

## M101 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

### Εργαστήριο Προβλημάτων 8

0. Κλίνετε τις φράσεις ‘ο ψευδής ισχυρισμός’, ‘η αληθής πρόταση’, ‘το αληθές κατηγορημα’, στην ονομαστική, γενική και αιτιατική, ενικού και πληθυντικού.

1. Γράψτε μια σύνθετη πρόταση η οποία να είναι αληθής όταν ακριβώς δύο από τις τρεις προτάσεις  $P$ ,  $Q$  και  $R$  είναι αληθείς.

2. Κατασκευάστε πίνακες αληθείας για τις παρακάτω προτάσεις

$$\alpha'. (P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow (P \Rightarrow P)$$

$$\beta'. (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

3. Φτιάξτε έναν (κοινό) πίνακα αληθείας για τις προτάσεις

$$\alpha'. (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P) \quad , \quad P \Leftrightarrow Q$$

Έχουν αυτές οι προτάσεις πάντα τις ίδιες λογικές τιμές;

Κάνετε το ίδιο και με τα ζεύγη προτάσεων

$$\beta'. (P \Rightarrow Q) \Rightarrow R \quad , \quad P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$$

$$\gamma'. P \Rightarrow Q \quad , \quad \neg P \vee Q$$

4. Γράψτε τις παρακάτω προτάσεις με λογικά σύμβολα, και εξετάστε εάν είναι αληθείς.

$\alpha'$ . Για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$ , υπάρχει πραγματικός αριθμός  $y$ , τέτοιος ώστε  $y^3 = x$ .

$\beta'$ . Το άθροισμα των τετραγώνων δύο πρώτων αριθμών διαφορετικών από το 2 είναι άρτιος αριθμός. (Προσέξτε ότι οι ποσοδείκτες δεν αναφέρονται ρητά. Συμβολίστε  $\mathbb{P}$  το σύνολο των πρώτων αριθμών, και χρησιμοποιήστε ποσοδείκτη για να εκφράσετε την πρόταση ‘ $p^2 + q^2$  είναι άρτιος αριθμός’.)

5. Διατυπώστε τις παρακάτω προτάσεις στα ελληνικά.

$$\alpha'. \forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$\beta'. \exists y \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

Ποιά από τις προτάσεις είναι αληθής;

6. Γράψτε την άρνηση κάθε μιας από τις ακόλουθες προτάσεις

$$\alpha'. \exists x : (P(x) \Rightarrow Q(x))$$

$$\beta'. \forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : (x \geq y)$$