Interferenza

Ottica Fisica

Ottica geometrica: nel discutere di lenti, specchi e strumenti ottici abbiamo utilizzato il modello dell'ottica geometrica. La luce è rappresentata da raggi.
Ma la luce è un onda!

Ottica Fisica: Se due o piò onde luminose della stessa frequenza si sovrappongono in un punto, l'effetto dipende dalla loro fase ed ampiezza!
I profili di intensità che si ottengono dipendono dalla natura ondulatoria della luce.

Interferenza

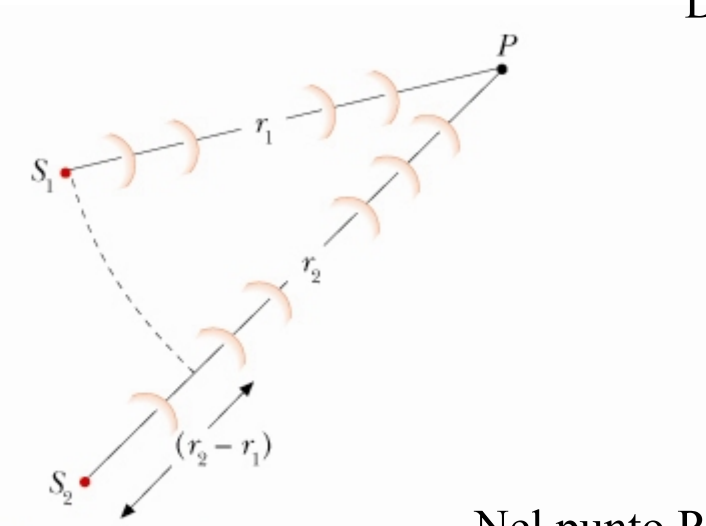
Le equazioni delle onde elettromagnetiche sono lineari

⬇

vale il **Principio di sovrapposizione:**

la propagazione di un' onda in un mezzo
non viene alterata dalla presenza di altre onde
nello stesso mezzo

Interferenza =
sovrapposizione in un punto P dello spazio
di due o più onde, la cui **differenza di fase**
rimane costante al passare del tempo
(**condizione di coerenza**)



Due sorgenti puntiformi di onde sferiche

$$E_1(x,t) = \frac{E_0}{r_1} sen(kr_1 - \omega t + \phi_1)$$

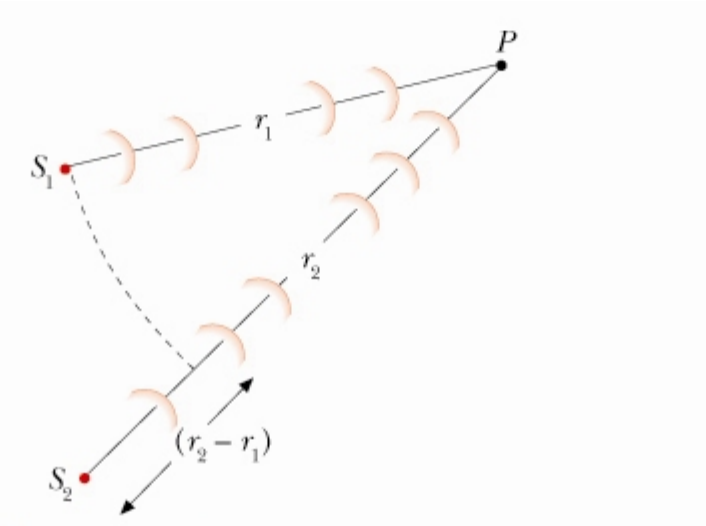
$$E_2(x,t) = \frac{E_0}{r_2} sen(kr_2 - \omega t + \phi_2)$$

Nel punto P la differenza di fase fra le onde è

$$\delta = k(r_2 - r_1) + (\phi_2 - \phi_1)$$

Se la differenza di fase è costante nel tempo in ogni punto P, le sorgenti si **dicono coerenti**

Interferenza costruttiva e distruttiva



Si ha interferenza costruttiva quando la differenza di cammino delle due sorgenti è un multiplo intero della lunghezza d'onda

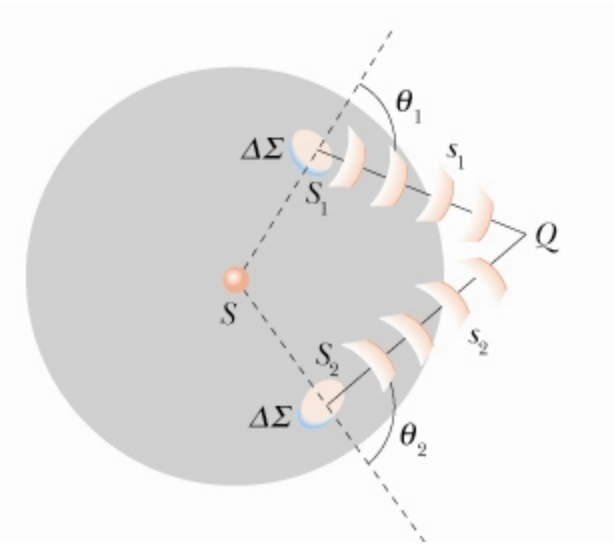
$$\boxed{\begin{gathered} r_2 - r_1 = m\lambda \\ m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \end{gathered}}$$

Si ha interferenza distruttiva quando la differenza di cammino delle due sorgenti è un multiplo semi-intero della lunghezza d'onda

$$r_2 - r_1 = (m + 1/2)\lambda$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

Sorgenti coerenti

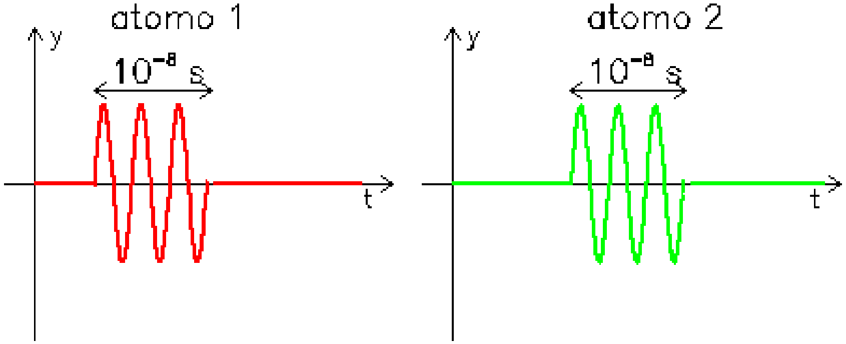


Per il principio di Huygens-Fresnel S_1 ed S_2 hanno la stessa fase iniziale perché appartengono allo stesso fronte d'onda.

Nel punto P la differenza di fase fra le onde è

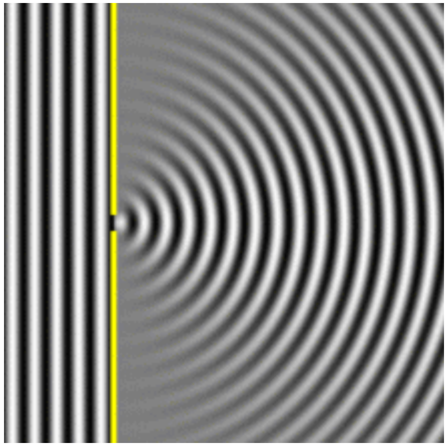
$$\delta = k(r_2 - r_1)$$

Le sorgenti ordinarie emettono in genere onde luminose non coerenti. Le sorgenti di luce ordinaria (termiche oppure a fluorescenza) sono costituite da un numero molto grande di sorgenti elementari, atomi eccitati, ognuno dei quali, nella transizione di un elettrone da uno stato di energia maggiore ad uno di energia minore, emette radiazione elettromagnetica per un periodo di tempo breve $\Delta t \approx 10^{-8}$ s e in maniera del tutto scorrelata tra loro

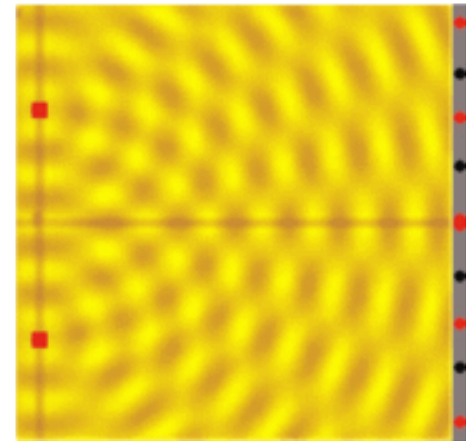


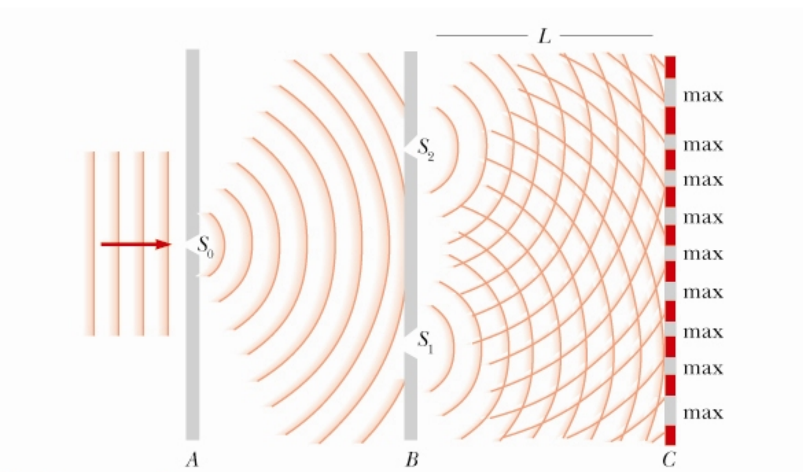
Interferenza

Doppia fenditura



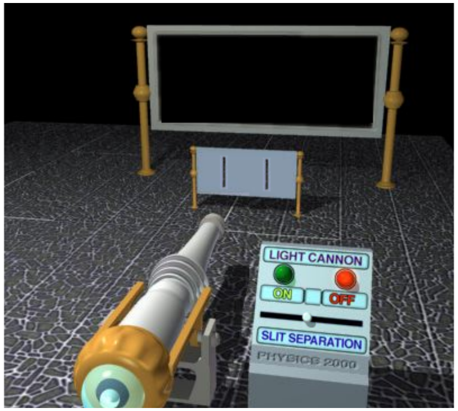
Costruzione di Huygens-Fresnel per due fenditure



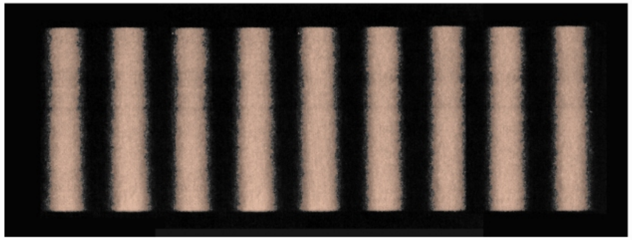


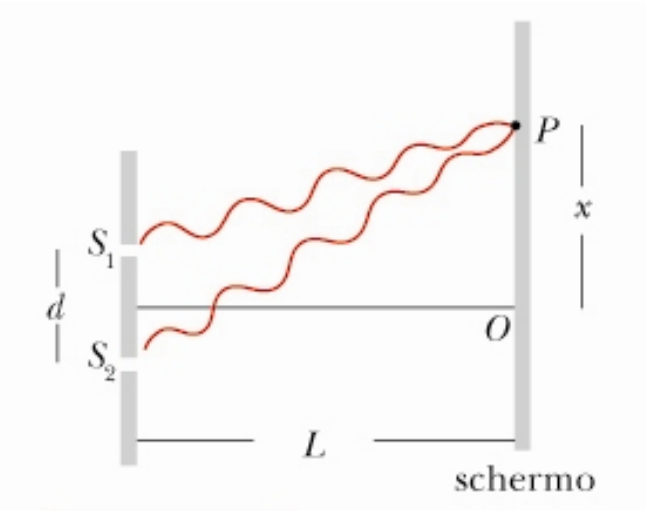
DISPOSITIVO DI YOUNG:
Usando una sorgente di luce incoerente**, realizza due sorgenti coerenti** con il metodo di **divisione del fronte d'onda.**
Le sorgenti S_1 ed S_2 hanno la stessa fase iniziale perché appartengono allo stesso fronte d'onda.

Doppia fenditura



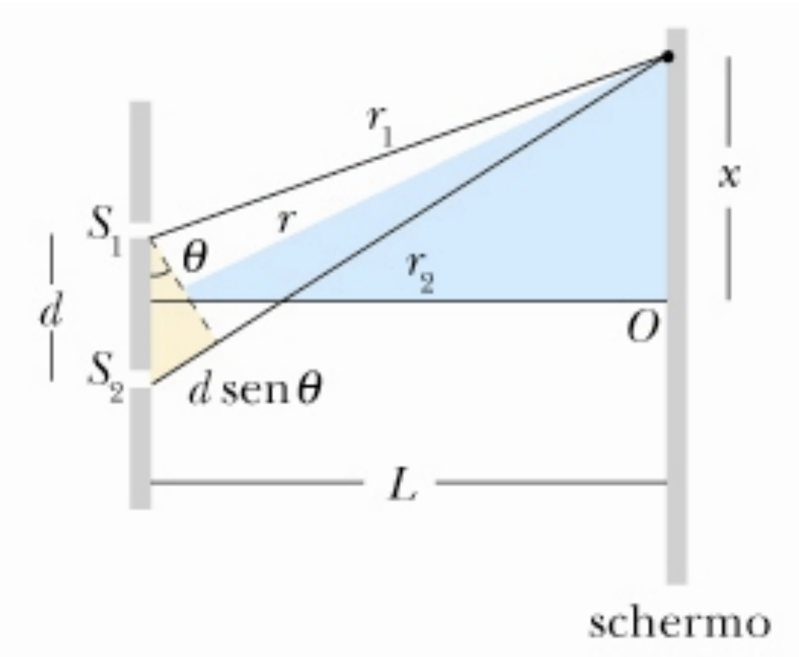
Formazione sullo schermo di frange chiare (interferenza costruttiva) alternate a frange scure (interferenza distruttiva)





$$E_1(x,t) = \frac{E_0}{r_1} sen(kr_1 - \omega t)$$

$$E_2(x,t) = \frac{E_0}{r_2} sen(kr_2 - \omega t)$$



Differenza di lunghezza di cammino ottico:

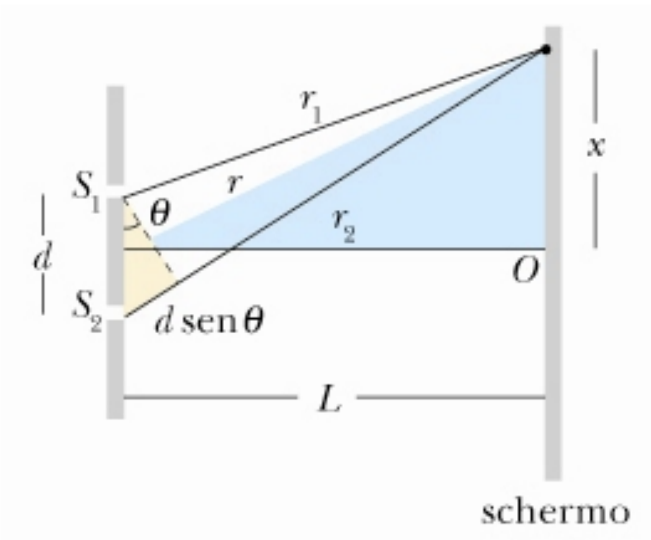
$$\delta = k(r_2 - r_1)$$

se $\quad r >> d \quad$ i raggi possono essere considerati //

$$\Rightarrow \quad r_2 - r_1 = d\ sen\vartheta$$

$$\delta = kd\ sen\theta = \frac{2\pi}{\lambda} d\ sen\theta$$

Doppia fenditura



Si avrà **un massimo** quando la differenza di percorso è un multiplo intero della lunghezza d'onda

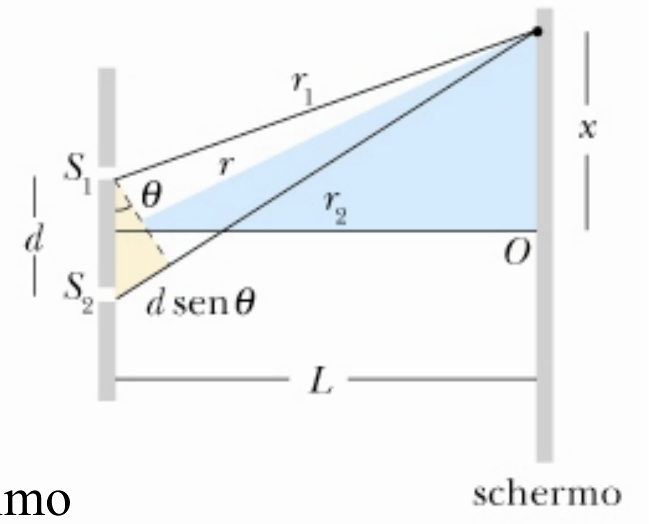
$$\delta = 2m\pi \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$
$$d\ sen\theta = m\lambda$$

Si avrà un **minimo** quando la differenza di percorso è un multiplo semi intero della lunghezza d'onda

$$\delta = (2m+1)\pi \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$
$$d\ sen\theta = (2m+1)\lambda/2$$

Doppia fenditura

$$\text{se} \quad L >> d \quad \Rightarrow \quad sen\theta = tg\theta = \frac{x}{L}$$

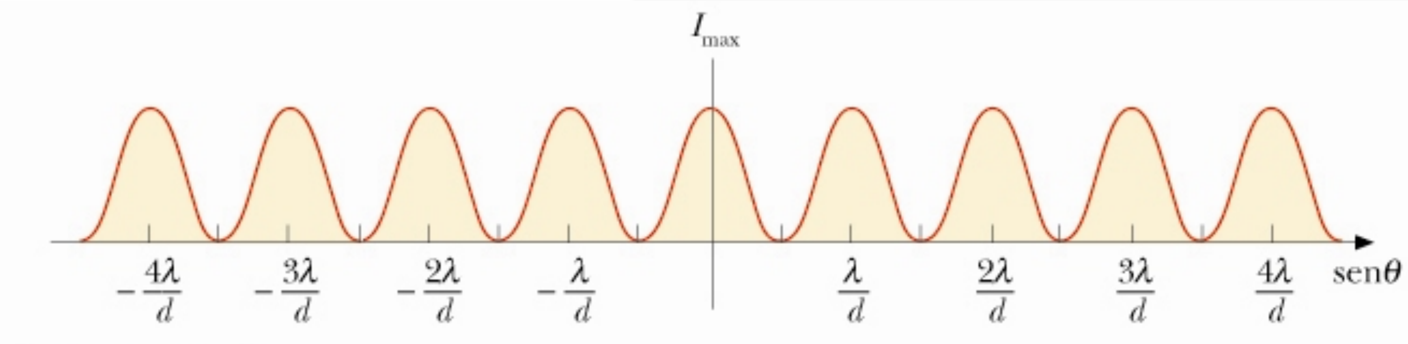


Massimo

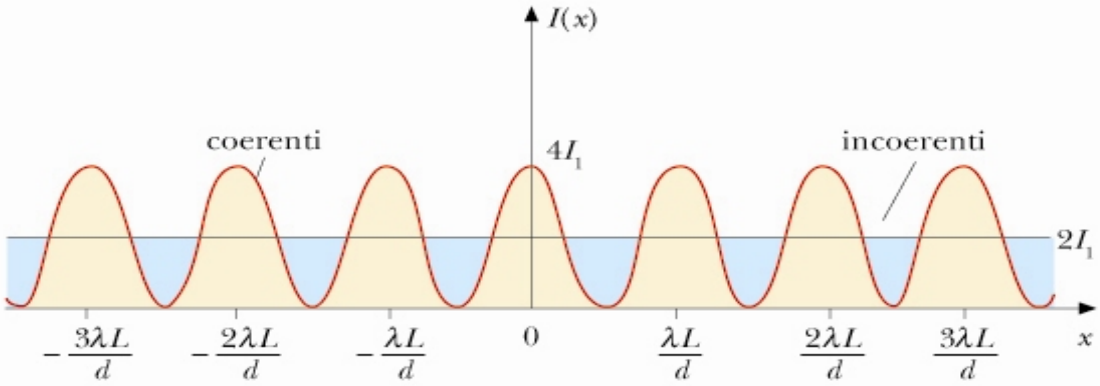
$$\theta(\text{rad}) = m\lambda / d$$
$$x = m\lambda L / d \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Minimo

$$\theta = (2m+1)\lambda / 2d$$
$$x = (2m+1)\lambda L / 2d \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$



Doppia fenditura



La *frangia centrale è* quella corrispondente ad m=0

Si **definisce *passo dei massimi*** la distanza misurata sullo schermo tra i centri di due frange chiare

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$$

Nel caso le onde viaggiano in un mezzo con indice di rifrazione n, va considerato il percorso ottico

$$n\, d\, sen\theta$$

Massimi

$$\theta = m\lambda / nd$$

$$x = m\lambda L / nd$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Minimi

$$\theta = (2m+1)\lambda / 2nd$$

$$x = (2m+1)\lambda L / 2nd$$

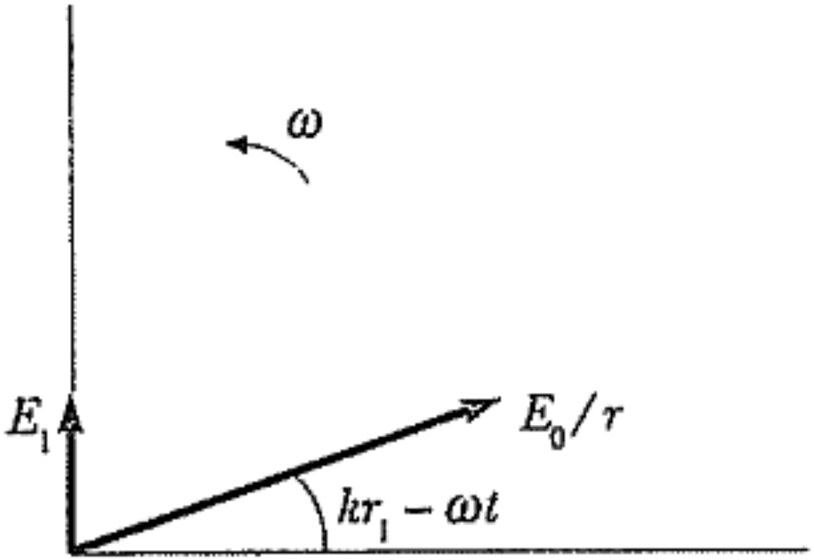
I fasori

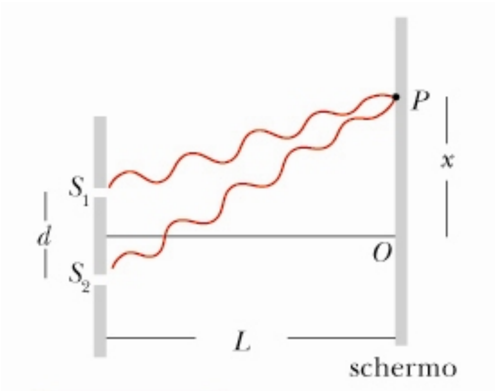
Metodo dei fasori

Possiamo rappresentare l'onda armonica

$$E_1 = \frac{E_0}{r}\,\mathrm{sen}(kr_1 - \omega t)$$

come un vettore, detto FASORE, di modulo E_0/r, che ruota intorno all'origine con velocità angolare ω. La proiezione del fasore sull'asse verticale dà, istante per istante, il valore $E_1(t)$.





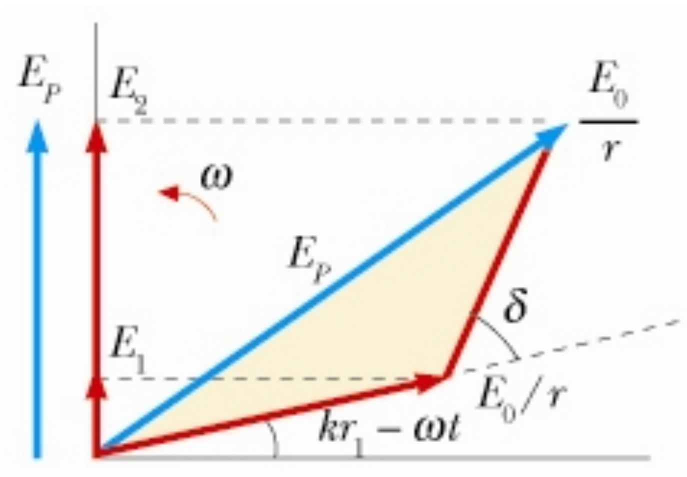
$$E_1(r,t) \approx \frac{E_0}{r} sen(kr - \omega t)$$

$$E_2(r,t) \approx \frac{E_0}{r} sen(kr - \omega t + \delta)$$

$$\boxed{\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \, sen\theta}$$

$$\vec{E}_P(x,t) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_P^2 = \left(\frac{E_0}{r}\right)^2 + \left(\frac{E_0}{r}\right)^2 + 2\left(\frac{E_0}{r}\right)^2 \cos\delta$$



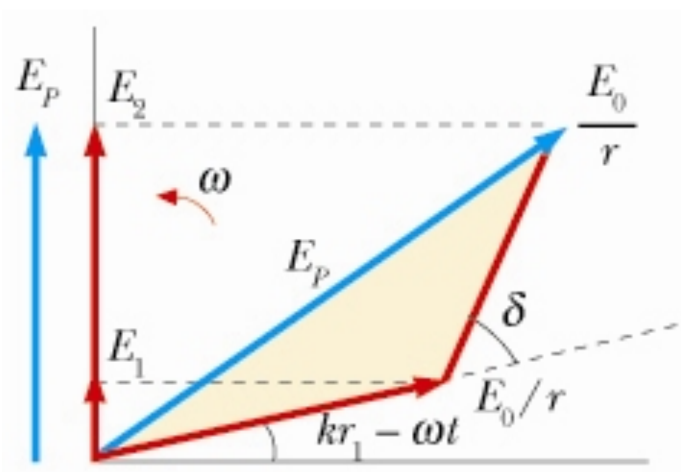
$$E_P^2 = 2\left(\frac{E_0}{r}\right)^2 (1 + \cos\delta) =$$

$$= 4\left(\frac{E_0}{r}\right)^2 \cos^2 \delta/2$$

$$I \propto \langle E_0^2 \rangle$$

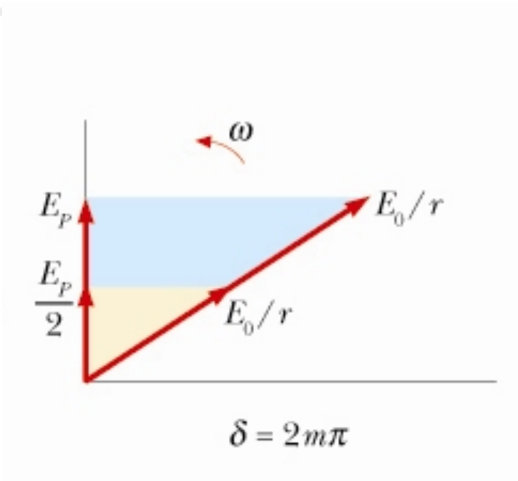
$$E_P^2 = \left(\frac{E_0}{r}\right)^2 + \left(\frac{E_0}{r}\right)^2 + 2\left(\frac{E_0}{r}\right)^2 \cos\delta$$

$$I_P = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0}\cos\delta$$



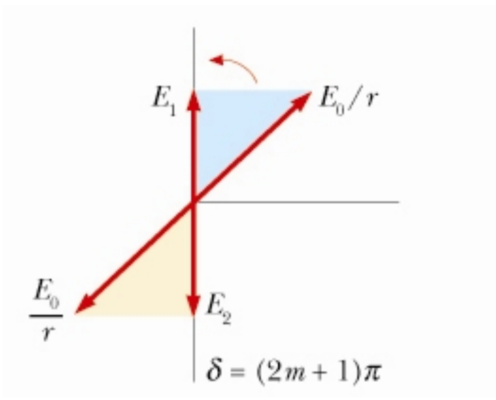
$$I_P = 2I_0(1+\cos\delta)$$

$$I_P = 4I_0\cos^2\delta/2$$



$$I_{max} = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0} = 4I_0$$

Si avrà **interferenza costruttiva** in corrispondenza di differenza di cammini multipli interi della lunghezza d’onda



$$I_{min} = I_0 + I_0 - 2\sqrt{I_0 I_0} = 0$$

Si avrà **interferenza distruttiva** in corrispondenza di differenza di cammini multipli semi interi della lunghezza d’onda

Intensità

$$\boxed{\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\, sen\theta}$$

$$sen\vartheta \approx tg\vartheta = \frac{x}{L}$$

$$I_P = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi d\, sen\theta}{\lambda} = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi d\, x}{\lambda L}$$

Si avrà interferenza **costruttiva** (massimi) per

$$\cos^2 \frac{\pi d\, x}{\lambda L} = 1 \qquad \frac{\pi d\, x}{\lambda L} = m\pi \qquad x = \frac{m\lambda L}{d}$$

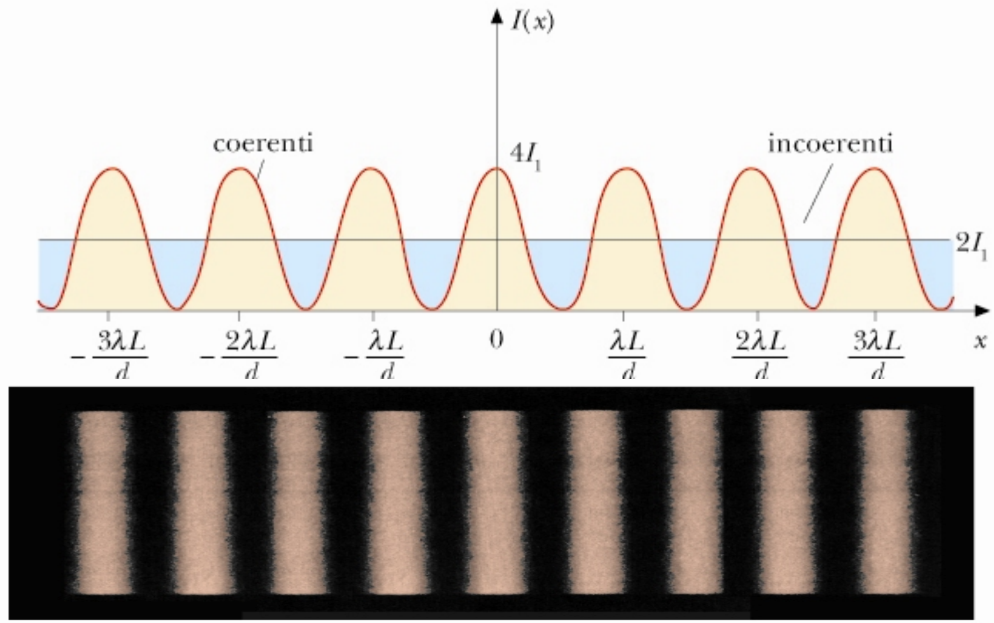
Si avrà interferenza distruttiva (minimi) per

$$\cos^2 \frac{\pi d\, x}{\lambda L} = 0 \qquad \frac{\pi d\, x}{\lambda L} = (2m+1)\frac{\pi}{2} \qquad x = \frac{(2m+1)\lambda L}{2d}$$

$$\boxed{\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\, sen\theta}$$

$$sen\vartheta \approx tg\vartheta = \frac{x}{L}$$

$$I_P = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi d\, x}{\lambda L}$$



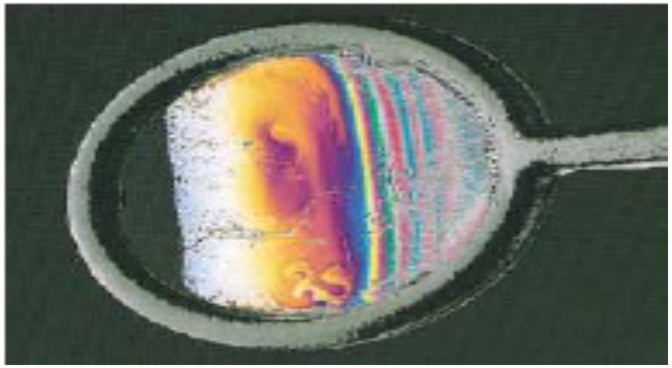
Per sorgenti incoerenti

$$I_P = 4I_0 < \cos^2 \frac{\pi d\, x}{\lambda L} >= 4I_0 \frac{1}{2} = 2I_0$$

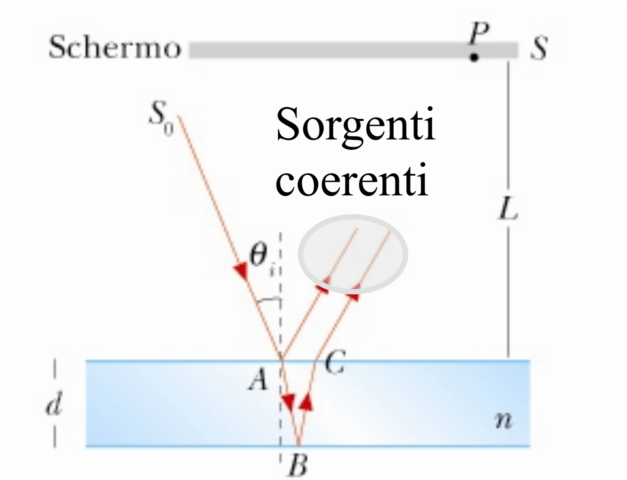
Interferenza

Lamine sottili

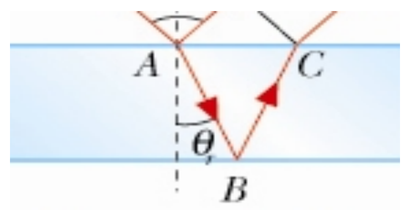
Bolla di sapone



Macchia di olio



Differenza di fase dovuto al cammino ottico



$$\delta = k(r_2 - r_1)$$

$$\delta = 2n\,k\,d\cos\theta_r$$