

Περίθλαση φωτός από συμπαγή δίσκο (CD): Μέτρηση της απόστασης των γραμμών (tracks) στην επιφάνεια ενός CD. Ένα πείραμα με απλά μέσα ως εργαστηριακή άσκηση φυσικής

Ιωάννης Α. Σιανούδης

Επίκουρος Καθηγητής, Τ.Ε.Ι. Αθήνας, Τμήμα Φυσικής Χημείας & Τεχν. Υλικών, Δ/ση: Αγ. Σπυρίδωνος, 122 10 Αιγάλεω, jansian@teiath.gr, Website: <http://physics.teiath.gr>

Θεματική Ενότητα: Νέες Τεχνολογίες (εκτός Πληροφορικής) στην Εκπαίδευση
Κατηγορία Εργασίας: Λύκειο, Τριτοβάθμια εκπαίδευση

Περίληψη: Η παρούσα εργασία αποτελεί μια πρόταση για την εφαρμογή στο εργαστήριο φυσικής μιας ενδιαφέρουσας από παιδαγωγική άποψη εργαστηριακής άσκησης, η οποία αποσκοπεί στην καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση από μεριάς του μαθητή (σπουδαστή) ενός βασικού φαινομένου της κυματικής οπτικής, όπως είναι αυτό της περίθλασης του φωτός και μάλιστα μέσα από ένα εύκολο και εύληπτο πείραμα, που διεξάγεται με απλά μέσα και υλικά της σύγχρονης και καθημερινής τεχνολογίας, προς τα οποία ο ίδιος ο σπουδαστής αισθάνεται πιο οικείος. Οι μετρήσεις που διεξάγονται ενισχύουν τα παραπάνω, δεδομένου ότι οδηγούν σε ένα απότομο αποτέλεσμα που είναι ο προσδιορισμός της απόστασης των χαραγμένων στην επιφάνεια ενός συμπαγή δίσκου (CD) γραμμών, με αρκετά μεγάλη ακρίβεια, καθώς και μια εκτίμηση της χωρητικότητας του σε πληροφορίες. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων μέτρησης γίνεται με μια σταθερά, η οποία αποτελεί στην τεχνολογία των CD ένα βιομηχανικό πρότυπο. Το γεγονός, ότι στην εν λόγω άσκηση επιτυγχάνεται η σύνδεση της φυσικής με τις νέες τεχνολογίες της πληροφόρησης, αποτελεί από μόνο του ένα επιπλέον ερέθισμα και κίνητρο αφύπνισης του ενδιαφέροντος από την μεριά των διδασκόμενων.

Λέξεις Κλειδιά: περίθλαση φωτός, Laser pointer, CD, μετρήσεις μικρών αποστάσεων

Abstract: The present work constitutes a proposal for the application of a Lab exercise in the Physics lab, interesting in a pedagogical view, which is intended to improve the students' understanding of a basic phenomenon of wave optics, like the diffraction of light, through an easy experiment to take and to understand. The means and materials, which are utilised in this experiment are simple and are also objects of the recent and daily technology, mostly familiar to young people. Additionally, the suggested scenario of measurements aids in the understanding of physics phenomena and allows drawing a factual result: designating the distance of the tracks on the surface of the compact disk (CD) with significant precision. So the comparison of the measurements result can be done with a constant, which is as an industrial standard, in CD technology, the distance of the (lines) tracks. In the present Lab exercise the link of physics to the new technologies is achieved, which gives an additional stimulant and impulse to raise the students' interest.

Εισαγωγή. Η επιφάνεια του συμπαγή δίσκου (Compact Disk, CD) είναι λεία και ως εκ τούτου ως κάτοπτρο ανακλαστική στο φως που πέφτει επάνω της. Στην επιφάνειά του έχουν «χαραχθεί» ομόκεντροι (ακριβέστερα σπειροειδείς) κύκλοι, τα λεγόμενα tracks, τα οποία δεν είναι παρά γραμμές, επάνω στις οποίες αποθηκεύονται, κατά τη διαδικασία εγγραφής ενός CD, τα δεδομένα. Η δέσμη Laser που χρησιμοποιείται, εστιαζόμενη, «καίει» την επιφάνεια του, αποτυπώνοντας στίγματα κατά μήκος κάθε γραμμής, διαμορφώνοντας με αυτόν τον τρόπο την ανακλαστικότητα στα σημεία αυτά (εικόνα 1). Η ανάγνωση του CD γίνεται με την αντίστροφη διαδικασία τα σημεία αυτά ανιχνεύονται, ως φορείς της αποθηκευμένης πληροφορίας, στη βάση του εάν ανακλάται σε αυτά ή όχι η δέσμη φωτός του Laser.

Η χωρητικότητα στην αποθήκευση δεδομένων ενός συμπαγή δίσκου εξαρτάται από το πλήθος των σημείων αυτών, καθώς επίσης και από την πυκνότητα των γραμμών, δηλαδή για δεδομένη επιφάνεια (διάμετρος δίσκου περίπου 12 cm), από την απόσταση ανάμεσα στα διαδοχικά tracks. Η απόσταση αυτή είναι απόλυτα σταθερή για δίσκο συγκεκριμένης χωρητικότητας, ώστε οι πληροφορίες που φέρει να μπορούν να διαβαστούν από διαφορετικούς οδηγούς (CD drives). Είναι προφανές, ότι όσο μικρότερη είναι η απόσταση αυτών των γραμμών τόσο μεγαλύτερη είναι η χωρητικότητα του CD.

Ένα τέτοιο σύστημα γραμμών, αποτυπωμένων σε ανακλαστική επιφάνεια, αποτελεί ιδανικό οπτικό φράγμα, στο οποίο συμβαίνουν φαινόμενα περίθλασης. Πράγματι οι έγχρωμες ταινίες που βλέπουμε, ως χρώματα της ίριδας επάνω στην επιφάνεια του CD, οφείλονται ακριβώς στην περίθλαση λευκού φωτός. Αντίθετα, αν πέσει μονοχρωματικό φως, η εικόνα που παίρνει κανείς είναι μια σειρά από φωτεινά σημεία, ως γραμμές, συμμετρικά διατεταγμένες, τα οποία προέρχονται από συμβολή φωτός.

Στο εν λόγω πείραμα αξιοποιούνται οι αποστάσεις των κροσσών περίθλασης, προκειμένου να υπολογιστεί, για μονοχρωματικό φως δεδομένου μήκους κύματος, η σταθερά του φράγματος, δηλαδή η απόσταση των γραμμών (tracks) σε συμπαγή δίσκο.

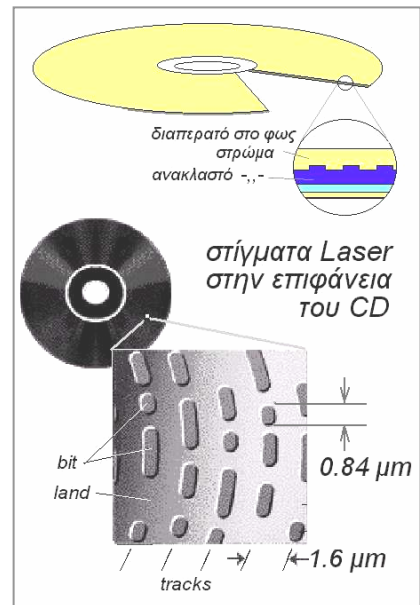
Στο σενάριο μετρήσεων προτείνεται επίσης για σύγκριση να γίνουν μετρήσεις σε συμπαγείς δίσκους διαφορετικής χωρητικότητας (650 MB, 700 MB και 800 MB), καθώς επίσης και σε μονού στρώματος δίσκους

DVD. Ακολούθως δε στη βάση των αποτελεσμάτων, να γίνει κατά προσέγγιση τάξης μεγέθους προσπάθεια υπολογισμού της χωρητικότητας του CD σε MBytes.

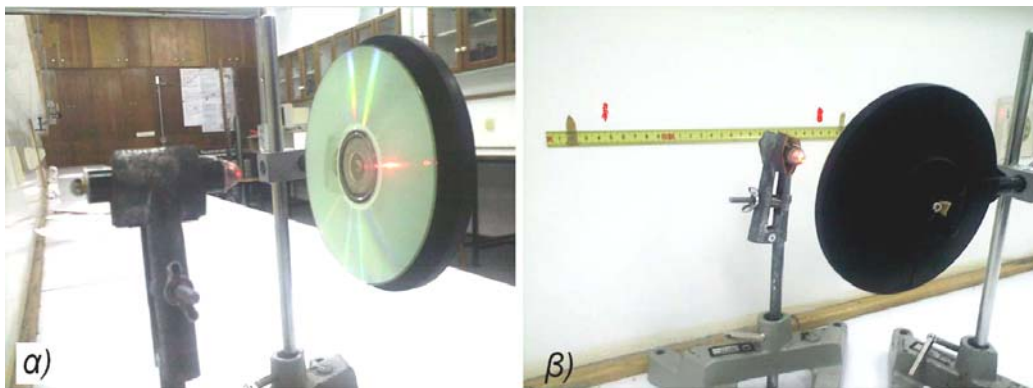
Τα στίγματα που αφήνει το Laser, ως αποτέλεσμα του καψίματος στο ανακλαστικό στρώμα της επιφάνειας του CD, από την εστίαση της δέσμης του κατά την εγγραφή, είναι βαθουλώματα, μικρές λακουβίτσες, τα λεγόμενα *pits*. Οι ενδιάμεσες περιοχές είναι ανακλαστικές και ονομάζονται *land*. Ένα στοιχειώδες *pit* έχει διαστάσεις 0.6 μm (πλάτος), τουλάχιστον 0.84 μm (μήκος) και 0.12 μm (βάθος). Το μέγιστο μήκος ενός *pit* μπορεί να φθάσει έως 3.08 μm. Οι γραμμές, τα *tracks*, στα κανονικά, μικρής χωρητικότητας CD απέχουν μεταξύ τους κατά 1.6 μm.

Πειραματική διάταξη. Η πειραματική διάταξη που προτείνεται και χρησιμοποιείται είναι η απλούστερη δυνατή γι' αυτό το πείραμα και παρουσιάζεται σε δύο εκδοχές (εικόνες 2, 3 και 4, 5).

Αποτελείται από α) το Laser, έναν απλό δείκτη, pointer, β) μια σειρά από συμπαγείς δίσκους (CD) διαφορετικής χωρητικότητας και γ) ένα πέτασμα. Ακόμη απλούστερα αντί για πέτασμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας λευκός τοίχος ή ο ίδιος ο πάγκος του εργαστηρίου (βλ. εικόνα 2). Το Laser τοποθετείται με τη βοήθεια μιας κοινής λαβίδας εργαστηρίου που στηρίζεται σε βάση, σε οριζόντια θέση, απέναντι από το CD και σε απόσταση περίπου 10 cm από αυτό, έτσι ώστε η δέσμη φωτός του να πέφτει κάθετα στην επιφάνεια του CD. Η



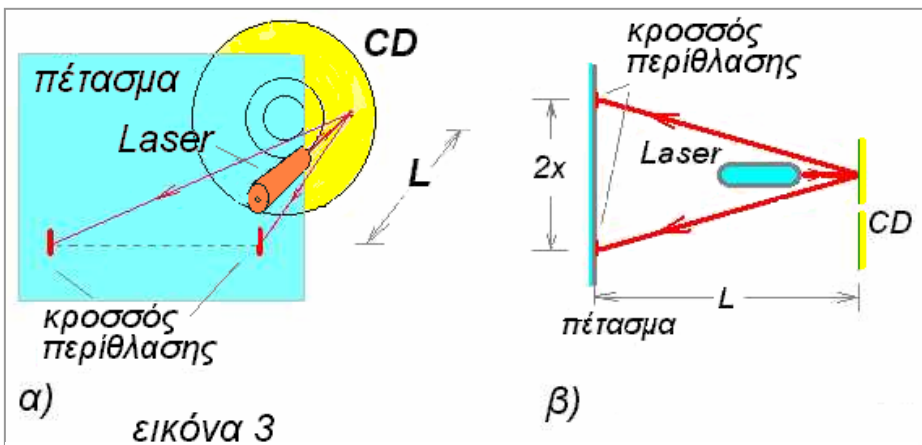
Εικόνα 1: Σχηματική απεικόνιση των γραμμών (tracks) και των στιγμάτων Laser που είναι χαραγμένες στην επιφάνεια ενός CD.



Εικόνα 2: Φωτογραφίες της διάταξης που χρησιμοποιήθηκε, στις οποίες φαίνονται: α) το στήριγμα με το Laser και η φωτιζόμενη επιφάνεια του CD και β) η προβολή των δύο κροσσών συμβολής στο κατακόρυφο τμήμα του πάγκου του εργαστηρίου, όπου έχει επικολληθεί μετροταινία για την απ' ευθείας μέτρηση της απόστασης των κροσσών.

ακριβής ρύθμιση της καθετότητας της δέσμης γίνεται εύκολα με μια κατασκευή αποτελούμενη από τρεις βίδες και η οποία έγινε γι' αυτόν τον σκοπό στο στήριγμα, στο οποίο τοποθετείται το CD.

Η ρύθμιση της καθετότητας της δέσμης, ως προς το επίπεδο του CD, εξασφαλίζεται από την ανάκλαση του κεντρικού (μηδενικής

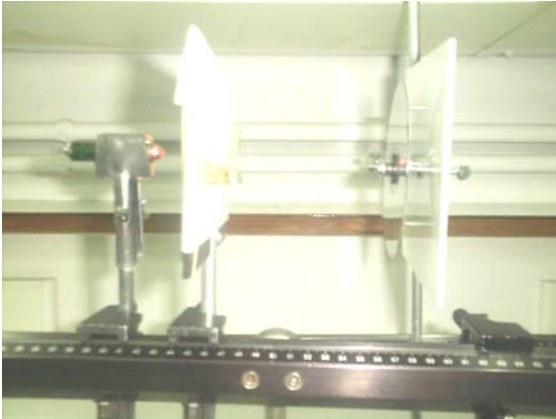


α) εικόνα 3

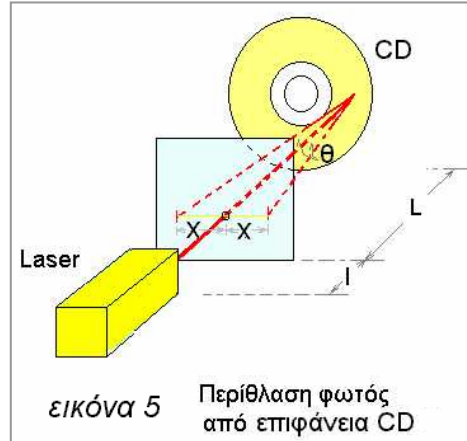
Εικόνα 3: Σχηματική παρουσίαση της πειραματικής διάταξης α) με προοπτική και β) ως κάτοψη. Στο πέτασμα απεικονίζονται σχηματικά, χάριν απλούστευσης ως γραμμές, μόνο οι κροσσοί της πρώτης τάξης

τάξης) κροσσού, έτσι ώστε αυτός να επιστρέφει στο ίδιο το Laser. Τώρα στο πέτασμα φαίνονται πλέον, λόγω ανάκλασης της δέσμης, οι κροσσοί που δημιουργούνται από ενισχυτική συμβολή πρώτης και δεύτερης τάξης, ως φωτεινά σημεία (κατακόρυφες γραμμές). Οι δύο πρώτοι και έντονοι κροσσοί που βρίσκονται εκατέρωθεν του κεντρικού, μηδενικής τάξης κροσσού, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$. Ο τελευταίος δεν φαίνεται, αφού η ανάκλαση της δέσμης σκιάζεται από το ίδιο το Laser.

Μια εναλλακτική διάταξη μπορεί επίσης να υλοποιηθεί επάνω σε οπτική τράπεζα, όπως φαίνεται στις εικόνες 4 και 5.



Εικόνα 4: Φωτογραφία της διάταξης της εικόνας 5, όπου η δέσμη του Laser διέρχεται μέσα από το πέτασμα, στο οποίο έχει ανοιχτεί οπή. Laser, πέτασμα και CD βρίσκονται τοποθετημένα πάνω σε οπτική τράπεζα για καλύτερο έλεγχο και μέτρηση της απόστασης L.

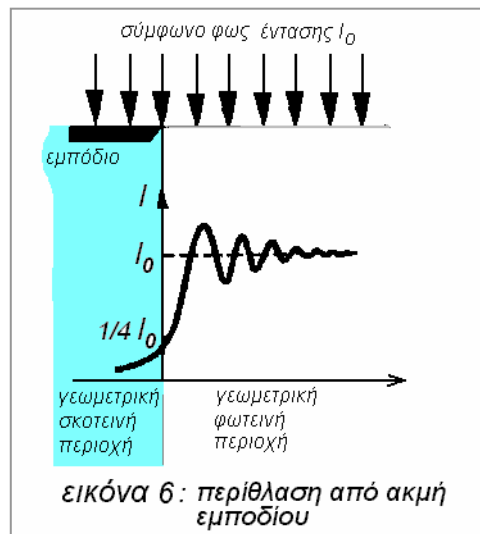


Εικόνα 5: Σχηματική παρουσίαση της πειραματικής διάταξης σε σειρά (Laser-πέτασμα-CD).

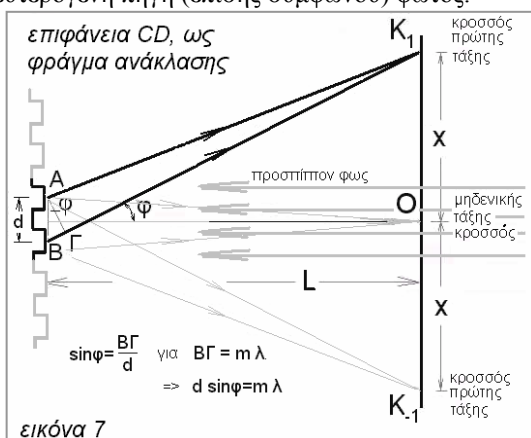
Εικόνα 5: Σχηματική παρουσίαση της πειραματικής διάταξης σε σειρά (Laser-πέτασμα-CD).

Το Laser χρησιμοποιείται ως πηγή φωτός, λόγω της ιδιότητας του να παρέχει κατευθυνόμενη δέσμη φωτός, η οποία είναι μονοχρωματική και κυρίως σύμφωνη, σε αντίθεση με κάθε άλλη συμβατική πηγή φωτός.

Στοιχεία θεωρίας. Η κυματική φύση του φωτός εξηγείται με βάση το φαινόμενο της περίθλασης, το οποίο στηρίζεται στη συμβολή κυμάτων φωτός. Ως συμβολή χαρακτηρίζεται η υπέρθεση, δηλαδή η επαλληλία διαφορετικών κυμάτων και μάλιστα, υπό την στενή έννοια, κυμάτων που έχουν την ίδια συχνότητα, είναι σύμφωνα και οδηγούν σε χαρακτηριστικές εικόνες (*patterns*) μεγίστων και ελαχίστων. Δύο κύματα είναι σύμφωνα (*coherent*), όταν η διαφορά φάσης τους είναι ανεξάρτητη του χρόνου. Τέτοια κύματα προέρχονται, είτε από μια σημειακή πηγή, είτε από δευτερογενείς πηγές φωτός που έχουν δημιουργηθεί από μέτωπο κύματος (αρχή του Huygens). Μια κατ' εξοχήν πηγή σύμφωνου και μονοχρωματικού φωτός είναι το Laser. Το σύμφωνο φως της δέσμης του, καθώς πέφτει σε ανακλαστική επιφάνεια, καθιστά κάθε σημείο της δευτερογενή πηγή (επίσης σύμφωνου) φωτός.



Εικόνα 6: περίθλαση από ακμή εμποδίου



Εικόνα 7

Περίθλαση είναι το φαινόμενο εκείνο, κατά το οποίο παρατηρείται φως πίσω από εμπόδιο ή άνοιγμα, στην περιοχή της γεωμετρικής του σκιάς.

Γνωστές εικόνες περίθλασης παίρνονται πίσω από φωτιζόμενες ακμές ή σχισμές, όπου παραδόξως δεν ισχύει η ευθύγραμμη διάδοση και έτσι συμβαίνει να φαίνεται φως και στην περιοχή της γεωμετρικής σκιάς του εμποδίου, ενώ στη φωτεινή περιοχή η ένταση του, κοντά στο όριο, στην ακμή του εμποδίου, παρουσιάζει μια αυξομείωση. Αν το πέτασμα είναι απομακρυσμένο (περίθλαση Fraunhofer), τότε η εικόνα που παίρνει κανείς σ' αυτό, είναι σταθερή και φαίνεται, με αφετηρία την ακμή του εμποδίου, ως μια επαλληλία από φωτεινές και σκοτεινές ταινίες, με φθίνουσα μεταβολή της έντασης,

όσο απομακρύνονται από το εμπόδιο (εικ. 6).

Εάν η περίθλαση δεν συμβεί μόνο από μία ακμή του εμποδίου, αλλά από περισσότερα εμπόδια ή από μεγάλο πλήθος σχισμών ή χαραγών, όπως είναι ένα οπτικό φράγμα, τότε η εικόνα που παίρνει κανείς είναι μια διαδοχή από φωτεινές γραμμές και ενδιάμεσα σκοτεινές περιοχές (κροσσοί περίθλασης).

Πολύπλοκες εικόνες περίθλασης από διάφορα γεωμετρικά εμπόδια (σχισμές, οπές, φράγματα) δημιουργούνται και υπολογιστικά, με τη βοήθεια προγραμμάτων προσομοίωσης στον υπολογιστή (βλ. σελίδες στο διαδίκτυο, πχ στη βιβλιογραφία).

Περίθλαση από επιφάνεια CD. Το φως της δέσμης του *Laser* που προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια του CD καθιστά τις γραμμές του αυτές δευτερογενείς πηγές (σύμφωνου) φωτός. Με αφετηρία έστω δύο γραμμές (σημεία A και B), όπως φαίνεται στην εικόνα 7, ξεκινούν οι ακτίνες (AK και BK), οι οποίες συναντώνται στο πέτασμα, όπου απεικονίζονται, ως αποτέλεσμα ενισχυτικής υπέρθεσης στα φωτεινά σημεία (γραμμές), K_{+1} , K_{-1} και O. Τα σημεία αυτά είναι οι κροσσοί συμβολής. Ενδιάμεσα τους μεσολαβούν σκοτεινές περιοχές ως αποτέλεσμα αποσβεστικής συμβολής. Ως γνωστόν η συνθήκη για την εμφάνιση ενισχυτικής συμβολής για δύο κύματα είναι να είναι παράλληλα μεταξύ τους και να παρουσιάζουν, στο σημείο συνάντησής τους, μια διαφορά φάσης ίση με *ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π* , δηλαδή να έχουν διαφορά δρόμου (BΓ) κατά *άρτιο πολλαπλάσιο του $\lambda/2$* . Αντίθετα αποσβεστική συμβολή συμβαίνει, όταν δύο παράλληλα κύματα συναντώνται και στο σημείο συνάντησής τους έχουν διαφορά φάσης ίση με *περιττό πολλαπλάσιο του π* , δηλαδή διαφορά δρόμου (BΓ) κατά *περιττό πολλαπλάσιο του $\lambda/2$* .

Είναι η απόσταση L (φράγμα-πέτασμα) πολύ μεγαλύτερη από την απόσταση d δύο διαδοχικών γραμμών (AB), τότε τα δύο κύματα που ξεκινούν από τα σημεία A και B και σχηματίζουν ενισχυτική συμβολή στο σημείο K, δηλαδή οι ακτίνες AK και BK μπορούν να θεωρηθούν παράλληλες μεταξύ τους. Η διαφορά δρόμου BΓ (AK-BK = BΓ), για $d = AB$, είναι: **$B\Gamma = d \sin \varphi$**

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για τα σημεία εμφάνισης ενισχυτικής συμβολής ισχύει η σχέση, γνωστή ως **τύπος (περίθλασης) του φράγματος** :

$$d \cdot \sin \varphi = m \cdot \lambda$$

φ = γωνία που σχηματίζει το κάθετα προσπίπτον φως (δέσμης *Laser*) με την ανακλώμενη (περιθλώμενη) δέσμη στην πρώτη τάξη, d = απόσταση δύο διαδοχικών γραμμών στο φράγμα (CD), m = τάξη κροσσού, = 0, ± 1 , ± 2 , ± 3 , ...

Λαμβάνοντας υπόψη ότι για τη γωνία φ ισχύει:

$$\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}$$

L= απόσταση επιφάνεια CD-πέτασμα, x = απόσταση κροσσού πρώτης τάξης-κροσσού μηδενικής τάξης (κεντρικής οπής, δέσμης *Laser*).

Με αντικατάσταση και λύνοντας ως προς d η παραπάνω σχέση διαμορφώνεται ως εξής:

$$d = \frac{\sqrt{L^2 + x^2}}{x} \cdot \lambda$$

Η απόσταση d είναι γνωστή ως η *σταθερά του φράγματος*. Το αντίστροφό της ($\rho=1/d$) υποδηλώνει την πυκνότητα του φράγματος, δηλαδή το πλήθος των γραμμών που απαρτίζουν το οπτικό φράγμα (CD) ανά μονάδα απόστασης (γραμμές/mm).

Ένα παράδειγμα υπολογισμού.

Λαμβάνοντας υπόψη τις διαστάσεις (εξωτερική και εσωτερική διάμετρο) ενός CD, υπολογίστηκε αρχικά η ωφέλιμη επιφάνεια που είναι διαθέσιμη για εγγραφή. Η επιφάνεια που καταλαμβάνει ένα *bit* μπορεί να θεωρηθεί σε πρώτη προσέγγιση ως το εμβαδόν που προκύπτει από το γινόμενο της μέσης μετρούμενης απόστασης d των *tracks* (πχ 1.6 μm) επί το μήκος ενός *pit* (0.84 μm). Το πηλίκο της διαίρεσης των δύο εμβαδών επιφανειών μας δίνει τον συνολικό αριθμό των *bits* που χωράνε στην επιφάνεια του CD. Διαιρώντας τον δια 8 (8 bits=1Byte) προκύπτει ως αποτέλεσμα η ζητούμενη χωρητικότητα του CD σε *MBytes*. Το αριθμητικό αποτέλεσμα των υπολογισμών παρατίθεται, όπως προέκυψε με την χρήση του πακέτου *MathCad*. Η απόκλιση του 30% από την πραγματική τιμή (650MB) θεωρείται ιδιαίτερα ικανοποιητική, δεδομένης της αυθαίρετης παραδοχής που έγινε παραπάνω.

Ένας απλός υπολογισμός για την εκτίμηση της χωρητικότητας αποθήκευσης δεδομένων σε MB ενός CD μέσω MathCAD

D := 11.7 cm d := 4.6 cm

$E := \frac{D^2}{4} \cdot \pi$ $e := \frac{d^2}{4} \cdot \pi$ E = 0.011·m² e = 0.002·m²

Enett := E - e Ebit := 1.6·10⁻⁶·m·0.84·10⁻⁶·m

Cbit := $\frac{Enett}{Ebit}$ Cbyte := $\frac{Cbit}{8}$

Cbit = 6.763·10⁹ Cbyte = 8.454·10⁸

$\delta C\% := \frac{Cbyte - 650 \cdot 10^6}{650 \cdot 10^6}$ $\delta C\% = 30.057\%$

Συμπεράσματα. Η εν λόγω άσκηση δοκιμάστηκε ως εργαστηριακή άσκηση στα εργαστήρια Φυσικής προπτυχιακών σπουδαστών σειράς διαφορετικών τμημάτων ειδικότητας (Ηλεκτρονικών, Γραφικών Τεχνών,

Οπτικής κλπ) για δύο συνεχόμενα εξάμηνα στο ΤΕΙ Αθήνας με αρκετή επιτυχία. Τα συμπεράσματα που εξήχθησαν είναι σ' αυτήν την φάση είναι μόνο ποιοτικά και βασίζονται κυρίως σε προσωπικές συζητήσεις με τους σπουδαστές και σε άμεσες παρατηρήσεις. Τα πλεονεκτήματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της άσκησης συνοψίζονται στο ότι: α) η προτεινόμενη εργαστηριακή άσκηση παρουσιάζει ένα διαθεματικό χαρακτήρα, αφού συνδυάζει ένα βασικό φαινόμενο της Φυσικής με την νέα τεχνολογία της πληροφόρησης, γεγονός που λειτούργησε ενισχυτικά στην αφύπνιση του ενδιαφέροντος των σπουδαστών (χαρακτηριστικότερη είναι η θετική επίδραση που είχε στους απρόθυμους και αδύνατους σε θέματα Φυσικής σπουδαστές με αποτέλεσμα την ενεργοποίησή τους), β) τα υλικά που χρησιμοποιούνται είναι οικεία στον σπουδαστή, είναι το δικό του CD μουσικής ή προγραμμάτων και αυτό από μόνο του λειτούργησε θετικά στην στάση των σπουδαστών και την αντιμετώπιση του θέματος της άσκησης, γ) τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τις μετρήσεις και τους υπολογισμούς είναι χειροπιαστά, έδωσαν αφορμή για συζήτηση και αξιολόγηση, η οποία οδήγησε σε εκτιμήσεις γύρω από σφάλματα μετρήσεων και αντίληψη της τάξης μεγέθους των μεγεθών που εξετάστηκαν και δ) συνέβαλε σημαντικά στην καλύτερη κατανόηση των φυσικών φαινομένων, αν συγκρίνει κανείς με αντίστοιχα συμβατικά πειράματα περίθλασης πχ από οπτικό φράγμα, τα οποία πραγματοποιούνται σε άλλα τμήματα στο ίδιο εργαστήριο. Ποσοτικά στοιχεία και συμπεράσματα από την αξιολόγηση της προτεινόμενης άσκησης προτιθέμεθα να επιχειρήσουμε να εξαγάγουμε σύντομα.

Βιβλιογραφία

- E. Hecht: Οπτική, Schaum's outline series, (μετάφραση Σπυριδέλη) ΕΣΠΙ, Αθήνα 1979
Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik: Optik, Bd.3, W. de Gruyter, Berlin 1978
Α. Ανδριτσάκης, Laser και Οπτοηλεκτρονικές διατάξεις, Εκδόσεις Λύχνος, 2^η έκδοση, Αθήνα 2000
Ι.Α. Σιανούδης, Πειράματα Φυσικής με χρήση PC: Περίθλαση φωτός από σχισμές και οπτικά φράγματα μέσω συστήματος βηματικού κινητήρα και ανιχνευτή φωτός, Θ' Πανελλήνιο Συνέδριο Φυσικής, 11-13.2.2000, Ζάκυνθος
Ι.Α. Σιανούδης, Επιλεγμένες Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής (Σημειώσεις), Αθήνα 1998
http://www.usbyte.com/common/compact_disk.htm
<http://physics.teiath.gr/activities.htm> και <http://physics.teiath.gr/optics.htm>