Logica

3: Connotazione, denotazione, invarianza per sostituzione

Claudio Sacerdoti Coen

<sacerdot@cs.unibo.it>

Universitá di Bologna

14/11/2019

Outline

Connotazione vs denotazione

Wikipedia: "*Per denotazione si intende un termine della linguistica che distingue il significato principale di una parola (o enunciato) rispetto alla connotazione, ossia alla carica psicologica associata al termine. Nel caso di una parola singola, la denotazione è la prima definizione che daranno un dizionario o un'enciclopedia.*

Una denotazione ha molte connotazioni diverse:
Esempio:
"Berlusconi", "Il Presidente del Consiglio", "Il Cavaliere",
"Il tesserato P2 1816", "Papi Silvio", "Il 3^o italiano più ricco"
"Il principale esponente dello schieramento a me avverso"
sono tutte connotazioni per la stessa denotazione.

Connotazione vs denotazione

Denotazione = ciò che voglio identificare, il significato di ciò che vado dicendo, la semantica di ciò che sto dicendo

Connotazione = come identifico qualcosa, come sto dicendo qualcosa, la sintassi che uso per dire qualcosa

Uso meta-linguistico del linguaggio $\approx$ riferirsi alle connotazioni

Esempi:

eterologico = aggettivo che non si applica a sè stesso
non definibile in meno di 100 parole
io mento = “io mento” non è vero

Principio di invarianza per sostituzione

Siano x e y due connotazioni per la stessa denotazione. Il principio di invarianza per sostituzione vale se per ogni contesto $P[\cdot]$ le due connotazioni $P[x]$ e $P[y]$ denotano la stessa cosa.

Contesto = frase (connotazione) contenente un buco $[\cdot]$ da riempire con un'altra connotazione t (scrito $[t]$)

Il principio di invarianza per sostituzione è un importante test per l'assenza dell'uso meta-linguistico del linguaggio.

Principio di invarianza per sostituzione

Esempio:

"cat" e "gatto" denotano la stessa cosa,
ma "cat è monosillabico" denota il vero (è vero)
mentre "gatto è monosillabico" denota il falso (è falso)

monosillabico fa un uso meta-linguistico

Esempio:

"2 è pari" denota la stessa verità di "3 - 1 è pari" e di "il più piccolo numero primo è pari"

essere pari non fa un uso meta-linguistico

Conclusioni

Piano di lavoro:

1. definiremo la sintassi (= le connotazioni) delle nostre logiche
2. definiremo la semantica (= le denotazioni associate alle connotazioni) delle nostre logiche
3. dimostreremo che vale il principio di invarianza per sostituzione

Denotazioni e mondi

Nella precedente lezione:

"il valore di verità di una sentenza dipende dal mondo e dall'interpretazione che diamo alle parole nel mondo"

Riparafrasiamo:

fissiamo un mondo M
una interpretazione (o funzione semantica) associa a ogni connotazione una denotazione che è un "oggetto" del mondo M

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x, $x + 0 = x$”

Connotazioni atomiche: $+$, 0, $=$

Mondo 1:

consideriamo l’insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$

interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“+” denota la somma + fra naturali

“0” denota lo zero 0 dei naturali

“=” denota l’uguaglianza fra numeri naturali

la sentenza qua sopra denota il vero (è vera)

perchè $x + 0 = x$ vale per ogni x

Denotazioni e mondi

Esempio:
 Connotazione composta: “per ogni x, $x + 0 = x$”
 Connotazioni atomiche: $+$, 0, $=$

Mondo 2:
 consideriamo l’insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$
 interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:
  “+” denota il prodotto * fra naturali
  “0” denota l’unità 1 dei naturali
  “=” denota l’uguaglianza fra numeri naturali
  la sentenza qua sopra denota il vero (è vera)
  perchè $x * 1 = x$ vale per ogni x

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x, $x + 0 = x$”

Connotazioni atomiche: $+$, 0, $=$

Mondo 3:

consideriamo l’insieme dei numeri e delle figure geometriche

interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“$y + \delta$ ” denota la rotazione di una figura y di δ gradi in senso antiorario (ritorna y altrimenti)

“0” denota 360 gradi

“=” denota l’uguaglianza fra numeri/figure geometriche

la sentenza qua sopra denota il vero (è vera) perchè x ruotato di 360 gradi è sempre uguale a x

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x, $x + 0 = x$”

Connotazioni atomiche: $+$, 0, $=$

Mondo 4:

consideriamo l’insieme delle persone

interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“$x + y$” denota il figlio di x e y

“0” denota Michele

“=” denota l’uguaglianza fra persone

la sentenza qua sopra denota il falso (è falsa)

perchè il figlio di x e Michele non è sempre x

(anzi, non lo è mai!)

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x, $x + 0 = x$”

Connotazioni atomiche: $+$, 0, $=$

Mondo 4:

consideriamo l’insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$

interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“+” denota il prodotto *

“0” denota il numero 2

“=” denota l’essere minore di $\leq$ fra numeri naturali

la sentenza qua sopra denota il falso (è falsa)

perchè $x * 2$ non è sempre minore o uguale a x

(lo è solo per $x = 0$)

Denotazioni e mondi

Osservazione:

- i simboli di costanti (“0”) vengono interpretati come costanti nel mondo (0, 1, 360 gradi, Michele, 2)
- i simboli di funzioni binari (“+”) vengono interpretati come funzioni binarie nel mondo (+, *, ruota di, figlio di, *)
- i simboli di predicato binari (“=”) vengono interpretati come predicati binari nel mondo (=, $\leq$)
- invece il “per ogni” è sempre stato interpretato nello stesso modo

Se non teniamo fissa almeno la semantica del per ogni, allora tutto può significare tutto.

Ma di cosa teniamo fissa la semantica e di cosa la facciamo variare?

Connettivi logici

La denotazione di una sentenza dipende dalla denotazione delle sue parti.

Esempio:
"2 è pari e 3 è dispari"
nell'interpretazione standard denota il vero poichè
"2 è pari" denota il vero
"3 è dispari" denota il vero

La "e" si dice connettivo (binario) poichè viene usata per combinare assieme due sentenze (= connotazioni di un valore di verità) per ottenere una nuova sentenza (= connotazione di un valore di verità).

Connettivi logici

Esempi di connettivi binari di uso comune:
e, o, se . . . allora . . . , se e solamente se

Esempi di connettivi unari di uso comune:
non

Esempi di connettivi 0-ari (costanti):
vero (che denota sempre il vero)
falso (che denota sempre il falso)

Fissiamo l'interpretazione dei connettivi a essere la stessa in ogni mondo.

(Più avanti parleremo anche "per ogni", "esiste", etc. che non sono connettivi, ma quantificatori e la cui interpretazione sarà anch'essa fissata. A volte si fissa anche il predicato binario "$=$")

Conclusioni

- Le connotazioni sono oggetti sintattici per descrivere le denotazioni (oggetti semantici in un mondo)
- Principio di invarianza per sostituzione vale se solo contano solo le denotazioni e non le connotazioni
- Definizione: una sentenza è una connotazione che denota un valore di verità
- Sentenze composte tramite connettivi a partire da sentenze più semplici
- La denotazione dei connettivi è fissata;
  facciamo variare nei mondi la denotazione delle altre connotazioni (al fine di definire la conseguenza logica)