

Versão Online ISBN 978-85-8015-094-0
Cadernos PDE

VOLUME II

**OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE
NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE
Produções Didático-Pedagógicas**

2016

Ficha para identificação da Produção Didático-pedagógica – Turma 2016

Título: Percepções e Relações da Geometria Espacial com o Cotidiano dos Alunos.	
Autor: José Romildo Dziadzio	
Disciplina/Área:	Matemática
Escola de Implementação do Projeto e sua localização:	Colégio Estadual Francisco Neves Filho. Localizado na Rua Tenente Coronel Carlos Souza, Nº 20.
Município da escola:	São João do Triunfo
Núcleo Regional de Educação:	Ponta Grossa
Professor Orientador:	Prof ^a . Dr ^a . Marli Terezinha Van Kan
Instituição de Ensino Superior:	Universidade Estadual de Ponta Grossa
Resumo:	Esta produção didático pedagógica procurará trabalhar a geometria plana juntamente com a espacial, onde será abordado conceitos e definições de figuras e sólidos geométricos. Serão construídos polígonos por meio de placa perfurada e geoplano. Faremos uma inserção tecnológica onde apresentaremos o software Geogebra para a construção de polígonos assim como construção de sólidos geométricos no geoplano espacial. Após a fixação desses conteúdos, trabalharemos com objetos reais aonde o aluno poderá resolver problemas comuns do dia a dia, de modo a compreender que a matemática se faz presente em todo lugar sendo necessário o seu conhecimento para o levantamento de hipóteses e elaboração de estratégias de resolução chegando a uma conclusão aceitável.
Palavras-chave:	Matemática, geometria, sólidos geométricos, resolução de problemas.
Formato do Material Didático:	Unidade Didática
Público:	Este material didático pedagógico destina-se aos alunos do Ensino Médio.



**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ –
SEED**

SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO – SUED

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA – UEPG

PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE

PROJETO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NA ESCOLA

ÁREA: MATEMÁTICA



JOSÉ ROMILDO DZIADZIO

**PERCEPÇÕES E RELAÇÕES DA GEOMETRIA ESPACIAL
COM O COTIDIANO DOS ALUNOS**

PONTA GROSSA

2016

JOSÉ ROMILDO DZIADZIO

**PERCEPÇÕES E RELAÇÕES DA GEOMETRIA ESPACIAL
COM O COTIDIANO DOS ALUNOS**

Produção Didático Pedagógica, elaborada para o Programa de Desenvolvimento Educacional- PDE – SEED, sob a orientação da Professora Dra. Marli Terezinha Van Kan da Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG.

PONTA GROSSA

2016

APRESENTAÇÃO

A matemática se faz presente todo o tempo e em todo o lugar. Basta um olhar mais apurado e um conhecimento prévio dos conceitos matemáticos, que são aproximações adequadas a realidade, é que permitem que os alunos possam aplicar a matemática as necessidades do cotidiano.

O principal problema no conteúdo selecionado, o da Geometria Espacial é a pouca compreensão deste e suas associações com a realidade, por parte dos alunos do Ensino Médio. Isto foi observado no Colégio Estadual Francisco Neves Filho, onde se criou por iniciativa dos próprios alunos do Ensino Médio, um grupo de estudos voltados para a preparação do ENEM, pois devido às paralisações dos professores que ocorreram no ano de 2015, a transmissão dos conteúdos programados não foi contemplada devido às alterações de cronograma, que de certa forma acabou prejudicando os alunos.

O grupo de estudos contou com a participação de professores de outras áreas, de forma voluntária, em horários em que o professor não leciona. Estando a 4 anos fora da sala de aula, na direção do Colégio, fui convidado pelos alunos a dar aulas de matemática, disciplina de concurso, que diante da empolgação dos alunos, uma contribuição a esses jovens seria uma tarefa importante a ser realizada.

Os alunos participantes do grupo em questão e objeto deste projeto, são alunos do 2º e 3º anos do ensino médio. A escolha do tema Geometria Espacial, se deu pela variedade de aplicações e pela dificuldade que os alunos apresentam em relacionar a teoria com o cotidiano.

Diante desse fato a escolha da linha de estudo: Tendências Metodológicas em Educação Matemática, onde se pretende utilizar a resolução de problemas no ensino médio tendo como conteúdo estruturante: GEOMETRIA e conteúdo específico: GEOMETRIA ESPACIAL – PERCEPÇÕES E RELAÇÕES DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O COTIDIANO DOS ALUNOS.

A geometria é a parte do conhecimento desenvolvido pelo indivíduo na tentativa de compreender certos aspectos do mundo em que vive, pois este Universo é repleto de objetos, coisas, entes de várias formas e tamanhos, que ocupam as mais variadas posições. Medir, examinar formas, comparar e analisar posições de objetos são algumas das preocupações cotidianas do ser humano. (SMOLE e DINIZ, 2005, p.197)

Conforme as autoras definem, pode-se considerar que muitos objetos do mundo em que vivemos possuem formas, dimensões e ocupam um lugar no espaço. Desta forma cabe a nós professores, buscar alternativas metodológicas que promovam nos alunos o desenvolvimento de competências relacionadas a estas percepções e a associem com a geometria espacial, para favorecer nas mais diversas situações cotidianas auxiliando-os nas resoluções de problemas que necessitem de um conhecimento geométrico matemático.

O principal objetivo deste trabalho é a apropriação do conteúdo referente à Geometria Espacial, utilizando sólidos geométricos associando à realidade que cerca o aluno. Outros objetivos para o desenvolvimento deste trabalho, são: Definir de Geometria plana e espacial; Associar figuras planas aos sólidos geométricos; Definir e compreender área e volume, com observação dos sólidos geométricos; Construir de figuras espaciais (esqueletos de sólidos geométricos); Utilizar do software Geogebra (geometria plana); Associar e aplicar a Geometria espacial ao cotidiano do aluno; Aplicar a matemática às situações reais e despertar o interesse pelo estudo da matemática através da resolução de problemas.

Esta produção didática pedagógica no formato de Unidade Didática é voltada para os alunos do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco Neves Filho – EFM_N do Município de São João do Triunfo. Serão abordados conceitos de geometria plana e espacial associados à construção de figuras e sólidos, possibilitando a utilização desses conceitos em questões práticas relacionadas ao cotidiano do aluno.

GEOMETRIA

Para Smole e Diniz (2005), “a Geometria é uma das mais belas partes da Matemática. O prefixo *geo* significa *terra*, e a Geometria está presente em todo o Universo, desde o microcosmo até o macrocosmo”. Ela surgiu da necessidade dos seres humanos de medir terras e demarcar propriedades, mas atualmente, está voltada para o estudo de figuras, de suas propriedades e relações.

A Geometria faz parte da vida das pessoas desde seus primeiros anos de existência. Observa-se que quando a criança começa a engatinhar e a andar, descobre o mundo em sua volta e começa a fazer seus primeiros contatos com esse

universo, manipula objetos de várias formas (cubos, esferas, triângulos, retângulos, cilindros entre outros) e cores, procura encaixar um objeto em outro, mesmo sem saber está tentando resolver um problema. Embora ainda não tenha contato com o conhecimento matemático está construindo uma linha de raciocínio que irá permanecer em seu aprendizado.

No Estado do Paraná, temos as DCE (2008) que contemplam o conteúdo estruturante de Geometria, o qual está subdividido em plana e espacial, onde o aluno deve compreender:

Geometria Plana: ponto, reta e plano; paralelismo e perpendicularismo; estrutura e dimensão de figuras geométricas planas e seus elementos fundamentais, cálculos geométricos: perímetro e área, diferentes unidades de medidas e suas conversões, representação cartesiana e confecção de gráficos.

Geometria Espacial: nomenclatura, estrutura e dimensão dos sólidos geométricos e cálculos de medidas de arestas, área das faces, área total e volume de prismas retangulares (paralelepípedo e cubo) e prismas triangulares (base triângulo), incluindo conversões.

A geometria estuda as propriedades espaciais do mundo material. Dizem-se “espaciais” as propriedades determinadas pela forma, grandeza e posição relativa dos objetos. É óbvio que a necessidade de conhecer essas propriedades decorre de exigências práticas: para fabricar máquinas, construir edifícios, abrir estradas ou canais, por exemplo, é preciso medir comprimentos, áreas e volumes. Como é natural, os primeiros conhecimentos geométricos, foram adquiridos pelo método indutivo, a partir de um número grande de observações e experiências. Porém, à medida que se foram acumulando verdades geométricas, descobriu-se que muitas delas podem ser obtidas de outras mediante raciocínios, ou seja, por dedução, sem necessidade de recorrer a nenhuma experiência particular. (FETISSOV, 1994, p.20)

Ainda segundo as DCE (2008), no Ensino Médio, deve-se garantir ao aluno o aprofundamento dos conceitos de Geometria plana e espacial em um nível de abstração mais complexo. Nesse nível de ensino, os alunos realizam análises dos elementos que estruturam a Geometria Euclidiana, através da representação algébrica, ou seja, a geometria analítica plana. Neste caso, é imprescindível o estudo da distância entre pontos, retas e circunferências; equação da reta, do plano e da circunferência; cálculos de áreas de figuras no plano e estudo de posições. Assim, é necessário conhecer as demonstrações das fórmulas e teoremas, aplicar as regras e

convenções matemáticas, tanto no estudo da geometria de posição como no cálculo de área de figuras geométricas planas e espaciais e de volume de sólidos geométricos, em especial de prisma, pirâmide (tetraedro), cilindro, cone e esfera.

No início do estudo da Geometria Espacial é dada ênfase a visualização de situações geométricas e a sua representação no plano pois sem tais habilidades fica difícil desenvolver um trabalho em Geometria. A Geometria é considerada como uma ferramenta que pode ser usada para descrever e interagir com o espaço em que se vive, e talvez a parte da Matemática, mais intuitiva, concreta e associada a realidade.

Até agora mencionamos vários elementos e nomes usados na matemática, que para o aluno muitas vezes não passa de uma simples fala do professor. Então a partir deste momento passaremos a conceituar esses elementos, figuras e objetos os quais iremos trabalhar mais adiante. O aluno precisa encontrar significado para aquilo que o professor descreve, que após a associação do significado ao objeto de estudo é que o aluno terá condição de entender o que está sendo proposto e apresentar a resolução para o problema.

FIGURAS PLANAS

POLÍGONOS: Polígono é uma figura plana formada por vários ângulos. Em grego, *poli* que dizer 'vários' e *gonos* quer dizer 'ângulo'. (Machado, 1994, p.18).

Um polígono tem ângulos e lados em mesmo número. O polígono que tem todos os lados de igual tamanho e todos os ângulos internos de mesma medida é denominado polígono regular.

Dentre os polígonos regulares, estão associados aos sólidos geométricos as seguintes figuras:

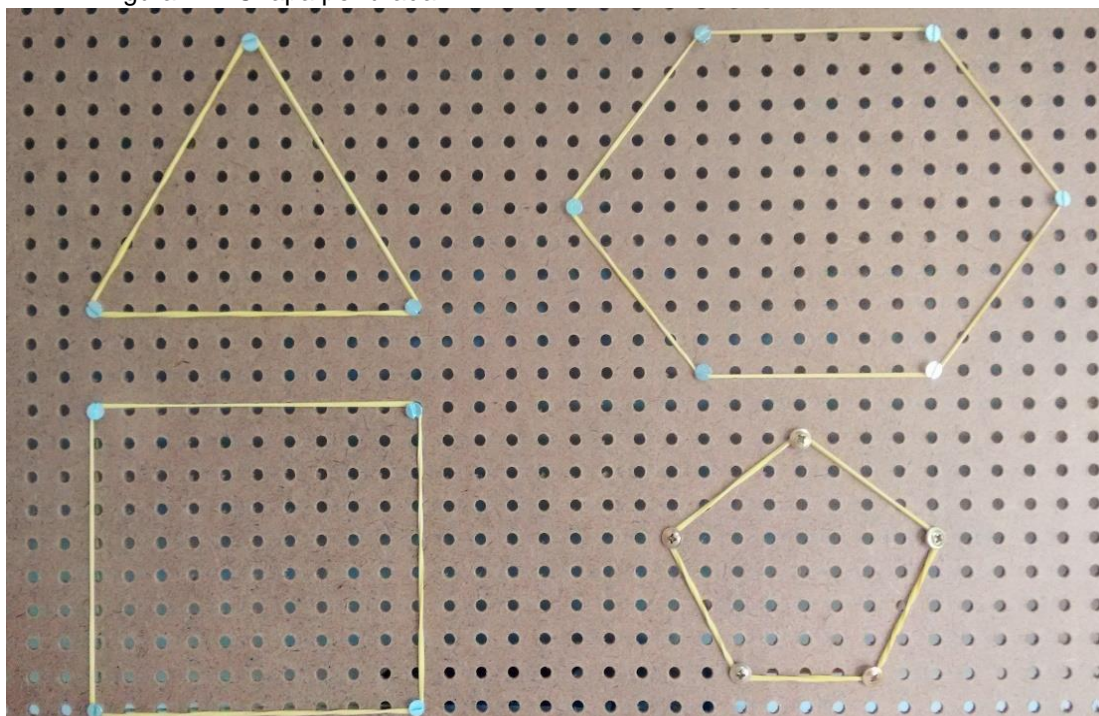
- Triângulo;
- Quadrado;
- Retângulo;
- Pentágono;
- Hexágono.

Para representar estas figuras usaremos uma chapa perfurada de Eucatex (figura 2), o geoplano circular (figura 3) e também parafusos e elásticos coloridos.

Figura 01 – Nome dos polígonos em relação aos lados e vértices.

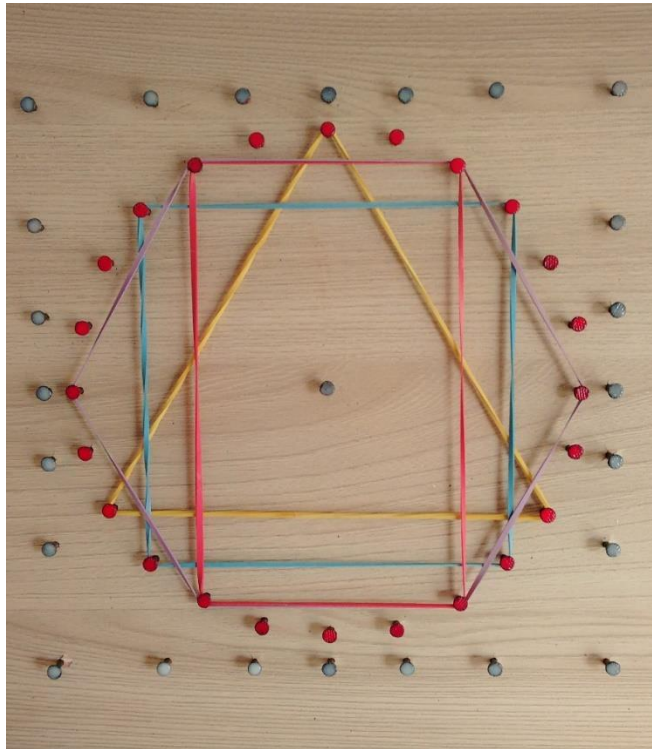
Nome do Polígono	Nº de lados	Nº de Vértices
Triângulo	3	3
Quadrilátero	4	4
Pentágono	5	5
Hexágono	6	6
....
Decágono	10	10
Undecágono	11	11
...
Icoságono	20	20

Figura 2 – Chapa perfurada



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 3 – Geoplano circular

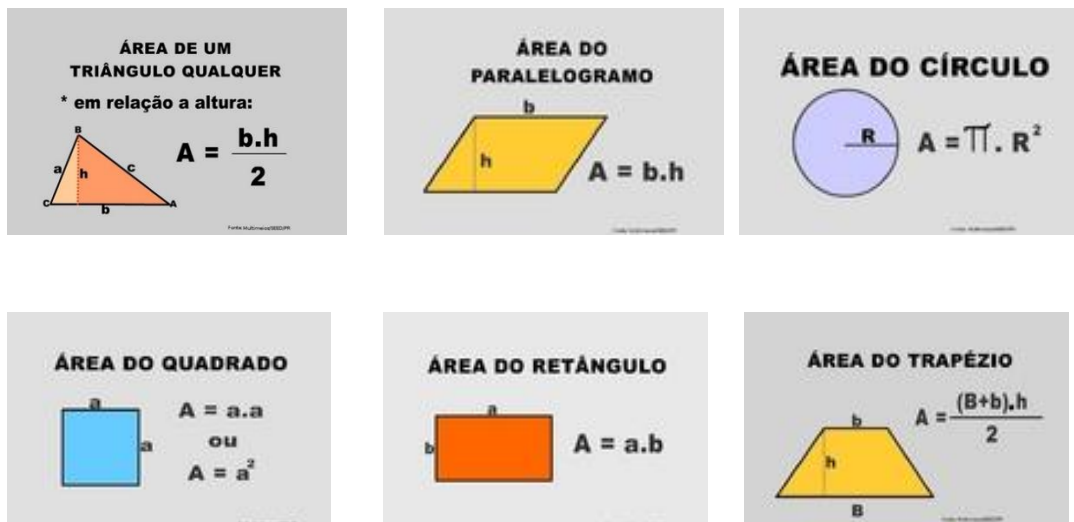


Fonte: Arquivo pessoal

ÁREAS DA FIGURAS PLANAS

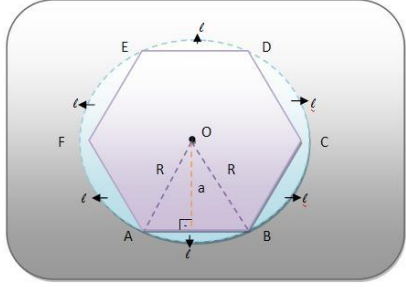
A seguir será demonstrado as áreas das figuras planas.

Figura 4 – áreas de figuras planas.



Fonte: <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/galeria/fotos.php?evento=3> Acesso em 08/12/2016.

Figura 5 – área do hexágono.



a) Apótema:

$$a = \frac{l \sqrt{3}}{2}$$
, altura do triângulo equilátero AOB.

b) Raio da circunferência circunscrita:

$$R = l$$
, lado do triângulo equilátero AOB.

c) Área:

$$S = 6 \cdot S_{\Delta AOB} \Rightarrow S = \frac{3l^2 \sqrt{3}}{2}$$

Fonte: <http://www.colegioweb.com.br/areas-das-figuras-planas-poligonos-regulares/hexagono-regular.html> (acesso em 07/11/2016).

GEOMETRIA ESPACIAL

Conforme visto anteriormente, a Geometria tem seu significado associado à medida da terra. Portanto, a Geometria que será abordada está relacionada às formas e medidas de comprimento, de área e de volume a qual chamamos de Geometria Espacial.

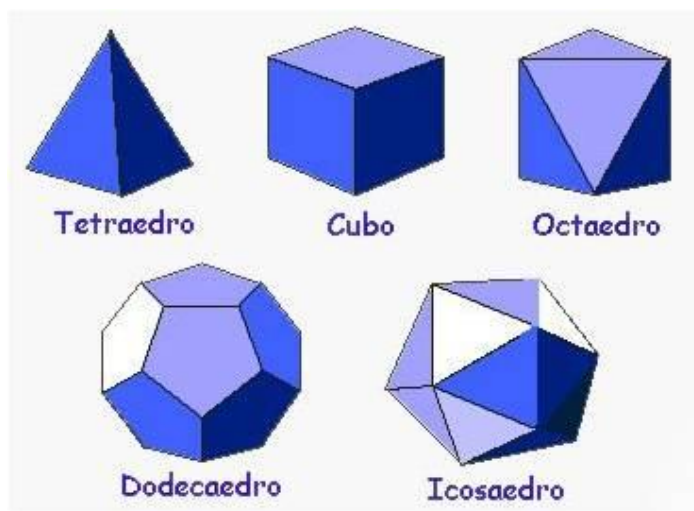
De acordo com Longen (2004, p.33) ao iniciar a Geometria Espacial, é importante considerar que o estudo da Geometria Plana é o nosso ponto de partida. Uma dificuldade que é constatada em Geometria Espacial é que como vivemos em um mundo tridimensional, a representação de um objeto de três dimensões em uma superfície plana fica mais complicada. Ao passo que temos certa facilidade de lidar com objetos de duas dimensões quando representados em uma folha de papel. A Geometria Espacial começa a ser estudada com os Poliedros.

Sabe-se que os alunos do Ensino Médio já estudaram alguns sólidos geométricos, como por exemplo: cubo, paralelepípedo e a pirâmide, que assim como outros, fazem parte de um grupo chamado Poliedros.

Segundo Machado (1994, p. 21), trata-se de um objeto com muitas faces. A terminação *edro* provém da palavra *hedra*, que em grego quer dizer “face”. Um poliedro tem “bicos” que são ângulos poliédricos e faces planas, que são polígonos.

As embalagens de produtos encontrados nos supermercados tem a forma de poliedros, assim como várias edificações nas grandes cidades assumem formas poliédricas.

Figura 6 – Poliedros de Platão.



Fonte:

https://www.google.com.br/search?q=poliedros+regulares&espv=2&biw=1366&bih=662&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=0ahUKewiOwPq5-ZbQAhXIGZAKHarjC80QsAQINA&dpr=1#imgrc=YJcY9UTuwsv_RM%3A

(Acesso em 07/11/2016)

Figura 7 – Museu do Louvre – Paris – França.



Fonte: <http://www.dicasparis.com.br/2015/04/museu-do-louvre-em-paris.html> (acesso em 07/11/2016)

Observa-se que em um poliedro qualquer existem três elementos:

Faces (F): são os polígonos que limitam o poliedro;

Arestas (A): são os encontros de lados dos polígonos;

Vértices(V): são os pontos correspondentes aos encontros de duas ou mais arestas. LONGEM (2004, p. 77)

Através da Relação de Euler, ($V - A + F = 2$), segundo Longem (2004, p.78) a igualdade é verdadeira, ou seja, de posse do número de dois elementos do poliedro, consegue-se encontrar o número de elementos faltantes.

Exemplo: Determinar o número de vértices de um poliedro convexo de 12 faces e 30 arestas:

Aplicando a Relação de Euler: $V - A + F = 2$, temos: $V - 30 + 12 = 2$

$$V = 20.$$

R: Este poliedro contém 20 vértices.

Os poliedros recebem a denominação de acordo com o número de faces que possuem.

Figura 8 – Nomes dos poliedros.

Número de Faces	Nome do Poliedro
4	Tetraedro
5	Pentaedro
6	Hexaedro
7	Heptaedro
8	Octaedro
9	Eneaedro
10	Decaedro
20	Icosaedro

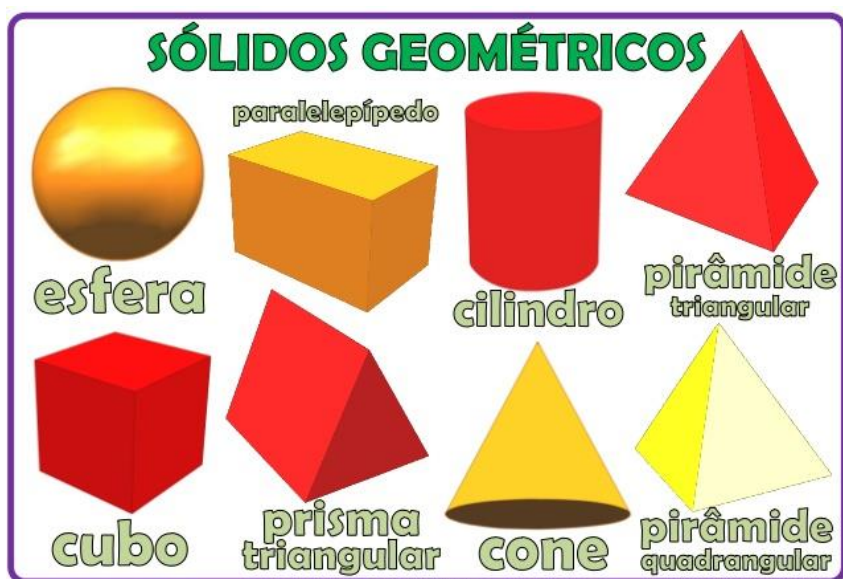
Assim como existem os poliedros, existem também sólidos não poliedros, ou seja, sólidos que têm pelo menos uma face que não é plana. Citamos como exemplos de Não Poliedros, o cone, a esfera e o cilindro.

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Um sólido geométrico é uma região do espaço limitada por uma superfície fechada. Existem dois grupos, os Poliedros e os Não Poliedros.

A seguir definiremos alguns sólidos, com informações que permitam ao aluno encontrar a medida da área e do volume, sendo estes associados a alguma figura real.

Figura 9 – Sólidos Geométricos.



Fonte:

https://www.google.com.br/search?q=SOLIDOS+geometricos&biw=1366&bih=662&espv=2&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=0ahUKEwjP5-vkjJfQAhXJjZAKHZWTCGEQsAQIGg&dpr=1#imgrc=hnwF_XV9J67QUM%3A (acesso em 07/11/2016)

PRISMA

O prisma é um sólido geométrico com duas bases paralelas e iguais, em forma de polígonos que podem ser triangulares ou quadrangulares ou pentagonais e faces laterais retangulares e podem ser retos ou oblíquos. (Zold e Correa, 1996, p.138).

Figura 10 – Prisma.



Fonte:

https://www.google.com.br/search?q=prismas&biw=1366&bih=662&source=lnms&tbn=isch&sa=X&sqi=2&ved=0ahUKEwj5rcHSIZnQAhXGIJAKHbDnDmgQ_AUIBigB#tbn=isch&q=prismas+embalagem&imgsrc=a8mlZlmygGU7eM%3a

Acesso em 08/11/2016.

PIRÂMIDE

É um sólido geométrico formado por uma base em forma de polígono que pode ser ou triangular ou quadrangular ou hexagonal e faces laterais triangulares ligadas a um único ponto chamado vértice. (Zold e Correa, 1996, p.142)

TRONCO DE PIRÂMIDE

Denominamos tronco de pirâmide de bases paralelas a parte da pirâmide limitada pela base e por uma secção transversal, qualquer, dessa pirâmide. (Xavier e Barreto, 2005, p.356)

Figura 11 - Pirâmide



Fonte:

https://www.google.com.br/search?q=prismas&biw=1366&bih=662&source=lnms&tbn=isch&sa=X&sqi=2&ved=0ahUKEwj5rcHSIZnQAhXGIJAKHbDnDmgQ_AUIBigB#tbn=isch&q=piramides+&imgsrc=1hrBgQTFWWZLOM%3A

Acesso em 08/11/2016.

CILINDRO

É um sólido geométrico formado por dois círculos paralelos, de mesmo raio, que são as bases e uma superfície arredondada, que é a superfície lateral do cilindro. A reta que une o centro dos dois círculos, chama-se eixo do cilindro. (Zold e Correa, 1996, p.133).

Figura 12 - Cilindro



Fonte:

https://www.google.com.br/search?q=embalagens+cilindricas&biw=1366&bih=662&source=lnms&bm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjg8espZnQAUEjpAKHWGsAKQQ_AUIBigB#imgrc=YamKNcMyDt8ncM%3A. Acesso em 08/11/2016.

CONE

É um sólido geométrico limitado por uma base circular e uma superfície afunilada que é a sua superfície lateral. (Zold e Correa, 1996, p.135)

TRONCO DO CONE

Denominamos tronco de cone de bases paralelas, a parte do cone circular reto limitada pela base e por uma secção transversal qualquer desse cone. (Xavier e Barreto, 2005, p.374)

Figura 13 - Cone



Fonte:

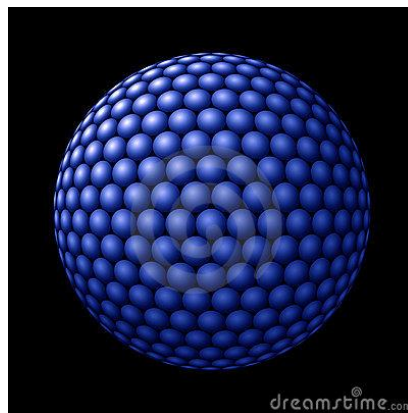
https://www.google.com.br/search?q=modelos+de+cones&biw=1366&bih=662&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi53ICrvpnQAhVEf5AKHUxGCNMQ_AUIBigB#imgrc=QgMI6ABCMXxX1M%3A Acesso em 08/11/2016.

ESFERA

Definimos Esfera como o conjunto de todos os pontos no espaço, cuja distância até o ponto fixo O é menor ou igual a R . (Longen 2004. p.183).

A superfície que envolve a esfera chama-se Superfície Esférica.

Figura 14 – Esfera.



Fonte:

https://www.google.com.br/search?q=esfera&biw=1366&bih=662&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjL8taJxpnQAhUMj5AKHUwiBtoQ_AUIBigB#imgrc=IQQAX_onXdYySM%3A Acesso em 08/11/2016.

ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Este estudo acontecerá no primeiro semestre do ano de 2017, no contraturno com alunos do Ensino Médio com carga horária de 32 horas. Foi programado para ser executado em 8 encontros de 4 horas cada.

1º ENCONTRO

No primeiro encontro acontecerá a apresentação do projeto que tem como Título: Percepções e Relações da Geometria Espacial com o Cotidiano dos Alunos. Para esta apresentação, o recurso Power Point será utilizado por um projetor de mídia e notebook e a ilustração será feita em Banner.

Figura 15 – Banner de apresentação.



Banner de Ilustração do Projeto.

Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 16 - Power Point de apresentação do Projeto.

PERCEPÇÕES E RELAÇÕES DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O COTIDIANO DO ALUNO.

INTRODUÇÃO AO TEMA

A Geometria é uma das mais belas partes da Matemática. O prefixo geo significa terra, e metria significa medida. Mas a Geometria está presente em todo o Universo, desde o microcosmos até o macrocosmo. Ela surgiu da necessidade dos seres humanos de medir terras e demarcar propriedades, mas atualmente, está voltada para o estudo de figuras, de suas propriedades e relações com os objetos em nossa volta.

OBJETIVOS:

OBJETIVO GERAL:

Apropriação do conteúdo referente à geometria espacial, utilizando sólidos geométricos associando à realidade que cerca o aluno.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Definição de geometria plana e de geometria espacial;
- Associação de figuras planas aos sólidos geométricos;
- Definição e compreensão de área e volume, com observação dos sólidos geométricos;
- Construção de figuras espaciais;
- Associação e aplicação da geometria espacial ao cotidiano do aluno;
- Aplicar a matemática às situações reais.

PROBLEMATIZAÇÃO DA PESQUISA

- No ano de 2015, por iniciativa dos próprios alunos, criou-se no Colégio Estadual Francisco Neves Filho, em São João do Triunfo, um grupo de estudo composto por alunos do 2º e 3º ano do ensino médio com o objetivo de aprofundar seus conhecimentos para o ENEM.
- Quando trabalhei com eles em conjunto, senti a dificuldade da grande maioria no conteúdo de geometria espacial. Dessa forma, pretendo novamente em contribuir dar continuidade nesse projeto e explorar de forma muito prática a geometria espacial.

JUSTIFICATIVA

- Como Conteúdo Estruturante será dada ênfase a Geometria Espacial, presente nas DCÉ - Diretrizes Curriculares Estaduais do Estado do Paraná, onde se observa que no Ensino Médio, deve-se garantir ao aluno o aprofundamento de conceitos da geometria plana e espacial em um nível de abstração mais complexo. Assim, é necessário conhecer as demonstrações de fórmulas e de teoremas, aplicar as regras e convenções matemáticas, tanto no estudo da geometria de posição como no cálculo de área de figuras geométricas planas e espaciais e de sólidos geométricos, em especial de prismas, pirâmides, cilindro, cone e esfera.

METODOLOGIA:

- Pretende-se trabalhar a geometria de forma diferenciada, ou seja a geometria plana associada a geometria espacial, algo que nos planejamentos escolares é tratado de forma separada. Para isso pretende-se trabalhar com a construção de figuras e sólidos, através programa computacional geogebra, do geoplano circular e geoplano espacial assim associando à objetos reais, de forma que o aluno perceba que essas figuras tem relação com objetos em sua volta.

CRONOGRAMA DAS AÇÕES:

ATIVIDADE	1º	2º	1º	2º
	SEM 2016	SEM 2016	SEM 2017	SEM 2017
ELABORAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA	X			
ELABORAÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO PEDAGÓGICO	X	X		
IMPLEMENTAÇÃO DO PROJETO NA ESCOLA			X	X
PRODUÇÃO FINAL				X

RECURSOS QUE UTILIZARÁ PARA O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO:

- Sala de aula;
- Laboratório de Informática;
- Instrumentos de desenho;
- Geoplano circular e geoplano espacial;
- Papéis, palitos, canudos, cola, linha;
- Notbook e celulares;
- Projetor de mídias.

Fonte: Arquivo pessoal.

Feita a exposição oral do projeto, será proposto para os alunos um pequeno questionário, o qual deverão responder individualmente e, tendo por objetivo diagnosticar seus conhecimentos prévios de geometria plana e espacial.

1 – Qual é o significado da Geometria para você?

2 – Quais figuras planas você conhece? Procure desenhá-las.

3 – Quais sólidos geométricos você conhece? Procure desenhá-los.

4 – O que você entende por perímetro, área e volume e quais são suas unidades? Exemplifique.

Após a devolução deste questionário faremos uma mesa redonda onde todos terão a oportunidade de expressar-se oralmente sobre o nosso projeto. Os alunos serão indagados sobre as construções de figuras, sobre a associação dessas figuras aos objetos reais, possibilitando aos mesmos enxergar essa relação da geometria com o meio.

Ainda neste encontro, serão formadas equipes com 3 a 4 alunos, os quais serão convidados a circular dentro do Colégio e em seu entorno, para observar e anotar a

presença de figuras planas e formas geométricas. No retorno eles farão uma exposição oral das suas descobertas e associações entre figuras, formas e realidade.

OBJETIVO

- O objetivo deste primeiro encontro é a socialização do projeto de intervenção com o alunos, assim como conhecê-los e fazer um breve diagnóstico de seus conhecimentos em geometria.

2º ENCONTRO

Iniciaremos a atividade retomando o assunto de figuras planas, onde passaremos o vídeo Polígonos. O vídeo apresenta uma sequência de slides com conceitos e definições sobre polígonos convexos e não convexos, bem como sobre os elementos de um polígono. (disponível em:)

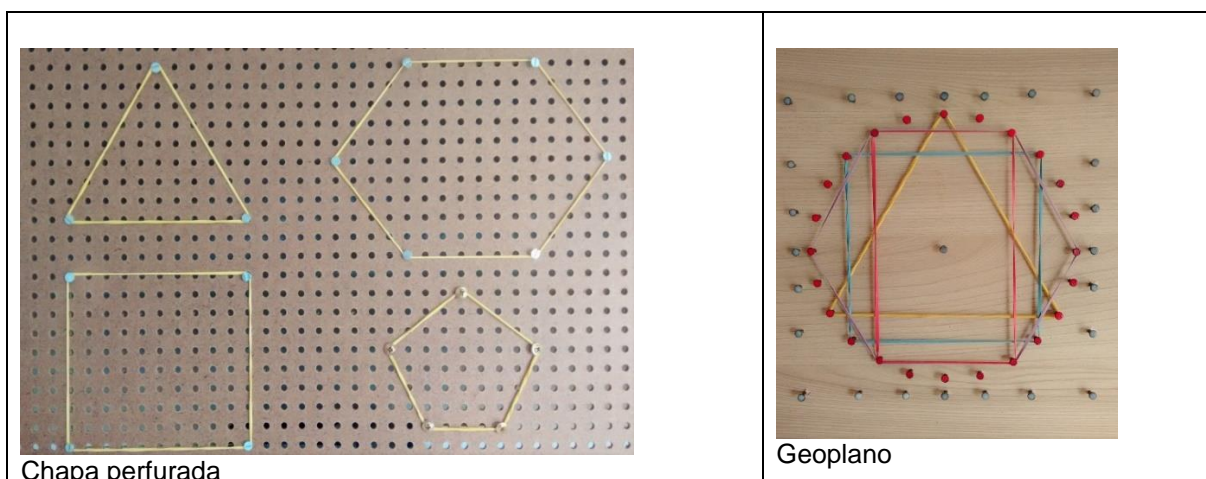
<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7180>

Acesso em 16/11/2016.

Na sequência ao vídeo, iremos debater com os alunos sobre o que é um polígono, qual é a diferença entre um polígono convexo e não convexo, seus elementos, ângulos e nomenclatura.

Após esse debate será apresentado aos alunos a chapa perfurada de eucatex e um modelo de geoplano, instrumentos que auxiliarão na representação de polígonos.

Figura 17 – chapa perfurada e geoplano.



Fonte: Arquivo pessoal.

CHAPA PERFURADA

Cada dupla de aluno terá uma chapa perfura medindo 30 x 30 cm, com furos a cada 1,5 cm (doada pelo professor), elásticos coloridos e parafusos.

GEOPLANO

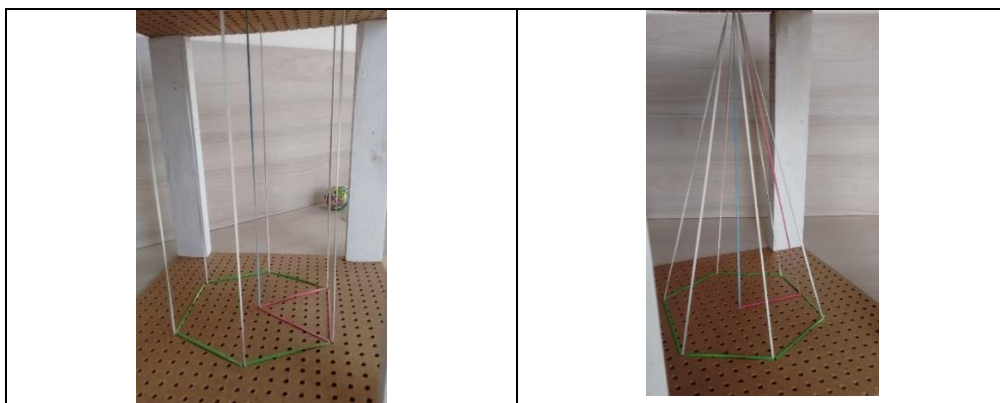
É uma ferramenta muito útil para o ensino da Geometria Plana. Foi criado pelo matemático Calleb Gattegno. Com o Geoplano, o aluno tem a possibilidade de desenvolver habilidades para apreender conceitos matemáticos, como cálculo de áreas e perímetros de polígonos.

Recomenda-se o uso do Geoplano para cálculo de perímetro, área, figuras simétricas, arestas, vértices, construção de polígonos entre outras situações envolvendo geometria plana. O Geoplano tem por objetivo principal levar os alunos a explorar figuras poligonais através da construção e visualização, facilitando o desenvolvimento das habilidades de exploração espacial, garantindo ao aluno de forma satisfatória a assimilação de conteúdos geométricos através da manipulação, construção, exploração e representação das formas geométricas.

Alguns tipos de Geoplano

- Geoplano Triangular: Os pregos são fixados na intersecção das linhas, formando uma malha triangular;
- Geoplano Quadrado: possui a malha quadriculada (pode ser 2 x 2 cm a distância entre cada prego);
- Geoplano Circular: Os pregos são colocados de forma circular;
- Geoplano Espacial: Confeccionado com duas chapas perfuradas (30x30cm), que formam dois planos paralelos e quatro ripas de madeira (3 x 3 x 30 cm). Com esse material consegue-se representar o esqueleto de sólidos geométricos.

Figura 18 – Geoplano Espacial



Fonte: Arquivo pessoal.

ATIVIDADE

Construção de Geoplanos (em duplas). Serão construídos geoplanos triangulares, quadrados e circulares.

Primeiramente marcamos os pontos onde serão inseridos os pregos, em uma folha de papel sulfite, a qual servirá de gabarito para fixarmos os pregos na placa de madeira.

Sugestão de vídeo para auxiliar na construção do geoplano, disponível em

<https://www.youtube.com/watch?v=VMNITXIQbl4> acesso em 16/11/2016.

Material necessário

- Uma chapa quadrada de madeira ou MDF de aproximadamente 20 x 20 cm;
- Martelo e pregos 12 x 12;
- Régua, lápis, transferidor, papel sulfite e compasso;
- Esmalte colorido (para pintar a cabeça dos pregos).

OBJETIVO

- Despertar no aluno o interesse pela manipulação de instrumentos e de ferramentas, utilizando conceitos matemáticos para a construção de material de apoio para as aulas sobre polígonos.

3º ENCONTRO

Construção de Polígonos

De posse dos geoplanos (construídos pelos alunos) e de chapas perfuradas, os alunos irão montar polígonos, regulares e irregulares com o auxílio de elásticos coloridos. Os alunos terão a liberdade para manipular seus polígonos. Na sequência esses polígonos deverão ser classificados e nomeados de acordo com as suas características e associados a algum objeto real, conforme tabela.

Nome do Polígono	Número de lados	Objeto real
Triângulo	3	Esquadro em madeira
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
	12	
	15	
	20	

Além da montagem dos polígonos podemos trabalhar perímetros e áreas dessas figuras.

OBJETIVOS

- Conhecer o nome dos polígonos;
- Identificar em um polígono os vértices e os lados;
- Reconhecer uma figura geométrica como um conjunto de pontos;
- Reconhecer que as figuras geométricas constituem abstrações de formas e objetos concretos;
- Reconhecer ângulo como a reunião de duas semirretas distintas e de mesma origem.

4º ENCONTRO

Nos dias atuais as tecnologias vêm fazendo parte da vida das pessoas. Existem muitos tipos de aplicativos, programas e softwares, principalmente jogos disponíveis no mundo virtual, de forma gratuita que podem ser utilizados pelas pessoas. Sabe-se que muitas famílias não tem a estrutura necessária para dar esse suporte em relação à utilização de softwares. A escola pode se inserir neste contexto, associando as tecnologias ao sistema de ensino e de aprendizagem. Utilizar as tecnologias para fins educacionais pode ser uma das possibilidades para abrir novos caminhos e assim favorecer para a construção de uma sociedade moderna em que o 'crescer tecnologicamente' se faz necessário para poder estar caminhando paralelamente aos avanços tecnológicos.

Neste encontro os alunos serão encaminhados ao laboratório de informática do Colégio, o Proinfo. Até este momento, construíram o geoplano, manipularam polígonos, fizeram as classificações e associações aos objetos reais.

No laboratório, utilizarão o GEOGEBRA, que segundo Dante (2014, p.317) criado por Markus Hohenwarter, é um software de matemática dinâmica gratuito e desenvolvido para o ensino-aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino. Ele reúne Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, Probabilidade, Estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente.

ATIVIDADE

Primeiramente será sugerido aos alunos, a leitura de um tutorial sobre os primeiros passos com o software livre – Geogebra (em pdf) de autoria do Prof. Ilydio Pereira de Sá (2010) – Centro Universitário da Serra dos Órgãos. (disponível em:) <http://www.magiadamatematica.com/diversos/apostilas/GEOGEBRA.pdf>

acesso em 17/11/2016.

Neste tutorial os alunos terão acesso aos principais comandos do Geogebra. A leitura até a página 8, permite a construção de um polígono e será calculada a sua área.

Na sequência será visto o vídeo que enfoca a construção de polígono qualquer, polígono regular, polígono rígido e polígono semideformável, (disponível em:) <https://www.youtube.com/watch?v=nOaHSFd1Gwk> acesso em 17/11/2016.

Após esse ‘treinamento’ os alunos construirão polígonos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15 e 20 lados, onde será calculado o perímetro e a área de cada uma das figuras construídas.

A partir deste momento espera-se que os alunos estejam familiarizados com o Geogebra. Então partiremos para uma atividade prática, a qual consiste em medir fachadas, muros e edificações do colégio, com a utilização de uma trena de 30 metros. Os valores serão anotados e uma espécie de croqui será obtida como resultado. Retornaremos para o laboratório e no Geogebra, através da ferramenta ‘polígono’ será construído um polígono que representa a planta baixa da edificação em questão e com a opção ‘área’ calcula-se a área das edificações.

Observamos que no Geogebra a unidade de medida para área é dada em cm^2 , enquanto que na realidade a unidade de medida para a área é em m^2 .

OBJETIVOS

- Promover a inserção tecnológica;
- Construir figuras geométricas planas com o Geogebra;
- Calcular o perímetro e a área de figuras planas;
- Medir ângulos internos e externos de polígonos.

5º ENCONTRO

A partir deste encontro iniciaremos propriamente dito a Geometria espacial. Aproveitaremos os conhecimentos prévios dos alunos acerca do conteúdo que será trabalhado, ou seja, poliedros e corpos redondos, fazendo com que o aluno observe suas formas planas e tridimensionais representadas em desenhos, planificações, modelos de sólidos e objetos concretos do cotidiano dos alunos e/ou do mundo em sua volta.

Iniciaremos nossas atividades assistindo a um vídeo produzido pelo MEC/FNDE, com o título Sólidos de Platão (mão na forma) que trata dos poliedros e formas geométricas espaciais, (disponível em:)

<https://www.youtube.com/watch?v=oSEwrglbqnl> acesso em 18/11/2016.

A partir deste vídeo espera-se que os alunos conheçam os poliedros e suas características. Na sequência o professor apresenta vários objetos (embalagens em geral) que possuem formatos semelhantes aos poliedros para observação por parte dos alunos, os quais devem anotar as semelhanças e as diferenças e também as características dos poliedros.

Após essa atividade será apresentado aos alunos os sólidos geométricos em acrílico, disponíveis na escola.

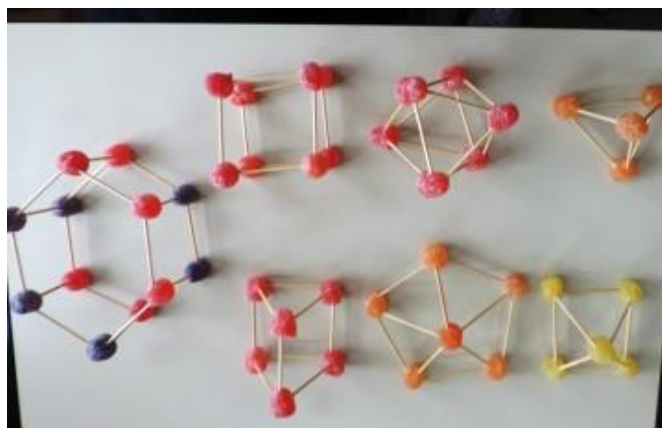
Figura 19 – Sólidos geométricos em acrílico



Fonte: Arquivo Colégio Francisco Neves.

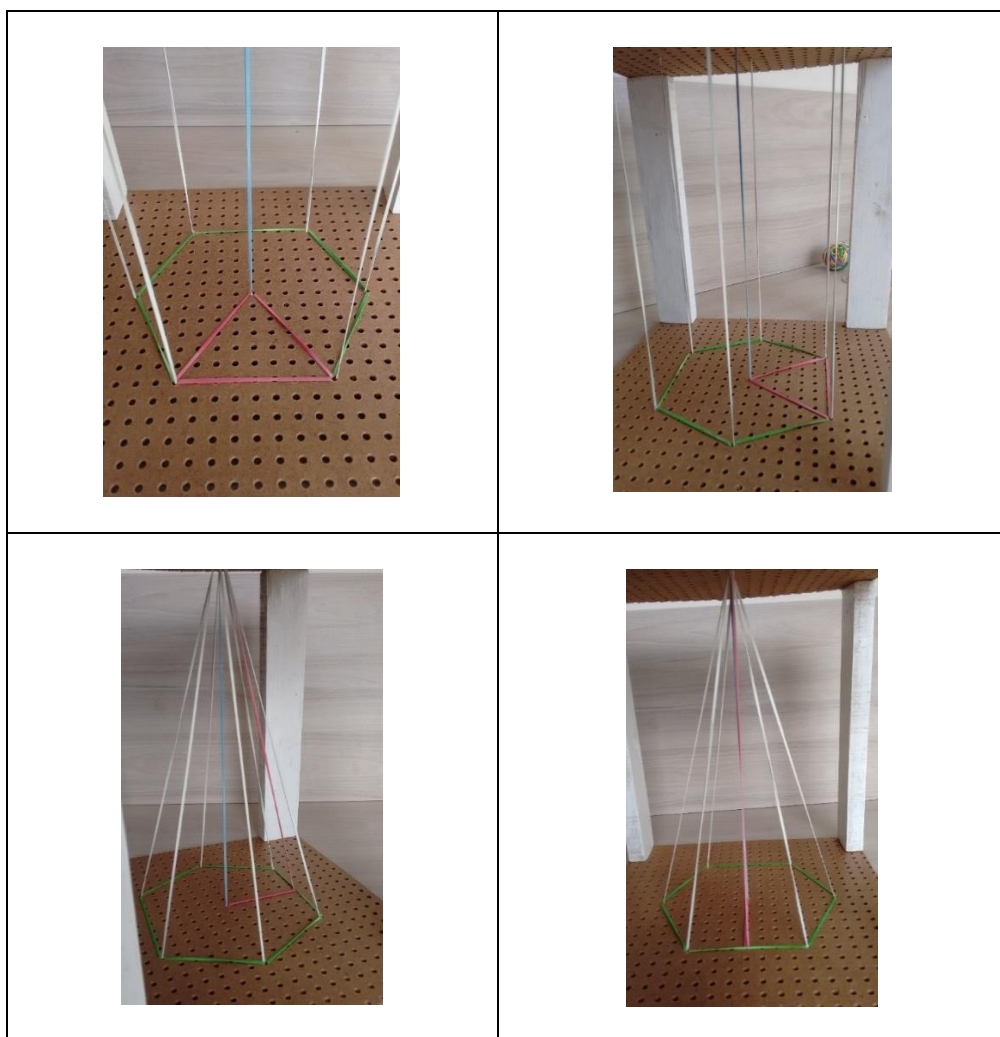
A partir da observação dos sólidos de acrílico, os alunos terão a oportunidade de construir esqueletos (formas simples) de alguns poliedros e, para isso utilizaremos palitos e jujubas e também o geoplano espacial, o qual se utiliza elásticos coloridos para representar as arestas dos poliedros.

Figura 20- Esqueletos de sólidos com palitos e jujuba



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 21 – Esqueleto de prisma e pirâmide hexagonal no geoplano espacial.



Fonte: Arquivo pessoal.

OBJETIVOS

- Identificar os Poliedros de Platão;
- Identificar e analisar os sólidos geométricos e suas propriedades;
- Diferenciar poliedros de corpos redondos;
- Construir sólidos geométricos;
- Associar os sólidos geométricos as formas geométricas reais.

Ao encerramento deste encontro, solicitar aos alunos que providenciem para o 8º encontro, o máximo de objetos em forma de sólidos geométricos. Pedir também que se dirijam até um supermercado e/ou alguma loja de utilidades e observem as embalagens em forma de sólidos geométricos, para realizar as medições de suas dimensões, compararem tamanhos, peso, volume e preços. A coleta de dados resultante da experimentação é fundamental para o estudo em nosso 8º encontro.

6º ENCONTRO

Neste encontro serão trabalhados diversos exercícios de livros didáticos disponíveis no Colégio.

Serão atividades selecionadas, onde os alunos trabalharam com poliedros e corpos redondos envolvendo situações problemas de ordem prática, situações reais com cálculos de áreas e de volumes.

Para isso utilizaremos livros didáticos disponíveis no colégio e também provas de anos anteriores do ENEM, (disponível em)

<http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-antiores/provas-e-gabaritos>

Acesso em 18/11/2016.

E provas de anos anteriores do PSS – Processo Seletivo Seriado da UEPG, (disponível em:)

<http://cps.uepg.br/inicio/index.php/2013-06-11-19-54-55/provasegabaritos>

Acesso em 18/11/2016.

OBJETIVOS

- Resolver problemas sem o uso direto de algoritmo;
- Associar figuras planas aos sólidos espaciais;
- Calcular a área da superfície de sólidos geométricos;
- Resolver situações problemas relacionadas ao volume de figuras tridimensionais.

7º ENCONTRO

Em outros encontros, os alunos já tiveram a oportunidade de conhecer e construir polígonos e sólidos geométricos. A partir deste encontro serão apresentadas várias situações problemas que deverão resolver, pois segundo as Diretrizes Curriculares de Matemática – DEC, um dos grandes desafios do ensino da Matemática é a abordagem de conteúdos para a resolução de problemas. Trata-se de uma metodologia pela qual o estudante tem oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos em novas situações, de modo a resolver a questão proposta (DANTE, 2003).

Iniciaremos o encontro assistindo ao vídeo Geometria no Cotidiano. Este vídeo retrata a importância da Geometria no cotidiano, mostra que as formas geométricas estão presentes em vários contextos do dia a dia, inclusive na natureza, (disponível em:) https://www.youtube.com/watch?v=_7yXoZnSTBM&t=272s

Acesso: 21/11/2016.

O objetivo deste vídeo é fazer com que o aluno motive-se a enxergar a geometria fora da sala de aula, respondendo àquelas tradicionais perguntas como, “Para que serve isso professor? Aonde vou utilizar isso?”.

Para a trabalhar as atividades propostas, os alunos deverão seguir algumas etapas da resolução de problemas destacadas nas DCE: Compreender o problema; destacar informações, dados importantes do problema, para a sua resolução; elaborar um plano de resolução; executar o plano; conferir resultados; estabelecer nova estratégia, se necessário, até chegar a uma resolução aceitável (POLYA, 2006).

Atividade 1:

Será apresentado as dimensões de duas embalagens de leite longa vida, em formato de prisma, mas com bases diferentes. Solicitar aos alunos que calculem a áreas totais e os volumes dessas embalagens e fazer as devidas comparações de gastos para a confecção dessas embalagens. (Não são medidas oficiais, foram obtidas com uma régua simples, pois o objetivo aqui é fazer o aluno comparar as quantidades de papel utilizadas para a fabricação destas embalagens e obter os volumes, as capacidades).

Figura 22 – Embalagens de leite longa vida

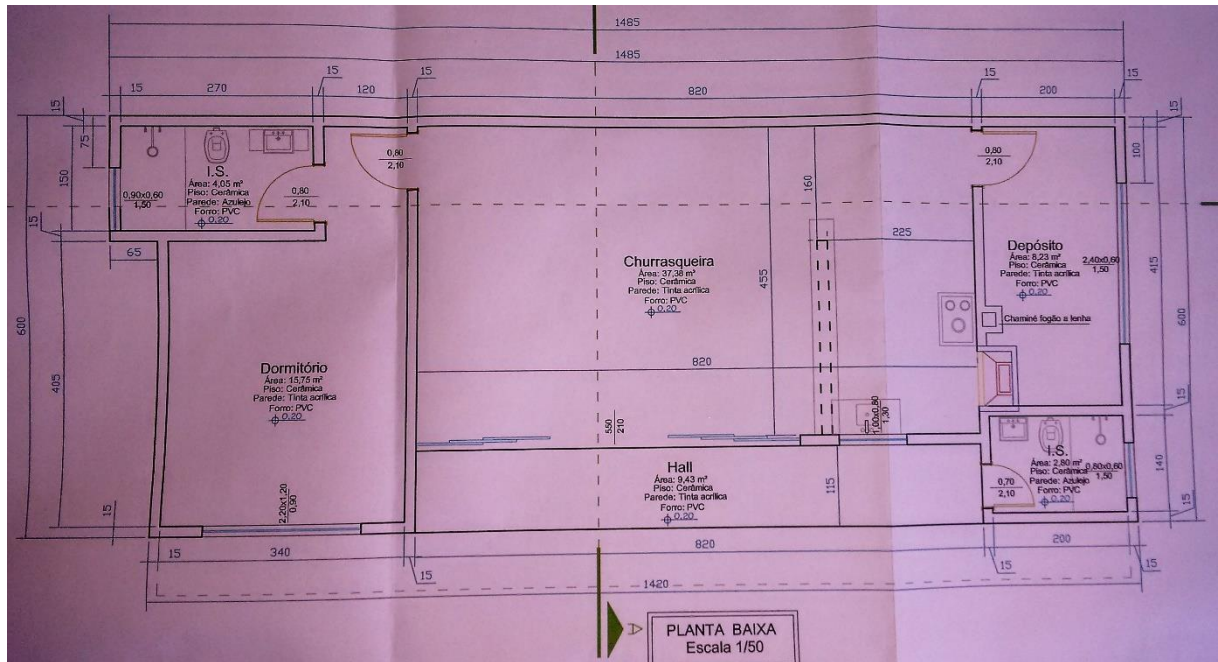
	
Caixa com 12 litros. Dimensões: C: 39 cm. L: 21 cm H: 17cm	Caixa de 1 litro Dimensões: C: 9,5 cm. L: 6,2 cm H: 16,5cm
	
Caixa com 12 litros. Dimensões: C: 30 cm. L: 22 cm H: 21,5	Caixa de 1 litro Dimensões: C: 7 cm. L: 7 cm H: 20 cm

Fonte: Arquivo pessoal.

Atividade 2:

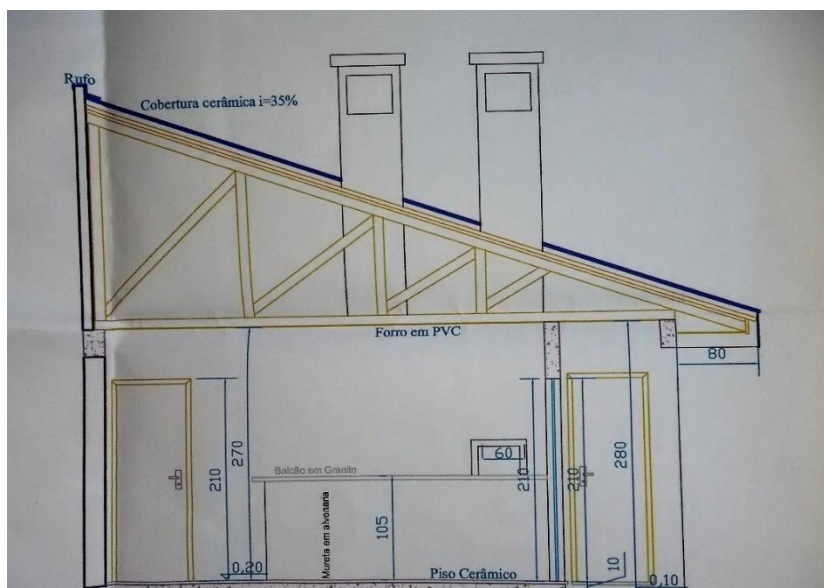
Nesta atividade será apresentada a planta baixa de uma edificação em alvenaria, onde será solicitado para resolverem algumas situações problemas em relação a materiais utilizados nesta construção.

Figura 23 – Planta baixa de uma edificação em alvenaria.



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 24 – Corte transversal da edificação.



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 25 – Objetos em forma de sólidos.

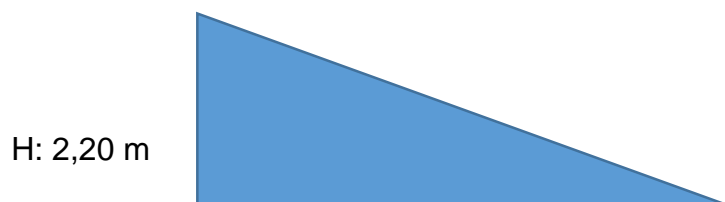
 <p>09x14x24 27 tijolos por m²</p>		
<p>Tijolo em bloco cerâmico no formato de um prisma.</p>	<p>Telha cerâmica com rendimento de 12,74 peças/m²</p>	<p>Barrica de grafiato em forma de cilindro. Dimensões da embalagem: Raio: 13 cm Altura: 33 cm. Rendimento: 9 m² / barrica.</p>

Fonte: Arquivo pessoal.

- Diante das informações apresentadas, solicitar aos alunos o cálculo da quantidade de tijolos necessários para construir o projeto descrito, com área total e volume que esses tijolos representam.
- Cálculo da área do telhado e a quantidade de telhas necessárias para fazer a cobertura.
- Cálculo do volume de grafiato utilizado para fazer o revestimento externo.

Considere como altura do pé direito ($h = 2,70$ m)

Altura do telhado para cima da viga cinto, conforme modelo abaixo. ($h = 2,20$ m).



Atividade 3

Figura 25 – Painéis de vidro.



Fonte: Arquivo pessoal.

Porta estilo cortina de vidro, composta de 9 painéis de vidro temperado com as seguintes dimensões:

Altura: 2,02 m, largura: 58 cm, espessura: 10 mm (três unidades diferentes de medidas).

Diante das informações dadas, os alunos já devem ter associado que cada painel tem o formato de um prisma. Solicitar o cálculo da área total desta porta e do volume de vidro utilizado para a sua confecção.

OBJETIVO

- Consolidar os conhecimentos de geometria adquiridos na educação básica de forma prática;
- Aprimorar seu conhecimento de modo a ser capaz de enfrentar novas situações problemas e resolvê-las;
- Desenvolver cálculos algébricos e geométricos na resolução de problemas;
- Compreender as deduções apresentadas;
- Resolver situações-problemas envolvendo medidas de áreas de superfície e de volume.

8º ENCONTRO

Neste nosso último encontro, faremos uma socialização dos objetos solicitados no 6º encontro. O aluno irá fazer uma apresentação, podendo ser com os próprios objetos ou por meio de mídias.

Será feito também uma avaliação do projeto e da implementação desse projeto, visto que os alunos se dispuseram a participar voluntariamente das atividades propostas no contraturno.

Então essa avaliação se dará por meio de um debate entre os participantes, onde todos terão a oportunidade de fazer seus comentários em relação ao projeto expondo quais eram as suas expectativas em relação ao início e se essas expectativas foram contempladas ou não.

REFERÊNCIAS:

DANTE, LUIZ R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**, São Paulo: Editora Ática, 2003.

DANTE, LUIZ R. **Matemática: Contexto e Aplicação**. Volume 2, São Paulo: Editora Ática, 2011

DANTE, LUIZ R. **Matemática: Contexto e Aplicação**. Volume 1, São Paulo: Editora Ática, 2014.

FETISSOV, A. I. **A Demonstração em Geometria**. São Paulo: Atual Editora. Coleção Matemática: Aprendendo e Ensinando, 1994.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Provas e Gabaritos, disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-anteriores/provas-e-gabaritos> Acesso em 01 de dezembro de 2016.

LONGEN, ADILSON. **Matemática Ensino Médio 2ª Série**. Curitiba: Editora Positivo, 2004.

MACHADO, NILSON JOSÉ. **Os Poliedros de Platão e os dedos da mão**. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

PARANÁ, SEED. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica - Matemática**. Curitiba, 2008.

PARANÁ, SEED. **Matemática Ensino Médio**. Curitiba, SEED-PR, 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SÁ, ILYDIO PEREIRA DE. Apostilas e Tutoriais, disponível em: <http://www.magiadamatematica.com/diversos/apostilas/GEOGEBRA.pdf> Acesso em 01 de dezembro de 2016.

SMOLE, K.S. & DINIZ, M.I. **Matemática Ensino Médio**. vol. 2. São Paulo: Saraiva, 2005.

UEPG – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Provas e Gabaritos, disponível em: <http://cps.uepg.br/inicio/index.php/2013-06-11-19-54-55/provasegabaritos> Acesso em 01 de dezembro de 2016.

XAVIER DA SILVA, CLÁUDIO e BARRETO FILHO, BENIGNO. **Matemática Aula por Aula**, 2ª Série. São Paulo: FTD, 2005.

ZOLD, HAROLD H. e CORREA, SÉRGIO. **Novo Manual Matemática**. São Paulo: Nova Cultural, 1996.