MECANISMOS Y ELEMENTOS DE MAQUINAS

MECANISMOS Y SISTEMAS DE AERONAVES

APUNTE DE CLASE
CINEMATICA DE MECANISMOS

Mecanismos

Introducción:

En todo diseño de ingeniería mecánica es imprescindible conocer la cinemática del sistema pues siempre se necesitan saber las posiciones y a través de las velocidades, conocer las aceleraciones; para así calcular las fuerzas dinámicas puestas en juego debida a las masas.

Por lo tanto con las fuerzas y las resistencias de los materiales se puede definir el diseño.

Siempre se tiene que tener en cuenta la sencillez del diseño el costo del mismo y también el factor tiempo.

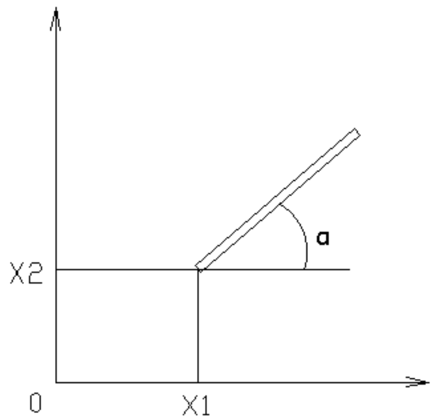
Un mecanismo: Se puede definir como un dispositivo que transforma el movimiento según un esquema deseable y que desarrolla fuerzas de baja intensidad y transmite poca potencia.. Ejemplo: Sombrilla, lámpara de escritorio.

Una máquina: Contiene mecanismos que están diseñados para proporcionar fuerzas significativas y transmitir potencia apreciable. Ejemplo: Un robot, juegos electromecánicos, torno, etc.

Grados de Libertad:

El grado de libertad (GDL) de un sistema es el número de parámetros independientes que se necesitan para definir unívocamente la posición de un sistema mecánico en el espacio en cualquier instante.

Así, un cuerpo rígido en el plano posee 3 grados de libertad. Por ejemplo: 2 longitudes y un ángulo.



Un rígido en el espacio posee 6 GDL. Por ejemplo: 3 longitudes y 3 ángulos.

Tipos de movimiento:

Un cuerpo rígido con movimiento, en el caso general, tendrá un movimiento complejo, definido por una combinación de *rotación* y *traslación*.

Así se definen para el movimiento en el plano:

- *Rotación pura*: El cuerpo posee un punto (centro de rotación) que no tiene movimiento respecto al marco de referencia estacionario, los demás puntos describen arcos respecto a ese centro.

- *Traslación pura*: Todos los puntos del cuerpo describen describen trayectorias paralelas.

- *Movimiento complejo*: Es una combinación simultanea de rotación y traslación. Los puntos del cuerpo se moverán en trayectorias no paralelas y habrá en todo momento un centro de rotación que cambiara continuamente de ubicación (C.I.R.).

Eslabones, juntas y cadenas cinemáticas:

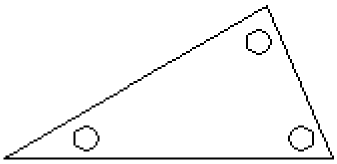
Un eslabón es un cuerpo rígido que posee al menos dos nodos (que son los puntos de unión entre eslabones).

Estos eslabones se unen para formar los eslabonamientos cinemáticos que son los componentes básicos de todos los mecanismos. Todos los mecanismos (levas, engranajes, cadenas) son variantes de eslabonamientos cinemáticos.

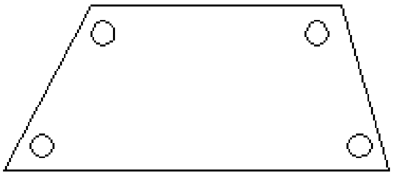
Un eslabón puede ser:

- Binario

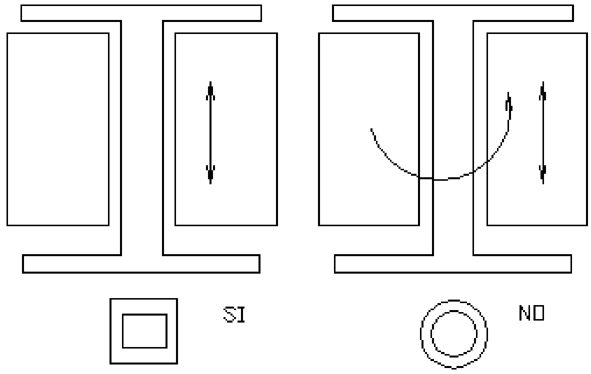
- Ternario



- Cuaternario



Los eslabones están unidos por juntas o pares cinemáticas, que es una conexión que permite algún movimiento entre los eslabones conectados. El par es cinemática si el GDL de cada elemento del par es igual a 1.



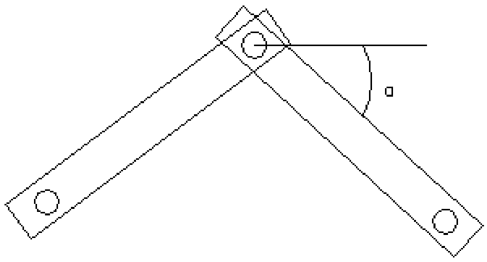
Se clasifican por:

- El número de GDL (A)
- El tipo de contacto (B)
- El tipo de cierre (C)
- El número de eslabones conectados (D)

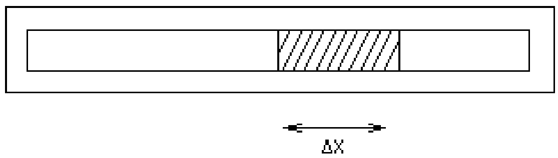
(A) Por ejemplo:

De un GDL completa:

Junta pasador. Rotacional

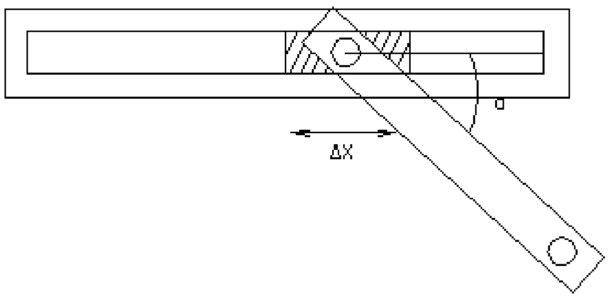


Junta corredera



De dos GDL (semijunta)

Pasador en ranura



(B) Pueden ser:

Inferiores: Es decir, aquellos que permiten contacto superficial. Sus superficies conjugadas deben poder deslizarse por si mismas sin deformarse.

Se dividen en:

Prismáticos: Superficies conjugadas cilindricas y movimiento relativo (por ejemplo: junta corredera; piston cilindro).

Rotoidales: Superficies de revolución y movimiento giratorio (por ejemplo: perno – cojinete).

Helicoidales: Superficies conjugadas helicoidales y movimiento helicoidal (por ejemplo: tuerca – tornillo).

Superiores: Permiten contacto puntual o lineal. Por ejemplo: Polea – correa, acople de engranajes, perno y buje con huelgo.

Cierre de forma: Se mantiene unida o cerrada por su configuración (Buje – eje).

Cierre de fuerza: Requiere de una fuerza para mantenerse cerrada. (Leva – seguidor).

Una cadena cinemática se define como un ensamble de eslabones y juntas interconectados de modo que proporciones un movimiento de salida controlado con respuesta a un movimiento de entrada proporcionado.

Con estos conceptos previos podemos definir (desde otro punto de vista) a:

Un mecanismo: Se define como una cadena cinemática en la cual por lo menos un eslabón está sujeto al marco de referencia.

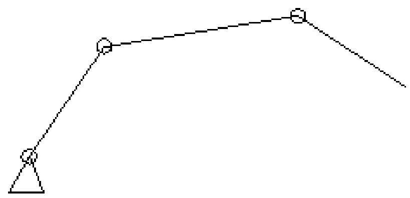
Una máquina: Es una combinación de cuerpos resistentes dispuestos para hacer que las fuerzas mecánicas de la naturaleza realicen trabajo, acompañados por movimientos determinados ó es un conjunto de mecanismos dispuestos para transmitir fuerzas y realizar trabajo.

Determinación de grados de libertad:

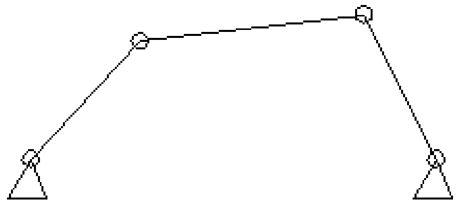
La determinación del GDL es fundamental para el análisis de los mecanismos.

Las cadenas cinemáticas o mecanismos pueden ser:

Abiertas: Tendrá siempre más de un grado de libertad y por lo tanto necesitara para su accionamiento tantos motores como grados de libertad tenga.



Cerradas: no tiene nodos con apertura y puede tener uno o más grados de libertad. Tiene un solo motor.



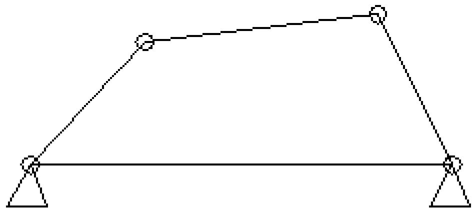
Para determinar los GDL se utiliza la expreción de Gruebler:

$$GDL = 3L - 2J - 3G \quad \text{(Para junta completa)}$$

Donde:

GDL: Grados de libertad
L: nº de eslabones
J: nº de juntas
G: nº de eslabones fijos

Ejemplo:



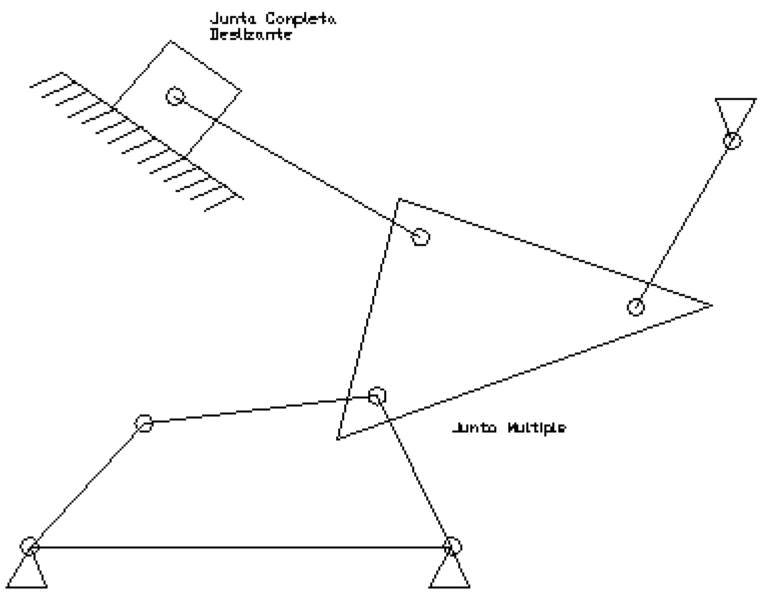
Luego: $GDL = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 1$

Para juntas incompletas o semijuntas:

$$GDL = 3(L-1) - 2J_1 - J_2$$

Donde:
J_1 = nº juntas completas
J_2 = nº de semijuntas

Ejemplo:



$L = 8$

$J_1 = 10$

$GDL = 3 . (8 – 1) – 2 . 10 = 1$

Las juntas múltiples se cuentan como el nº de eslabones menos 1 y se las agrega a las completas.

Mecanismos y estructuras:

Los GDL de un ensamble predicen su carácter:

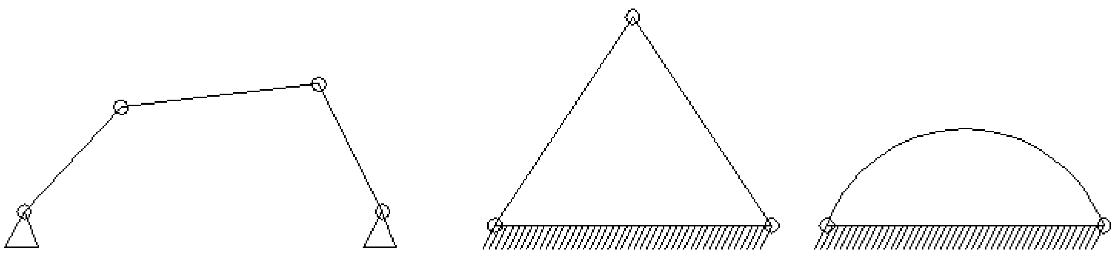
Si:

GDL es positivo: Mecanismo; y los eslabones tendrán movimiento relativo.

GDL = 0: Estructura; y no es posible ningún movimiento.

GDL es negativo: Estructura precargada; y no es posible ningún movimiento.

Ejemplos:



La condición de Grashoff:

El mecanismo cuadrilátero articulado plano es el eslabonamiento más simple posible para movimiento controlado de 1 GDL. El mismo con sus variantes es el más común utilizado en maquinarias y el más versátil. Por lo tanto el cuadrilátero debe estar entre las primeras soluciones para problemas de control de movimiento.

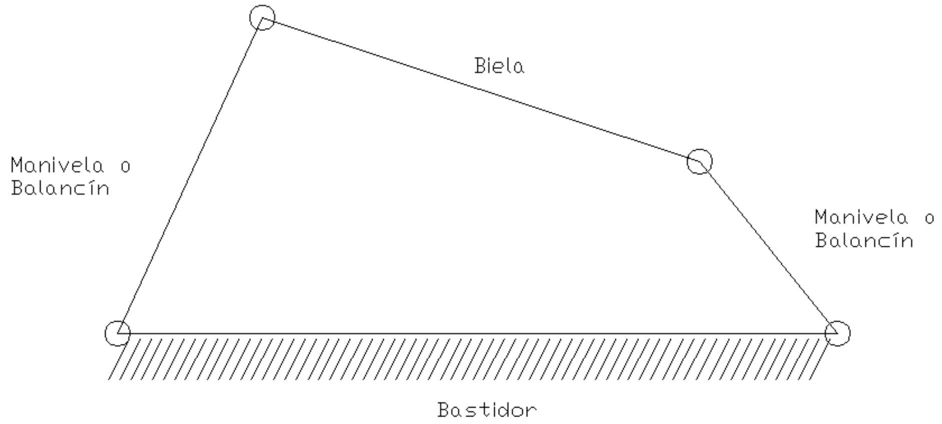
Sus elementos o eslabones característicos son:

1 – Bastidor: es el eslabona fijo.

2 – Manivela: eslabón que efectúa una revolución completa y esta pivotado a un elemento fijo.

3 – Biela: eslabón con movimiento complejo, y no está pivotado a un elemento fijo.

4 – Balancín: eslabón con rotación oscilatoria (vaivén) y pivotado a un elemento fijo a tierra.



Si nos basamos en las longitudes de los eslabones, pueden existir cuadriláteros con dos manivelas, con 1 manivela y 1 balancín o con dos balancines. Estos esquemas están distinguidos por la condición de Grashoff.

Sean:

S: Longitud del eslabón más corto.

L: Longitud del eslabón más largo.

P: Longitud del eslabón restante.

Q: Longitud del otro eslabón restante.

Si $S + L \leq P + Q$ → Un eslabón será capaz de realizar una revolución completa respecto del plano de fijación.

Si $S + L > P + Q$ → Ningún eslabón será capaz de realizar una revolución completa respecto del plano de fijación.

Así, los posibles movimientos son:

Si $S + L < P + Q$

Si se fija un eslabón adyacente al más corto, entonces sistema <u>manivela – balancín</u>; donde el eslabón mas corto girará completamente y el otro oscilara pivotado al bastidor.

Si se fija el eslabón más corto, entonces el sistema es <u>doble manivela</u>. Los dos eslabones con pivote en el bastidor realizan revoluciones completas.

Si se fija el eslabón opuesto al más corto entonces el sistema es <u>doble balancín</u> donde oscilan los dos eslabones pivotados al bastidor y solo la biela realiza una revolución completa.

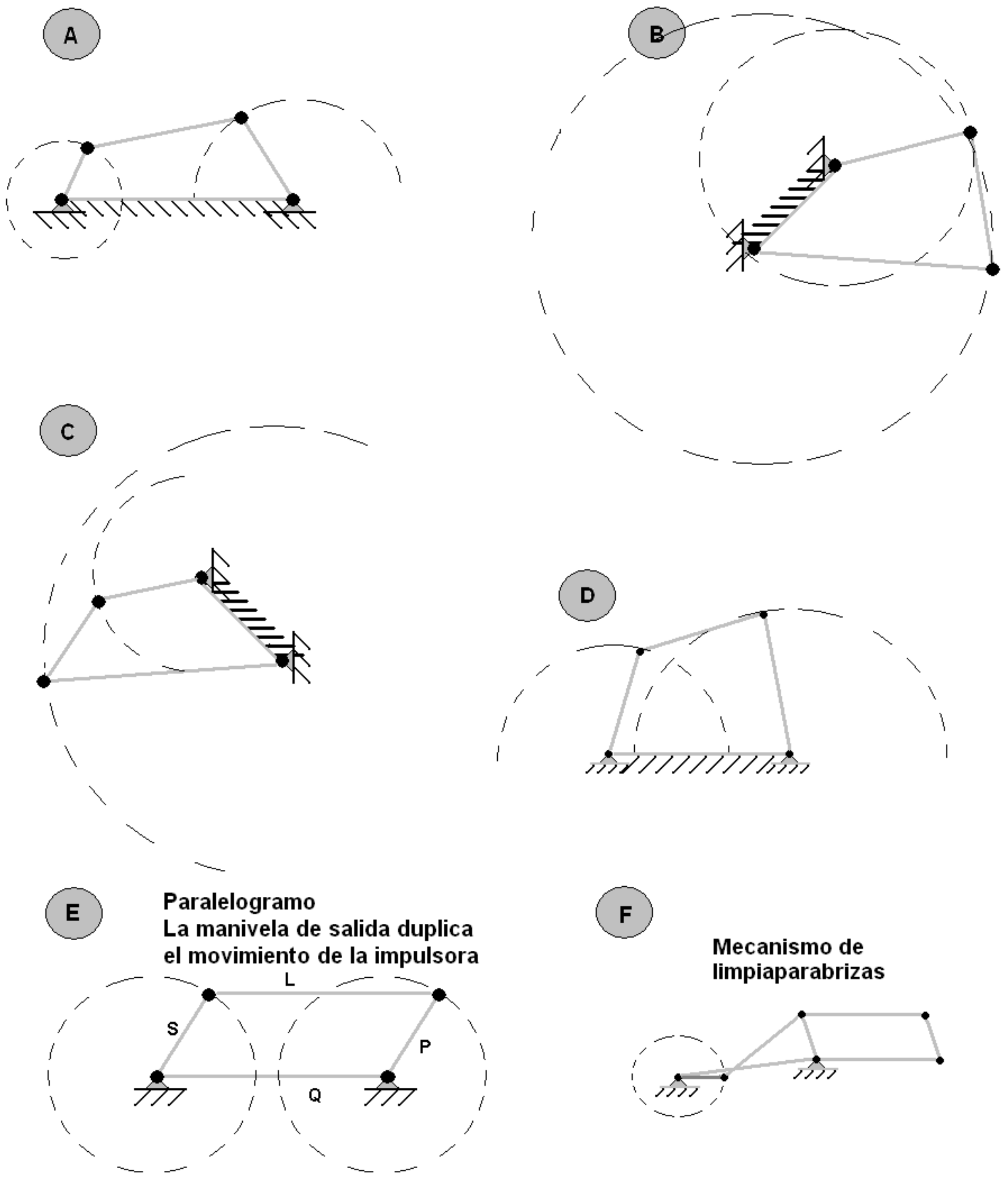
Si $S + L > P + Q$

Todas las posibilidades serán <u>dobles balancines</u> donde ningún eslabón puede girar completamente.

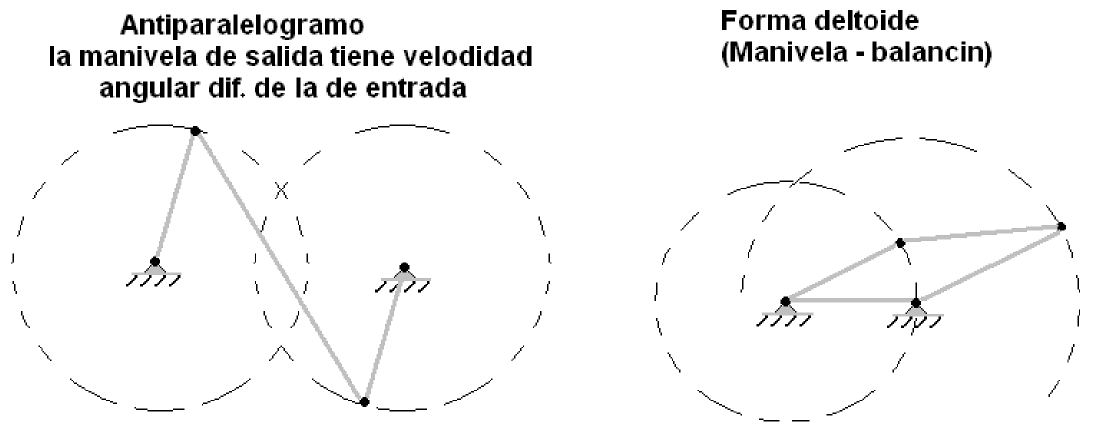
Si $S + L = P + Q$

Todas las posibilidades serán <u>dobles manivelas</u> o <u>manivelas – balancín</u>, pero tendrán puntos de cambio 2 veces por revolución, donde el movimiento de salida se volverá indeterminado. Su movimiento debe ser limitado para evitar alcanzar los puntos de cambio.

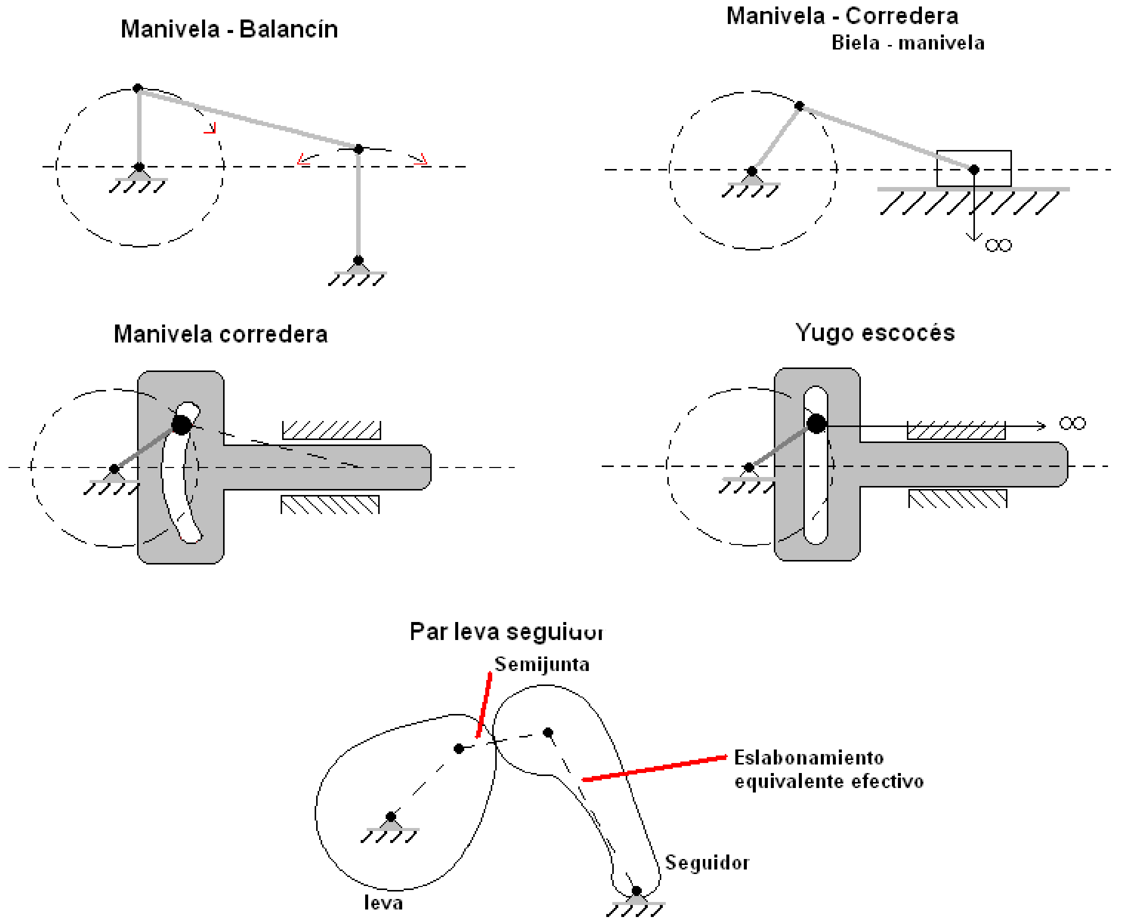
<u>Figuras</u>



Variantes del cuadrilátero articulado plano

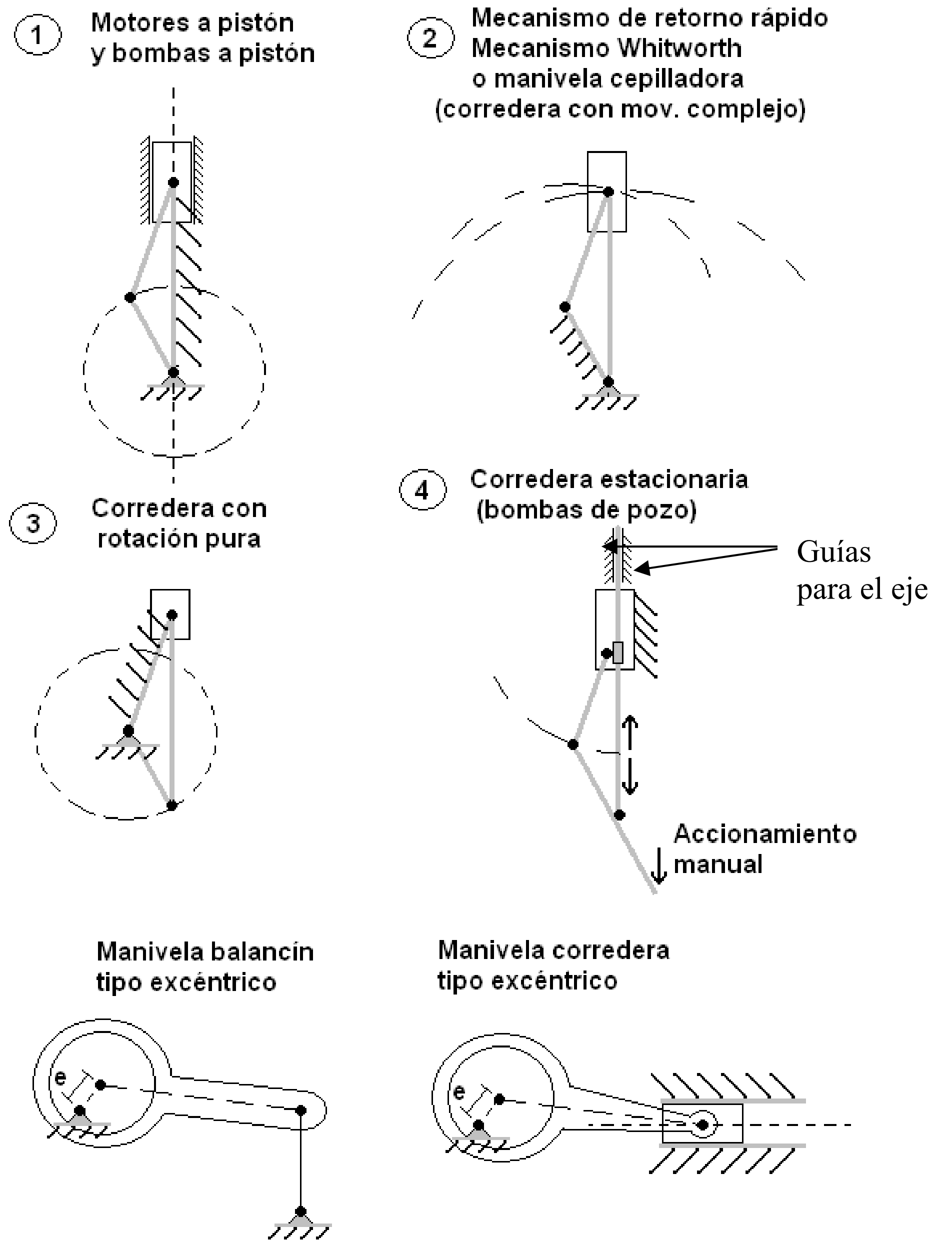


Inversiones del mecanismo manivela corredera



Son inversiones aquellos sistemas que se crean por la fijación de un eslabón diferente en la cadena cinemática

Inversiones del mecanismo biela manivela



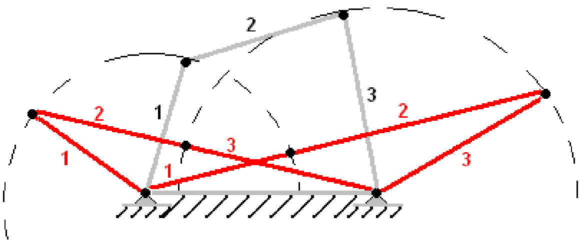
Condiciones límites del diseño

Generalmente, cuando se plantea un diseño, hay que evaluar su calidad, y esto se hace a través de la observación de dos de sus características:

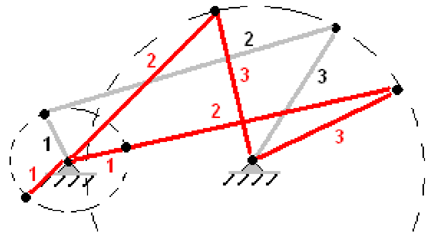
a) Agarrotamiento
b)

Se necesita comprobar que el eslabonamiento puede alcanzar todas las posiciones de diseño especificadas, sin encontrar una posición límite o de agarrotamiento. Dichas posiciones se determinan por la colinealidad de dos de los eslabones móviles.
En los balancines, la velocidad angular pasará por cero.

Posición límite de un doble balancín

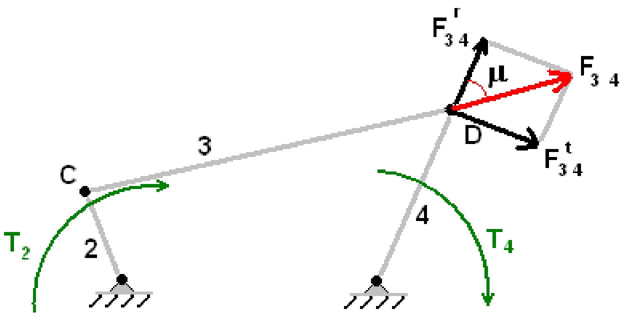


Posición límite de un manivela balancín



c) <u>Ángulo de transmisión</u>

Es el ángulo entre el eslabón de salida (4) y el acoplador (3). Es el valor absoluto del ángulo agudo y varía continuamente de un máximo a un mínimo en el eslabonamiento.
Es una medida de la calidad de transmisión de la fuerza y de velocidad en la junta.



Donde

μ	es el ángulo de transmisión
T_2	el momento aplicado
F_{34}	la fuerza transmitida de C a D
F_{34}^{r}	componente radial
F_{34}^{t}	componente tangencial
T_4	Momento de salida

Lo ideal sería que toda la F_{34} produjera el momento de salida T_4. Sin embargo solo la F_{34}^{t} origina momento en 4.
La F_{34}^{r} solo aumentará la fricción.

Por lo tanto el valor óptimo de μ es 90º.

Si $\mu \angle 45º \Rightarrow F^r \angle F^t$

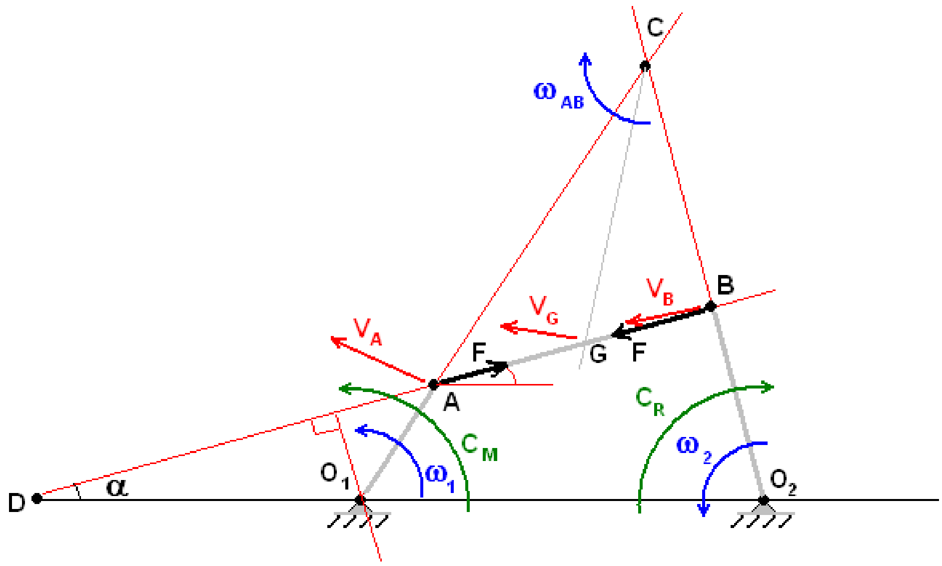
En el diseño se trata de mantener al μ mínimo. Aproximadamente arriba de 35º con el fin de tener un movimiento suave y adecuada transmisión de las fuerzas.
Si y solo si los momentos externos en 4 son pequeños (mecanismo) entonces puede ser

$\mu \angle 35º$

Relaciones cinemáticas y dinámicas del cuadrilátero articulado plano

Las exposiciones y conceptos a utilizar son los de Mecánica I y sintéticamente son:

Ejemplo:



$\overline{V_A} = \overline{V_{01}} + \overline{\varpi_1} \Lambda \overline{(A - O_1)}$ Perpendicular a $\overline{O_1 A}$ $\boxed{1}$

$\overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{\varpi_{AB}} \Lambda \overline{(B - A)}$ Perpendicular a $\overline{O_1 B}$ $\boxed{2}$

Para calcular ω_{AB} usamos El Centro instantáneo de rotación donde $V_c = 0$ y $a_c \neq 0$

$\overline{V_P} = \overline{V_0} + \overline{\varpi} \Lambda \overline{(P - O)}$ $\boxed{A}$

Siempre existe un punto C para el cual se cumple:

$\overline{V_C} = \overline{V_0} + \overline{\varpi} \Lambda \overline{(C - O)} = 0$ $\boxed{B}$

$\therefore$ para determinar el punto C, multipliquemos la anterior por ω

$$\overline{\varpi} \Lambda \overline{V_0} + \overline{\varpi} \Lambda \left(\overline{\varpi} \Lambda \left(\overline{C - O} \right) \right) = 0$$

$$\overline{\varpi} \Lambda \overline{V_0} + \overline{\varpi} \Lambda \left(\overline{\varpi} \Lambda \left(\overline{C - O} \right) \right) = \left(\overline{C - O} \cdot \overline{\varpi} \right) \cdot \overline{\varpi} - \left(\overline{\varpi} \cdot \overline{\varpi} \right) \cdot \left(\overline{C - O} \right) = -\overline{\varpi} \cdot \overline{\varpi} \cdot Cos(0) \cdot \left(\overline{C - O} \right)$$

donde $\left(\overline{C - O} \cdot \overline{\varpi} \right)$=0 y Cos (0) = 1

Restando $\boxed{A}$ y $\boxed{B}$ $\overline{V_P} = \overline{\varpi} \Lambda \left(\overline{P - C} \right)$

$$\overline{\varpi} \Lambda \overline{V_0} = -\left(-\overline{\varpi}^2 \cdot \left(\overline{C - O} \right) \right)$$

$$\therefore \boxed{\frac{\overline{\varpi^2} \Lambda V_O}{\overline{\varpi}} = \overline{C - O}}$$ Expresión que sitúa al vector C-O

Como conocemos las direcciones de las velocidades de los puntos A y B de la biela y V_a es perpendicular a O_1A y V_b es perpendicular a O_1B, y el Centro instantáneo de rotación se encuentra en la unión de las normales a esas velocidades.

$\therefore \overline{V_A} = \overline{V_C} + \overline{\varpi_{AB}} \Lambda \overline{(A - C)}$ $\boxed{3}$ Donde $V_c = 0$

En $\boxed{3}$ con $\boxed{1}$ tengo ω_{AB} y con ω_{AB} despejo V_b de $\boxed{2}$

$\therefore \overline{V_G} = \overline{V_C} + \overline{\varpi_{AB}} \Lambda \overline{(G - C)}$ Donde $V_c = 0$

con $\overline{V_B} = \overline{V_{O2}} + \overline{\varpi_2} \Lambda \overline{(B - O_2)}$ $\boxed{4}$

De $\boxed{4}$ con V_b despejo ω_2

También puedo usar la Condición de rigidez:

$V_A \cdot (B - A) = V_B \cdot (B - A)$ (las componentes de las velocidades en la dirección de la barra son iguales)

Y la derivada de esta:

$$a_A \cdot (B - A) + V_A \cdot (V_B - V_A) = a_B \cdot (B - A) + V_B \cdot (V_B - V_A)$$

Para las aceleraciones

$a_A = \dot{\varpi}_1 \Lambda (A - O_1) + \varpi_1 \Lambda (V_A - V_{O1})$ Donde $V_{O1} = 0$

$a_B = \dot{\varpi}_2 \Lambda (B - O_2) + \varpi_2 \Lambda (V_B - V_{O2})$ Donde $V_{O2} = 0$

o sino $a_B = a_A + \dot{\varpi}_{AB} \Lambda (B - A) + \varpi_{AB} \Lambda (V_B - V_A)$

Si además

$$\overline{V_G} = \overline{V_A} + \overline{\varpi_{AB}} \Lambda \overline{(G - A)}$$

$$\therefore a_G = a_A + \dot{\varpi}_{AB} \Lambda (G - A) + \varpi_{AB} \Lambda (V_G - V_A)$$

Recordar también que un eslabón que rota con velocidad angular constante, tiene aceleración centrípeta dada por:

$$a_{radial} = \varpi^2 \cdot r$$

Recordemos que la aceleración tangencial esta dada por:

$$a_{\tan gencial} = \dot{\varpi} \times r$$

Además:

Sea una cupla motora C_m y una resistente C_r tal que el sistema esté equilibrado. Por el principio de trabajos virtuales:

$$C_m \cdot \varpi_1 \neq C_r \cdot \varpi_2 = 0$$

$$\therefore \boxed{-\frac{C_m}{C_r} = \frac{\varpi_2}{\varpi_1}} \quad \boxed{\text{A}}$$

Por lo tanto si F y –F son las fuerzas situadas sobre la barra, para el equilibrio se tiene:

$C_m - F \cdot O_1H \cdot Seno(\gamma) = 0$

$C_r - F \cdot O_2H \cdot Seno(\gamma) = 0$

$\therefore \boxed{\frac{C_m}{C_r} = \frac{O_1H}{O_2H}}$ $\boxed{\text{B}}$ Relación de multiplicación de esfuerzos del cuadrilátero articulado plano

$\therefore$ de $\boxed{\text{A}}$ y $\boxed{\text{B}}$

$\boxed{\frac{\varpi_2}{\varpi_1} = \frac{O_1H}{O_2H}}$ Relación de multiplicación de velocidades.

Un tratamiento alternativo para determinar aceleraciones y velocidades es el presentado en el Shigley (Pág. 81 y 84)