

# Óravázlatok a Geodézia II. tantárgyhoz (előadások)

*Krauter András*

Az óravázlatok a Geodézia II tantárgy tananyagának gyors áttekintésére készültek az Építőmérnöki Kar hallgatói számára. Tanuláshoz Krauter András: Geodézia című jegyzetét ajánljuk (Műegyetemi Kiadó, 2002, azonosító: 95 030).

Az óravázlatok elején nem a tanulmányi hét, hanem az előadás sorszáma szerepel. Ha a tanulmányi félévben az előadások száma hétnél kevesebb, akkor az utolsó két előadást össze kell vonni.

## Tartalomjegyzék

<b>1. előadás: Véletlen hibák. A középhiba és a súly. A középhiba terjedése .....</b>	<b>1-1</b>
1.1. Véletlen hibák. A középhiba és a súly.....	1-1
1.2. A középhiba terjedése .....	1-3
<b>2. előadás: Egyetlen mennyiségre végzett közvetlen mérések kiegyenlítése .....</b>	<b>2-1</b>
2.1. Különböző súlyú mérések kiegyenlítése .....	2-1
2.2. Egyenlő súlyú mérések kiegyenlítése.....	2-2
<b>3. előadás: A szintezés a priori középhibája. Magassági vonal és csomópont számítása .....</b>	<b>3-1</b>
3.1. Magassági vonal és számítása .....	3-2
3.2. Magassági csomópont és számítása .....	3-3
<b>4. előadás: Térbeli helymeghatározás műholdrendszer (GPS) segítségével. A helymeghatározás elve, lehetőségei, pontossága .....</b>	<b>4-1</b>
4.1. A navigáció és a helymeghatározás.....	4-1
4.2. A globális navigációs műholdrendszerek (Global Navigation Satellite Systems – GNSS).....	4-2
4.3. A helymeghatározás alapelve .....	4-2
4.4. A NAVSTAR GPS helymeghatározó rendszer .....	4-4
4.5. A helymeghatározást terhelő hibahatások .....	4-9
4.6. A helymeghatározás lehetőségei .....	4-13
<b>5. előadás: A GPS észlelési módszerei. GNSS-infrastruktúra. Az eredmények beillesztése az állami földmérés rendszerébe .....</b>	<b>5-15</b>
5.1. Észlelési módszerek .....	5-15
5.2. GNSS-infrastruktúra.....	5-18
5.3. A „GPS-koordináták” beillesztése az állami földmérés vonatkoztatási rendszerébe .....	5-22
<b>6. előadás: Föld alatti vezeték helyzetének meghatározása. Közművek nyilvántartása ....</b>	<b>6-1</b>
6.1. Föld alatti vezeték helyzetének meghatározása.....	6-1
6.2. Közművek nyilvántartása .....	6-2
<b>7. előadás: Mozgásvizsgálatok, elmozdulás- és süllyedésmérés .....</b>	<b>7-1</b>
7.1. Vízszintes elmozdulások mérése.....	7-1
7.2. Süllyedésmérések.....	7-3
7.3. A mozgásvizsgálatok eredményközlése .....	7-4



# 1. előadás: Véletlen hibák. A középhiba és a súly. A középhiba terjedése

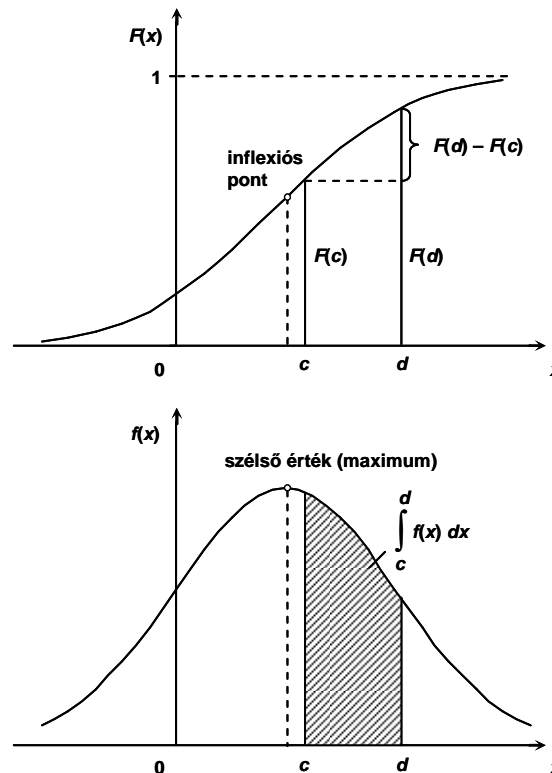
## 1.1. Véletlen hibák. A középhiba és a súly.

A méréseinket terhelő szabályos hibákkal a Geodézia I. tantárgy keretében már megismertedtünk. A továbbiakban feltételezzük, hogy a szabályos hibák hatását a lehetőséghez mérten kiküszöböltük.

Valamely mennyiség  $\Lambda$  hibátlan értékének meghatározására méréseket végzünk. Ha a mérőeszköz mérőképességét teljesen kihasználjuk, akkor az eredményeket terhelő véletlen hibák miatt a megismételt mérés  $L_1, L_2, \dots, L_n$  eredményei kis mértékben eltérnek egymástól. (Hibának a hibátlan érték és a mérési eredmény különbségét tekintjük:  $\varepsilon_i = \Lambda - L_i$ .)

Az  $\varepsilon_i$  véletlen hibák előjele és nagysága a véletlen szeszélye szerint változik ugyan, de felírhatók olyan függvények, amelyek a véletlen hibák (a matematika nyelvén: a valószínűségi változók) eloszlását jellemzik. Ilyen függvények az eloszlásfüggvény és a sűrűségfüggvény, amely az eloszlásfüggvény derivált függvénye (1-1. ábra). Mindkét függvény valószínűséget fejez ki. Annak a valószínűsége, hogy a valószínűségi változó a  $c$  és  $d$  intervallumhatárok közé esik

- az eloszlásfüggvényből:  $F(d) - F(c)$ ;
- a sűrűségfüggvényből:  $\int_c^d f(x) dx$ .



1-1. ábra. Valószínűségi változó  $F(x)$  eloszlásfüggvénye és  $f(x)$  sűrűségfüggvénye

Az eloszlások közül a geodéziában a **normális (Gauss-féle) eloszlás** használatos a leggyakrabban. Eloszlásfüggvényének egyetlen inflexiós pontja van, és a görbe középpontosan szimmetrikus erre a pontra. Sűrűségfüggvényének, az ún. haranggörbének egyetlen maximuma van, és a görbe tengelyesen szimmetrikus a maximális ordinátára.

A véletlen hibák eloszlásának jellemzésére használatos mennyiségek:

- az  **$a$  várható érték** a sűrűségfüggvény görbe alatti területének  $x$  koordinátája; normális eloszlás esetében a maximális ordinátához tartozó abszcissaérték;
- a  **$\sigma^2$  szórásnégyzet** (variancia) a sűrűségfüggvény görbe alatti területének ún. másodrendű nyomatéka az  $f(x)$  tengelyre. Pozitív négyzetgyökét, a  $\sigma$  szórást a geodéziában **középhibának** nevezik és  $m$ -mel jelölik.

A *Gausstól* származó összefüggés szerint az  $\varepsilon$  véletlen hibák végtelen sorozatából levezethető elméleti középhiba:

$$m = \sqrt{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}.$$

Normális eloszlás esetén a haranggörbe két inflexiós pontja a várható értékhez szimmetrikusan és attól éppen  $\sigma$  távolságra helyezkedik el. Annak a valószínűsége, hogy a véletlen hiba a várható érték körüli és a szórással egy-, két- vagy háromszorosának megfelelő szélességű szimmetrikus intervallumba esik, rendre 68,3%, 95,4% vagy 99,7%. Csaknem biztos tehát, hogy valamennyi véletlen hiba a várható érték körüli  $3\sigma$  tartományba esik. Ezt az állítást úgy is megfogalmazhatjuk: csaknem biztos, hogy egyetlen mérési eredmény sem tér el a várható értéktől a középhiba háromszorosánál nagyobb mértékben. Ez a műszaki gyakorlatban használatos ún. „három szigma szabály”.

Mind a várható érték, mind a szórással (a középhiba) végtelen sok mérést feltételez. A gyakorlatban az említett mennyiségeket véges számú mérés eredményei alapján becsüljük.

A várható érték becslése a **mintaközép**, az „egyszerű” (nem súlyozott) számtani középérték:

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i.$$

A szórással (a középhiba) becslése az ún. **tapasztalati szórással (középhiba)**:

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}.$$

Említettük már, hogy az  $\varepsilon_i$  mérési hibák a  $\Lambda$  hibátlan értéktől számított eltérések. A hibátlan értéket ritkán ismerjük (pl. egy síkháromszög belső szögösszege  $180^\circ$ ), de esetenként helyettesíthetjük olyan mérési eredménnyel, amely az  $L_1, L_2, \dots, L_n$  eredményeket szolgáltató mérési eljárásnál legalább egy nagyságrenddel pontosabb. Ennek hiányában a középhiba képletében az  $\varepsilon_i$  hibákat a mintaközéptől való  $\bar{L} - L_i$  eltérésekkel helyettesítjük:

$$\bar{m} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{L} - L_i)^2}.$$

A kifejezés neve: korrigált tapasztalati szórás (középhiba), ahol a „korrigált” jelzőnek megfelelően az  $n$  mérésszám helyett az  $(n - 1)$  ún. fölös mérésszám áll a nevezőben.

Megjegyezzük még, hogy ha a mérésből nem tudtuk kiszűrni a szabályos hibákat, akkor az  $\varepsilon_i$  hibák egy átlagos szabályos hibával terheltek lesznek, a  $v_i = \bar{L} - L_i$  eltérések (az ún. **mérési javítások**) azonban nem, emiatt a valódi hibákból számított középhiba, az ún. **közép-teljeshiba** nagyobb lesz a mérési javításokból számított ún. **közép-véletlenhibánál**. Az összefüggés:

$$(\text{közép-teljeshiba})^2 = (\text{átlagos szabályos hiba})^2 + (\text{közép-véletlenhiba})^2.$$

Az  $m_i$  középhiba a pontosság mérőszáma, de azzal „fordítottan arányos”: minél nagyobb a mérés pontossága, annál kisebb a mérés középhibája. Célszerű egy, a pontossággal „egyenesen arányos” mennyiséget bevezetni: ez a  $p_i$  **súly**. Definíció szerint:

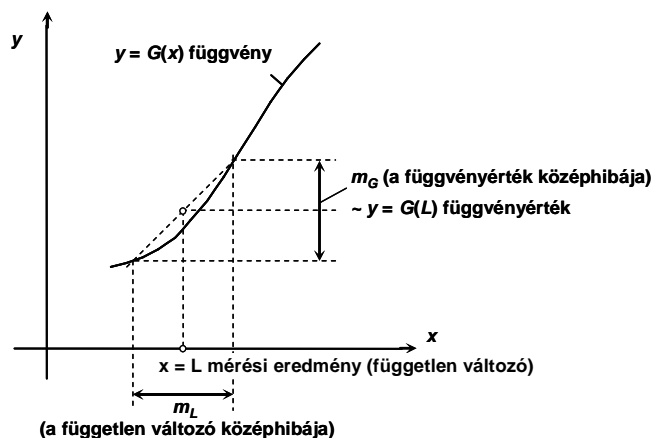
$$p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2},$$

ahol tehát a súly lényegesen pozitív mennyiség, mértékegysége a középhiba mértékegysége négyzetének reciproka. A  $\mu^2$  pozitív és mértékegység nélküli mennyiség, neve: **a súlyegység középhibája**, mert ha  $p_i = 1$ , akkor  $\mu$  és  $m$  számértéke azonos.

## 1.2. A középhiba terjedése

Vizsgáljuk meg, hogyan befolyásolja a független változó (a mérési eredmény) középhibája a mérési eredményből kiszámítható függvényérték középhibáját, vagyis hogyan „terjed át” a független változó középhibája a függvényértékre.

A legegyszerűbb esetben, egyetlen független változó, azaz kétváltozós függvény esetében a kapcsolatot az 1-2. ábra szemlélteti.



1-2. ábra. A független változó és a függvényérték középhibája

Az ábra alapján:  $m_G = m_L \tan \alpha$ , ahol  $\tan \alpha$  a szelő iránytangense. Határértékekre áttérve a szelő iránytangenséből az érintő iránytangense (általános értelemben tehát a  $G$  függvény  $g$  derivált függvénye) lesz, így:  $m_G = g \cdot m_L$ .

A  $G = g(L_1, L_2, \dots, L_n)$  többváltozós függvény esetében

- ♦ feltételezzük, hogy az egyes változók hatása független, ezért azokat elkülönítve vizsgálhatjuk. Az  $n$  darab hatás mindegyikében egy-egy független változó lesz, tehát a  $G$  függvényt egymás után  $n$ -szer kell deriválni úgy, hogy a független változó először  $L_1$ , majd  $L_2$ , végül  $L_n$  legyen. Az így előállított parciális deriváltakat jelöljük  $g_1, g_2, \dots, g_n$  módon;
- ♦ a hatások rendre  $g_1 m_1, g_2 m_2, \dots, g_n m_n$  értékűek, ezeket kell összegezni, de a középhibák jellegéből adódóan nem algebrailag, hanem vektorosan. A változók függetlenségét a vektorok merőlegessége jelenti.

A végeredmény:

$$m_G^2 = g_1^2 m_1^2 + g_2^2 m_2^2 + \dots + g_n^2 m_n^2 = \sum_{i=1}^n g_i^2 m_i^2.$$

Néhány egyszerű függvény középhibája:

- ♦ állandóval szorzott mérési eredmény:  $G = cL$ , középhibája  $m_G = c \cdot m_L$ ;
- ♦ két mérési eredmény összege vagy különbsége:  $G = L_1 + L_2$  vagy  $G = L_1 - L_2$ . Mindkét esetben  $m_G = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ ; ha  $m_1 = m_2 = m$ , akkor  $m_G = m\sqrt{2}$ ;
- ♦ két mérési eredmény szorzata:  $G = L_1 \cdot L_2$ , középhibája  $m_G = \sqrt{L_2^2 m_1^2 + L_1^2 m_2^2}$ ;
- ♦ mintaközép:  $G = \bar{L} = \frac{1}{n}(L_1 + L_2 + \dots + L_n)$ , középhibája  $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$  feltétellel  $m_G = m_{\bar{L}} = \frac{m}{\sqrt{n}}$ .

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 1.1 – 1.6 alfejezetek

## 2. előadás: Egyetlen mennyiségre végzett közvetlen mérések kiegyenlítése

Kérdés: mihez kezdünk az egyetlen mennyiségre végzett  $L_1, L_2, \dots, L_n$  mérésekben mutatkozó ellentmondásokkal?

Válasz: az ellentmondásokat meg kell szüntetni ún. kiegyenlítéssel, az  $L_1, L_2, \dots, L_n$  mérésekhez rendelt  $v_1, v_2, \dots, v_n$  javításokkal, tehát  $L_1 + v_1 = L_2 + v_2 = \dots = L_n + v_n = \hat{L}$  (az ismeretlen mennyiség ún. **kiegyenlített értéke**). Belátható, hogy megoldásként végtelen sok javítási rendszer választható, ezért további feltétel, hogy a javítások „a lehető legkisebbek” legyenek, tehát súlyozott négyzetösszegük  $\sum p_i v_i^2 = \min$ .

### 2.1. Különböző súlyú mérések kiegyenlítése

**Különböző súlyú mérések esete:** adott  $L_1, L_2, \dots, L_n$ ;  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ; keressük a kiegyenlített értéket.

1. Igazolható, hogy a kiegyenlített érték a súlyozott számtani közép:  $\hat{L} = \frac{\sum p_i L_i}{\sum p_i}$ .
2. A mérési javítások:  $v_i = \hat{L} - L_i$ .
3. Ellenőrzés:  $\sum p_i v_i = 0$ .
4. A kiegyenlített érték súlya:  $p_{\hat{L}} = \sum p_i$ .
5. Igazolható, hogy a súlyegység középhibája:  $\bar{\mu} = \sqrt{\frac{\sum p_i v_i^2}{n-1}}$ .
6. A kiegyenlített érték (kiegyenlítés utáni) középhibája:  $\bar{m}_{\hat{L}} = \frac{\bar{\mu}^2}{\sqrt{p_{\hat{L}}}}$ .
7. A tetszőleges  $L_i$  mérés (kiegyenlítés utáni) középhibája:  $\bar{m}_i = \frac{\bar{\mu}^2}{\sqrt{p_i}}$ .

Ha a súlyok helyett az  $m_1, m_2, \dots, m_n$  középhibák adottak, akkor a kiegyenlítés előtt fel kell venni a súlyegység középhibájának kiegyenlítés előtti  $\mu$  értékét, és ki kell számítani a mérések  $p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}$  súlyát. Ezután megoldható a feladat. Érdekes a felvett  $\mu$  és a kiszámított  $\bar{\mu}$  értékét összehasonlítani: az eltérés nem lehet nagy.

## 2.2. Egyenlő súlyú mérések kiegyenlítése

**Egyenlő** (és emiatt egységnyi) **súlyú mérések esete**: adott  $L_1, L_2, \dots, L_n$ ;  $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1$ ; keressük a kiegyenlített értéket.

1. Igazolható, hogy a kiegyenlített érték a mintaközép:  $\bar{L} = \frac{\sum L_i}{n}$ .
2. A mérési javítások:  $v_i = \bar{L} - L_i$ .
3. Ellenőrzés:  $\sum v_i = 0$ .
4. A kiegyenlített érték súlya:  $p_{\bar{L}} = n$ .
5. Igazolható, hogy a súlyegység (kiegyenlítés utáni) középphibája:  $\bar{\mu} = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}$ .
6. A kiegyenlített érték (kiegyenlítés utáni) középphibája:  $\bar{m}_{\bar{L}} = \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{n}}$ .
7. A tetszőleges  $L_i$  mérés (kiegyenlítés utáni) középphibája:  $\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = \dots = \bar{m}_n = \bar{\mu}$ .

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 1.7 alfejezet



### 3. előadás: A szintezés a priori középhibája. Magassági vonal és csomópont számítása

A szintezés mérési része lécleolvasásokból áll, ezért a középhiba terjedése alapján egyetlen lécleolvasás  $m_\ell$  középhibájából kiszámítható az egyetlen  $\Delta m$  magasságkülönbség  $m_{\Delta m}$  középhibája és az  $n$  műszerállásból álló vonal végpontjai közötti  $m$  magasságkülönbség  $m_m$  középhibája.

**Egyetlen magasságkülönbség középhibája:** legyen a lécleolvasás középhibája mind „hátra”, mind „előre” irányban egyforma  $m_\ell$ . Minthogy az egyetlen műszerállásban mért magasságkülönbség  $\Delta m = \ell_{\text{hátra}} - \ell_{\text{előre}}$ , a középhiba terjedési törvénye alapján  $m_{\Delta m} = m_\ell \sqrt{2}$ .

**A végpontok közötti magasságkülönbség középhibája:** feltételezzük, hogy a szintezési vonalon  $n$  műszerállással haladunk végig, a műszer-léc távolság végig egyforma, és valamennyi műszerállásban egyformán gondosan mérünk. Ekkor  $m_{\Delta m_1} = m_{\Delta m_2} = \dots = m_{\Delta m_n} = m_{\Delta m}$ . A végpontok magasságkülönbsége  $m = \Delta m_1 + \Delta m_2 + \dots + \Delta m_n$ , a magasságkülönbség középhibája pedig a hibaterjedés értelmében  $m_m = \sqrt{m_{\Delta m_1}^2 + m_{\Delta m_2}^2 + \dots + m_{\Delta m_n}^2} = \sqrt{n \cdot m_{\Delta m}^2} = m_{\Delta m} \sqrt{n}$ . A lécleolvasás középhibájára visszavezetve:  $m_m = m_\ell \sqrt{2n}$ .

A végpontok magasságkülönbségének középhibáját a műszerállások száma helyett célszerűbb a vonal hosszából levezetni. A feltételezésekből következik, hogy valamennyi műszerállásban a lécek távolsága az egységes  $d$  műszer-léc távolság kétszerese, tehát a vonal hossza  $L = n \cdot 2d$ ;  $n$  értékét az utolsó képletbe helyettesítve  $m_m = m_\ell \sqrt{2 \cdot \frac{L}{2d}} = m_\ell \sqrt{\frac{L}{d}}$ .

A levezetett képleteket azonban módosítanunk kell amiatt, hogy a tapasztalat szerint a leolvasás középhibája egyenesen arányos a műszer-léc távolsággal:  $m_\ell = \alpha \cdot d$ . Az  $\alpha = \frac{m_\ell}{d}$  arányossági tényező egyrészt középhiba-jellegű, másrészt (ha a lécleolvasás  $m_\ell$  középhibáját a leolvasás helye ingadozásának tekintjük) az irányvonal ingadozását tükrözi, ezért  $\alpha$  neve: **az irányvonal középíngadozása**. Jól jellemzi a szintezés mérőfelszerelését, elsősorban a szintezőműszert. Értékét a vizsgált szintezésre jellemző  $d$  műszer-léc távolság megválasztása után a következőképpen határozzuk meg:

- ♦ ha a lécleolvasást becsléssel végezzük (a műszernek nincs optikai mikrométere), akkor  $\alpha$  értékét egyetlen magasságkülönbség  $n$ -szeres (öt- tízszeres) megméréssel határozhatjuk meg, miközben egy-egy újabb meghatározás előtt a műszerhorizont magasságát kis mértékben megváltoztatjuk. Az eredmények:

$$\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_n. \text{ A számítás: } \overline{\Delta m} = \frac{1}{n} \sum \Delta m_i; \quad v_i = \overline{\Delta m} - \Delta m_i; \quad m_{\Delta m} = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}};$$

$$m_\ell = \frac{m_{\Delta m}}{\sqrt{2}}; \quad \alpha = \frac{m_\ell}{d}.$$

- ♦ ha a lécleolvasást optikai mikrométerrel „mérjük”, akkor  $\alpha$  értékét ismételt lécleolvasásokból határozhatjuk meg. Az eredmények:  $l_1, l_2, \dots, l_n$ . A számítás:

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum l_i; v_i = \bar{l} - l_i; m_\ell = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}; \alpha = \frac{m_\ell}{d}.$$

A végpontok magasságkülönbségének középhibájára vonatkozó  $m_m = m_\ell \sqrt{\frac{L}{d}}$  képletbe  $m_\ell = \alpha \cdot d$  értékét behelyettesítve:  $m_m = \alpha \sqrt{L \cdot d}$ .

Vegyük észre, hogy  $m_m$  értékének meghatározásához nem kell méréseket végezni (leszámítva az irányvonal középíngadozásának meghatározására vonatkozó méréseket), a képlet tehát a benne szereplő mennyiségek változtatásával mérések tervezésére alkalmas. Az  $m_m$  középhibák azonban csak akkor hasonlíthatók össze, ha azok egyenlő hosszúságú szintezési vonalakra vonatkoznak. Az  $L = 1$  km vonalhosszra kiszámítható értéket **az egyirányú szintezés a priori kilométeres középhibájának** nevezzük:

$$m_{\text{km}} = \alpha \sqrt{1000 \cdot d}.$$

A hibaterjedés törvénye szerint az **oda-vissza szintezés a priori kilométeres középhibája**:

$$m_{(\text{km})} = \frac{m_{\text{km}}}{\sqrt{2}} = \alpha \sqrt{500 \cdot d}.$$

Az utóbbi két képletbe  $d$  értékét méterben kell behelyettesíteni, és a középhiba értéke is méterben (!) adódik. Az irányvonal  $\alpha$  középíngadozása radiánban értendő, helyette érdemes  $\frac{\alpha''}{\rho''}$  értéket használni ( $\rho'' \approx 2 \cdot 10^5$ ).

A képletekből megállapítható, hogy a  $d$  műszer-léc távolság csökkentésével a kilométeres középhiba is csökken. Nem szabad azonban megfeledkeznünk arról, hogy  $d$  csökkentésével növekszik a műszerállások száma, emiatt tovább tart a szintezés, és így erősebben érvényesülhetnek a szabályos hibahatások.

### 3.1. Magassági vonal és számítása

Az ismert magasságú pontok és a közöttük elhelyezkedő meghatározandó magasságú pontok **magassági vonalakat** alkotnak. A vonalakat a meghatározandó pontok **szakaszokra** osztják. A szakaszvégpontok magassága általában oda-vissza mérésekkel meghatározott: **szintezéssel** (rendszerint több műszerállással) vagy **trigonometriai magasságméréssel** (egyetlen műszerállással).

A számítás menete:

1. Megállapítjuk (általában önkényesen) a számítás irányát.
2. Kiszámítjuk a szakaszvégpontok (előzetes) magasságkülönbségét:
  - ♦ **szintezés** esetén:  $(\Delta m) = \sum(\text{hátra} - \text{előre}) = \sum \text{hátra} - \sum \text{előre}$ ;
  - ♦ **trigonometriai magasságmérés** esetén:  $(\Delta m) = h - \ell + d \cot z + \frac{d^2}{2R}(1 - k)$ .

3. Az „oda” magasságkülönbséget a számítás irányában, a „vissza” magasságkülönbséget ellentétes irányban értve, az „oda” magasságkülönbség előjelét változatlanul hagyva, a „vissza” magasságkülönbség előjelét pedig megváltoztatva számtani középértékként valamennyi szakaszra kiszámítjuk a „közép” magasságkülönbség értékét.
4. A vonal mentén összegezzük a „közép” magasságkülönbségeket. A mérési hibák és a hálózati kerethiba miatt az összeg eltér a végpontok magasságkülönbségétől; az eltérés a magassági vonal záróhibája:

$$\Delta = (M_V - M_K) - \sum(\Delta m_i).$$

5. A „nagy súly – kis javítás” elve szerint elosztjuk a záróhibát. A javítás tehát fordítottan arányos a súllyal, a súly viszont fordítottan arányos a középhiba négyzetével, ezért a javítás egyenesen arányos a középhiba négyzetével:
  - ♦ **szintezés** esetén a középhiba a szakaszhossz négyzetgyökével, a javítás tehát a szakaszhosszal arányos:

$$\delta_i = \frac{\Delta}{\sum t} \cdot t_i,$$

ahol  $t_i$  a szintezési szakasz,  $\sum t$  a szintezési vonal hossza;

- ♦ **trigonometriai magasságmérés** esetén a középhiba a szakaszhosszal, a javítás tehát a szakaszhossz négyzetével arányos:

$$\delta_i = \frac{\Delta}{\sum t^2} \cdot t_i^2.$$

6. Kiszámítjuk a szakaszvégpontok  $\Delta m_i = (\Delta m_i) + \delta_i$  javított magasságkülönbségét és a szakaszvégpontok végleges magasságát:

$$M_i = M_{i-1} + \Delta m_i.$$

### 3.2. Magassági csomópont és számítása

1. A csomóponti rendszert a csomópontba futó magassági vonalakra bontjuk.
2. A kezdőpontokból kiindulva a magasságkülönbségek előjeles összegzésével kiszámítjuk a csomópont előzetes magasságát, amelyre annyi értéket kapunk, ahány magassági vonal található a csomópontban.
3. A csomópont végleges magassága az előzetes magasságok súlyozott számtani középértéke lesz. A vonalanként kiszámított súly fordítva arányos
  - ♦ **szintezés** esetén a szakaszhosszak összegével (a vonal hosszával);
  - ♦ **trigonometriai magasságmérés** esetén a szakaszhosszak (az oldalak) négyzetének összegével.
4. Az egyes vonalokban lévő pontok magasságát a magassági vonal számítása szerint határozzuk meg.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 6.1.3 és 9.2.2 fejezetrészek

## **4. előadás: Térbeli helymeghatározás műholdrendszer (GPS) segítségével. A helymeghatározás elve, lehetőségei, pontossága\***

A korábbi előadások során megismerkedtünk a Geodézia feladatával, amely szerint a Geodéziában a különféle természetes és mesterséges objektumok alakjelző pontjainak térbeli helyzetét kívánjuk meghatározni. Ezt a feladatot hagyományosan általában kettéválasztjuk vízszintes-, illetve magassági koordináták meghatározására. A vízszintes koordináták megadásához valamilyen vetületi koordinátarendszert használunk és a felméréndő pontok helyzetét jellemzően irányok és távolságok méréséből tudjuk levezetni. A magassági helyzet megadásához egy célszerűen kiválasztott referenciaszinthez képest definiáljuk a pontok magasságát. Ebben az esetben pontok közötti magasságkülönbségeket határozzunk meg geometriai szintezéssel vagy trigonometriai magasságméréssel.

Mindkét eset közös jellemzője, hogy a vetületi koordinátarendszer tengelyeit, vagy a magasságmeghatározáshoz használt alapszintet a természetben nem jelöljük meg, a helymeghatározás során a koordinátarendszert az úgynevezett alaphálózati pontok határozzák meg számunkra.

A geodéziai alaphálózatok bemutatása során láthattuk, hogy a vízszintes-, és magassági helymeghatározás, az eltérő méréstechnika mellett, elkülönült alaphálózatokat is igényel. Az alaphálózatok korábban alapvetően országokként készültek, így az eltérő koordinátarendszerek miatt az országhatárokon átnyúló műszaki, gazdasági, tudományos és nem utolsósorban katonai tevékenységeket csak nagy nehézségek árán lehetett geodéziailag összehangolni. Emiatt szükségessé vált e hálózatok összekapcsolása, azaz az országhatárokon átnyúló regionálisan, kontinentálisan vagy akár globálisan egységes alapponthálózatok, és koordináta-rendszerek kialakítása.

A nagyterjedésű alaphálózatok elkészítésében elengedhetetlen szerepet játszottak az űrtechnika fejlődésével a különféle műholdak. Ezeket az eleinte csak passzív műholdakat (felületükön csak a Nap sugárzásának visszaverésére alkalmas tükröket helyeztek el), csupán magaspontként, jól irányozható, nagy távolságból látható pontokként használták. Manapság már az ún. aktív műholdakat használjuk geodéziai célokra. Ezek már különféle jeleket sugároznak a Föld felé, amelyek észlelésével az egész Föld felszínén meg tudjuk határozni helyzetünket.

Ilyen globális helymeghatározó rendszer az USA Védelmi Minisztériuma által fenntartott NAVSTAR GPS (Global Positioning System) műholdrendszer. Elsődleges rendeltetése a katonai célú navigáció, de bizonyos korlátozásokkal polgári célokra (a navigáció mellett helymeghatározásra) is használható.

### **4.1. A navigáció és a helymeghatározás**

A navigáció és a helymeghatározás hasonló fogalmak, mégsem kezelhetők egymás szinonímáiként. Helymeghatározás alatt egy vonatkoztatási rendszerben egy objektum térbeli helyzetének (koordinátáinak) meghatározását értjük. Ezzel szemben a navigáció nem csak a „hol vagyok?” kérdésre ad választ, hanem arra is, hogy „hogyan jutok el egy adott pontba?”. A helymeghatározás esetében általában nem ragaszkodunk a koordináták azonnali, a mérés időpontjában történő meghatározásához. Navigációs eljárásoknál azonban a pontosságon túl a gyors helyzetmeghatározás, és a követendő irány gyors meghatározása is szükségeltetik.

---

\* Az óravázlatot átdolgozta Dr. Rózsa Szabolcs egyetemi docens

## 4.2. A globális navigációs műholdrendszerek (Global Navigation Satellite Systems – GNSS)

Bár jelenleg még az amerikai NAVSTAR-GPS (röviden GPS) rendszer a legismertebb tagja a földkerekség bármely pontján elérhető műholdas navigációs szolgáltatásokat biztosító rendszereknek, meg kell említenünk, hogy már jelenleg is üzemel az orosz GLONASS rendszer, míg kiépítés alatt áll a kínai COMPASS, az európai Galileo, az indiai INNS és még számos más regionális lefedettséget biztosító műholdas rendszer. Az említett globális rendszereket összefoglaló néven globális navigációs műholdrendszereknek (GNSS) nevezzük.

Ezek a rendszerek önállóan is képesek a globális lefedettség biztosítására, de egymással kombinálva is használhatóak. A kombinált használat előnye, hogy több műholdra tudunk egyszerre észleléseket végezni, ezáltal megbízhatóbb helymeghatározást végezhetünk.

A globális navigációs műholdrendszereknek a földkerekség bármely pontján, bármely időpontban, az időjárástól függetlenül működni kell, miközben az egyidejű felhasználók száma sem korlátozható. A vizuális észlelés (és vele együtt a szögmérés, valamint az elektrooptikai távmérés) az időjárás-függetlenség követelménye miatt nem jöhet számításba. Egyedül a mikrohullámú (a deciméteres rádióhullámokat felhasználó) távmérés tűnik alkalmasnak a helymeghatározásra, így az említett rendszerek mindegyike ezt a mérési elvet alkalmazza.

Mivel korlátlan számú felhasználót kell egyidejűleg kiszolgálnia a rendszereknek, ezért a távmérést ún. egyutas módszerrel kell megvalósítani. Az egyutas módszer lényege, hogy csak a műhold sugároz jeleket a földi felhasználó felé, így a mérőjel csak egyszer teszi meg az utat a műhold és az észlelő között. Kétutas rendszerről akkor beszélünk, ha a földi észlelő sugározza egy mérőjelet a műhold felé, majd azt a műhold visszajuttatná a földi észlelő felé. Ekkor a mérőjel kétszer tenné meg a mérendő távolságot. Ha visszagondolunk az elektrooptikai távmérés témakörben tanultakra, akkor beláthatjuk, hogy az elektrooptikai távmérés ún. kétutas rendszerű távmérés.

A mikrohullámú távmérés esetében a mérőjel terjedési idejét mérjük a műhold és egy földi észlelő között. Ismerve a jel terjedési sebességét – amelyről első közelítésben feltehetjük, hogy megegyezik a fény vákuumban érvényes terjedési sebességével – a mérőjel által megtett út meghatározható, ezáltal a műhold és a földi észlelő távolsága kiszámítható.

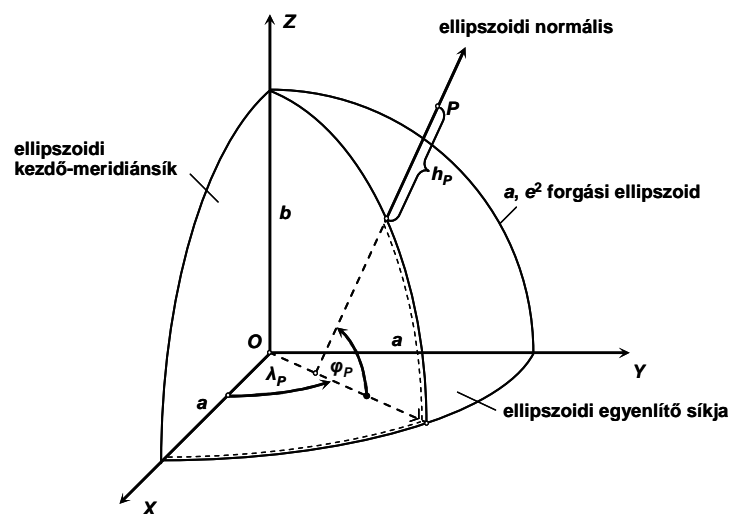
Ahhoz azonban, hogy a mérőjel terjedési idejét meg tudjuk határozni, nagyon pontosan meg kell mérnünk a jel kibocsátásának és a jel észlelésének az időpontját. Mivel egyutas rendszereknél a jel kibocsátása a műholdon történik, míg az észlelés a földfelszínen, így két különböző időmérő eszközt kell használnunk. Ennek a két időmérő eszköznek pontosan ugyanabban az időrendszerben kell járniuk, azaz ugyanabban a pillanatban ugyanazt az időpontot kell mutatniuk. Ellenkező esetben az órák igazíthatatlansága miatt időmérési hiba lép fel, amely a távmérési eredménybe tovaterjed. Könnyen belátható, hogy a pontos időmérés megvalósítása kulcsfontosságú a globális műholdas navigációs rendszerek szempontjából. Mindössze 1 ns (1 nanosec =  $10^{-9}$  s) időmérési hiba a fény terjedési sebességének köszönhetően már 30 cm nagyságú távmérési hibát okoz.

## 4.3. A helymeghatározás alapelve

A globális helymeghatározás megvalósításához első lépésben egy egységes globális koordinátarendszert kell bevezetnünk. Ezt a GPS rendszer esetében WGS-84 (World Geodetic System 1984) rendszernek hívjuk. Bár a WGS-84 jóval több mint egy egyszerű koordinátarendszer, a mi szempontunkból elegendő ha csak koordinátarendszerként hivatkozunk rá. A WGS-84 koordiná-

tarendszere egy jobbsodrású térbeli derékszögű koordináta-rendszer (4-1. ábra). A koordináta-rendszer kezdőpontja a Föld tömegközéppontja, Z tengelye jó közelítéssel párhuzamos a Föld forgástengelyével, az X tengelye jó közelítéssel a greenwich-i meridiánsík irányába mutat, míg az Y tengely merőleges mind az X, mind a Z tengelyekre.

A GPS rendszer esetében tehát az összes koordinátamegoldást ebben a térbeli derékszögű koordináta-rendszerben kapjuk meg. Mivel a Föld tömegközéppontjához viszonyított térbeli derékszögű koordináták kevésbé informatívak, ezért a WGS-84 rendszerhez hozzárendeltek egy geocentrikus elhelyezésű forgási ellipszoidot is. Így egy tetszőleges P pont helyzetét nem csak a térbeli derékszögű koordináta-rendszerben, hanem a referencia-ellipszoid felületére levetített ellipszoidi koordinátákkal ( $\varphi_P$  – ellipszoidi földrajzi szélesség,  $\lambda_P$  – ellipszoidi földrajzi hosszúság), valamint a P pont és az ellipszoid felülete közötti, az ellipszoidi normális mentén mért távolsággal ( $h_P$  – ellipszoid feletti magasság) is megadhatjuk. Az ellipszoidi koordináták nagy előnye, hogy segítségével már sokkal könnyebben tájékozódhatunk a földfelszínen.



4-1. ábra. Ellipszoidi földrajzi (geodéziai) koordináta-rendszer

Miután definiáltuk a globális koordináta-rendszert, nézzük meg, hogy miképpen határozhatjuk meg egy földi pont koordinátáit a műholdas helymeghatározó rendszerek segítségével. A műholdas helymeghatározó rendszerek több műholdból állnak, amelyek pontos helyzete bármely időpillanatban az ismert műholdpálya-adatok alapján meghatározható. Mivel egy tetszőleges pont helyzetét három koordinátával tudjuk meghatározni, így három ismert koordinátájú műholdtól való távolságméréssel (ha a műholdak nem ugyanazon síkban találhatók) a pont koordinátáit meg is tudnánk határozni. Ez a térbeli ívmetszés<sup>1</sup> feladata.

A távolságot azonban nem közvetlenül mérjük meg, hanem időmérésre vezetjük azt vissza. Így foglalkoznunk kell az időmérő eszközök igazítottságának problémájával. A már említett nagypontosságú időmérés megvalósításához atomórákra lenne szükségünk, ami a mérőfelszerelés árát, méretét jelentősen növelné. Emiatt csupán a műholdakra helyeznek el atomórákat, míg a földi észlelésekhez használt műholdvevő készülékekbe csupán egyszerűbb kvarcórákat építenek.

<sup>1</sup> Megjegyezzük, hogy az ívmetszés fogalmával a Pontkapcsolások témakörben már megismerkedtünk. Ívmetszés esetén két ismert koordinátájú alapponttól történő távolságmérés felhasználásával számítottuk ki a meghatározandó pont vetületi koordinátáit.

A kvarcórák előnye a kis méret és az alacsony ár, hátrányuk viszont a jóval egyenetlenebb órajárás, ezáltal az alacsonyabb időmérési pontosság.

Annak érdekében, hogy az órák igazíthatatlanságából eredő hibákat kiküszöböljük, két dolgot kell tennünk: egyrészt a műholdak atomóráinak a kisebb mértékű, és időben kevésbé változó órahibáit a műholdak a sugárzott jelben szolgáltatják, így azokat javításként figyelembe tudjuk venni. Másrészt a helymeghatározásba be kell vezetnünk egy negyedek ismeretlent is, ami nem más, mint a vevő óra igazíthatatlanságából eredő hiba nagysága. Így nem okoz gondot a földi vevőberendezésekbe épített kvarcóra egyenetlenebb órajárása.

Az egyértelmű helymeghatározáshoz tehát négy ismeretlent kell meghatározunk, így négy műholdra kell egyidejű távolságmérést végeznünk. Az egyidejűség követelménye amiatt fontos, mivel a vevőóra hiba időben nagymértékben változik, így meghatározott értéke csak egy-egy észlelési időpontra érvényes.

#### 4.4. A NAVSTAR GPS helymeghatározó rendszer

A globális helymeghatározó rendszereket általában három alrendszerre tagoljuk:

- a műholdak alrendszere: ez tartalmazza a műhold-konstellációt;
- a földi követőállomások alrendszere: tartalmazza azokat a földi létesítményeket, amelyek szükségesek a rendszer működőképességéhez;
- a felhasználók alrendszere: a helymeghatározási szolgáltatást igénybevevők köre, ideértve jelek vételére, és feldolgozására alkalmas eszközöket (műholdvevőket).

##### 4.4.1 A műholdak alrendszere

A rendszerben hat pályán az eredeti tervek szerint összesen 24 műhold kering. A jobb lefedettség és előnyösebb műholdgeometria miatt jelenleg 31 műholdból áll a GPS konstelláció. A műholdak száma és térbeli eloszlása lehetővé teszi, hogy a földkerekség bármely pontján, bármely időpontban a horizont felett egyszerre 9-11 műhold „látható”, közülük 4-7 az észlelés számára ajánlott, 15°-nál nagyobb magassági szögű irányban.

A műholdak tömege mintegy 2000 kg, keringési magasságuk 20 200 km, keringési idejük közel 12 óra. A Föld forgása miatt ugyanaz a műhold-konfiguráció 4 perc híján 24 óra múlva jelenik meg újra egy földi pont felett. Az első műholdat 1978-ban bocsátották fel, a műholdrendszert 1994-ben nyilvánították véglegesen kiépítetté. A kezdetek óta a műholdak számos generációját állították pályára. A műholdak átlagos élettartama az első években 4-5 év volt, napjainkban már 8-10 év.

##### 4.4.1.1 A műholdak által sugárzott jelek és adatok

###### 4.4.1.1.1 Mérőjelek a műhold-vevő távolság meghatározásához

A műholdak fedélzetén lévő atomórák  $f_0 = 10,23$  MHz frekvenciájú alapjelet, továbbá ennek felharmonikusaként két vivőjelet állítanak elő: az L1 jel frekvenciája  $f_1 = 154 f_0$ , hullámhossza  $\lambda_1 = 19,03$  cm; az L2 jel frekvenciája  $f_2 = 120 f_0$ , hullámhossza  $\lambda_2 = 24,42$  cm. A két vivőfrekvencián végzett méréssel kiküszöbölhető az ionosféra sebességmódosító hatása (lásd később).

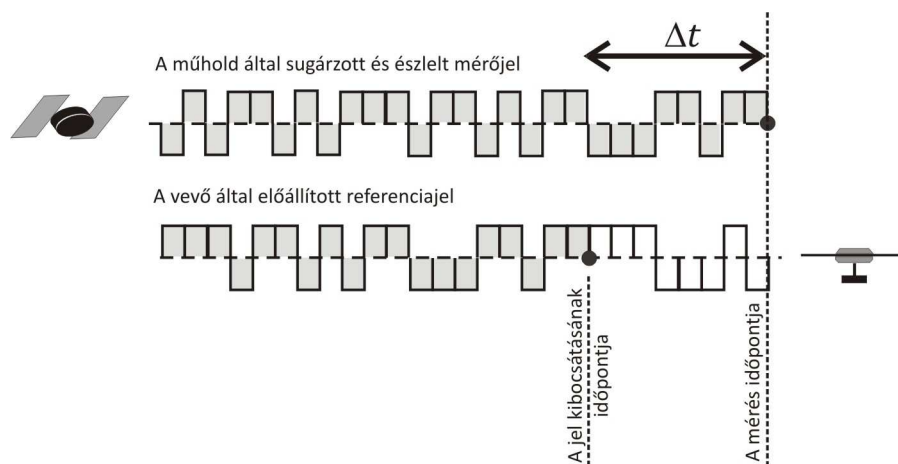
Mivel a vivőhullám egy egyszerű szinuszhullám, így erre a kibocsátás időpontját – és egyéb információkat tartalmazó üzeneteket – ültetnek. A kibocsátás időpontját úgynevezett ál-véletlen



kódok segítségével ültetik rá a vivőhullámra. Az ál-véletlen kódok +1 és -1 értékek véletlenszerűnek látszó, valójában az idő függvényében egy bonyolult matematikai képlettel leírható kódsorozatot jelentenek.

A földi vevő ismeri ezen kódok előállításának módját, így a saját vevőórája által szolgáltatott időjel alapján elő tud állítani egy referencia kódsorozatot. Ezt követően az észlelt műholdjelből leválasztott kódsorozatot összehasonlítva a referencia kódsorozattal, megállapítható a kódok időbeli elcsúszásának mértéke, ami megegyezik a jel észlelt terjedési idejével (4-2 ábra). Ezt a mérési eljárást nevezzük **kódmérésnek**. A kódmérést kétféle kóddal végezhetjük:

- ♦ a nyílt hozzáférésű C/A-kóddal: ebben az esetben egy kódérték hossza  $1\mu\text{s}$ -nak felel meg. Mivel egy kódérték hosszán belül is kb. 1% pontosan tudjuk a kibocsátási időt meghatározni, ezért a távolság kb. 3 m pontossággal határozható meg. A C/A kóddal csak az L1 vivőjelet modulálják (kivéve a legújabb műholdakat);
- ♦ a nagyobb pontosságot (0,3 m) biztosító P-kódot csak a katonai felhasználók ismerik (1994-től a P-kódot a gyakorlatilag megfejthetetlen Y-kódra módosították). Ebben az esetben egy kódérték hossza  $0,1\mu\text{s}$ -nak felel meg. A P kóddal mindkét vivőjelet modulálják annak érdekében, hogy a katonai felhasználók az ionoszféra hatását ki tudják küszöbölni.

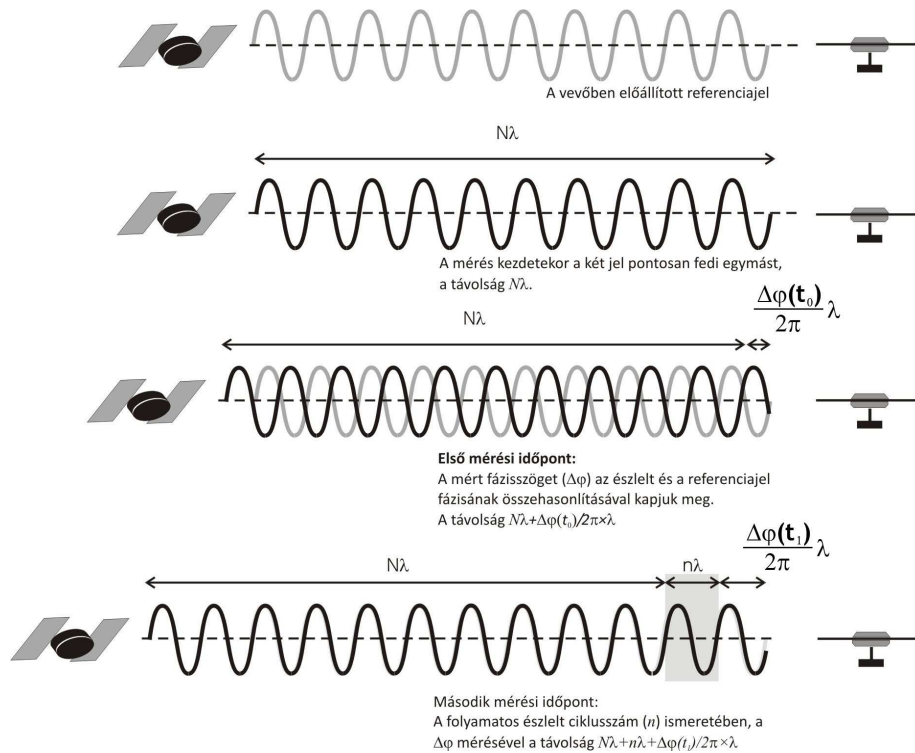


4-2. ábra. A kódmérés alapelve

Jól látható, hogy még a P-kóddal végzett távméréssel sem biztosítható a geodéziai helymeghatározáshoz szükséges centiméteres pontosság. Emiatt geodéziai célokra a műhold-vevő távolságot a vivőhullámon végzett ún. **fázisméréssel** határozzák meg az alábbiak szerint:

- ♦ a vevő előállítja a műhold szinuszos vivőjelenek másolatát, és megméri a fáziskülönbséget a műholdról érkező jel és a saját jele között;
- ♦ a fázismérés akkor kezdődik, amikor a folyamatosan változó fáziskülönbség éppen zérus; ekkor a műhold-vevő távolságon éppen egész számú hullám fér el (a hullámok  $N$  száma ismeretlen);
- ♦ a műhold-vevő távolság változása során a vevő a fáziskülönbség mérése közben az egész fázisciklusokat is számolja ( $n$ );
- ♦ a szükséges idő elteltével befejeződik a fázismérés, kiszámítható a ciklusszám egész és tört részének megfelelő távolságváltozás, majd  $N\lambda$  hozzáadásával a műhold-vevő távolság. Az  $N$  ún. **ciklus-többértelműség** továbbra is ismeretlen, annak feloldása a számítás feladata.

Vegyük észre, hogy a műhold-vevő távolság meghatározásához több időpontban végzett mérés esetén is csupán egyetlen, a kezdeti ciklus-többértelműséget kell meghatároznunk. Így műholdanként egy-egy további ismeretlen keletkezik a korábban már említett vevőórahiba, illetve a 3 koordináta mellett. Belátható, hogy a ciklustöbbértelműség miatt a helymeghatározás egyetlen időpontban végzett fázismérésből nem oldható meg. Mivel egy teljes hullámhossz nagyságrendileg 20 cm hosszú, és a fázismérés pontossága a hullámhossz 1%-ra tehető, így a ciklustöbbértelműségtől eltekintve a műhold-vevő távolság 2 mm pontossággal határozható meg.



4-3. ábra. A fázismérés alapelve

Meg kell említenünk, hogy a napjainkban pályára állított GPS műholdak már további fejlesztéseket is tartalmaznak. 2006. december 16-án állt üzembe az első olyan GPS műhold, amely már az ún. L2C jelet is sugározza a felhasználók felé. Az L2C jel azt jelenti, hogy immáron az L2 vivőfázist is modulálják a C/A kóddal, ezáltal a civil felhasználók is két különböző frekvencián tudnak kódmerést végezni. Ennek nagy előnye, hogy így az ionoszféra hatása jobban kezelhető.

A legújabb Block IIF jelű műholdakon ezen kívül folyamatosan bevezetésre kerül az L5 vivőfrekvencia is. Az L5 vivőjel frekvenciája  $f_5 = 115 f_0$ , hullámhossza pedig  $\lambda_2 = 25,50$  cm. Az L5 vivőjelen a polgári felhasználók számára is elérhető kódot alkalmaznak, amely a P-kódérés pontosságát biztosítja.

#### 4.4.1.1.2 Navigációs üzenetek

#### Fedélzeti pályaadatok

Mint azt korábban már láthattuk, a helymeghatározás megoldásához meg kell tudnunk határozni a műholdak helyzetét a mérésünk időpontjában, illetve ismernünk kell a műholdon elhelyezett atomóra órahibáját is.

A műholdak Földünk nehézségi erőterében keringenek, ugyanakkor számos egyéb erőhatás is éri őket. Ilyen például a Hold és a bolygók tömegvonzása, a Nap sugárnyomásának hatása, stb.

Ha a Föld egy tömegpont lenne, akkor a műholdak egy olyan ellipszis pályán keringenének, amelynek egyik fókuszpontjában a Föld helyezkedne el. Ezt a pályát nevezzük Kepler-pályának. A Föld nehézségi erőterének inhomogenitásai, illetve az említett egyéb erőhatások miatt a műholdak pályáját folyamatosan változó ellipszisekkel írhatjuk le. Ennek megfelelően a műhold helyzetének és a műhold órahibájának számításához az alábbi mennyiségekre van szükségünk:

- ♦ a műhold óraparaméterei, amelyek egy az időtől függő másodfokú polinom segítségével írják le az órahiba értékét;
- ♦ a műhold idealizált ún. *Kepler*-pályájának adatai és a tényleges pályára áttéréshez szükséges időfüggő javítások. A Kepler-pálya egy megadott kezdőidőpontban érvényes pálya, míg a javításokkal adják meg az egyes pályaelemek (a pályae ellipszis alakját és térbeli elhelyezkedését leíró adatok) időbeli változásait. A pályaadatok és a javítások segítségével tudjuk kiszámítani, hogy egy bizonyos időpontban hol helyezkedik el a műhold.;
- ♦ a mérés időpontja.

## Egyéb üzenetek

Az egyéb üzenetek közül a polgári felhasználók számára is elérhetők az alábbiak:

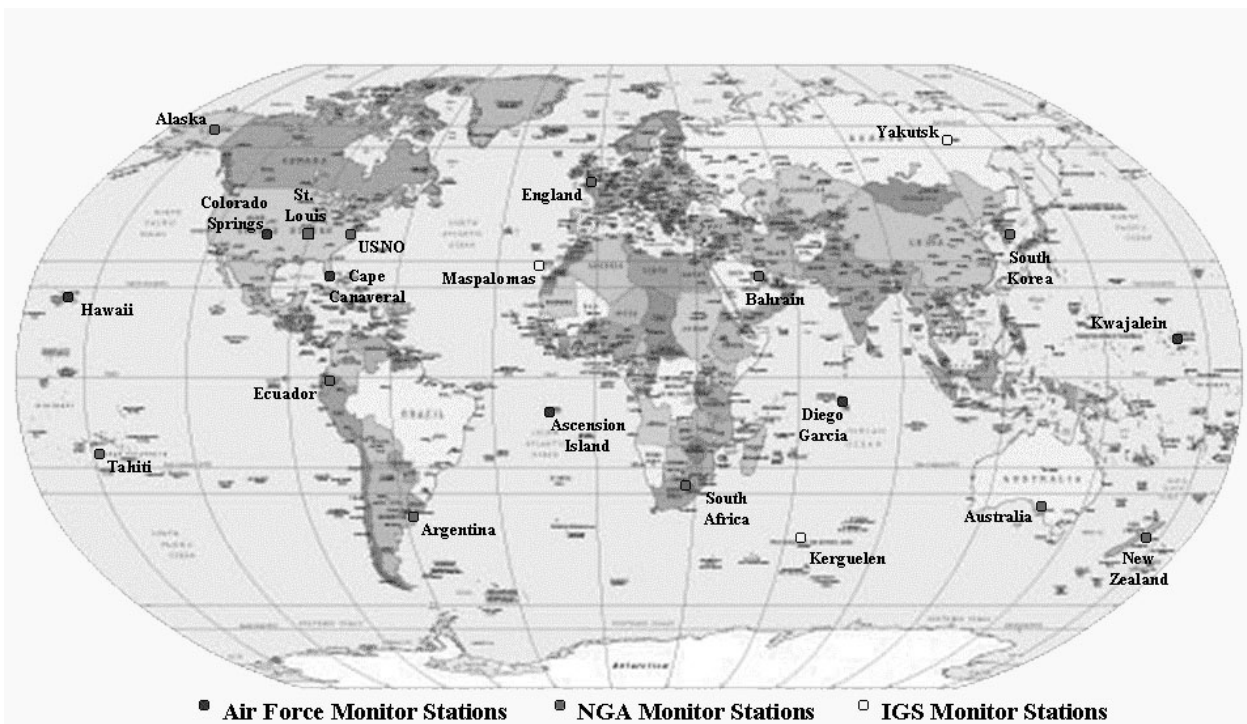
- ♦ a GPS időrendszeréből a polgári időrendszerbe áttéréshez szükséges adatok. A GPS időrendszer alapegysége az atomi másodperc, míg a polgári időrendszer a Föld forgásának a periódusidejéhez kapcsolódik. Polgári célú felhasználásnál célszerű a Föld forgásához kötött időrendszer használata, ezzel szemben a távméréshez egy jól definiálható, stabil időrendszerre van szükség, amit nem befolyásol a Föld forgási szögsebességének a változása.
- ♦ az ionoszféra-modell paraméterei: egyfrekvenciás vevők használatakor ezzel a módszerrel vehető figyelembe az ionoszféra hatása (lásd később);
- ♦ az ún. almanach adatai: az almanach letöltése után a vevők ezekből az adatokból állapítják meg, hogy az adott helyen és az adott időpontban melyek a horizont feletti (tehát elvileg észlelhető) műholdak. Az almanach és a fedélzeti pályaadatok közötti lényeges különbség, hogy az almanach csak közelítő pályaszámítást tesz lehetővé, az így számított pálya a helymeghatározásra alkalmatlan. Másrészt az egyes műholdak csak a saját fedélzeti pályadataikat sugározzák a felhasználó felé, míg a sugárzott almanach-ban minden műhold közelítő pályája megtalálható.

### 4.4.2 A földi követő állomások alrendszere

Annak érdekében, hogy a műholdak sugározni tudják a fedélzeti pályaadatokat, először is meg kell tudnunk határozni a műholdak pályadatait. Ismert koordinátájú földi követőállomásokról végzett észlelésekből az egyes műholdak pályája meghatározható. A pályameghatározásért, a GPS rendszeridő fenntartásáért, és az egész rendszer üzemeltetéséért a földi követőállomások alrendszere felel. Ez kezdetben öt, amerikai katonai támaszponton üzemelő ismert koordinátájú állomásokot jelentett, ahol az észlelési adatokból előállították a műholdak pályae egyenletét, és a szükséges adatokat (óraparaméterek, *Kepler*-pálya adatai, pályakorrekciók). Napjainkban ennél lényegesen több követőállomás üzemel, ezáltal a meghatározott fedélzeti pályák is pontosabbá váltak a korábbiaknál. Egyes földi követő állomások ún. telemetria állomások, amelyek rádióüzenetként a műholdak fedélzetére juttatják a meghatározott pályaadatokat és az egyéb üzeneteket annak érdekében, hogy a műholdak aztán azokat a felhasználók felé továbbítani tudják.

Jelenleg a földi követő állomások rendszere az alábbi állomásokból áll (4-4. ábra):

- Fő követőállomás: Colorado Springs, USA. Itt elemzik az összes követőállomás adatait, illetve itt határozzák meg a pályaadatokat is.
- az Amerikai légierő által üzemeltetett követőállomások: Hawaii, Cape Canaveral, Ascension Island, Diego Garcia, Kwajalein
- az Amerikai katonai térképészeti ügynökség (National Geospatial-Intelligence Agency) által üzemeltetett követőállomások az alábbi városokban/államokban üzemelnek: Alaska, St. Louis, Washington D.C., Tahiti, Ecuador, Argentina, Dél-Afrika, Anglia, Bahrain, Ausztrália, Dél-Korea,
- A Nemzetközi GNSS Szolgálat által üzemeltetett követőállomások: Maspalomas, Kerguelen, Jakutsk.



4-4. ábra. A földi követőállomások alrendszere (forrás: NGA)

#### 4.4.3 A felhasználók alrendszere (GPS vevők)

A felhasználók alrendszere alatt az összes navigációs vagy helymeghatározási szolgáltatást igénybevevő felhasználót értjük. A felhasználás területe meglehetősen sokrétű. A műholdas helymeghatározó rendszereket használják a repülésben, hajózásban, a gépjárművek navigációs rendszereiben, rakéták irányításában, de alkalmazzák például földmunkagépek automatikus vezérlésére, tektonikai lemezek elmozdulásainak meghatározására, szökőár előrejelző rendszereknél vagy éppen alacsonyan keringő műholdak helyzetének meghatározásában is. A felhasználási területtől függően eltérő műholdvevő berendezéseket szoktunk használni.

A GPS vevők fontosabb részei az alábbiak:

- antenna: a műholdjelek vételére alkalmas eszköz;

- jelfeldolgozó egység: az észlelt jelek feldolgozását végzi, meghatározza az antenna koordinátáit;
- kijelző: a felhasználóval végzett kommunikációs eszköze;
- adattároló memória: a mérési eredmények, koordináták tárolását teszi lehetővé.
- egyéb műveletek végzésére alkalmas vezérlőegység: általában adatbeviteli lehetőséget biztosító vezérlőegység, amelyek egyéb programok futtatására is alkalmasak (navigáció, adatgyűjtés, geodéziai számítások, műveletek, stb.)

Az említett részek közül a GPS-vevőkben csak az antenna és a jelfeldolgozó egység megléte a közös. A vevők rendkívüli sokfélesége a néhány tízezer forintért beszerezhető kézi navigációs vevőktől a pályakövető hálózatok állomásain működő több millió forintos, nagy pontosságú geodéziai vevőig terjed. A navigációs vevőkkel szemben fontos követelmény a kellően gyors működésű számítógép, a geodéziai vevőkkel szemben pedig a kellően nagy kapacitású adattároló.

A GPS vevők kiválasztása általában meghatározza az elérhető pontosságot, illetve az eredmények felhasználási lehetőségeit. Emiatt mindig a felhasználási célnak megfelelő GPS vevőt kell kiválasztanunk a feladat elvégzéséhez. Míg egy néhány tízezer forintért beszerezhető kézi navigációs vevővel támasztott követelmények között a néhány méteres helymeghatározási pontosságot, a gyors koordinátameghatározást, a könnyű súlyt vagy éppen a térképek megjelenítésének képességét említhetjük, addig a geodéziai célú, jóval drágább vevőknél sokkal fontosabb az antenna kialakítása, a nagy adattároló memória, a hosszú működési idő (az akkumulátor kapacitása).

A GPS vevőket csoportosíthatjuk a felhasználás jellege, és az elérhető pontosság szerint is (4-1 táblázat). Míg a navigációs eszközök elsősorban kód mérésen alapuló helymeghatározásra képesek, addig a jóval drágább, de egyúttal jóval pontosabb geodéziai vevők minden esetben fázismérésen alapuló koordinátameghatározást végeznek.

pontossági kategória	ponthiba	GPS vevőcsoport
tíz méteres	> 10,0 m	Navigációs vevők
több méteres	1,50-10,0 m	
méteres	0,50-1,50 m	Térinformatikai vevők
szubméteres	0,20-0,50m	
deciméteres	0,05-0,20m	Geodéziai vevők
centiméteres	5mm – 50mm	
milliméteres	< 5mm	Geodinamikai vevők

4-1. táblázat. A GPS vevők osztályozása a pontossági igények szerint (Forrás: ACSM)

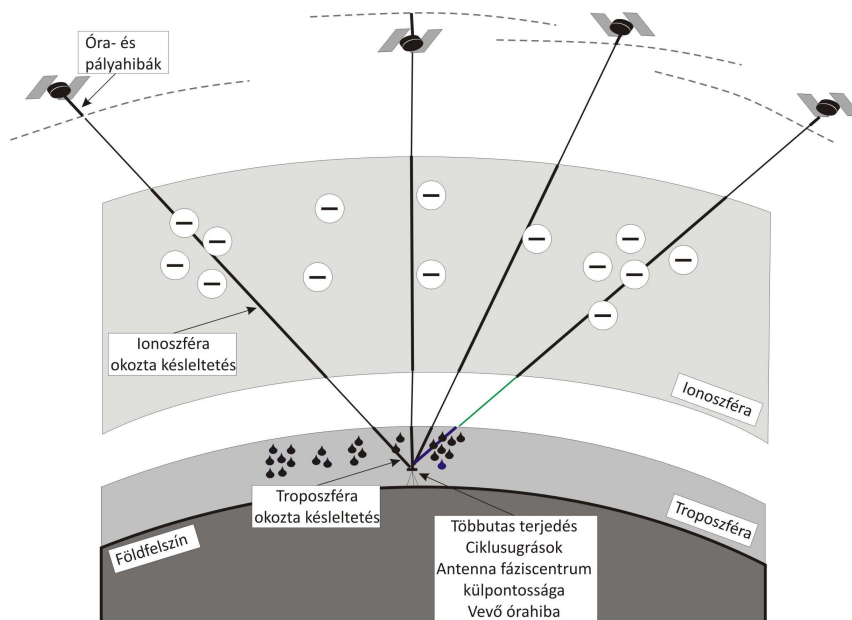
#### 4.5. A helymeghatározást terhelő hibahatások

Mint már többször említettük, a globális helymeghatározó rendszerek a helymeghatározást mikrohullámú mérőjelek terjedési idejének mérésére visszavezetett távméréssel valósítják meg. A helymeghatározáshoz ismernünk kell a műholdak pontos helyzetét, a műhold és a vevő órahibájának értékét. Eddig azt feltételeztük, hogy az említett mennyiségek ismeretében a terjedési időt megszorozva a fény vákuumbeli terjedési sebességének konstans értékével, a műhold-vevő távolság kiszámítható. Mivel a vivőhullám nem vákuumban, hanem az atmoszférán keresztül jut

el a vevőig, így egyéb szabályos hibák is terhelik a mérési eredményeket. Ezen szabályos hibák hatásait különféle modellekkel, illetve megfelelő feldolgozási módszerekkel vehetjük figyelembe. A következőkben röviden áttekintjük a műholdas helymeghatározást terhelő szabályos hibákat (4-5. ábra).

## A műholdakhoz kapcsolható hibahatások

Az **órahiba** oka az alapfrekvencia ( $f_0$ ) csekély ingadozása. Az atomórák akkor építhetők be a műholdakba, ha napi frekvenciastabilitásuk  $2 \cdot 10^{-13}$ -nál kedvezőbb. Ez naponta összesen maximálisan 17 ns-os órahibát okoz, amit távolságra átszámítva napi 5 m-es távmérési hibát jelent. Naponta kétszeri adatfrissítéssel (új óraparaméterek megadásával) a hiba 2-2,5 m-re csökkenthető. Ez a 2-2,5 méteres maximális érték a navigációs célú felhasználáshoz elegendő, geodéziai pontosság eléréséhez azonban vagy az órahibák utólagos meghatározására van szükség, vagy olyan helymeghatározási eljárást kell alkalmaznunk, ahol a hiba hatása kiesik.



4-5. ábra. A GPS méréseket terhelő szabályos hibák

A **pályahiba** a fedélzeti adatokkal végzett helymeghatározás esetén kb. 1 m. Abban az esetben azonban, ha nem kell rögtön a mérés pillanatában a vevő koordinátáit meghatároznunk, utólagos pályameghatározás eredményeit is felhasználhatjuk. A Nemzetközi GPS Szolgálat (IGS) Interneten elérhető (<http://igsb.jpl.nasa.gov>) ún. precíz pályadatai közül, a mérés után kb. egy nappal letölthető „gyors” pályamegoldás kb. 2,5 cm, míg a mérések után két héttel letölthető „végleges” pályamegoldás még ennél is pontosabbnak tekinthető. Relatív helymeghatározási eljárással (4.6. fejezet) azonban a pályahiba hatása is jelentősen csökkenthető.

## A mérőjel terjedéséhez kapcsolható hibahatások

A mérőjel a terjedése során áthalad az atmoszférán. Az elektromágneses jelek terjedése szempontjából az atmoszféra 100 km-nél magasabb része nagyon nagy jelentőséggel bír. Az atmoszféra ezen részét ionoszférának nevezzük, a benne található – a Nap sugárzásának ionizáló hatása miatt kialakuló – töltött részecskék miatt. Az ionoszférában található szabad elektronok a mérőjel terjedési sebességét befolyásolják. Az **ionoszféra** hatása nappal nagyobb, mint éjszaka, nyáron nagyobb, mint télen, emellett függ a 11 éves periódusú napfolttevékenységtől, továbbá a

mágneses pólustól való távolságtól. A hatás a zenit irányában éjszaka 1,6-2,4 m, nappal 8-12 m, a még megengedett 15°-os magassági szögű irányban az említett értékek 2,5-szerese. Az ionoszféra hatása frekvenciafüggő, ezért kétfrekvenciás vevőt használva méréssel kiküszöbölhető. Egyfrekvenciás műszer használatakor a műhold által sugárzott ionoszféra-modell segítségével a hibahatás mintegy felére csökkenthető, illetve 10 km-es távolságig az ún. relatív helymeghatározással kiejthető (lásd 4.6 fejezet)

Az atmoszféra másik jelterjedés szempontjából másik fontos része a **troposzféra**. A troposzféra a légkör alsó kb. 40 km vastag része. A légkör tömegének túlnyomó része itt található. A légkör sűrűségének függvényében a mikrohullámú jel terjedési sebessége egyre kisebb a vákumbeli terjedési sebességnél, így a mérőjel később érkezik be a vevőbe, mintha végig vákumban tette volna meg az utat a műhold és a vevő között. A troposzféra hatása a száraz levegő és a vízpára hatása összegeként vehető figyelembe. A troposzféra-modellek szerint a zenit irányában a száraz levegő hatása mintegy 2,3 m, a vízpáráé kb. 0,2 m, de ez utóbbi érték meglehetősen bizonytalan. A még megengedett 15°-os magassági szögű irányban a hatás 3,8-szeres. A troposzféra hatása a légkör alsó rétegének változókéony törésmutatója miatt nagy pontossággal nehezen modellezhető, illetve feldolgozási eljárással is csak részben küszöbölhető ki.

### A mérőjel vételéhez kapcsolható hibahatások

A mérőjel vételéhez kapcsolható hibahatások közül a fázismérés eredményét terhelő **ciklusugrás** akkor áll elő, ha mérés közben a műhold valamilyen tereptárgy takarásába kerül, és emiatt megszakad a vevőben folyó ciklusszámlálás. A folyamatos ciklusszámlálás teszi lehetővé, hogy a különböző időpontokban végzett fázisméréseket összekapcsolhassuk, így csak a mérés kezdetekor felmerülő egyetlen ciklustöbbletműség értékét kell ismeretlennek tekintenünk.

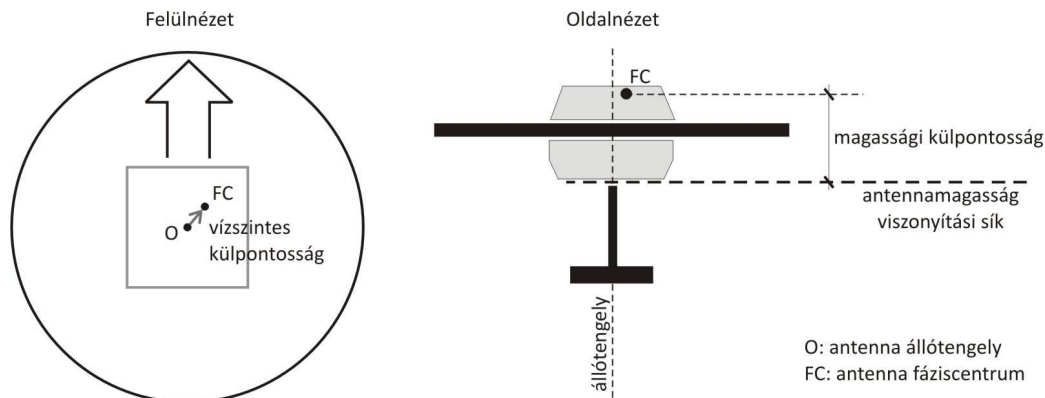
A mérőjel vételének kimaradásakor, ha később helyreáll is a kapcsolat, a kimaradt ciklusszám durva hibával terheli a távolságot. A hiba az álláspont körültekintő megválasztásával elkerülhető, azaz kerülnünk kell az álláspont körül a műholdakat kitakaró objektumokat (fák, épületek, reklámtáblák, stb.). Utólagos feldolgozás esetén a ciklusugrást követően bevezetett új ciklustöbbletműség ismeretlennel a feldolgozás elvégezhető. Egyes feldolgozó szoftverek ezen kívül egyes esetekben meg is tudják állapítani a kimaradt ciklusszámot.

A **zavaró interferencia** jelensége viszonylag ritkán fordul elő: radarberendezések, mobiltelefon átjátszóállomások közelében a vétel megnehezül, esetleg lehetetlenné válik. Ezeket a helyeket kerülnünk.

Az **antenna-fáziscentrum külpontossága** azt jelenti, hogy a műhold-vevő távolság vevőoldali végpontja (az antenna elektronikai középpontja, azaz fáziscentruma) nincs az antenna állótengelyén (vízszintes külpontosság), illetve nincs az antennamagasság megmérésére megjelölt viszonyítási síkban (magassági külpontosság). Bár a műszergyártók igyekeznek olyan antennákat előállítani, ahol a fáziscentrum az antenna állótengelyébe esik, a vízszintes külpontosság mértéke általában néhány mm nagyságrendű. A feldolgozószoftverek a külpontosság értékét antennamodellek segítségével figyelembe tudják venni. Ezek a modellek általában északi és keleti irányú komponensben adják meg a fáziscentrum vízszintes külpontosságának mértékét, emiatt az antennákon található jelet a mérés megkezdése előtt észak felé kell tájolni.

A **többutas terjedés** azt jelenti, hogy a vevőantennára a műholdról közvetlenül érkező jel mellett a környező tereptárgyokról (pl. épületekről) visszaverődött jel is kerül, és ez hibát okoz a távolság meghatározásában. A hiba a kódérések esetén több méteres nagyságrendű is lehet, míg fázisméréseknél néhány cm-es értéket érhet el. Az álláspont körültekintő megválasztásával a hiba hatása elkerülhető. Igazolható, hogy a műholdak mozgása miatt a fázismérés eredményét

terhelő hibahatás periódikusan változik, és bizonyos idő (a körülményektől függően 10-20 perc) elteltével a középérték mentes lesz a hiba hatásától. A többutas terjedés tehát csak az ún. gyors módszerekre (rövid ideig tartó mérésekre) veszélyes igazán.



4-6. ábra. A vízszintes és magassági fáziscentrum külpontosság

### Különleges hibahatások

A **különleges** hibahatások közül a **relativisztikus hatások** lényege, hogy a speciális relativitáselmélet értelmében a nagyobb sebességű koordináta-rendszerekben az órák járása lelassul, az általános relativitáselmélet értelmében pedig kisebb gravitációjú térben az órák járása felgyorsul. Ennek alapján

- ◆ a nagy sebességgel, de gyenge gravitációjú térben mozgó műholdakat kettős hatás éri, de a két hatás nem közömbösíti egymást. Az eredő hatás a műholdak atomórái által előállított  $f_0$  alaphérfrekvencia parányi csökkentésével küszöbölhető ki;
- ◆ a műholdak pálya menti sebessége változó (*Kepler* második törvénye értelmében a műholdak Földközélemben gyorsabban mozognak), az emiatt szükséges javítás a műholdak óraparamétereibe kerül;
- ◆ a vevő sebessége miatti javítást a feldolgozó szoftver veszi figyelembe.

A **műhold-geometria** hatásának vizsgálatához be kell látnunk, hogy a helymeghatározás pontossága a műhold-vevő távolság meghatározásának pontossága mellett a műholdak egymáshoz és a vevőhöz viszonyított helyzetétől (röviden: a műhold-geometriától) is függ. Csak közel zenitirányú műhold-vevő távolságokkal a vevő magassága pontosan, vízszintes helyzete viszont pontatlanul határozható meg, ugyanakkor csak vízszinteshez közeli távolságokkal a vízszintes helyzet lesz pontos, a magasság pedig pontatlan. Említettük már, hogy az almanach adataival a műhold-konfiguráció bármely helyre és bármely időpontra előállítható, a műhold-geometria hatása tehát tényleges mérés nélkül is meghatározható. Ezt a hatást egy szorzótényezővel szokás kifejezni, amelyet a műhold-vevő távolság (minden műholdra egyformának feltételezett) pontossági mérőszámával megszorozva a helymeghatározás pontossági mérőszámát kapjuk. A szorzótényező a nem túl szerencsés „pontosság-hígulás” szó angol megfelelőjének (*dilution of precision*) rövidítése: DOP. A műhold-geometria ismeretében többféle DOP-érték számítható. Ha a távolság pontossági mérőszámát

- ◆ a vízszintes helyzetre vonatkozó HDOP (H – *horizontal*) értékével szorozzuk, az eredmény a vízszintes helyzetmeghatározás pontossági mérőszáma;
- ◆ a magasságra vonatkozó VDOP (V – *vertical*) értékével szorozzuk, az eredmény a magasságmeghatározás pontossági mérőszáma;
- ◆ a térbeli helyzetre vonatkozó PDOP (P – *position*) értékével szorozzuk, az eredmény a térbeli helyzetmeghatározás pontossági mérőszáma.



Belátható, hogy  $PDOP^2 = HDOP^2 + VDOP^2$ . A műholdrendszer teljes kiépítése óta a PDOP jellemző értéke 2 és 3 közötti. Ez azonban csak akkor igaz, ha valamennyi, a horizont felett  $15^\circ$ -nál magasabban mozgó műhold észlelhető. A helyi kitakarások miatt a PDOP értéke veszélyesen megnövekedhet (minél kisebb a DOP értéke, annál pontosabb a helymeghatározás).

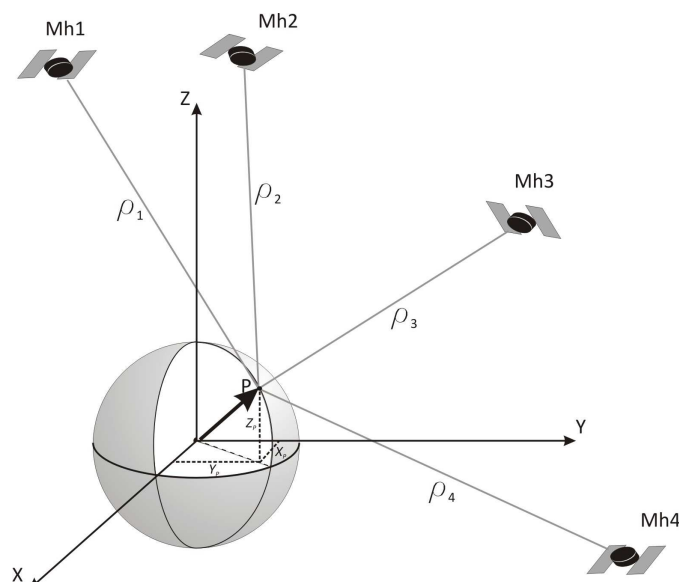
Nézzünk egy rövid példát a helymeghatározás pontossági mérőszámainak előállítására. Példánkban használjuk a C/A kódérés 3 m-es távmérési hibáját. A HDOP és a VDOP értéke legyen 3, illetve 4. Ekkor a vízszintes és a magassági helyzetmeghatározás pontossága rendre 9, illetve 12 méter. A HDOP és a VDOP értékekből előállítható a PDOP értéke:  $PDOP = 5$ . Így a térbeli helyzet várható pontossága az adott műholdgeometria esetében 15 méter.

Megemlítjük még, hogy a DOP-érték az abszolút helymeghatározás pontossági mérőszáma, ennek ellenére a relatív helymeghatározás pontosságának értékeléséhez is felhasználják.

## 4.6. A helymeghatározás lehetőségei

A helymeghatározást terhelő szabályos hibahatások áttekintését követően belátható, hogy a szabályos hibák jelenleg nem modellezhetők olyan pontossággal, hogy az a geodéziai pontosságú helymeghatározást lehetővé tegye. Ezért ezeket a hibákat megfelelő mérési eljárással kell kiküszöbölnünk. Ennek megfelelően különféle helymeghatározási lehetőségeket kell megkülönböztetnünk.

**Abszolút** helymeghatározásról akkor beszélünk, ha a vevőantenna helyzetét a kezdőpontról (a geocentrumból) az antennára mutató **helyvektorral** határozzuk meg. Az abszolút helymeghatározás eredménye tehát a vektor végpontjának  $X, Y, Z$  három térbeli derékszögű koordinátája (4-7. ábra). Belátható, hogy a pont koordinátái az ún. ellipszoidi földrajzi (geodéziai) koordináta-rendszerben is megadhatók  $\varphi$  ellipszoidi földrajzi szélességként,  $\lambda$  ellipszoidi földrajzi hosszúságként és  $h$  ellipszoid feletti magasságként (4-1. ábra).

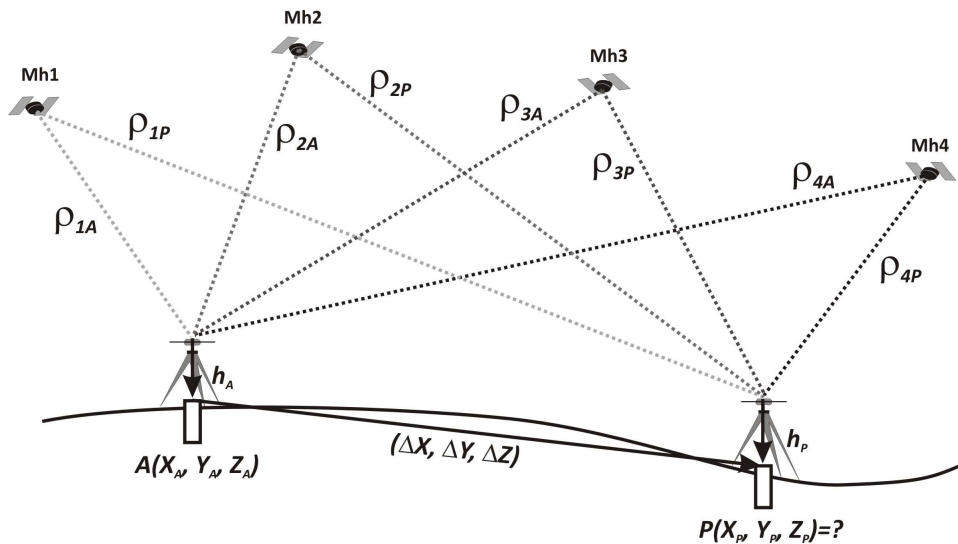


4-7. ábra. Az abszolút helymeghatározás

Az abszolút helymeghatározást elsősorban navigációs célú alkalmazások esetén használjuk. A viszonylag alacsony pontossági igény (néhány méter) lehetővé teszi, hogy a szabályos hibákat különféle modellekkel vegyük figyelembe. Ennek megfelelően a fedélzeti pályaelemek, navigá-

ciós üzenetek, ionoszféra és troposzféra modellek segítségével elvégezhető a navigációs célú helymeghatározás.

A geodéziai pontosság eléréséhez a szabályos hibákat, mint pl. a műhold órahiba vagy az ionoszféra hatása, megfelelő mérési eljárással kell kiküszöbölnünk vagy csökkentenünk. Abban az esetben, ha egy vevő helyett kettőt használunk, és az egyik vevőt egy ismert koordinátájú ponton (referenciaponton), míg a másikat ezzel egyidejűleg a meghatározandó ponton helyezük el, akkor **relatív helymeghatározásról** beszélünk (4-8. ábra). Ekkor nem a geocentumból mutató helyvektort, hanem a referenciapont és meghatározandó pont közötti **különbségvektort** határozzuk meg. A relatív helymeghatározás eredménye tehát a két pont három koordináta-különbsége.



4-8. ábra. A relatív helymeghatározás

A relatív helymeghatározás előnye, hogy a szabályos hibák hasonlóan hatnak mindkét vevőre, így a műholdóra hiba, valamint az ionoszféra hibája is megközelítőleg 10 km-es távolságig kiejtethető. A műholdak pályahibájának hatása pedig jelentősen csökkenthető.

Mind abszolút, mind relatív helymeghatározás esetén végezhetünk **statikus** helymeghatározást, illetve **kinematikus** helymeghatározást. Statikus helymeghatározásról akkor beszélünk, ha a meghatározandó ponton lévő műszer mozdulatlan, **kinematikus** helymeghatározásról pedig akkor, ha az említett műszer mozog, tehát mozgáspályájának több pontját határozzuk meg. A statikus helymeghatározás pontosabb a kinematikusnál a sokkal több fölös mérés miatt.

A helymeghatározási eljárásokat megkülönböztethetjük a feldolgozás jellege, időszükséglete szerint is. **Valós idejű eljárásokról** beszélünk, ha a vevő helyzetének meghatározása és az eredmény közzlése a méréssel közel egyidejűleg történik, míg **utófeldolgozások eljárásáról** beszélünk akkor, ha a koordinátamegoldásokat a mérést követően, irodai feldolgozás után határozzuk meg.

A geodéziai pontosságot biztosító valós idejű eljárások előnye, hogy csak ezek használhatók pontok kitzésére is.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 7.1 alfejezet, 7.2.3, 7.6.1 és 7.6.2 fejezetrészek.

## 5. előadás: A GPS észlelési módszerei. GNSS-infrastruktúra. Az eredmények beillesztése az állami földmérés rendszerébe\*

### 5.1. Észlelési módszerek

Korábban már említettük, hogy geodéziai (centiméteres) pontosság csak **relatív** módszerrel érhető el, ezért az észlelési módszerek ismertetésekor a „relatív” jelzöt elhagyjuk. A statikus és a kinematikus mérések megkülönböztetése mellett még egy fontos különbséget kell tennünk. A **valós idejű** feldolgozás azt jelenti, hogy a mérési eredmények feldolgozása szinte egyidejű a méréssel. Az ilyen feldolgozás kitűzések esetén nélkülözhetetlen, más mérések (pl. részletes felmérés) esetén előnyös. Az **utólagos** feldolgozás nagyobb mérési anyagból, részletesebb elemzés eredményeként általában pontosabb helymeghatározást biztosít.

A továbbiakban az észlelési módszereket az alábbi sorrendben ismertetjük: az **utófeldolgozásos** módszerek között mind **statikus**, mind **kinematikus** módszerek vannak. Statikus módszer esetén az ismert és a meghatározandó pontokon elhelyezett GPS vevők hosszabb ideig folyamatosan észlelik a műholdakat. A mérési idő az alkalmazott eljárástól függ, de általában minimálisan 10 perc. Statikus méréseknél a GPS antennákat az antennák mozdulatlanságának biztosítása miatt műszerállványon helyezük el. Statikus módszer a **hagyományos statikus** és a **gyors statikus** módszer.

A **kinematikus** módszerek esetében az ismert koordinátájú referenciaponton felállított GPS vevő statikus észlelést végez, míg a meghatározandó pontokat bejáró „mozgó” (rover) vevő a mérési időtartam alatt mozoghat. A kinematikus módszerek között említhetjük a **félkinematikus** és a **valódi kinematikus** módszereket.

A **valós idejű** módszerek alapvetően **kinematikus** jellegűek, de mozdulatlan vevő helyzetének meghatározására is alkalmasak. A két alapvető módszer a **differenciális GPS** (DGPS) és a **valós idejű kinematikus** (*real time kinematic*, RTK).

### Statikus mérési módszerek

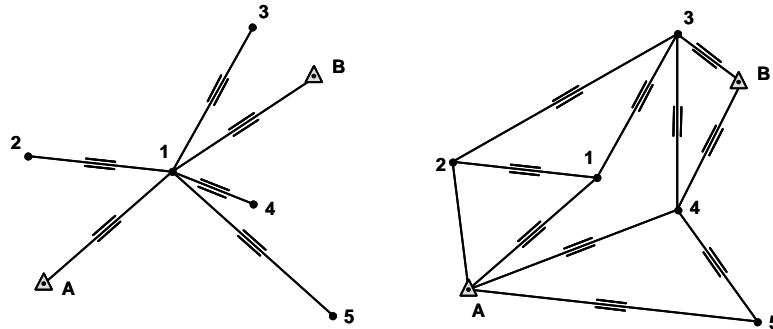
A **hagyományos statikus** módszer sokáig az észlelés egyetlen (de a mai napig is a legpontosabb) mérési módszere volt. Több óráig, esetleg napokig tartó észleléssel 15 km-nél hosszabb vektorok milliméteres pontosságú meghatározására alkalmas. Elsősorban nagy pontosságú (pl. alaphálózat vagy mozgásvizsgálat céljára létrehozott) hálózatok mérésére használják.

A **gyors statikus** módszer a feldolgozó szoftverek fejlődése nyomán alakult ki. A módszerrel 15 km-nél rövidebb vektorok 1-2 cm pontossággal mérhetők. A mérési idő a vektor hosszától függően egyfrekvenciás vevővel 20-40 perc, kétfrekvenciás vevővel 10-20 perc; emellett követelmény a jó műhold-geometria is ( $PDOP < 3$ ).

A statikus (vagy gyors statikus) mérések esetén a referenciapontok és a meghatározandó pontok geometriai elrendezése a 5-1. ábra szerint lehet sugaras vagy hálózatszerű. **Sugaras** elrendezés mellett az egyik vevő (az ún. referenciavevő) mindig ugyanazon a központi fekvésű ponton mér, míg a többi, ún. mozgó vevő sorra felkeresi a többi pontot. **Hálózatszerű** elrendezés mellett valamennyi vevő „vándorol”; a vevők egy-egy mérési periódusban a hálózat egy-egy elemét (pl. három vevő egy háromszöget) határoznak meg. A relatív eljárásnak köszönhetően, a méréseink

\* Az óravázlatot átdolgozta Dr. Rózsa Szabolcs egyetemi docens

feldolgozása során az egyidőben mért pontok háromdimenziós koordinátakülönbségeit határozzuk meg. A hálózatszerű elrendezés előnye, hogy ebben az esetben a pontok között vektorháromszögek alakíthatók ki. Egy-egy ilyen vektorháromszögben a koordinátakülönbségek összegzésével nullvektort kell kapnunk, így lehetőségünk nyílik a méréseink ellenőrzésére is. A hálózatszerű elrendezés hátrányaként említhetjük a hosszabb mérési időszükségletet, illetve a magasabb szállítási költségeket. Gyors statikus módszerhez, a rövid mérésidő mellett is biztonságot nyújtó sugaras elrendezés ajánlott. Ilyenkor azonban célszerű ellenőrzésként a méréseket más műholdgeometria mellett (azaz más időpontban) megismételni. A meghatározott pontok koordinátáinak ellenőrzését akár hagyományos mérési eljárásokkal is elvégezhetjük (pl. szabadállás-pont létesítése a meghatározott és adott pontokról).



11-1.ábra. Alappontsűrítés statikus módszerrel:  
a – sugaras, b – hálózatszerű elrendezésben

Az alappontsűrítés az **előkészítéssel** kezdődik. A pontok helyének kiválasztásakor a következőkre kell ügyelnünk:

- ♦ a pont helyéről minél teljesebb kilátás nyíljon az égboltra;
- ♦ a gépkocsival könnyen megközelíthető pont lehetőleg közterületen legyen;
- ♦ a pont tartós fennmaradása biztosított legyen.

A terepi bejárás során elkészítjük az elérési útvonalat tartalmazó térképvázlatot, a pont helyét ideiglenesen (cövekkel) megjelöljük, és hozzávetőlegesen meghatározzuk az égboltra látást esetleg akadályozó tereptárgyak irányát és a kitakarás szögének nagyságát. A pontok végleges megjelölése (az állandósítás) után elkészítjük a nyilvántartáshoz szükséges pontleírást (természetesen vízszintes koordináták és magasság nélkül). A közvetlenül a részletes felmérés céljára létesített ún. felmérési alappontokat nem kell állandósítani. Az előkészítéshez tartozik a mérésre alkalmas időszakok (ún. mérési ablakok) kiválasztása is. A feldolgozó szoftver tervező moduljának meg kell adni a mérés helyét, időpontját, az esetleges kilátási akadályokat, a mérési időszak szükséges legrövidebb időtartamát és a még elfogadható PDOP-értéket. Az adatok birtokában a tervező modul – a műholdak almanach adatainak ismeretében – kijelzi a mérésre alkalmas időszakok kezdetének és végének időpontját, ami megkönnyíti a mérési ütemterv elkészítését.

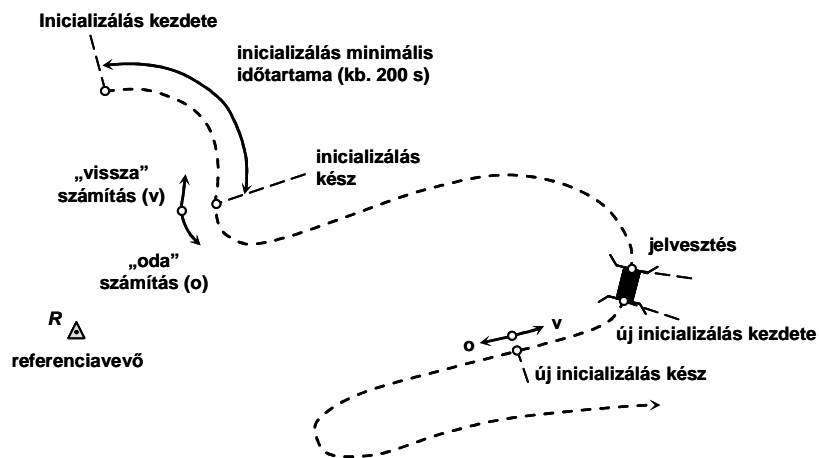
**Mérés** előtt ellenőrizni kell, hogy valamennyi műszeren statikus üzemmód, egyforma antenakitakarási magassági szög (általában  $15^\circ$ , az ennél alacsonyabban mozgó műholdakkal a vevő nem lép kapcsolatba), és ami rendkívül fontos, azonos mintavételezési (rögzítési) időköz (rendszerint 15 másodperc) legyen beállítva. (Relatív módszerrel legalább két műszerrel, egyazon időpontokban rögzített mérési eredmények dolgozhatók fel.) Az antenna pontra állítását és az antennamagasság megmérését különös gonddal kell elvégezni, mert az itt elkövetett hibák nem javíthatók.

A műsértípushoz rendszeresített ún. kereskedelmi szoftverrel végzett **feldolgozás** jórészt automatikus, eredménye valamennyi mért vektor három-három koordináta összetevője és a vektor pontosságát jelző mérőszám.

## Kinematikus mérési módszerek

A fázisméréssel végrehajtott **kinematikus** módszerek közös jellemzője a mérés **inicializálásának** szükségessége. Inicializáláson a fázismérés kezdeti időpontjához tartozó műhold-vevő távolságon elhelyezhető  $N$  egész hullámszám meghatározása értendő. Ha a kinematikus mérés ismert pontról indul, azaz mind a referenciavevő, mind a mozgó vevő egy-egy ismert koordinátájú ponton elhelyezhető, akkor az inicializálás egyszerű, mivel a műhold-vevő távolság az ismert vevő koordinátákból kiszámítható. A fázismérés alapelve miatt, az  $N$  ciklustöbbségtelműség meghatározását követően – amennyiben ciklusugrás nem következik be – a műhold-vevő távolságok a fázismérések segítségével előállíthatók. Így az inicializálást követően a vevő akár mozoghat is, az általa megtett útvonal pontjainak koordinátái meghatározhatók.

A feldolgozó szoftverek fejlődése révén az inicializálás akár menet közben (*on-the-fly*, OTF) is elvégezhető (5-2. ábra), így nincsen szükségünk két ismert koordinátájú pontra az inicializálás végrehajtásához. Az OTF inicializálás esetén az ismeretlen pontból induló mozgó vevő által rögzített adatokból és a referenciavevő észleléseiből utófeldolgozással elvégezhető az inicializálás. Ehhez néhány perces mérésre van szükségünk. Az inicializálás elvégzését követően a további pontok koordinátái számíthatóak, míg az inicializálás előtt bejárt útvonal az ún. visszafelé történő feldolgozással szintén meghatározható. Napjainkban a kezdeti ciklustöbbségtelműség feloldása már valós időben is lehetséges.



5-2. ábra. Mérés félkinematikus módszerrel, menet közbeni inicializálással

A **félkinematikus** (*stop and go*) módszer lényege, hogy a vevő az inicializálást követően, adatrögzítés nélküli folyamatos mérési kapcsolatot tart a műholdakkal miközben halad a meghatározandó pontokat „felfűző” vonalon. A meghatározandó pontokon a vevő rövid időre (20-30 másodpercre) megáll és adatokat rögzít. A módszert felmérési alappontok sűrítésére, esetleg részletes felmérésre használják, pontossága 2-3 cm. A műholdas részletmérés előnye, hogy a referenciavevő és a mozgó vevő(k) között szükségtelen az összelátás, hátránya viszont, hogy a részletpontokon a műholdak könnyen kitakarásba kerülhetnek.

A **valódi kinematikus** módszerrel rendszerint egy meghatározandó útvonal pontjait rögzítjük. A vevő valamilyen járműhöz van erősítve, az adatrögzítési időköz a kívánt pontsűrűségtől és a jármű sebességétől függ. A módszert vonalas létesítmény tengelyvonalának felmérésére, dom-

borzat felmérésére, légifényképezéskor vagy mederfelméréskor a fényképező repülőgép vagy a mérőhajó helyzetének meghatározására használják, pontossága 3-5 cm.

## Valós idejű módszerek

A **valós idejű** helymeghatározás módszereinek közös jellemzője, hogy a meghatározandó ponto(ko)n működő mozgó vevő(k) a pontosság fokozásához külső segítséget kap(nak) ismert ponto(ko)n működő referenciavevő(k)től. A valós idejű módszerek előnye, hogy nem igényelnek utólagos irodai feldolgozást. A mért koordinátákat a műszerek a terepi méréssel egyidőben határozzák meg.

A **differenciális GPS** (DGPS) módszerének legegyszerűbb változatában az ismert ponton álló referenciavevő kódérés segítségével megméri a távolságot valamennyi műholdtól. Ezt követően a saját ismert koordinátája és a műhold ismert pozíciója alapján kiszámítja a tényleges távolságot. A két távolság különbségeként előállíthatók a távolságjavítások, amelyeket rádióüzenetként sugároznak az állomások a saját hatáskörzetükben helymeghatározást végző mozgó vevőknek. A mozgó vevők a saját maguk által észlelt műhold-vevő távolságokat a kapott távolságjavítások figyelembevételével pontosabb helymeghatározást végezhetnek. Ki kell hangsúlyoznunk, hogy a DGPS kódtávolságokat használ, emiatt a módszerrel legfeljebb ún. szubméteres (0,5-0,8 m pontosságú) helymeghatározás végezhető. Ez a pontosság geodéziai célokra nem elegendő, de kiválóan megfelel a navigáció és a térinformatika céljaira, vagy akár mezőgazdasági gépek vezérlésére.

A **valós idejű kinematikus** (röviden: RTK) módszer a távközlés adatátviteli sebessége erőteljes növekedésének köszönheti elterjedését. Az átjátszó állomásként működő referenciavevő a mért műholdakról érkező jelek alapján mért kódtávolságokat és fázistávolságokat az álláspont koordinátaival együtt tovább sugározza a mozgó vevők számára. A mozgó vevők a saját mérseik, illetve a referenciavevő méréseinek felhasználásával elvégzik az inicializálást. Ezt követően a fázismérések relatív feldolgozásával a saját valós idejű, fázismérésen alapuló 1-2cm pontos koordinátáikat is kiszámítják. Az 1-2 cm pontosságú helymeghatározás feltétele a legalább öt műhold és a jó műhold-geometria. A módszert elsősorban kitzúzésekre, illetve részletes felmérésre használják.

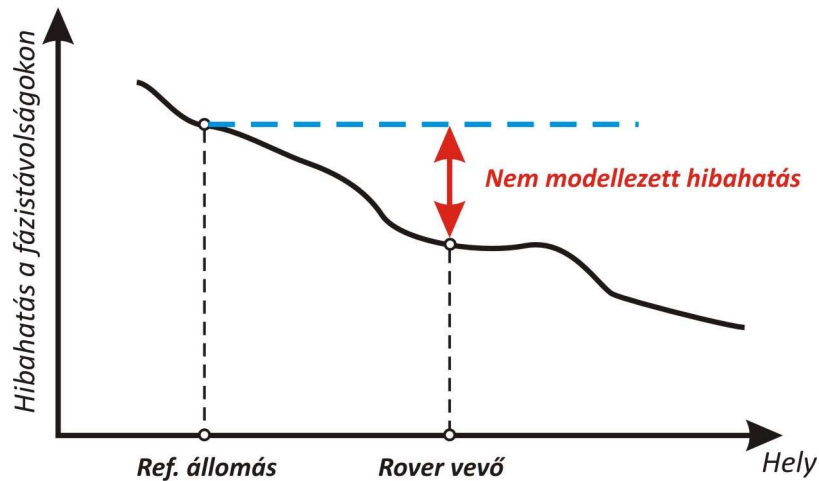
## 5.2. GNSS-infrastruktúra

A GNSS (*Global Navigation Satellite System*) elnevezés magába foglalja a műholdas helymeghatározás ún. alaprendszerei (GPS, GLONASS, Compass, Galileo) mellett azokat a kiegészítő (kiterjesztő) rendszereket, amelyek rendeltetése az országos (összekapcsolt rendszerek esetében akár kontinensnyi méretű) használat biztosítása, továbbá a helymeghatározás biztonságának és pontosságának a növelése.

Mind a DGPS, mind az RTK fogyatékosága, hogy az egyetlen referenciavevő hatáskörzete erősen korlátozott, emellett a referenciavevő hibás működése esetén az új pontok is hibásak lesznek, a referenciavevő üzemképtelensége esetén pedig a rendszer sem működik. Ezen a fogyatékoságon segít, ha az ország területén ismert pontokon folyamatosan működő ún. permanens állomásokként referenciavevőket üzemeltetünk.

A hazánkban kiépített GNSS-infrastruktúrának több generációja volt. Az első generációs GNSS infrastruktúrát az Országos GPS Hálózat jelentette. Ez az Egységes Országos Vízsíntes Alaphálózat pontjaira támaszkodó hálózat, amely 1153 pontból áll. Az Országos GPS Hálózat létesítésének egyik célja az volt, hogy az egész ország területén maximálisan 10 km-es vektorhosszak mérésével relatív helymeghatározást lehessen megvalósítani. Ehhez meghatározták a

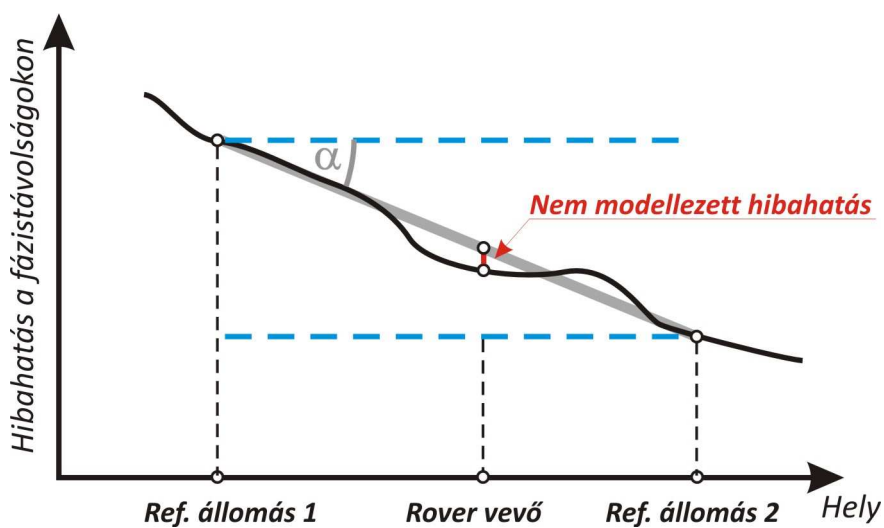




5-5.ábra. Szabályos hibák figyelembevétele egyetlen referenciaállomás esetén. A hibahatások térbeli változását a fekete görbe írja le.

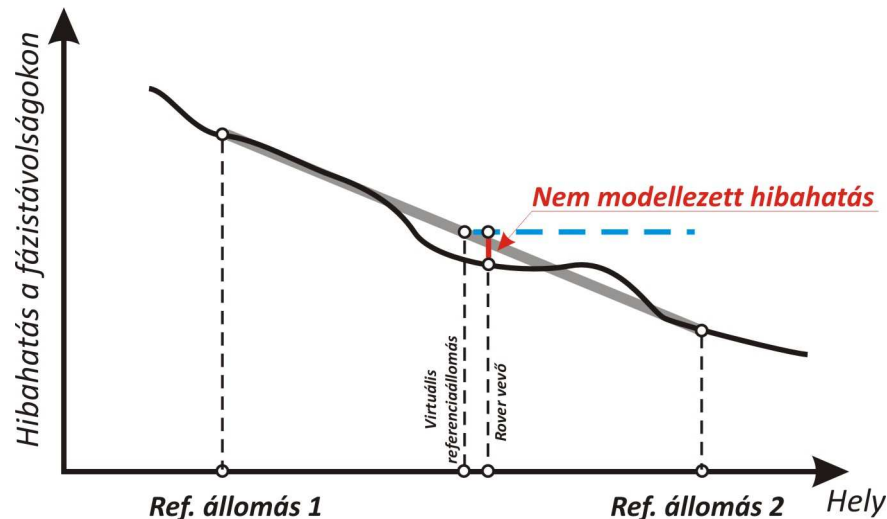
A hálózati RTK eljárás továbbra is egy relatív helymeghatározási módszer. Így a felhasználó számára a GNSS infrastruktúra továbbra is ismert koordinátájú ponton észlelő referenciaállomás adatsort szolgáltat. Ezt alapvetően kétféleképpen tehetik meg:

- a mozgó vevő megkapja a legközelebbi referenciaállomás adatait, valamint a szabályos hibák hatását leíró ún. korrekciófelület paramétereit (az 5-6. ábra vastag szürke vonalának  $\alpha$  meredekségét). Ekkor a mozgó vevő az aktuális helyzetének megfelelő korrekcióit saját közelítő vízszintes koordinátáinak ismeretében meg tudja határozni. Ezt az eljárást **felületi korrekciós paraméterek (FKP)** módszerének hívjuk (5-6. ábra).
- a mozgó vevő elküldi a feldolgozóközpontba a saját közelítő koordinátáit, amelyek alapján a feldolgozóközpont egy a felhasználó közelében elképzelt ún. virtuális referenciaállomás adatsort állít elő. A virtuális referenciaállomás adatsor nem más, mint olyan észlelések halmaza, amelyet a felhasználó közelében elhelyezett referenciaállomás észlelne. Ezt az eljárás **virtuális referenciaállomások (VRS)** módszerének nevezzük 5-7. ábra.



5-6.ábra. Szabályos hibák figyelembevétele a Felületi Korrekciós Paraméterek (FKP) eljárással.





5-7.ábra. Szabályos hibák figyelembevétele a Virtuális Referenciállomások (VRS) módszerével.

Az 5-6. és 5-7. ábrákból látható, hogy bármelyik a hálózati RTK megoldások előnye, hogy úgy működnek, mintha nagyon rövid bázisvonalakat használnánk. Így az elérhető helymeghatározási pontosság homogénnek tekinthető. Meg kell azonban említenünk a hálózati RTK megoldások egy fontos korlátozó tényezőjét is. A valós idejű adatok továbbítására hazánkban az Internetet használják. Emiatt elengedhetetlen, hogy a terepi méréseink helyén elérhető legyen valamilyen mobil Internet szolgáltatás is. Hiába van tökéletes kilátás az égboltra, ha a korrekciókat terepi Internet eléréssel nem tudjuk letölteni a hálózat központi szerveréről.

A hazai GNSS-infrastruktúra az ún. **földi kiegészítő rendszerek** (Ground based Augmentation System – GBAS) közé tartozik. Ezek olyan földi telepítésű rendszerek, amelyek a műholdas helymeghatározás pontosságának növelését tűzték ki célul.

A navigáció és a térinformatika erőteljes térhódítása miatt felértékelődött a DGPS-korrekciók jelentősége is. A hazai GNSS-infrastruktúra a Monoron található állomásáról szolgáltat DGPS korrekciókat (azaz kódtávolság javításokat).

A kiegészítő rendszerek másik fő típusát a **műholdas kiegészítő rendszerek** (Satellite based Augmentation System – SBAS) alkotják. A műholdas kiegészítő rendszerek célja, hogy nagy területre (pl. kontinensekre) biztosítsanak DGPS korrekciókat. A DGPS korrekciók területfüggő meghatározására szolgáló rendszer működése a javítások meghatározásáig gyakorlatilag azonos a hálózatba szervezett permanens állomások rendszerének működésével. Ezután azonban a fel dolgozó központ a korrekciókat rádióüzenetként egy ún. geostacionárius (a Föld felszínéhez képest mozdulatlan) műholdra juttatja, amely visszasugározza azokat a szolgáltatás kontinensnyi területére.

A napjainkban a hazánkban elérhető szolgáltatások közül, a Galileo alaprendszerhez létesített EGNOS szolgáltatása ingyenes. A rendszer a Galileo üzemzerű működéséig a GPS-műholdakra vonatkozó DGPS-korrekciókat sugározza. A javított kódtávolságokkal a helymeghatározás 2-3 m pontossággal végezhető el. A szubméteres (0,5-0,8 m) pontosságot biztosító OmniStar és LandStar rendszerek használatáért fizetni kell.

### 5.3. A „GPS-koordináták” beillesztése az állami földmérés vonatkoztatási rendszerébe

A GPS vonatkoztatási rendszere a már említett WGS-84, amely némi egyszerűsítéssel egy ismert nagyságú, alakú, geocentrikus elhelyezésű és ismert módon tájolt forgási ellipszoidnak, illetve a hozzá kapcsolódó térbeli derékszögű koordinátarendszerként fogható fel. A GPS mérések eredményét vagy  $X, Y, Z$  térbeli derékszögű koordinátákként, vagy a WGS-84 ellipszoidon értelmezett  $\varphi, \lambda$  ellipszoidi földrajzi szélességként és hosszúságként, illetve a  $h$  ellipszoid feletti magasságként kaphatjuk meg. Ez a kétféle koordinátahármas egymásnak egyértelműen megfeleltethető. A feladatunk tehát nem más, mint hogy az előbb említett koordinátahármasból előállítsuk a bemért pontok vetületi koordinátáit (EOV  $y, x$ ), illetve a Balti alapszint feletti magasságát ( $H$ ).

Az alkalmazott eljárás térbeli hasonlósági transzformáció, amelyet Helmert-transzformációnak is nevezünk. A módszer lényege, hogy két térbeli derékszögű koordinátarendszer között meg kell határoznunk azt a hét paramétert, amelyek segítségével az egyik koordinátarendszert áttranszformálhatjuk a másik rendszerbe. A hét paraméter nem más, mint a két koordinátarendszer origójának koordinátakülönbsége (3 paraméter), az egyes tengelyek körül elforgatások (3 forgatási szög), illetve a méretarányeltérést kifejező egyetlen méretaránytényező.

A térbeli hasonlósági transzformáció alkalmazásához mind a WGS-84, mind az országos rendszerben térbeli derékszögű koordinátákat kell előállítanunk. A WGS-84 rendszerben a koordinátáink már eleve térbeli derékszögű koordináták, így ezzel nem kell foglalkoznunk. Az országos rendszerben adott koordinátákat, mivel azok egyrésről vetületi koordináták ( $y, x$ ), illetve Balti alapszint feletti magasságok ( $H$ ), másképpen kell kezelnünk. Az országos rendszerben adott pontok „helyi” térbeli derékszögű koordinátáinak számításához röviden elevenítsük fel az Egységes Országos Vetületi rendszerről tanultakat.

Az Egységes Országos Vetületi Rendszer a kettős vetítés elvét alkalmazza. Az alapfelületként szolgáló ellipszoidi pontokat első lépésben egy simulógömbre (az új Gauss gömbre) vetítjük. Ezt követően a gömbi pontokat egy ferde-tengelyű, metsző hengervetületre vetítjük, amely henger már síkbafejthető felület. A vetítés matematikai egyenletek, az úgynevezett vetületi egyenletek, segítségével történik. A vetületi egyenletek ismeretében a számítás megfordítható, azaz az ismert EOV ( $y, x$ ) koordinátákból első lépésben gömbi, majd második lépésben az alapfelületként szolgáló ellipszoidi koordinátákat ( $\varphi_{helyi}, \lambda_{helyi}$ ) határozhatunk meg.

Az állami földmérés által használt vonatkoztatási rendszer (HD72) alapfelületének definiálásakor azonban az nem volt követelmény, hogy a forgási ellipszoid szintén geocentrikus elhelyezésű legyen. Sokkal fontosabb volt ennél, hogy az ellipszoid a geoid hazai darabjához jól illeszkedjen. Emiatt azonban nem csak ennek a „helyi” ellipszoidnak a geometriai jellemzői (méret, lapultság) térnek el a WGS-84 ellipszoidtól, hanem az ellipszoidok középpontja is eltérő helyzetben található, ráadásul a két ellipszoid nem is egyállású (a tengelyeik sem párhuzamosak).

Vegyük észre, hogy a kettős vetítés során mindig az alapfelületről történik a vetítés, nem pedig a terepi pontból. Ennek megfelelően a pont „helyi” ellipszoid feletti magasságának kiszámítása a következők szerint történik. Abban az esetben, ha az alapfelületként használt ellipszoid egybeesne a geoiddal, akkor nem kellene semmit sem tennünk, hiszen a Balti alapszint feletti magasság megegyezne az ellipszoid feletti magassággal. A Föld elméleti alakja – a geoid – azonban nem írható le olyan egyszerű geometriai objektummal, mint egy forgási ellipszoid. Emiatt ismernünk kell, hogy mekkora a távolság a geoid és az ellipszoid között. A geoid és az ellipszoid felülete közötti távolságot geoidundulációnak ( $N$ ) nevezzük. A geoidunduláció ismeretében a helyi ellipszoid feletti magasság az alábbi képlettel számítható ki:

$$h_{helyi} = H - N.$$

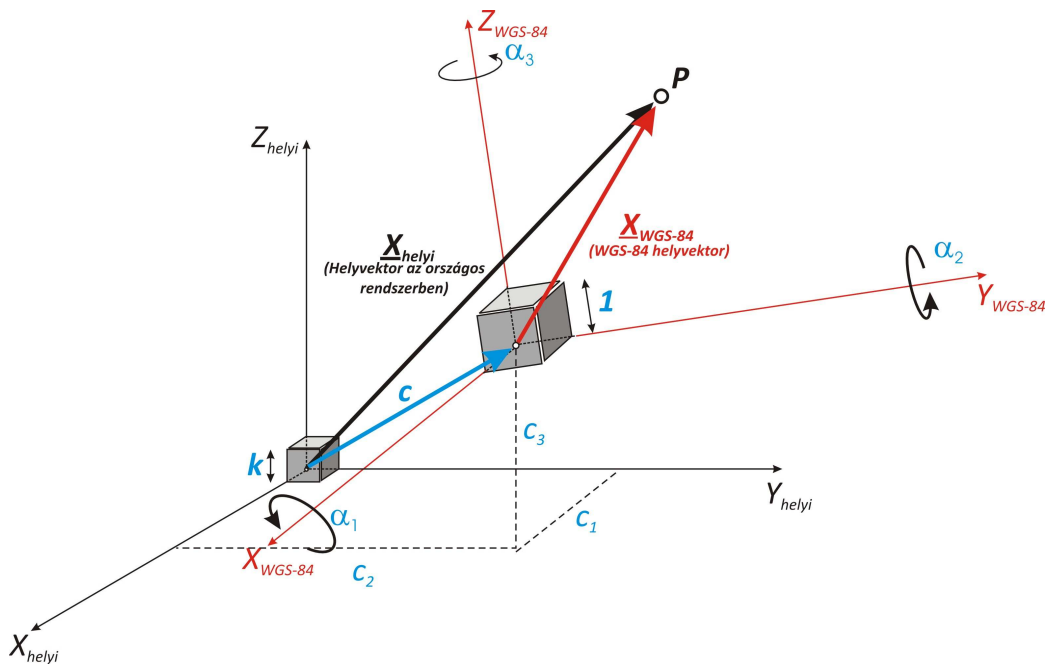
A helyi ellipszoidi koordináták, és az ellipszoid paramétereinek ismeretében most már kiszámíthatóak a helyi térbeli terékszögű koordináták:

$$\varphi_{helyi}, \lambda_{helyi}, h_{helyi} \Rightarrow X_{helyi}, Y_{helyi}, Z_{helyi}.$$

A feladatunk a továbbiakban az, hogy a térbeli hasonlósági transzformáció 7 paraméterét meghatározzuk. A transzformációhoz kellő számú közös pontra van szükség. Olyan pontokra, amelyek koordinátái mindkét rendszerben ismertek. A közös pontok száma minimum 3, hiszen 7 ismeretlenre ekkor már 9 egyenletet tudunk felírni.

A közös pontok rendszere nem más, mint az elsőgenerációs GNSS infrastruktúra, az **országos GPS ponthálózat** (OGPSH). Már említettük, hogy az 1153 OGPSH alappont mindegyike rendelkezik mind WGS-84 koordinátákkal, mind pedig EOVS koordinátákkal és Balti alapszint feletti magasságokkal. Így ezekben a pontokban mind az  $X, Y, Z$ , mind pedig az  $X_{helyi}, Y_{helyi}, Z_{helyi}$  koordinátahármas is adott.

A koordináták átszámításához a *Helmert*-féle térbeli (hétparaméteres) hasonlósági transzformáció használatos (5-7. ábra). Megjegyezzük, hogy a transzformációs paraméterek kiszámítása jelentősen leegyszerűsödik, ha két közel egyállású térbeli derékszögű koordináta-rendszer között végezzük az átszámítást, ezért mindkét rendszerben  $X, Y, Z$  alakra kell hozni a koordinátákat. (Tájékoztatásul megemlítjük, hogy a „globális” és a „helyi” rendszer kezdőpontjának távolsága mindössze 92 m, a megfelelő koordinátatengelyek által bezárt szög pedig 0,3 szögmásodperc körüli érték.)



5-7. ábra. A térbeli hasonlósági transzformáció és paramétereinek ( $c_1, c_2, c_3$  eltolási paraméterek;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  - elforgatási paraméterek,  $m$  - méretaránytényező)

A számítás menete:

- a kellő számú közös pont koordinátáiból kiszámítjuk a transzformációs együtthatókat (három eltolás, három elforgatás, egy méretarány-változás);
- Az így módon meghatározott transzformációs paramétereket felhasználva, a közös pontok WGS-84 koordinátáit áttranszformáljuk EOVS koordinátákká és Balti ma-

gasságokká. Mivel ezeket az adatokat az OGPSH pontokon ismerjük, így az adott és a transzformált koordináták eltéréseiből kiszámítjuk az egymásba illesztés pontosságát jellemző mennyiséget, ami egyúttal a transzformált pontok várható pontosságának mérőszáma is;

- ♦ ha a transzformáció várható pontossága kielégítő, akkor az általunk meghatározott új (nem közös) pontok WGS-84 koordinátáit is átszámítjuk az országos rendszerbe.

Megjegyezzük, hogy a hétparaméteres Helmert-transzformáció segítségével csupán az  $X_{helyi}, Y_{helyi}, Z_{helyi}$  koordinátákat számítjuk ki. Ezt követően ezekből a koordinátákból meg kell határozunk a  $\varphi_{helyi}, \lambda_{helyi}$  alapfelületi koordinátákat, illetve a  $h_{helyi}$  helyi ellipszoid feletti magasságot. A  $\varphi_{helyi}, \lambda_{helyi}$  alapfelületi koordinátákból a vetületi egyenleteket felhasználva megkaphatjuk a GPS-szel mért pont  $y, x$  EOVS koordinátáit. A  $h_{helyi}$  ellipszoid feletti magasságból levonva a geoidunduláció értékét ( $N$ ), pedig a  $H$  Balti alapszint feletti magasság számítható. Így a GPS-szel mért pontokat beillesztettük az állami földmérés vonatkoztatási rendszerébe. A transzformáció pontossági mérőszámainak meghatározásánál ugyanígy járunk el. A maradék ellentmondásokat így az  $y, x, H$  koordinátákra külön-külön is kiszámíthatjuk.

A hazai tapasztalatok szerint – elsősorban az EOVS síkkoordináták torzulása és a tengerszint feletti magasságok pontatlansága miatt – az ország területére meghatározott egységes (tehát mind az 1153 közös pont felhasználásával kiszámított) paraméterkészlettel az átszámítás eredményét több deciméteres hiba terheli. Geodéziai, tehát centiméteres pontosság csak akkor érhető el, ha a transzformációs együtthatók kiszámításához a munkaterülethez legközelebbi 4-5 közös pont koordinátáit használjuk fel.

Megjegyezzük még, hogy az ismertetett módon (térbeli derékszögű koordináta-rendszerek között) meghatározott transzformációs együtthatók ellentett előjellel ellentétes irányú („helyi” → „globális”) átszámításra is alkalmasak.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 7.5.2, 9.3.1 és 9.3.2 fejezet rész

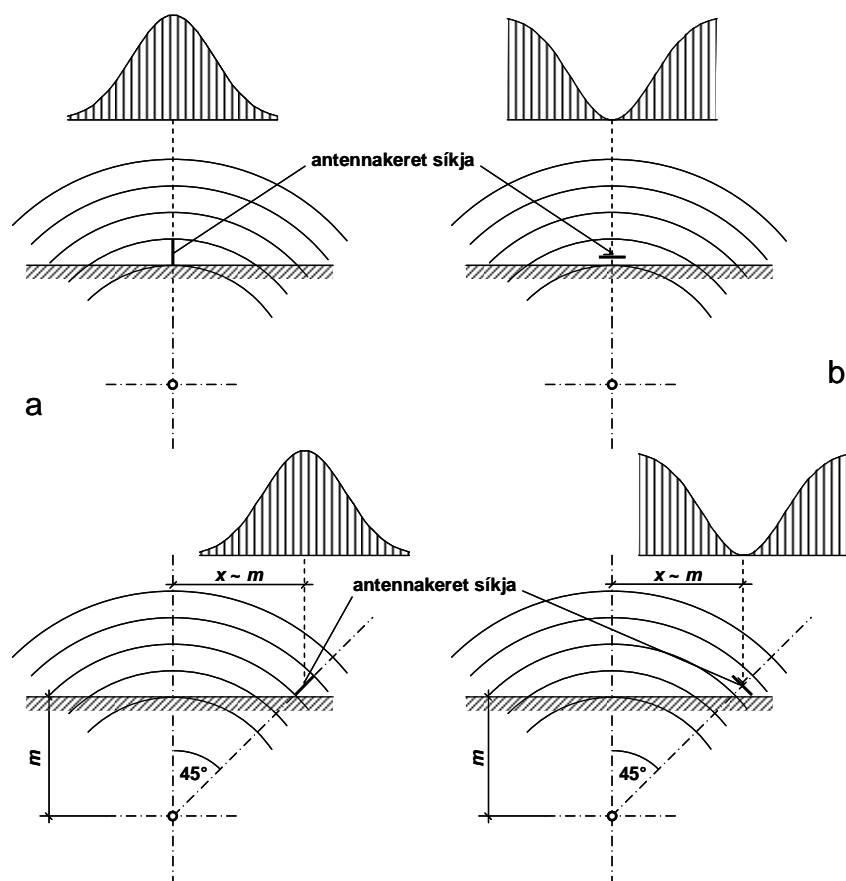
## 6. előadás: Föld alatti vezeték helyzetének meghatározása. Közművek nyilvántartása

### 6.1. Föld alatti vezeték helyzetének meghatározása

Eltakart közművek felmérése előtt műszerrel fel kell kutatni a vezeték nyomvonalát és mélységét. Az elektromos vezetékkutatás alapja: ha a vezetékben váltakozó áram folyik, akkor a vezeték körül keletkező mágneses erővonalak változása elektromos feszültséget kelt a vezeték közelében elhelyezett sík antennakeretben. Az indukált feszültség nagysága az átmetszett erővonalak számával arányos. A feszültség nagyságát műszer mutatókitérése vagy hang erőssége jelzi.

A nyomvonal vízszintes helyzete megállapítható (6-1. ábra)

- ♦ **jelmaximum** keresésével: az antennakeret függőleges, a jelmaximum helye a vezeték függőlegesében van;
- ♦ **jelminimum** keresésével: az antennakeret vízszintes, a jelminimum helye a vezeték függőlegesében van.



6-1. ábra. Vezeték nyomvonalának és mélységének megállapítása: a – jelmaximum, b – jelminimum keresésével

Jelminimum keresése nagyobb mélységben húzódó vezeték helyzetének megállapításakor indokolt.

A fektetési mélység meghatározásához az ábra szerint az antennakeret síkját  $45^\circ$ -kal elforgatjuk. A jelmaximum vagy a jelminimum keresésével megtalált pont  $x$  távolsága a nyomvonal kitűzött pontjától közel azonos a fektetés  $m$  mélységével.

A vezetékutató műszer vetítőbotra szerelt érzékeny antennakeretből, az indukált jelet erősítő berendezésből és kijelzőből (feszültségmérő műszerből, akusztikus kijelzés esetén fejhallgatóból) áll. A felszereléshez jeladó (váltóáramú generátor) is tartozik, amelyet

- ♦ **fém** (galvanikus) kapcsolat esetén összekötünk a vezetékkel, az adó másik ágát földeljük;
- ♦ **induktív** kapcsolat esetén a vezeték egy ismert pontja fölé helyezünk, és az adó sugárzása által indukált másodlagos jel erővonalait használjuk fel a kereséshez.

A két módszer közül a galvanikus kapcsolat biztosít gyorsabb és pontosabb meghatározást.

A készülékkel **nem fémanyagú** vezetékek (pl. műanyag csövek) helyzete csak akkor állapítható meg, ha a vezetéket fémhuzal szakaszos átvezetésével vagy a kitöltő folyadék elektrolittá alakításával előzetesen már elektromos vezetővé tettük.

A **fémanyagú** vezetékek között külön kell foglalkoznunk az **elektromos kábelek** esetével:

- ♦ nem élő (feszültség alatt nem álló) vezeték helyét fémes kapcsolat létesítése után érdemes meghatározni;
- ♦ feszültség alatt álló vezeték esetében is létesíthető fémes kapcsolat, de előtte feszültségmentesíteni kell a vezetéket. Induktív kapcsolat esetén fennáll a veszélye annak, hogy egymáshoz közeli kábelek helyzetének felkutatásakor letérünk a helyes nyomról;
- ♦ ha a kábelen 50 Hz-es váltóáram folyik át, akkor szükségtelen a jeladó használata. Természetesen minden közeli 50 Hz-es kábel zavarja a vezetékutatót.

A műszeres vezetékutató pontossága sok körülménytől függ. Fémes kapcsolattal, kedvező körülmények között 2 m fektetési mélységig a nyomvonal vízszintes helyzete 10-20 cm-es, a fektetési mélység 15-30 cm-es pontossággal határozható meg.

## 6.2. Közművek nyilvántartása

**Központi közműnyilvántartó (KKN):** a városi építési hatóság keretében vagy megbízásából működő szervezet.

**Szakági nyilvántartás (SzN):** a közmű-üzemeltetőknél (víz-, gáz-, elektromos, csatornázási stb.) vezetett, térképi, szöveges és számadatokból álló részletes nyilvántartás.

A közműnyilvántartás műszaki munkarészei:

1. **Közműalaptérkép:** kétszeresére nagyított (1:500 méretarányú) földmérési alaptérkép. Tartalma:
  - ♦ közterületen: határvonalak (közigazgatási, bel- és külterület közötti, tömböket, szilárd burkolatot határoló), épületek, építmények, járdák, a terepszintből kiemelkedő műtárgyak, vágányok, fák, geodéziai alappontok;
  - ♦ nem közterületen: határvonalak (bel- és külterület, földrészletek közötti), épületek, közterületi névrajz, amelyet a térkép közterületet ábrázoló részének jobb áttekinthetősége érdekében ide helyeztek át;

A közműalaptérkép mérettartó fólián készül, a KKN kezeli, díjazásért másolat rendelhető.

2. **Közműadattár:** a KKN kezeli. Tartalma: a hálózat hossza szakáganként, szakágakon belül vezetékfajtánként, fajtákon belül jellemzők (anyag, méret) szerint; a fogyasztók száma; a termelés és a fogyasztás mennyisége.
3. **Szakági részletes helyszínrajz:** a szakágak kezelik, térképszerű nyilvántartás a vezeték helyzetére vonatkozó bemérési adatokkal (ún. pallérméretekkel). Ábrázolandók a vezetékszakaszok határpontjai, hossza, jellemzői, egyes pontjainak magassága, a közműalagutak és a védőcsatornák.
4. **Áttekintő alaptérkép:** az 1:4000 méretarányú földmérési átnézetű térkép alapján készül. Közműtartalma nincs, de tartalmazza az 1:500 méretarányú szelvények hálózatát, emellett a felsorolt határvonalakat, az épületek körvonalait, az áthelyezett utcaneveket és a tömsarkok házszámait.
5. **Szakági áttekintő helyszínrajzok:** az áttekintő alaptérkép fóliamásolatai szakáganként, a szakági részletes helyszínrajzok kivonatos tartalmával.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 14.1 alfejezet





## 7. előadás: Mozcásvizsgálatok, elmozdulás- és süllyedésmérés

Akár elmozdulások, akár alakváltozások meghatározása a feladat, mindenképpen pontok térbeli helyzetét kell meghatározni különböző időpontokban; erre a geodéziai módszerek igen alkalmasak. A geodéziai módszerekkel végzett mozcásvizsgálat jellemzői:

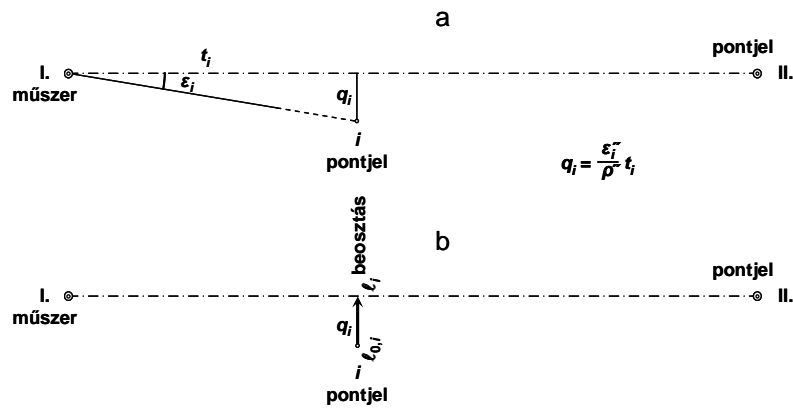
- ♦ a vizsgált tárgyat néhány pontjával azonosítjuk, emiatt a pontokat a vizsgálat szempontjából mértékadó helyeken kell kiválasztani úgy, hogy fennmaradásuk biztosított legyen;
- ♦ olyan mérési módszert kell válasszunk, amellyel az adott körülmények között az elmozdulás a kellő pontossággal kimutatható;
- ♦ a vizsgálati pontok helyzetét mozdulatlanak tekintett viszonyítási pontokhoz képest határozzuk meg (térbeli viszonyítás);
- ♦ a vizsgálati pontok helyzetét a vizsgálat kezdetén végrehajtott alapmérésben rögzített állapothoz viszonyítjuk (időbeli viszonyítás).

### 7.1. Vízszintes elmozdulások mérése

Ha az elmozdulások várható iránya ismert, akkor a vizsgálati pontoknak csak ebbe az irányba eső elmozdulását határozzuk meg:

- ♦ **egyenesre mérés**kor (5-1. ábra) a viszonyítási pontokkal az elmozdulás irányára merőleges egyenest jelölünk ki, a vizsgálati pontokat pedig az egyeneshez közel választjuk.  
**Kis szögek** mérésekor az  $\varepsilon_i$  szög mérésevel, a  $t_i$  távolság ismeretében (ezt a távolságot elegendő a legelső alkalommal megmérni) kiszámítható a  $q_i$  keresztirányú eltérés.
- ♦ **Mozgatható pont**tel használatakor a vizsgálati ponttel a viszonyítási egyenesre merőlegesen szabatosan mozgatható. Az  $\ell_{0i}$  kezdőleolvasás után a pontjelet a viszonyítási egyenesbe állítjuk, és leolvassuk  $\ell_i$  értékét; a  $q_i$  keresztirányú eltérés a két leolvasás különbségként adódik.
- ♦ Az elmozdulás mindkét esetben a meghatározott  $q_i$  keresztirányú eltérés időbeli változása;
- ♦ **sokszög**elés esetén ideálisan nyújtott sokszögvonalat vezetünk az elmozdulás irányára merőlegesen, ügyelve arra, hogy a kezdő- és a végpont mozgásmentes területen legyen. A sokszögoldalak hosszát elegendő a legelső alkalommal megmérni, a törésszögeket minden alkalommal meg kell mérni. A sokszögpontok koordinátáit olyan koordináta-rendszerben érdemes kiszámítani, amelynek  $y$  tengelye a KV záróoldal irányával párhuzamos. A pontok elmozdulását az  $x$  koordináták változása mutatja.

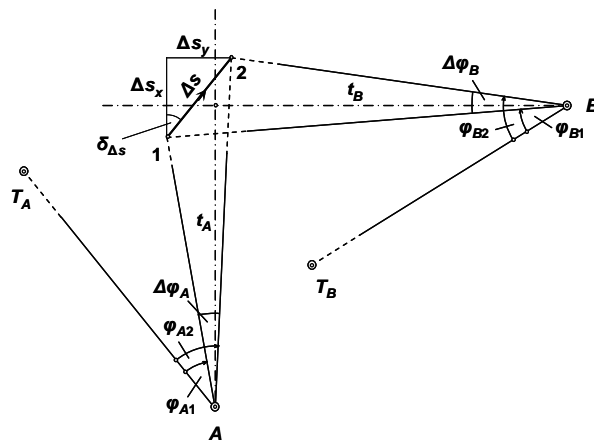
Ha az elmozdulások várható iránya ismeretlen, akkor – rendszerint helyi koordináta-rendszerben – az elmozdulások mindkét koordinátatengely-irányú összetevőjét meg kell határozni. A két összetevőből kiszámítható az elmozdulás nagysága és iránya. **Pontkapcsolások** (előmetszés, hátrametszés, oldalmetszés, ívmetszés) esetében az elmozdulások összetevői az egymást követő pontmeghatározások koordináta-különbségei.



5-1. ábra. Egyenesre mérés: a – kis szögek mérésével, b – mozgatható pontjellel

Magas, karsú építmények (tornyok, gyárkémények) felső keresztmetszeti pontjainak vízszintes elmozdulása **szögváltozások** mérésével határozható meg a legegyszerűbben. A mérést két, egymásra közel merőleges irányból hajtjuk végre a vizsgálati pontok három-négyszeres magasságának megfelelő távolságban épített észlelőpillérekén elhelyezett teodolitokkal. Az 5-2. ábra szerint az  $A$  és a  $B$  műszerállásponton megmérjük az  $AT_A$  és a  $BT_B$  viszonyítási irányok és a vizsgálati pontra mutató  $A1$  és  $B1$  irányok által bezárt  $\varphi_{A1}$  és  $\varphi_{B1}$  szögeket, majd a következő vizsgálati mérés alkalmával ugyanarra a vizsgálati pontra vonatkozó  $\varphi_{A2}$  és  $\varphi_{B2}$  szögeket. A vizsgálati pont elmozdulásának összetevői a  $\Delta\varphi_A$  és  $\Delta\varphi_B$  szögváltozásokból a  $t_A$  és a  $t_B$  távolságok ismeretében kiszámíthatók, majd az összetevőkből az elmozdulás nagysága és iránya is meghatározható:

$$\Delta s = \sqrt{\Delta s_y^2 + \Delta s_x^2}; \delta_{\Delta s} = \arctan \frac{\Delta s_y}{\Delta s_x}.$$

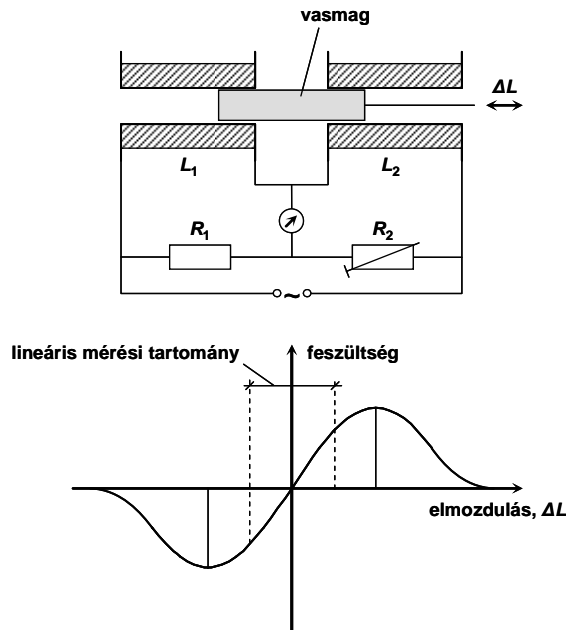


5-2. ábra. Vízszintes elmozdulásmérés szögváltozások mérésével

A geodéziai mérések számára hozzáférhetetlen pontok elmozdulása **elektromos módszerrel** mérhető. A **differenciál-transzformátor** tekerceiben a vasmag elmozdulásakor az induktivitás ellentétes értelemben változik. A tekerceket váltóáram táplálja. Az induktivitás változása *Wheatstone*-híddal mérhető az 5-3. ábra szerint:

A mérés kezdetén a vasmagot a vizsgálati ponthoz rögzítjük, majd a  $R_2$  ellenállás változtatásával kiegyenlítjük a hidat (ilyenkor a nulla-ágban lévő műszer nem jelez feszültséget). A vizsgálati pont (és vele a vasmag) elmozdulása esetén felborul a mérőhíd egyensúlya, és a műszer (a jelleggörbe lineáris tartományában) az elmozdulással arányos feszültséget jelez. Olyan beosztás is

készíthető, amelyen a mutató kitérése közvetlenül az elmozdulást adja. A mérőeszközzel néhány centiméteres elmozdulások néhány századmilliméternyi pontossággal határozhatók meg.



5-3. ábra. Differenciál-transzformátor és jelleggörbéje

## 7.2. Süllyedésmérések

A süllyedés magasságváltozást jelent, tehát magasságkülönbségek pontos meghatározását igényli. A süllyedésmérés szokásos módszere a **szintezés**, bár milliméteres pontosság **trigonometriai magasságméréssel** is elérhető, ha

- ◆ az irányhossz 100 m-nél rövidebb;
- ◆ a pontjelek szabatosan irányozhatók és zérus a jelmagasság;
- ◆ trigonometriai szintezést végzünk, így szükségtelen a műszermagasság megmérése.

Nagyobb területen **optikai**, építményen belül **hidrosztatikai** szintezést végzünk.

A süllyedésmérés tervezésének szempontjai:

- ◆ a vizsgálati pontokat a várható legnagyobb függőleges elmozdulások helyén jelöljük ki;
- ◆ biztosítani kell a pontok tartós fennmaradását és mechanikai sérülések elleni védelmét;
- ◆ a pontokat úgy lehessen vonalba foglalni, hogy ne legyen szükség kötőpontokra, és a műszer-léc távolság ne legyen 25 m-nél nagyobb;
- ◆ az építményen belüli pontrendszer legalább két helyen összekapcsolható legyen a külső viszonyítási pontokkal;
- ◆ a viszonyítási pontokat mozgásmentes helyeken kell kialakítani: legalább két csoportban, csoportonként legalább három pontot kell létesíteni;
- ◆ a viszonyítási pontok mozdulatlanságát évente legalább egyszer ellenőrizni kell.

A pontossági tervezéshez ismerni kell a kimutatandó  $\Delta$  legkisebb süllyedésértéket, amely a kritikus süllyedésérték és az 1-nél nagyobb biztonsági tényező hányadosa. Az egyetlen magasságkülönbség meghatározásának  $m_{\Delta m}$  középhibáját ismerve (meghatározva), és abból kiindulva, hogy a mindkét végén ismert magasságú ponthoz csatlakozó vonal leggyengébb pontja a középső pont, kiszámítható a középső pont magasságának  $m_m$  középhibája. Ha a vonal  $n$  műszerállásból áll,  $m_m = m_{\Delta m} \sqrt{\frac{n}{2}}$ . A süllyedés két magasság különbsége, tehát a süllyedés  $m_d$  középhibája a magasság  $m_m$  középhibájának  $\sqrt{2}$ -szerese:  $m_d = m_m \sqrt{2} = m_{\Delta m} \sqrt{n}$ . Ez a középhiba nem lehet nagyobb a  $\Delta$  értéknél, így  $m_{\Delta m} \sqrt{n} \leq \Delta$ , ahonnan  $n \leq \frac{\Delta^2}{m_{\Delta m}^2}$ ;  $n$  értékét lefelé kell kerekíteni egész számra.

A **hidrosztatikai szintezés** a közlekedőedények elvén alapul: a szabad csővégek alatt a homogén töltőfolyadék felszíne ugyanazon a szintfelületen helyezkedik el. Ha a csővégeket rögzítjük a vizsgálati pontokhoz, és megmérjük a rögzítési pont és a folyadékfelszín függőleges távolságát, akkor a távolságok különbsége a pontok magasságkülönbségét adja, a távolságkülönbség(ek) megváltozása pedig a pontok magasságkülönbségének megváltozását, azaz a pontrendszer egyenlőtlen süllyedését jelzi. A hidrosztatikai szintezés nem mutatja ki a vizsgált objektum egyenletes süllyedését, ezért a teljes értékű süllyedésméréshez a pontrendszert (rendszerint optikai szintezéssel) össze kell kapcsolni mozdulatlanak tekintett viszonyítási pontokkal.

Szabatos hidrosztatikai mérőrendszerrel akár századmilliméteres pontosság is elérhető. Ennek érdekében a lehetőséghez mérten kiküszöbölik a szabályos hibahatásokat (változó hőmérséklet a töltőfolyadékban, eltérő légnyomás a szabad csővégeknél), és szervomotorral forgatott szabatos mérőorsóval mérik a folyadékfelszín magassági helyzetét. Az ilyen rendszerek jellemző alkalmazási területe a hőerőművek 50-60 m hosszúságú turbina-generátor tengelye vízszintességének ellenőrzése az alátámasztások (a csapágyak) helyén.

A hidrosztatikai szintezők közös hátránya, hogy a vizsgálati pontok magasságkülönbsége nem lehet nagyobb 10-20 cm-nél. Ezt meghaladó magasságkülönbség esetén a pontokat kis hőtágulású (invárból készült) áthidaló elemekkel hozzák a viszonyítási szintfelület közelébe.

### 7.3. A mozgásvizsgálatok eredményközlése

A vizsgálatok megrendelője rendszerint folyamatos tájékoztatást kér az elmozdulásokról, ezért az eredményeket minden vizsgálati mérés után közölni kell.

A **számszerű** eredményközlés legegyszerűbb módja olyan táblázat készítése, amelynek két rovatában az elmozdulás értéke szerepel egyrészt a megelőző vizsgálati méréshez, másrészt a kezdeti állapotot rögzítő alpméréshez képest.

A **grafikus** ábrázolás szemléletesebb a táblázatos adatoknál. A vízszintes elmozdulásokat az elmozdulás irányát is megmutató nyílfolytonos vektorsokszöggel ábrázoljuk. A süllyedésmérés grafikus eredményközlésekor a vizsgálati pontok süllyedését pontonként, az eltelt idő függvényében szokás ábrázolni. A süllyedés-idő grafikonról a süllyedés sebessége, kellő számú vizsgálati mérés után a süllyedés jövőben várható tendenciája is felismerhető. Egy-egy építmény süllyedését jól szemlélteti a rajta elhelyezett vizsgálati pontok süllyedésének együttes ábrázolása megfelelő méretarányban megszerkesztett axonometrikus képen. Az egyenlőtlen süllyedéseket igen jól mutatja az épület alaprajza is, ha azon lineáris interpolációval megszerkesztettük az azonos süllyedésű pontok alkotta izovonalakat.

Mind a táblázatos, mind a grafikus eredményközlés akkor teljes, ha azon szerepel az elmozdulás középhibájának a leggyengébb pontra vonatkozó értéke is.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 13. fejezet

Krauter: Geodézia; 14.2 alfejezet