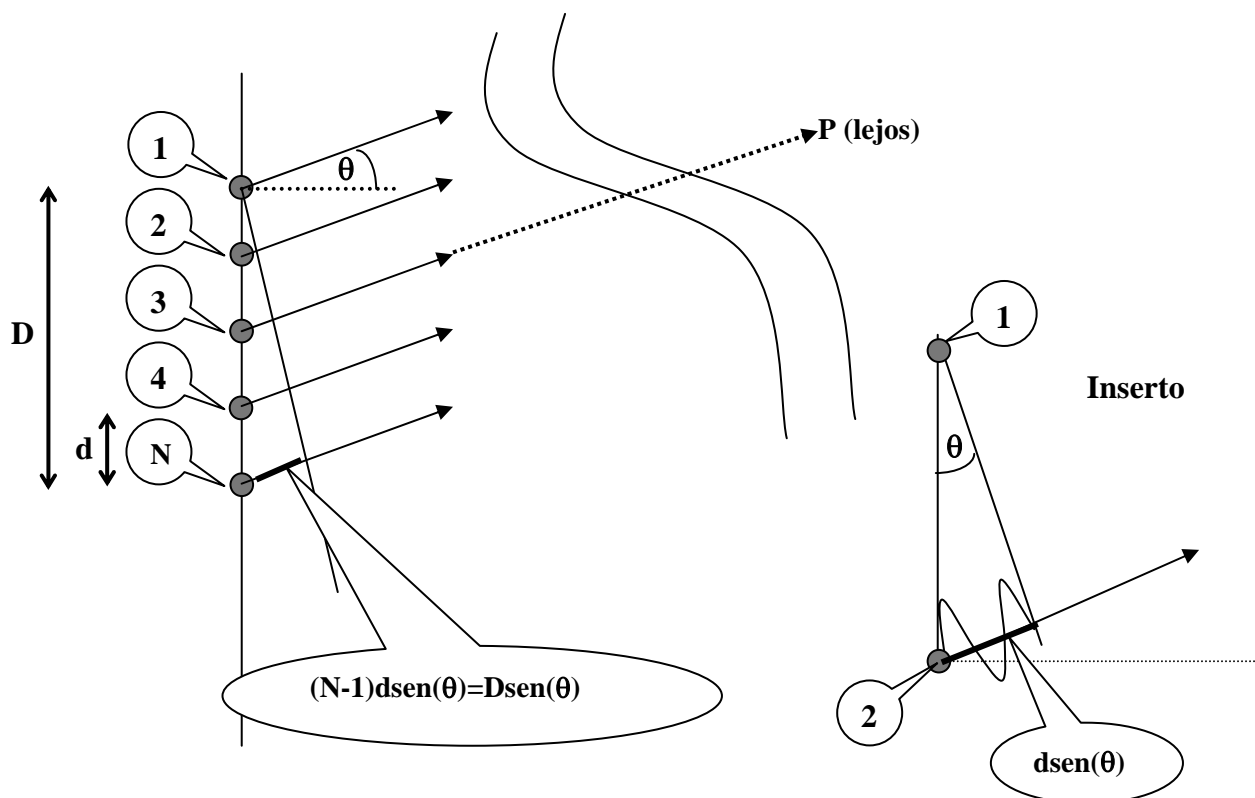
Al superponer ondas de la misma frecuencia en el espacio, la onda resultante se obtiene como la suma de las mismas (el sistema es lineal). Aparecen puntos en los que las componentes están en fase y la amplitud resultante es la suma de las amplitudes, y puntos en los que la diferencia de fase es de  $\pi$  y las amplitudes se restan. En general en distintos puntos se encuentran situaciones intermedias. Este fenómeno se lo denomina interferencia. Sin embargo en nuestra visión normal no observamos permanentemente franjas o manchas claras y oscuras originadas por ejemplo por la interferencia de las N bombitas de luz que iluminan la habitación. Veremos en la primera sección cómo se calcula este efecto de interferencia, qué hipótesis hacemos, y luego en la siguiente sección se discutirá porqué al no ser las fuentes perfectamente monocromáticas dichos fenómenos de interferencia requiere de trucos especiales para ser vistos. Se discute el concepto de coherencia, propiedad necesaria para que las manchas de interferencia sean visibles.

## B. N OSCILADORES COHERENTES IDÉNTICOS

Modelemos una situación en que se tienen N osciladores idénticos coherentes (entendiendo por ahora como coherentes cuando oscilan a la misma frecuencia) que oscilan colineales y separados una distancia d. Se pretende analizar la señal que llega a un punto P lejano (distancia a la fuente mucho mayor que la separación entre ellas) del arreglo de fuentes, esta restricción nos permite suponer que los haces que llegan a P son paralelos (figura 1). Supongamos que las amplitudes de cada fuente son aproximadamente iguales, esto es:

$$\mathbf{E}_o(\mathbf{r}_1) = \mathbf{E}_o(\mathbf{r}_2) = \dots = \mathbf{E}_o(\mathbf{r}_N) \equiv \mathbf{E}_o(\mathbf{r}) \quad (1)$$

y que no difieren en las fases iniciales ( $\Delta\phi_0=0$ )



**Figura 1:** esquema representando N fuentes puntuales equiespaciadas separadas una distancia d. Se define  $D=(N-1)d$  el tamaño del arreglo periódico. INSERTO: se muestra que al llegar haces paralelos al punto P, entre dos fuentes consecutivas existe una diferencia de camino  $r_2-r_1=d\text{sen}(\theta)$  para llegar a P

La señal en P será la suma de las señales de cada fuente, las que interfieren y producen E(P). Análíticamente sumaremos ondas esféricas de la misma frecuencia (fuentes coherentes) y luego tomaremos la parte real de lo calculado:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_o(\mathbf{r}) * e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1 - \omega t)} + \mathbf{E}_o(\mathbf{r}) * e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2 - \omega t)} + \dots + \mathbf{E}_o(\mathbf{r}) * e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_N - \omega t)} \quad (2)$$

Reacondicionando términos queda:

$$E = E_o(r) * e^{-i\omega t} * e^{ik \cdot r_1} (1 + e^{ik \cdot (r_2 - r_1)} + e^{ik \cdot (r_3 - r_1)} + \dots + e^{ik \cdot (r_N - r_1)}) \quad (3)$$

Bautizando:

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{k}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \mathbf{k}(d \text{ sen}(\theta)) \equiv \delta & & \mathbf{k}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \delta \\ \mathbf{k}(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) = \mathbf{k}(d \text{ sen}(\theta)) \equiv \delta & & \mathbf{k}(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) = 2\delta \\ \dots & \Rightarrow & \dots \\ \dots & & \dots \\ \mathbf{k}(\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_{N-1}) = \mathbf{k}(d \text{ sen}(\theta)) \equiv \delta & & \mathbf{k}(\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_1) = (N-1)\delta \end{array} \quad (4)$$

en la primera columna vemos que  $\delta$  representa el desfase entre dos fuentes consecutivas a causa de la diferencia de caminos, y el mismo está en relación directa con la separación entre fuentes  $d$ . En la segunda columna de la ecuación 4 se calculan las diferencias de camino respecto de la primera fuente. Notar también que la diferencia de camino acumulado entre la primer y última fuente vale:

$$(N-1)d \text{ sen}(\theta) = D \text{ sen}(\theta) \quad (5)$$

donde  $D$  representa el tamaño del arreglo periódico. La respuesta del sistema es sensible a variables tales como  $d$  ó  $D$ , veremos que este hecho resulta una herramienta práctica para mediciones de objetos o determinación de periodicidades espaciales.

Rescribiendo (3) en términos de (4) queda:

$$E = E_o(r) * e^{-i\omega t} * e^{ik \cdot r_1} [1 + e^{i\delta} + (e^{i\delta})^2 + \dots + (e^{i\delta})^{(N-1)}] \quad (6)$$

Donde el término entre corchetes es una serie geométrica. De modo que la solución puede ser escrita:

$$E = E_o(r) * e^{-i\omega t} * e^{ik \cdot r_1} \left[ \frac{(e^{i\delta N} - 1)}{(e^{i\delta} - 1)} \right] = E_o(r) * e^{-i\omega t} * e^{ik \cdot r_1} \left[ \frac{e^{i\delta N/2} (e^{i\delta N/2} - e^{-i\delta N/2})}{e^{i\delta/2} (e^{i\delta/2} - e^{-i\delta/2})} \right] \quad (7)$$

$$E = E_o(r) * e^{-i\omega t} * e^{ik \cdot r_1} * e^{i(N-1)\delta/2} \left[ \frac{\text{sen}(N\delta/2)}{\text{sen}(\delta/2)} \right] \quad (8)$$

y finalmente queda

$$E = E_o(r) * e^{-i(k \cdot R - \omega t)} \left[ \frac{\text{sen}(N\delta/2)}{\text{sen}(\delta/2)} \right] \equiv A(\mathbf{R}, \theta) * e^{-i(k \cdot R - \omega t)} \quad (9)$$

donde se ha definido  $R$  como la distancia al punto P medida desde el punto medio del arreglo periódico:  $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 + \frac{(N-1)}{2} d \text{ sen}(\theta)$  y  $A(\mathbf{R}, \theta)$  es la amplitud de la señal resultante, que depende de la orientación angular y de la distancia al punto P. Notar que  $\delta$  está definido en función de la diferencia de camino por:

$$\frac{k}{2}(r_2 - r_1) = \frac{\delta}{2} = \frac{k}{2} d \text{ sen}(\theta) = \frac{\pi}{\lambda} d \text{ sen}(\theta) \quad (10)$$

Nos proponemos evaluar la señal colectada por el detector, o sea tendremos que calcular el valor medio temporal, que como ya hemos visto en clases anteriores se calcula fácilmente multiplicando la señal por su complejo conjugado. La intensidad resultante será:

$$I = I_0 * \left[ \frac{\text{sen}^2(N\delta/2)}{\text{sen}^2(\delta/2)} \right] \quad (11)$$

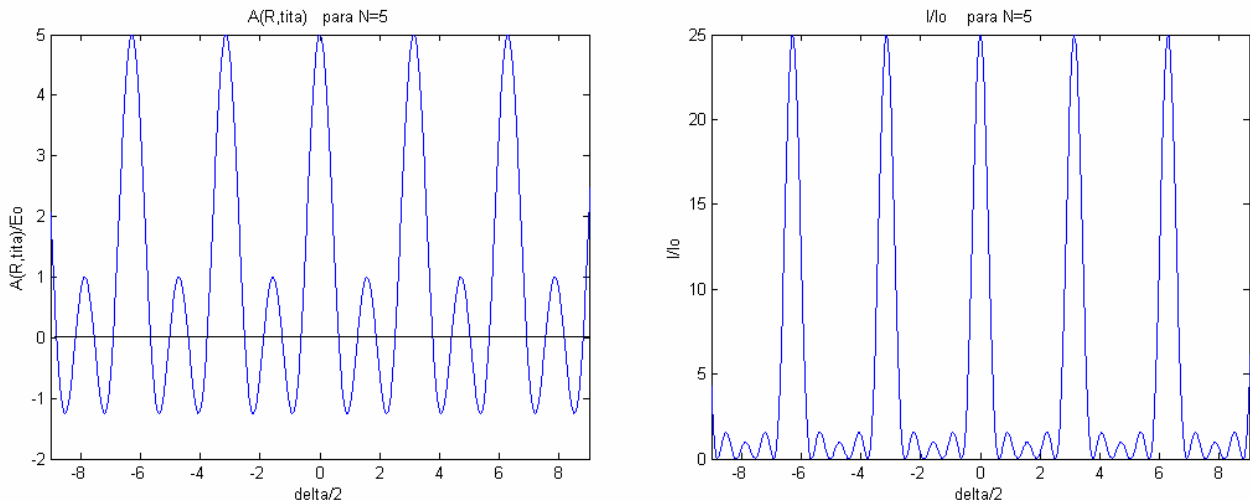
donde  $I_0$  es la intensidad con la que cualquier fuente llega a P. Vemos que tanto la intensidad como la amplitud son funciones periódicas.

Veamos algunas situaciones particulares:

$$\begin{aligned} N=0 & \quad \quad \quad I=0 \\ N=1 & \quad \quad \quad I=I_0 \\ N=2 & \quad \quad \quad I=I_0 * \left[ \frac{\text{sen}(\delta)}{\text{sen}(\delta/2)} \right]^2 \\ & \quad \quad \quad \dots \end{aligned} \quad (12)$$

esta es una primer verificación de los resultados obtenidos, sin fuente no hay señal, con una fuente la señal es  $I_0$  y con dos fuentes reproducimos el resultado obtenido para el experimento de Young.

En la figura 2 se han representado las ecuaciones (9) y (11) para  $N=5$  fuentes, amplitud e intensidad de la señal en función del desfase (ver ecuación 10)



**Figura 2:**  $A(R,\theta)/E_0$  ;  $I/I_0$  en función de  $\delta/2$ . Cuando  $\delta/2=n\pi$  (con n entero) maximizan  $A(R,\theta)$  e  $I(R,\theta)$

Vemos que tanto  $A(R,\theta)$  como  $I$  son funciones periódicas y la periodicidad puede ser determinada evaluando los ceros del denominador o sea cuando  $\delta/2=n\pi$  (con n entero) tenemos un máximo principal que para la amplitud es  $A_{\max}(R,\theta) = NE_0$  y para la intensidad es  $I=N^2I_0$ . Revisando la ecuación (10) notamos que estos máximos principales aparecen cuando:

$$\frac{\delta}{2} = \frac{k}{2} (r_2 - r_1) = \frac{k}{2} d \text{sen}(\theta) = \frac{\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta) = n\pi \quad (13)$$

o sea cuando la diferencia de camino entre dos fuentes consecutivas es un múltiplo entero de la longitud de onda  $\lambda$ , como se esquematiza en el inserto de la figura 1 y se escribe:

$$(r_2 - r_1) = d \text{sen}(\theta) = n\lambda \quad (14)$$

Vemos que estas posiciones son invariantes e independientes del número de fuentes siempre que mantengamos  $d$ . El introducir más fuentes claramente aumenta la intensidad máxima y aparece como detalle otros extremos entre cada par de máximos principales. Detalle que dejaremos para más adelante, por lo que seguiremos analizando la situación para dos fuentes puntuales, separadas una distancia  $d$  (figura 3).

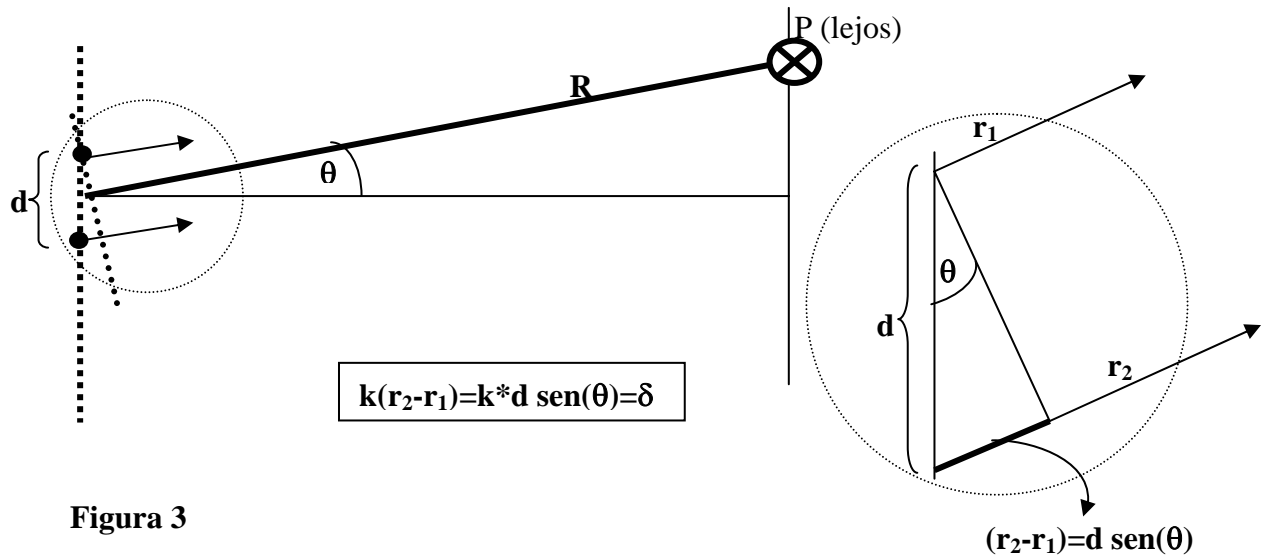


Figura 3

Interpretemos los resultados para N=2, para este caso será:

$$E = E_o(r) * [\cos(\delta/2)] * e^{-i(k.R - \omega t)} \quad (15)$$

$$I = 4I_o \cos^2(\delta/2) = 2I_o(1 + \cos(\delta)) \quad (16)$$

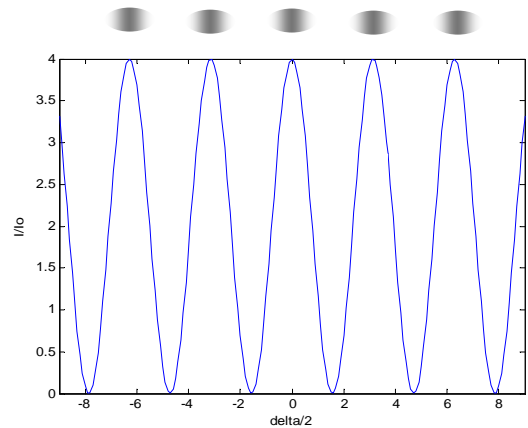
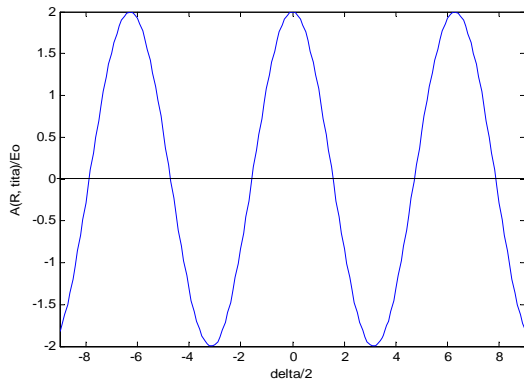


Figura 4  $A(R, \theta)/E_o$  ;  $I/I_o$  en función de  $\delta/2$ . Cuando  $\delta/2 = n\pi$  (con n entero) maximizan  $A(R, \theta)$  e  $I(R, \theta)$   
En la parte superior del gráfico de la derecha se esquetiza la intensidad proyectada en la pantalla

De manera similar al caso N=5 la amplitud de la señal oscila alrededor del cero tomando valores positivos y negativos y la intensidad presenta un máximo en los mismos sitios predichos por la ecuación 13 (figura 4)

Interpretemos los resultados obtenidos utilizando la definición de  $\delta$  (ecuación 13) y tomando parte real en la ecuación 15 queda:

$$\text{Re}(E) = \underbrace{E_o(r) * \cos\left(\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right)}_{\text{AMPLITUD}} * \underbrace{\cos(k.R - \omega t)}_{\text{ONDA VIAJERA}} \quad (17)$$

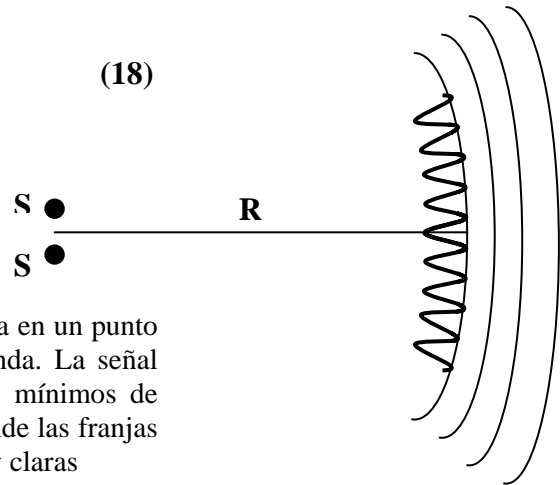
Vemos que la señal propaga como una onda viajera, y su amplitud es periódica.

Si **fijamos el valor de R** la podemos pensar como el producto de una función espacial por una función solo dependiente del tiempo (ecuación 18), característica común a las señales estacionarias. Como la amplitud de la señal es la que interviene en el cálculo de la intensidad resulta que las franjas no viajan de modo que la figura para cada R esta bien definida y las franjas se verán nítidas.

$$\text{Re}(E) = E_0(r) * \cos\left(\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right) \cos(k.R - \omega t) \quad (18)$$

$f(x)$

$g(t)$



**Figura 5:** Dos fuentes puntuales interfieren y se las detecta en un punto P lejano de las mismas. Se dibujan algunos frentes de onda. La señal viaja en dirección a P e interfiere generando máximos y mínimos de intensidad. Para cada R fijo la señal es estacionaria y por ende las franjas no viajan por lo que se detectan nítidamente zonas oscuras y claras

Los análisis efectuados valen para P lejano y fuentes puntuales coherentes. ¿Pero que significa prácticamente este requerimiento? Cuando intentamos reproducir el experimento con dos fuentes cualesquiera no se observa la interferencia predicha.

El experimento de Young, como hemos visto, consiste de una única fuente que incide sobre dos ranuras que dividen el frente de onda. La luz emitida por ambas interfiere y es detectada (en nuestro caso por medio de una pantalla). El requerimiento de P lejano se satisfizo colocando una lente delante de las ranuras de modo que rayos paralelos converjan al punto P (en el plano focal). Intentemos simular esta situación. El hecho que nuestras fuentes sean ranuras y no focos puntuales introduce un nuevo efecto (difracción) que introducirá un coeficiente tanto a la amplitud como a la intensidad que incorporaremos más adelante. Dividir el haz nos provee el requerimiento de la coherencia. A todo esto ¿qué entendemos por fuentes coherentes?

### C. COHERENCIA

Sean por ejemplo dos ranuras (Young) y una fuente que tiene la frecuencia bien definida dispuesto como se ilustra en la figura 1. En ese caso tendré, como se vio en la sección anterior:

$$I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\phi)) \quad (1)$$

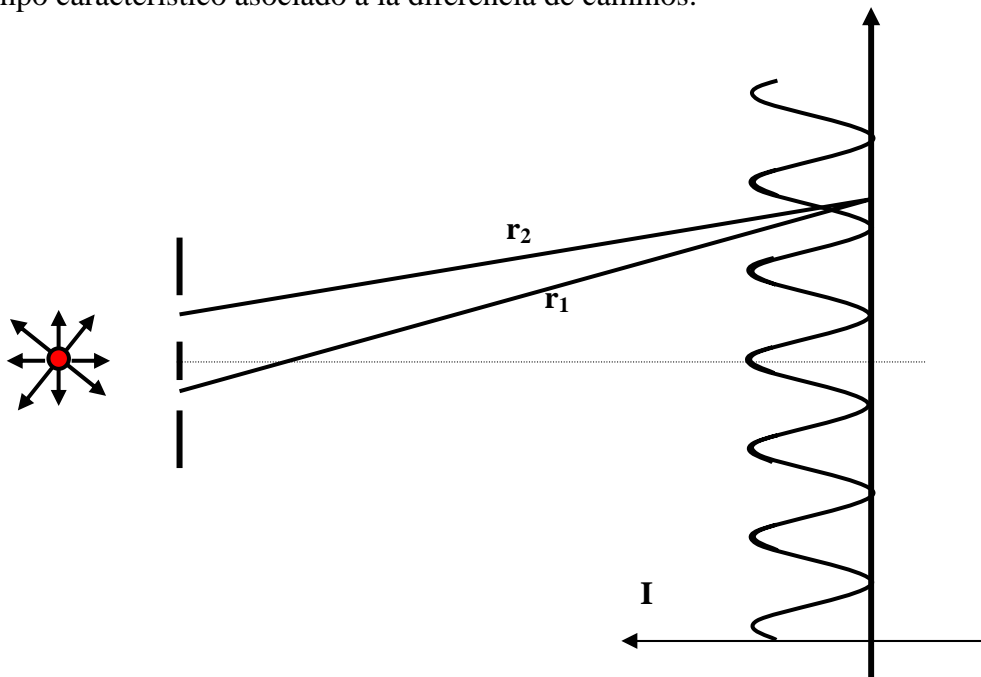
con:

$$\Delta\phi = k(r_1 - r_2) + \Delta\phi_0 = kc \frac{(r_1 - r_2)}{c} + \Delta\phi_0 = \omega\tau + \Delta\phi_0 \quad (2)$$

donde definiremos:

$$\tau = \frac{(r_1 - r_2)}{c} \quad (3)$$

que es un tiempo característico asociado a la diferencia de caminos.

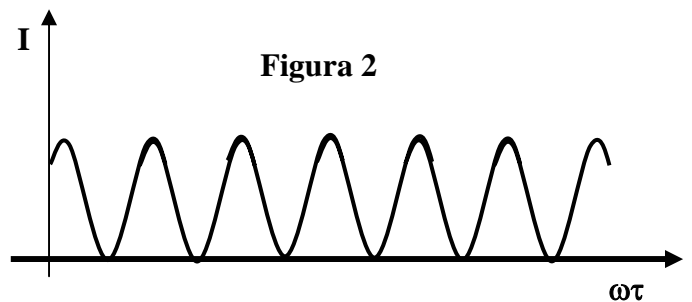


**Figura 1:** experimento de Young de interferencia con dos ranuras iluminadas por una fuente común.

Dado que nuestro detector mide intensidad nos concentraremos en evaluar esta magnitud y considerando que las ranuras introducirán un factor multiplicativo que depende de su geometría, simularemos el fenómeno como si tuviéramos dos fuentes puntuales. Para simplificar el razonamiento escribo la intensidad debido a la fuente de frecuencia  $\omega$ , asumiendo  $\Delta\phi_0=0$  y  $\Delta\phi=\omega\tau$  en ecuación 1:

$$I = 2I_0(1 + \cos(\omega\tau)) \quad (4)$$

donde la diferencia de fase entre las dos señales depende de la frecuencia de la fuente y de un tiempo característico que representa el retardo entre los dos haces a causa de la diferencia de camino. En la figura 2 se grafica la intensidad resultante en función del tiempo de retardo  $\tau$ .



**Suma de ondas con dos frecuencias distintas:** ¿Cómo afecta la interferencia?

Supongamos que tengo dos fuentes puntuales independientes A y B, si las dos emiten con la misma frecuencia, por ejemplo  $\omega_1$ , obtendré la figura de interferencia mostrada en la figura 2. Pero si las fuentes no son monocromáticas presentarán un espectro en frecuencias que cualitativamente podrán ser representadas por un valor medio  $\bar{\omega}$  y un ancho característico  $\Delta\omega$

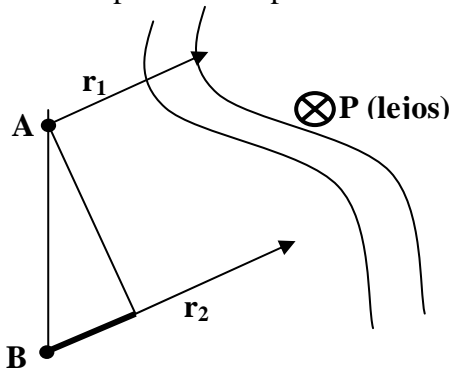
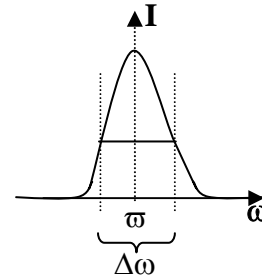


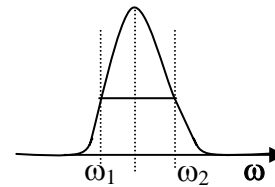
Figura 3



¿Entonces como sumo las señales en esta situación?

Primer intento: supongamos que pudiera elegir dos frecuencias representativas  $\omega_1$  y  $\omega_2$  muy próximas. Para cada frecuencia tendré una señal que es suma de las señales de cada fuente a esa frecuencia, como se ilustra en el esquema:

$$\begin{array}{ccc} \omega_1 & & \omega_2 \\ \downarrow & & \downarrow \\ E_1 & & E_2 \\ \downarrow & & \downarrow \\ E_1 = E_A + E_B \Big|_{\omega_1} & E_2 = E_A + E_B \Big|_{\omega_2} & \end{array} \quad (5)$$



y el resultado del cálculo para la frecuencia  $\omega_1$  será:

$$E_1 = e^{-i\omega_1 t} \left[ A_A(r_1) e^{i(k_1 r_1 + \phi_{1o})} + A_B(r_2) e^{i(k_1 r_2 + \phi_{2o})} \right] = A_1 e^{-i\omega_1 t} e^{i\phi_1} \quad (6)$$

y el módulo al cuadrado será:

$$|E_1|^2 = A_A^2 + A_B^2 + 2A_A A_B \cos[k_1(r_2 - r_1)] \quad (7)$$

donde supusimos que ambas fuentes (A y B) están en fase ( $\Delta\phi_o = 0$ ). La intensidad es proporcional al módulo al cuadrado, por lo que queda:

$$I_1 = I_{A1} + I_{B1} + 2\sqrt{I_{A1} I_{B1}} \cos(\Delta\phi_1) \quad (8)$$

con:

$$\Delta\phi_1 = k_1(r_1 - r_2) = \omega_1 \tau \quad \tau = \frac{(r_1 - r_2)}{c} \quad (9)$$

Del mismo modo para la frecuencia  $\omega_2$ :

$$E_2 = A_2 e^{-i\omega_2 t} e^{i\phi_2} \quad (10)$$

$$I_2 = I_{A2} + I_{B2} + 2\sqrt{I_{A2} I_{B2}} \cos(\Delta\phi_2); \quad \Delta\phi_2 = k_2(r_1 - r_2) = \omega_2 \tau; \quad \tau = \frac{(r_1 - r_2)}{c} \quad (11)$$

Las ecuaciones 6 a 9 representan la interferencia de dos fuentes monocromáticas de frecuencia  $\omega_1$  y las ecuaciones 10 y 11 las correspondientes a la frecuencia  $\omega_2$  Para hallar la intensidad de la mezcla

de dos frecuencias tendremos que evaluar la señal suma y luego su módulo al cuadrado. En un punto P arbitrario sumo los campos de cada frecuencia:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = A_1 e^{-i\omega_1 t} e^{i\phi_1} + A_2 e^{-i\omega_2 t} e^{i\phi_2} \quad (12)$$

y el módulo al cuadrado será

$$|\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2|^2 = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)(\overline{\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2}) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi_{12}) \quad (13)$$

con

$$\Delta\phi_{12} = (\omega_1 - \omega_2)t \quad (14)$$

Esta fase (argumento del coseno) oscila en el tiempo a la frecuencia diferencia (batido). Si promediamos en el tiempo este batido (algo que hacen los detectores de luz, ya sea el ojo, un sensor semiconductor o una película fotográfica) y el tiempo de promediación es mucho mayor que el periodo del batido el término del coseno se promedia a cero y queda:

$$\langle |\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2|^2 \rangle = I_1 + I_2 = I \quad (15)$$

Donde el símbolo  $\langle \rangle$  indica la promediación en el tiempo y se realiza integrando la función y dividiendo por el tiempo de integración T:

$$\langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t] \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t'] dt' \quad (16)$$

NOTA: el periodo de una onda de luz visible es de alrededor de  $10^{-15}$ s, el ojo responde en 0,1s, o sea demora  $10^{14}$  periodos. Las dos frecuencias tendrían que coincidir en 14 cifras para que el ojo no promedie el batido a cero. Por lo que en la ecuación 16 tiene sentido hacer tender  $T \rightarrow \infty$  con lo que el batido promedia a cero.

De lo anterior se concluye que si la respuesta del detector es lenta comparada con el batido la intensidad resultante es la suma directa de las intensidades evaluadas para cada frecuencia pura, siendo  $I_1$  e  $I_2$ :

$$I_1 = I_{A1} + I_{B1} + 2\sqrt{I_{A1} I_{B1}} \cos(\omega_1 \tau) = 2I_0 [1 + \cos(\omega_1 \tau)] \quad (17)$$

$$I_2 = I_{A2} + I_{B2} + 2\sqrt{I_{A2} I_{B2}} \cos(\omega_2 \tau) = 2I_0 [1 + \cos(\omega_2 \tau)] \quad (18)$$

donde hemos supuesto por simplicidad (ultimo término) que a cada frecuencia las fuentes A y B emiten con la misma intensidad  $I_0$ , como se ilustra en la figura 4.

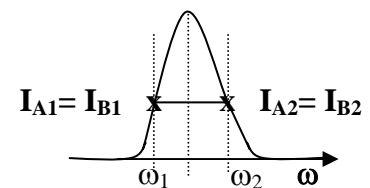


Figura 4

así nos queda:

$$I = 2I_0 [1 + \cos(\omega_1 \tau)] + 2I_0 [1 + \cos(\omega_2 \tau)] = I_1 + I_2 \quad (19)$$

**Suma de ondas con más de dos frecuencias distintas** ¿como afecta la interferencia?

Segundo intento: Conviene efectuar una partición más fina en frecuencia, para aumentar la resolución del método. Si por ejemplo el espectro en frecuencias lo representamos por tres frecuencias características  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ , la partición puede ser esquematizada como:



$$\begin{array}{ccc}
 \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \mathbf{E}_1 & \mathbf{E}_2 & \mathbf{E}_3 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B \Big|_{\omega_1} & \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B \Big|_{\omega_2} & \mathbf{E}_3 = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B \Big|_{\omega_3}
 \end{array} \quad (20)$$

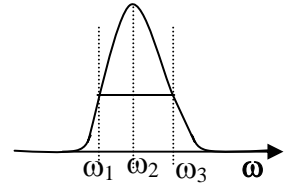


Figura 5

¿Cómo afecta la figura de interferencia que las frecuencias sean distintas? Repitamos los pasos anteriores y tendremos:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 = \mathbf{A}_1 e^{-i\omega_1 t} e^{i\phi_1} + \mathbf{A}_2 e^{-i\omega_2 t} e^{i\phi_2} + \mathbf{A}_3 e^{-i\omega_3 t} e^{i\phi_3} \quad (21)$$

y el módulo al cuadrado será

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3|^2 &= (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3)(\overline{\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3}) \\
 &= |\mathbf{E}_1|^2 + |\mathbf{E}_2|^2 + |\mathbf{E}_3|^2 + 2|\mathbf{E}_1||\mathbf{E}_2|\cos(\Delta\phi_{12}) + 2|\mathbf{E}_1||\mathbf{E}_3|\cos(\Delta\phi_{13}) + 2|\mathbf{E}_2||\mathbf{E}_3|\cos(\Delta\phi_{23})
 \end{aligned} \quad (22)$$

con

$$\Delta\phi_{12} = (\phi_1 - \phi_2) - (\omega_1 - \omega_2)t \quad \Delta\phi_{13} = (\phi_1 - \phi_3) - (\omega_1 - \omega_3)t \quad \Delta\phi_{23} = (\phi_2 - \phi_3) - (\omega_2 - \omega_3)t \quad (23)$$

Esta última evaluación surge de promediar en el período de la onda, pero si se promedia en el tiempo de integración del detector  $T$  y se asume que  $T \rightarrow \infty$  desaparecen los términos cruzados, quedando:

$$\left\langle (|\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3|^2) \right\rangle = I_1 + I_2 + I_3 = I \quad (24)$$

Ultimo intento: podemos extender el resultado a una partición más fina tomando  $N$  frecuencias distintas, con:

$$\begin{aligned}
 \omega_i &= \omega_0 + i\Delta\omega_i; \quad i = 1, N \text{ de modo que:} \\
 \omega &= \omega_0 + \frac{N}{2}\Delta\omega_i; \quad \text{y } \Delta\omega = \Delta\omega_i(N-1)
 \end{aligned} \quad (25)$$

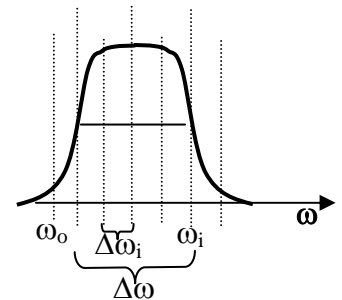
queda para  $N$  frecuencias:

$$I = \sum I_i \quad (26)$$

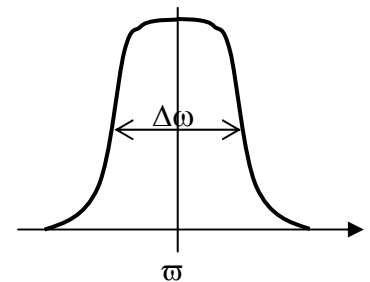
con  $I_i = 2I_0 [1 + \cos(\omega_i \tau)]$  la intensidad debida a cada frecuencia en el ancho  $\Delta\omega$  (27)

$$\text{y } \tau = \frac{(r_1 - r_2)}{c} \quad (28)$$

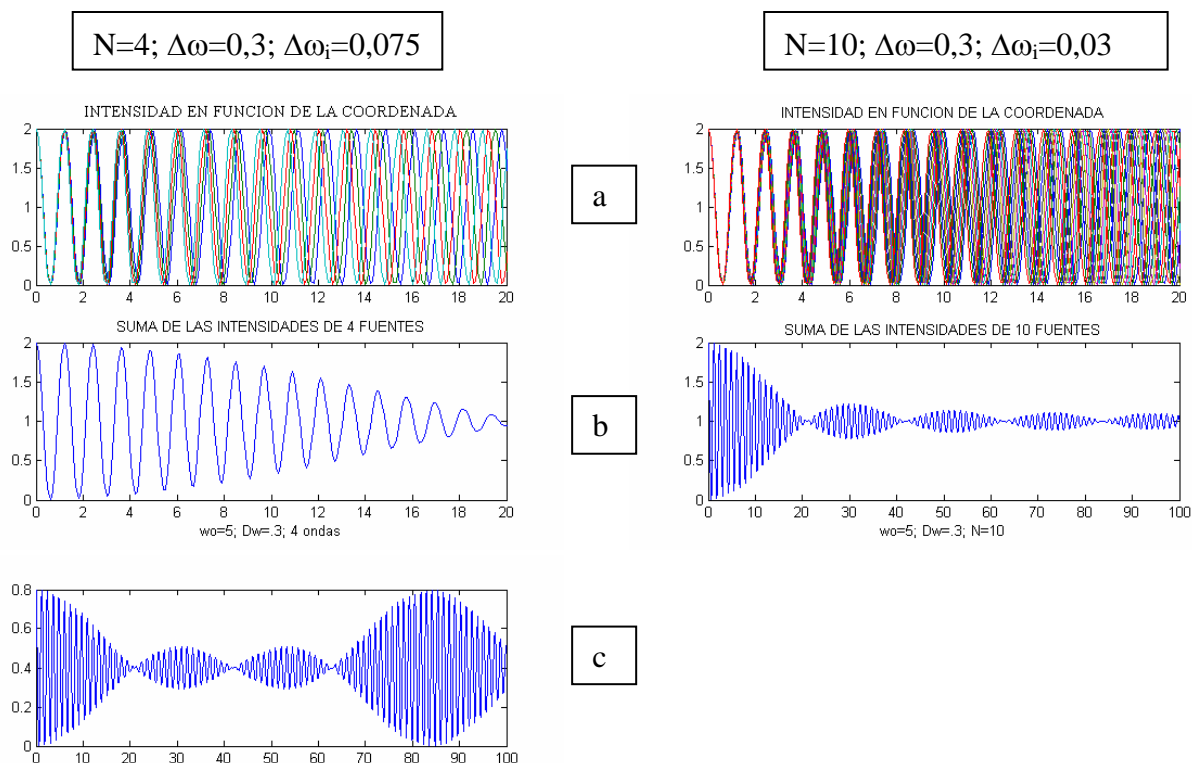
Figura 6



En las figuras que siguen se grafica la intensidad en función del desfase. El espectro en frecuencia de cada fuente tiene un ancho característico  $\Delta\omega$  y un valor medio  $\omega$ . A modo de ejemplo se grafica en la figura (8) a la superposición de las  $I_i$  en función de la posición para  $N=4$  y  $N=10$  respectivamente para el mismo ancho espectral. En la parte b y c se grafica la suma  $I$  en distintas escalas de desfase. Este ejercicio nos muestra el efecto al aumentar la resolución en el cálculo: en el caso de 4 frecuencias en  $\omega\tau=85$  vuelve a aparecer la interferencia que se veía en  $\omega\tau=0$ ; al aumentar el número de frecuencias a igual ancho de banda esta reaparición ocurre a valores mayores de  $\omega\tau$ . En el límite en que  $N$  es infinito, esta reaparición no ocurre más. Por lo tanto debemos concentrarnos en observar solamente la zona cercana a  $\omega\tau=0$ .



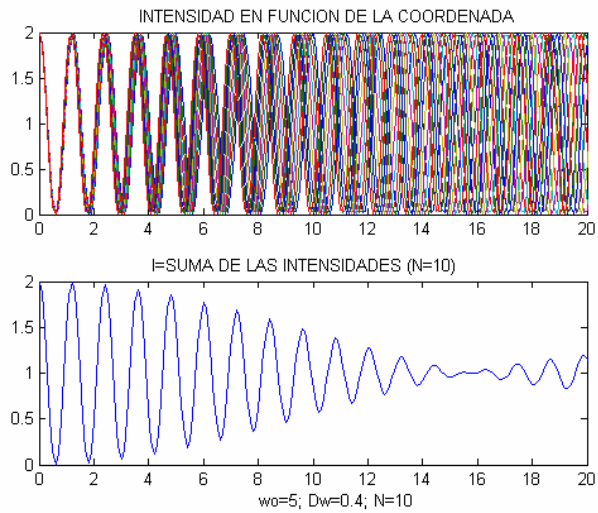
**Figura 7**



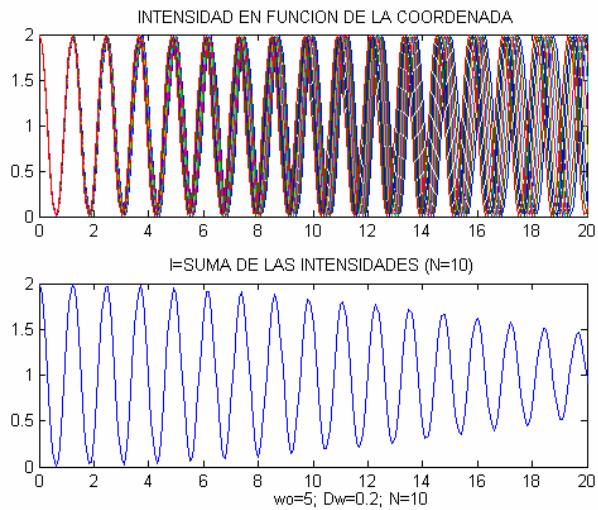
**Figura 8:** En la primer columna es  $N=4$ , en la segunda  $N=10$ , para el mismo ancho de banda  $\Delta\omega$ .

- a) se superponen todas las  $I_i$
- b) y c) Representa la suma  $I$

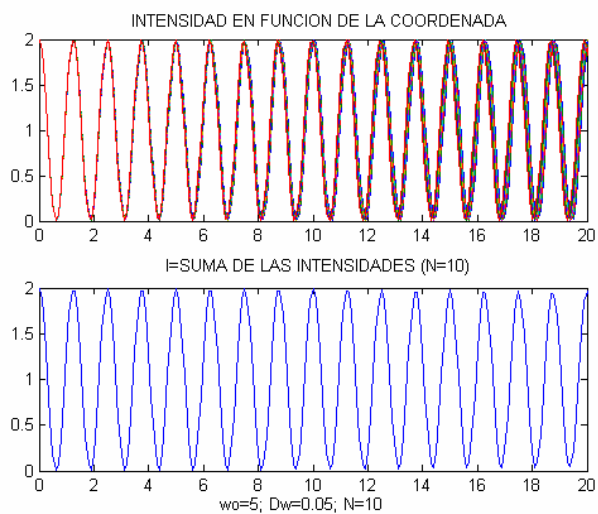
En las figuras que siguen (9) se grafica la superposición de 10 frecuencias variando la separación entre ellas, es decir el ancho de banda. En el eje vertical la intensidad ha sido normalizada para poder comparar los distintos efectos en lo que hace a las franjas de interferencia. A mayor ancho de banda se observa que las franjas de interferencia se diluyen antes (a menor diferencia de caminos). La distancia durante la cual se sigue teniendo un contraste apreciable es inversamente proporcional al ancho de banda. Al tiempo máximo  $\tau$  para el cual se mantiene un contraste apreciable se denomina tiempo de coherencia de la fuente, y a la distancia que recorre la luz en ese tiempo se la denomina longitud de coherencia.



$N=10; \Delta\omega=0,4; \Delta\omega_i=0,04$



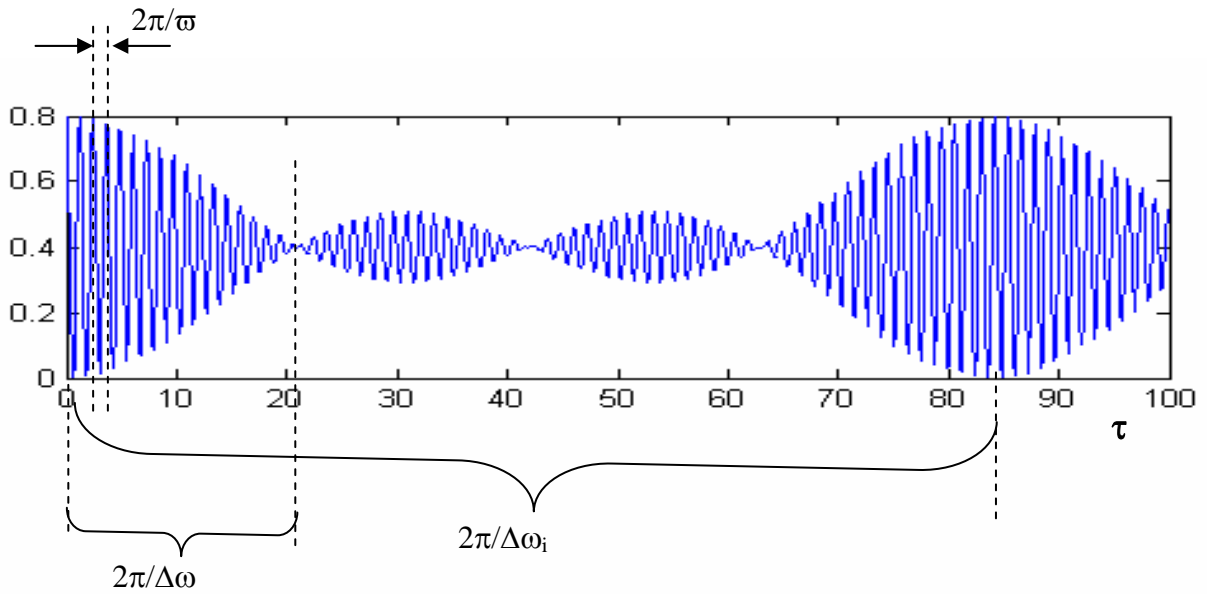
$N=10; \Delta\omega=0,2; \Delta\omega_i=0,02$



$N=10; \Delta\omega=0,05; \Delta\omega_i=0,005$

**Figura 9**

A modo de resumen en la figura 10 se ilustran las contribuciones de los distintos parámetros que aparecieron en las superposiciones ilustradas anteriormente. A mayor ancho de banda ( $\Delta\omega$ ), más reducida es la región en que se observa la interferencia. La interfranja depende de la frecuencia media, y la repetición de la figura (batido) depende del espaciado entre frecuencias y desaparece si se utiliza un continuo en la superposición.



**Figura 10**