



陈涛,张贵宾. 2019. 利用重力异常计算重力梯度的等效源技术. 地球物理学进展,34(4):1398-1410,doi:10.6038/pg2019CC0194.

CHEN Tao,ZHANG Gui-bin. 2019. Deriving the full gravitational gradient tensor from gravity anomaly: an equivalent source technique. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 34(4):1398-1410,doi:10.6038/pg2019CC0194.

利用重力异常计算重力梯度的等效源技术

Deriving the full gravitational gradient tensor from gravity anomaly: an equivalent source technique

陈涛,张贵宾*

CHEN Tao,ZHANG Gui-bin*

中国地质大学(北京)地球物理与信息技术学院,北京 100083

Department of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China

摘要 根据等效源法基本原理,构建了由重力异常计算重力梯度张量的等效源技术.为改善传统层状等效源法计算精度低的问题提出了三维等效源法,并加入正则化提高算法对噪声数据的鲁棒性.针对三维等效源法计算速度慢的问题,通过约束重采样压缩观测数据,实现基于数据约束重采样的三维等效源法.模型试验结果表明,三维等效源法的计算精度比传统的傅里叶变换法和余弦变换法的计算精度高一倍以上.Vinton盐丘地区重力梯度张量的计算结果表明,傅里叶变换法、余弦变换法和三维等效源法的计算结果都和实测重力梯度张量较为一致,且三维等效源法的计算结果受噪声影响更小.

关键词 重力梯度张量;三维等效源;重力异常;重采样

中图分类号 P631

文献标识码 A

doi:10.6038/pg2019CC0194

Abstract Based on the basic principle of the layered equivalent source method, a 3D equivalent source method for deriving the gravitational gradient tensor from gravity anomaly is proposed. The regularized solution is introduced for noisy data. A 3D equivalent source method based on data constrained resampling is finally obtained by compressing the anomaly data for speed up the process. The experiments show that the accuracy of the outcomes of 3D equivalent source method is more than twice as high as that of Fourier transform method and cosine transform method. The results of Vinton salt zone indicate that the outcomes of Fourier transform method, cosine transform method and 3D equivalent source method are consistent with the measured gravitational gradient tensor. At the same time, the 3D equivalent source method is more robust to noise data.

Keywords Gravitational gradient tensor; 3D equivalent source; Gravity anomaly; Resampling

0 引言

重力梯度对于浅层密度体变化特别敏感,加上梯度张量携带信息丰富,使得重力梯度数据在资源勘探中得到广泛应用.重力梯度垂向分量常用来区分相邻地质体的异常,减弱叠加效应(Evjen,1936;Cooper and Cowan,2006),分离叠加在背景场中的局部场,圈定地质体的范围和位置(曾华霖,2005;Cooper and Cowan,2008);重力梯度水平分量常用来分析某一走向的构造特征(Cordell and Grauch,1982;Fedi and Florio,2001);重力梯度张量也能够直接用于反演(Wan and Zhdanov,2008),获取地质体的物性参数和几何参数.然而重力梯度测量技术的保密性,使其在国内各领域的应用和发展

受到了一定程度的限制(曾华霖,1999;张永明等,2006,2009).

重力梯度的计算受到很多学者的关注.部分学者推导了一些简单形体的重力水平导数和垂向导数(Hammer and Anzoleaga,1975;Stanley and Green,1976;Blakely and Simpson,1986).Bhattacharyya(1964)、Plouff(1976)给出了矩形棱柱体重力梯度张量的解析公式.Rim和Li(2016)推导了圆柱体的重力梯度张量公式.Gunn(1975)导出了频率域中由重力异常计算特定重力梯度分量的公式.Mickus和Hinojosa(2001)给出了频率域中由重力异常计算重力梯度张量的计算公式.张凤旭等(2006)将余弦变换引入位场导数的计算中.蒋甫玉等(2012)将余弦变换用于重力梯度张量

收稿日期 2018-09-27; 修回日期 2019-06-09. 投稿网址 <http://www.progeophys.cn>

基金项目 国家重点研发计划(2017YFC0602204-01)、国家重点研发计划(2016YFC0600301)和中央高校基本科研业务费专项资金联合资助.

第一作者简介 陈涛,男,1990年生,在读博士研究生,主要从事重磁反演及数据处理等研究.(E-mail: chen_tao@cugb.edu.cn)

* 通讯作者 张贵宾,男,1958年生,博士生导师,教授,主要从事地球物理正反演、重磁电勘探等研究.(E-mail: gbzhang@cugb.edu.cn)

的计算中,并将其应用在虎林盆地的数据处理中.由重力异常计算重力梯度的傅里叶变换法和余弦变换法都基于网格化数据并在频率域进行计算,计算效率较高,但是对于不规则分布数据以及低信噪比的数据计算误差较大.

等效源法(Dampney, 1969)是一种经典的数据处理方法,它能够利用等效源模型重建观测数据,从而保证数据信息的完整性.同时,重建的等效源模型可以进一步用于各种数据处理中,例如不规则数据的插值(Cordell, 1992; Lyrio, 2011),位场数据的延拓(Hansen and Miyazaki, 1984; 庞旭林, 2012),区域场滤波(Pawłowski, 1994),不同尺度数据的合并(Boggs and Dransfield, 2004; Lane, 2004),以及多分量重力梯度数据的处理(Li, 2001; Barnes and Lumley, 2011).等效源法的优点是能够在数据处理中兼顾数据本身的物理意义,但其放置深度缺乏明确的确定方法,计算精度在应用中也无法得到有效的保障.

采用等效源法由重力异常计算重力梯度需要考虑计算精度、算法对噪声的鲁棒性以及计算耗时.本文针对传统层状等效源法单一放置深度导致的计算精度低的问题提出三维等效源法,并引入正则化提高算法对噪声数据的鲁棒性,方法还采用数据约束重采样提高算法的计算速度.文中详细介绍了由重力异常构建等效源模型再计算重力梯度张量的方法流程,给出了正则化参数的选取方法以及数据重采样方法,最后对比分析了等效源方法(EST法)、傅里叶变换法(FFT法)和余弦变换法(DCT法)在模型试验以及Vinton盐丘数据中的应用效果.

1 理论

1.1 三维等效源模型

设测点在地表规则或不规则分布,观测重力异常表示为

$$\mathbf{d} = (g_1^i, g_2^i, \dots, g_N^i)^T, \quad (1)$$

其中 g_i^j 为第 i 个测点处的重力异常, N 为观测点个数.将研究区域地下剖分成一系列的矩形棱柱体单元,并且假定每一个单元内部的密度值固定不变,选取特定的排列方向,等效源模型的物性参数可以表示为

$$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_M)^T, \quad (2)$$

上述密度向量,加上等效源模型的几何参数,就构成了完整的等效源模型.

经典的层状等效源法(图1a),将等效源模型置于一定的深度,设定其水平范围和剖分后进行求解(Dampney, 1969; Li and Oldenburg, 2010; Lyrio, 2011; Martinez and Li, 2016).但是这种经典的层状等效源法并不适用于本文重力梯度张量的计算,一方面是由于层状等效源模型的放置深度不好确定(王彦蕾, 2014).特别的,当地下地质体形态比较复杂时,层状等效源的计算误差较大(庞旭林, 2012).另一方面,就等效源模型而言,重力异常随场源距离的增加呈二次方衰减,而重力梯度张量随场源距离的增加呈三次方衰减,两者衰减程度不一样.尽管不同深度的层状等效源模型可以在观测点产生精度相同的重力异常,但不同深度的层状等效源模型在观测点产生的重力梯度的精度却一定不同.本文采用三维等效源模型(图1b),将等效源分布在地下三维空间从而更好的等效实际场源,同时也避免了层状等效源单一放

置深度引入的误差.

等效源模型的几何参数根据研究区域内的重力异常形态及研究对象确定.借鉴Williams(2008)在反演中的网格剖分设计,本文给出两种可供选择的网格剖分方法(假设深部场源体对应的区域异常已经去除):

(1)若研究区域边界附近没有异常,采用图2a所示的网格剖分.网格水平范围在数据区域 L 的基础上往外扩充三个网格以减弱边界效应;在垂向上,网格区域的深度根据研究对象确定,深度最大可以设置为异常数据的最大波长 L .

(2)若研究区域边界附近存在没有圈闭的异常,表明在数据区域以外存在场源体对研究区域内的异常有影响,这时采用图2b所示的网格剖分.数据区域 L 需要扩充到局部数据区域 ΔL ,这是因为数据区域以外附近的数据点包含了研究区域内场源体的异常信息.网格剖分范围由黑色实线框扩充至黑色虚线框,这是因为局部数据区域 ΔL 也包含了研究区域以外的场源体引起的异常.

网格单元的大小根据数据区域 L 的点距设置,同时也需要考虑计算机的内存和计算能力等因素.图2a给出了一种参考方案:水平上,研究区域的网格单元宽度和数据区域 L 的平均点距相等,扩充区网格单元的宽度向外依次递增;垂向上,重力数据的分辨率随深度增加逐渐下降,因此将整个网格分为三个子区域,范围从上到下分别为数据区域 L 的 $1/4, 1/4$ 和 $1/2$,在子区域内部网格单元高度保持不变,子区域之间网格单元高度随深度增加逐渐增大.

1.2 等效源模型的构建

等效源模型的物性参数 $\boldsymbol{\rho}$ 和观测异常 \mathbf{d} 之间存在线性关系为

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\boldsymbol{\rho}, \quad (3)$$

其中 \mathbf{G} 是重力灵敏度矩阵,它的元素 g_{ij} 定义了第 j 个矩形棱柱体单元对第 i 个测点处重力异常的贡献.考虑到观测异常中不可避免的噪声影响,建立一个空间变化的,光滑的,能保证异常信息完整的等效源模型.等效源模型通过最小化目标函数得到,公式为

$$\phi = \phi_d + \mu\phi_m, \quad (4)$$

其中 μ 是正则化参数,控制数据拟合差 ϕ_d 和模型目标函数 ϕ_m 在等效源模型构建过程中的相对重要程度,正则化的引入避免了等效源模型过分拟合观测异常,可以压制重力异常中的噪声.

实际应用中,尽管经过了去噪处理,但观测异常中还是有残留噪声,因此本文假设观测异常中的噪声未知,定义数据拟合差为

$$\phi_d = \|\mathbf{G}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{d}\|^2. \quad (5)$$

在模型目标函数中引入模型长度测度和光滑测度,公式为

$$\phi_m = \iiint \left[\alpha_s [w(z)\boldsymbol{\rho}]^2 + \left(\frac{\partial w(z)\boldsymbol{\rho}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w(z)\boldsymbol{\rho}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w(z)\boldsymbol{\rho}}{\partial z} \right)^2 \right] dx dy dz, \quad (6)$$

$\alpha_s \in [0, \infty)$ 决定了等效源模型的光滑程度.当 $\alpha_s = 0$ 时,得到最光滑模型; $\alpha_s > 1$ 时,式(4)的最小化类似于阻尼最小二乘法(王家映, 2002). $w(z)$ 为深度加权函数(Li and

Oldenburg, 1998).

将式(6)离散化并连同式(5)带入式(4)最小化,得:

$$(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mu \mathbf{W}^T \mathbf{W}) \Delta \boldsymbol{\rho} = \mathbf{G}^T \delta \mathbf{d}, \quad (7)$$

式中 $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$ 是模型加权矩阵(陈涛, 2014), $\delta \mathbf{d} = \mathbf{d} - \mathbf{G} \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}$. 等式(7)中系数矩阵 $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mu \mathbf{W}^T \mathbf{W})$ 为 M 阶, 直接求逆运算量非常大, 对内存的需求也非常高. 本文采用共轭梯度法迭代求解式(7), 如此, 计算中只涉及到系数矩阵和向量的乘法, 可以拆分运算, 避免直接生成大型稠密的系数矩阵, 并且节省了时间(Pilkington, 1997; Li and Oldenburg, 2003). 每次迭代后模型根据式(8)更新, 即:

$$\boldsymbol{\rho}^{(n)} = \boldsymbol{\rho}^{(n-1)} + \gamma \Delta \boldsymbol{\rho}, \quad (8)$$

式中 γ 是迭代步长, 通常取 1, 若迭代不收敛可以适当减小. 当模型 $\boldsymbol{\rho}$ 和目标函数 ϕ 迭代前后的变化小于 1%, 则停止迭代. 求得等效源模型 $\boldsymbol{\rho}$ 之后, 利用式(9)计算求得重力梯度张量, 公式为

$$\mathbf{d}_T = \mathbf{G}_T \boldsymbol{\rho}, \quad (9)$$

式中 \mathbf{G}_T 是重力梯度张量对应的灵敏度矩阵, 它的元素 g_{ij} 定义了第 j 个矩形棱柱体单元对第 i 个测点处重力梯度张量的贡献. 重力梯度张量 \mathbf{d}_T 具体表示为

$$\mathbf{d}_T = (g_{xx}^1, g_{xy}^1, g_{xz}^1, g_{yy}^1, g_{yz}^1, g_{zz}^1, \dots, g_{xx}^N, g_{xy}^N, g_{xz}^N, g_{yy}^N, g_{yz}^N, g_{zz}^N)^T = (d_1, \dots, d_p)^T, \quad (10)$$

N 是观测点个数, 总的测点个数 n_p 为 $N \times n_c$, n_c 为待计算的重力梯度分量的个数, 可以是任意分量的组合.

1.3 L 曲线准则

最小化式(4)的过程中需要给定正则化参数 μ . 当异常数据中不含噪声的时候, 可以选取较小的 μ , 使得观测重力异常能够拟合充分. 当数据中含有噪声的时候, μ 值的选取需使得数据拟合差和异常数据中的误差水平相匹配. 常用的正则化参数选取方法有广义交叉验证(Golub *et al.*, 1979)和 L 曲线法(Hansen, 1992). L 曲线法计算用时少, 并且对于相关噪声的鲁棒性更好(Martinez and Li, 2016), 因此本文选用 L 曲线法选取正则化参数.

实际应用中, 在对数坐标下求 L 曲线曲率的最大值就可获取 L 曲线拐点处对应的正则化参数. 设数据拟合差和模型目标函数都为正则化参数 μ 的函数. 令 $\hat{\phi}_d = \ln(\phi_d)$, $\hat{\phi}_m = \ln(\phi_m)$, 则 L 曲线的曲率为

$$\kappa(\mu) = \frac{\hat{\phi}'_d \hat{\phi}''_m - \hat{\phi}'_m \hat{\phi}''_d}{[(\hat{\phi}'_d)^2 + (\hat{\phi}'_m)^2]^{3/2}}, \quad (11)$$

其中 $\hat{\phi}'_m, \hat{\phi}''_m, \hat{\phi}'_d, \hat{\phi}''_d$ 是导数项. 通过 L 曲线法求取最佳正则化参数就是选取一系列的 μ , 然后求取一系列的等效源模型, 最后用公式(11)找出 L 曲线的拐点. 拐点处的正则化参数所对应的等效源模型就是最佳等效源模型.

1.4 约束重采样

等效源模型的构建需要迭代求解, 为降低耗时, 本文采用约束重采样(Menzel, 2016)对异常数据进行压缩. 约束重采样的基本思路是减少观测数据个数的同时兼顾数据的分布特征. 具体的根据异常梯度的分布, 在梯度高值部分(对应异常中的短波长信息)加密采样, 在梯度低值部分(对应异常中的长波长信息)稀疏采样. 最后的采样不规则分布, 既避免局部过采样又保证样本数据能代表原始数据分布特征. 约束重采样包括三个主要步骤:

(1) 数据预处理. 数据预处理阶段进行数据分区和邻域构建. 分区将原始数据区域 OP (包含 n_p 个数据点) 划分为 n_s 个相互不重叠的、均匀分布的区域 S , S 的尺寸足够小以保证每个 S 内的数据点数 n_{sp} 相对于原始数据点数 n_p 而言很少. 对于数据 $P \in S$, 如果数据 $P_N \in S$ 并且满足 $|P_N - P| \leq R_{\max}$ (P 和 P_N 分别为 P 和 P_N 的坐标), 那么 P_N 就属于 P 的邻域 N_p .

(2) 数据点加权. 对每个数据点 P 根据其邻域内异常的变化计算权重, 公式为

$$W_P = \sqrt{\frac{1}{n_{NP}} \sum_{n=1}^{n_{NP}} \left(\frac{|p_{PN} - p_P|}{|P_N - P|} \right)^2}, \quad (12)$$

其中, p_P 和 p_{PN} 分别是数据点 P 处的异常值和 P 邻域 N_p 内任一点 P_N 处的异常值. n_{NP} 是 P 邻域内的总点数. 求得所有数据点的权重 W 后, 进行归一化再计算指标权重 $W_i = \{0.3W_i^{\text{ref}}, 0.5W_i^{\text{ref}}, W_i^{\text{ref}}, 1.2W_i^{\text{ref}}\}$, 其中 $W_i^{\text{ref}} = W^{0.95} + W^{\text{offset}}$, $W^{0.95}$ 是 W^{nor} 的 95% 分位数, W^{offset} 是偏移量. 如果 P 点的权重 W_P^{nor} 满足 $W_{i-1} \leq W_P^{\text{nor}} \leq W_i$, 那么 P 点属于 WP_i ($1 \leq i \leq 4$).

(3) 不规则重采样. 将 WP_i ($1 \leq i \leq 4$) 和 S_j ($1 \leq j \leq n_s$) 取交集形成一系列子集 $WP_i S_j$, 每个子集包含 $n_{p_{ij}}$ 个数据点. 对于子集 $WP_i S_j$ 中的数据用 K 均值聚类方法(Kanungo *et al.*, 2004)进行重采样.

对异常数据单次执行约束重采样的三个步骤, 通常不能够获取最小的重采样率, 为此采用迭代的方法(图 3 黑色虚线框)获取最终的重采样异常数据.

重采样不可避免的会给后续的计算引入误差, 为此需要评估重采样以后的异常数据能否有效的替代原始异常数据. 文中对采样后的异常数据进行插值, 重建原始数据点位上的异常, 并计算与原始异常之间的均方根误差. 图 4 为“Y”型组合板状体(图 6b)的重力异常在采样率为 3% ~ 55% 时的重构误差曲线. 整体上, 重构均方根误差随采样率增加逐渐减小; 当采样率小于 13% 时, 重构均方根误差迅速增大; 当采样率介于 13% ~ 50% 之间, 重构均方根误差呈近似线性的变化. 图 5 展示了采样率为 34.78% 时的重采样点位分布, 可以看出重采样点位能够较好的代表重力异常的分布特征.

2 数值模拟试验

试验用三维等效源法由重力异常计算重力梯度张量(图 3), 并和理论梯度张量、FFT 法(Mickus and Hinojosa, 2001)、DCT 法(蒋甫玉等, 2012)计算得到的梯度张量进行比较分析, 研究用等效源方法计算重力梯度张量的精度.

试验模型采用立方体和“Y”型组合板状体. 立方体模型试验中测网范围 400 m × 400 m, 网格间距 20 m, 共 400 个测点. “Y”组合体模型试验中测网范围 600 m × 600 m, 网格间距 20 m, 共 900 个测点. 图 7 和图 11 分别为立方体和组合板状体正演得到的理论重力异常以及重力梯度张量, 其中重力异常中加入了 2% 的高斯噪声.

在 FFT 法和 DCT 法计算中为消除吉布斯效应, 用三次样条插值法将异常数据个数扩充至 2 的整数次幂. EST 法中采用图 2a 所示的网格剖分. 立方体模型和“Y”型组合板状体模型试验中重力异常的重采样率分别取 46.50% 和

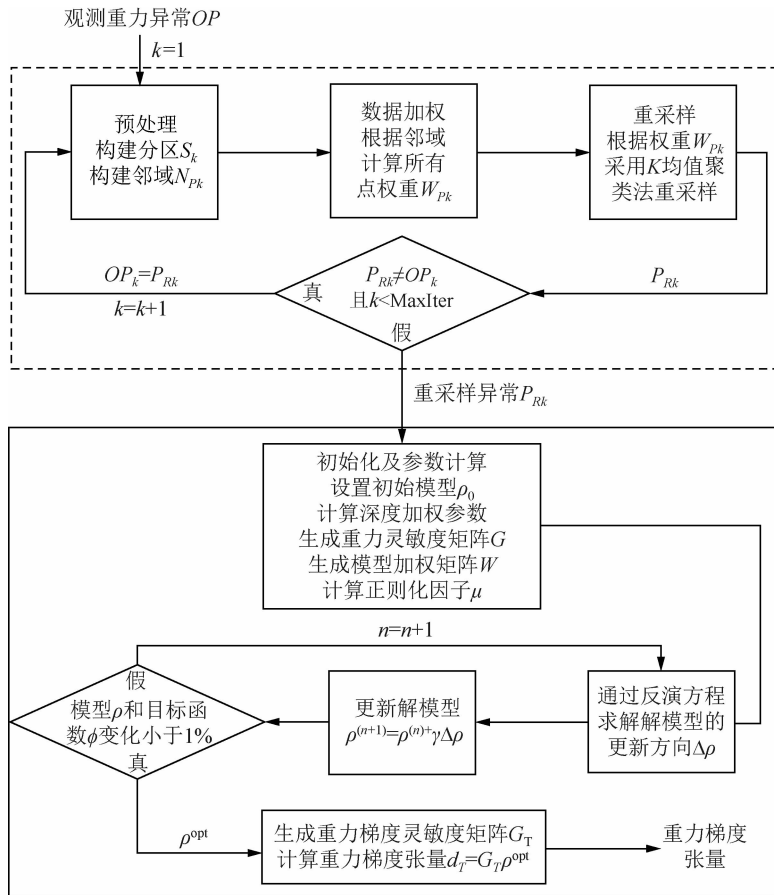


图 3 基于约束重采样(黑色虚线框)和三维等效源法(黑色实线框)的重力梯度张量计算流程图

Fig. 3 Flow chart of gravity gradient tensor calculation based on constraint resampling (black dashed frame) and 3D equivalent source technique (black solid frame)

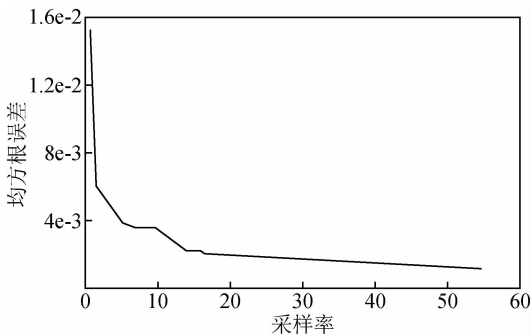


图 4 不同采样率下“Y”型组合板状体重力异常的重构误差曲线

Fig. 4 Reconstruction RMSE of gravity anomaly of complex dipping slabs for varying resampling rate

34.78% .

图 8、图 9 和图 10 为立方体模型试验的三种计算结果,对比图 7 中的理论重力梯度张量可以看出:三种方法的计算结果在形态上和幅值上与理论梯度张量基本保持一致;FFT 方法和 DCT 法受噪声影响较大,所有分量的计算结果都呈现

出不光滑的噪声特征;EST 方法计算结果比较光滑,仅在异常边界处有小的扭曲;三种方法的计算结果在幅值上与理论值都有所差异,其中 FFT 法和 DCT 法放大了高频噪声导致计算结果幅值较高,而 EST 法有效压制了重力异常中的噪声影响,计算结果在形态和幅值上也更接近理论重力梯度张量.

“Y”型组合板状体模型试验结果见图 12、图 13 和图 14. 和理论梯度张量(图 11)相比,FFT 法和 DCT 法受噪声影响较大,计算结果中高频噪声和弱异常混杂,较难分辨;EST 法受益于三维等效源模型和正则化的引入,对噪声的鲁棒性更好,计算得到的重力梯度张量对于弱异常的刻画也较为清晰,接近理论值.

为进一步定量评价不同方法的计算效果,取计算误差为 $e = t - t_{cal}$,

$$(13)$$

其中 t 为理论重力梯度张量, t_{cal} 为计算得到的重力梯度张量. 本文选取计算误差 e 的均方根误差(RMSE)作为评价指标. 表 1 统计了立方体模型和组合板状体模型试验中三种方法的计算误差以及耗时. 代码用 MATLAB 2016a 编写,运行环境为 Windows 10 操作系统,酷睿 i5-3526M 处理器, 2.5 GHz CPU, RAM 内存 8 G. 表中灰色表示计算最快和均方根误差最小的计算方法.

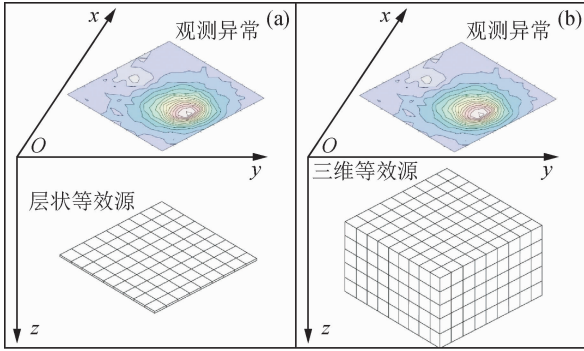


图1 (a)层状等效源示意图;(b)三维等效源示意图
Fig.1 Perspective view of (a) layer equivalent source and (b) 3D equivalent source

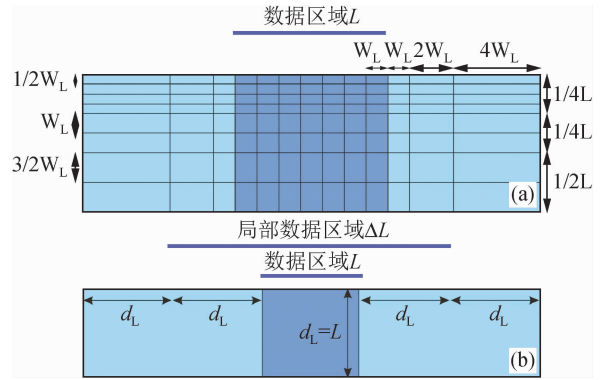


图2 (a)常规网格剖分断面图;(b)严格网格剖分断面图
深蓝色区域为研究区域,浅蓝色区域为扩充区域
(Williams,2008).

Fig.2 Cross section view of the layout of (a) normal mesh design and (b) rigorous mesh design
Deep blue area is the study area and light blue area is the padding area(Williams,2008).

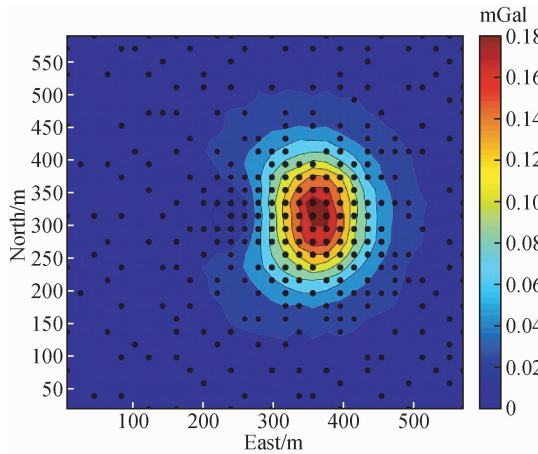


图5 数据约束重采样示意图(采样率为34.78%,黑色点为约束重采样点位分布)
Fig.5 Data constraint resampling (the sampling rate is 34.78%. Black dots are constraint resampling point distribution map)

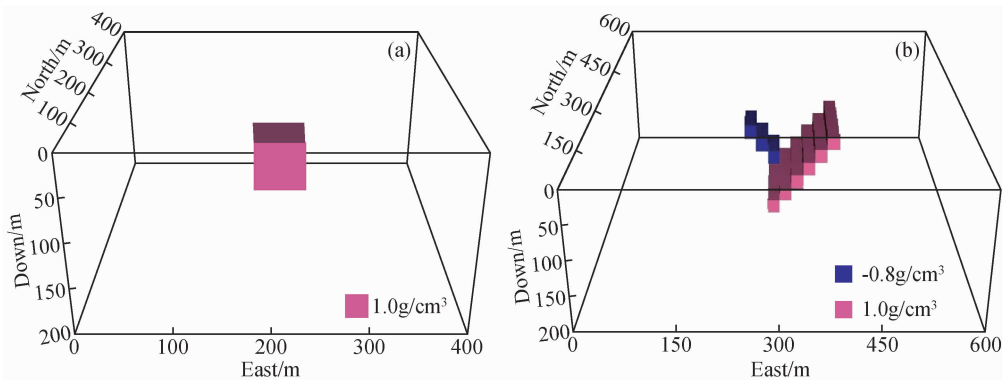


图6 立方体模型和“Y”型组合板状体模型
Fig.6 Perspective view of cubic and complex dipping slabs

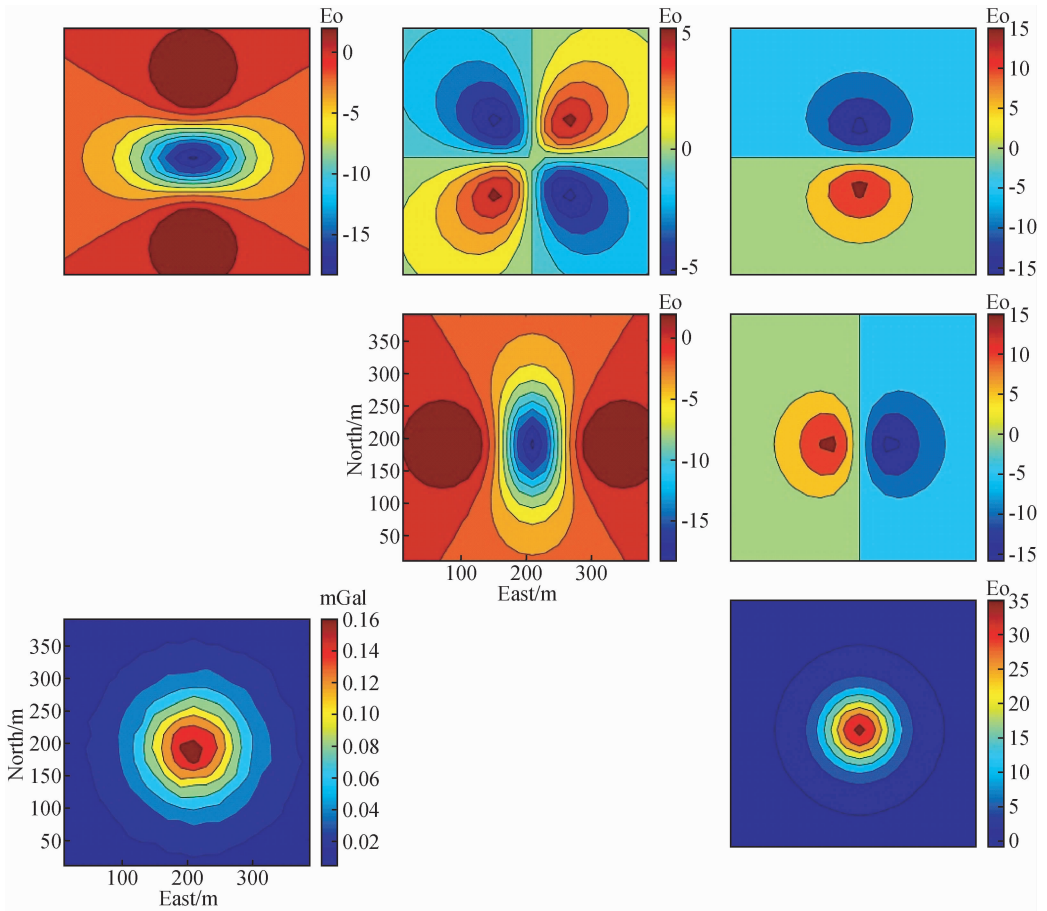


图7 立方体模型(图6a)的理论重力异常和重力梯度张量

从左到右,从上到下分别是 g_{xx} 分量, g_{xy} 分量, g_{xz} 分量, g_{yy} 分量, g_{yz} 分量, 重力异常 g_z 和 g_{zz} 分量(下同).

Fig. 7 Accurate gravity anomalies and gravity gradient tensor (independent components only) for cubic model shows in Figure 6a

The panels from left to right and top to bottom are g_{xx} , g_{xy} , g_{xz} , g_{yy} , g_{yz} , g_z and g_{zz} . (the same below)

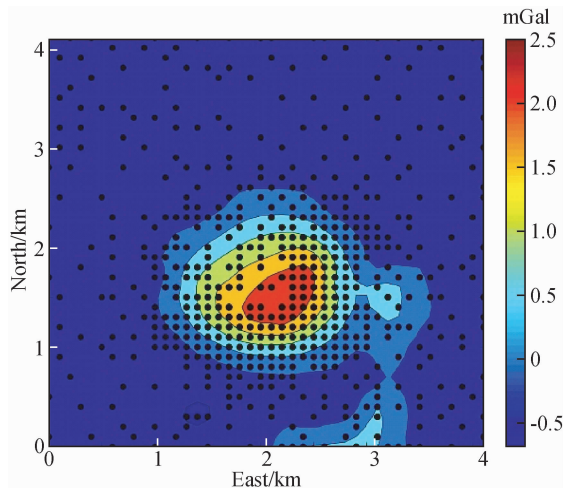


图15 Vinton 盐丘区的地面重力异常. 黑色点为约束重采样点位分布(采样率为31.12%)

Fig. 15 Gravity anomaly of Vinton salt dome. Black dots are adaptive resampling point distribution map (sampling rate is 31.12%)

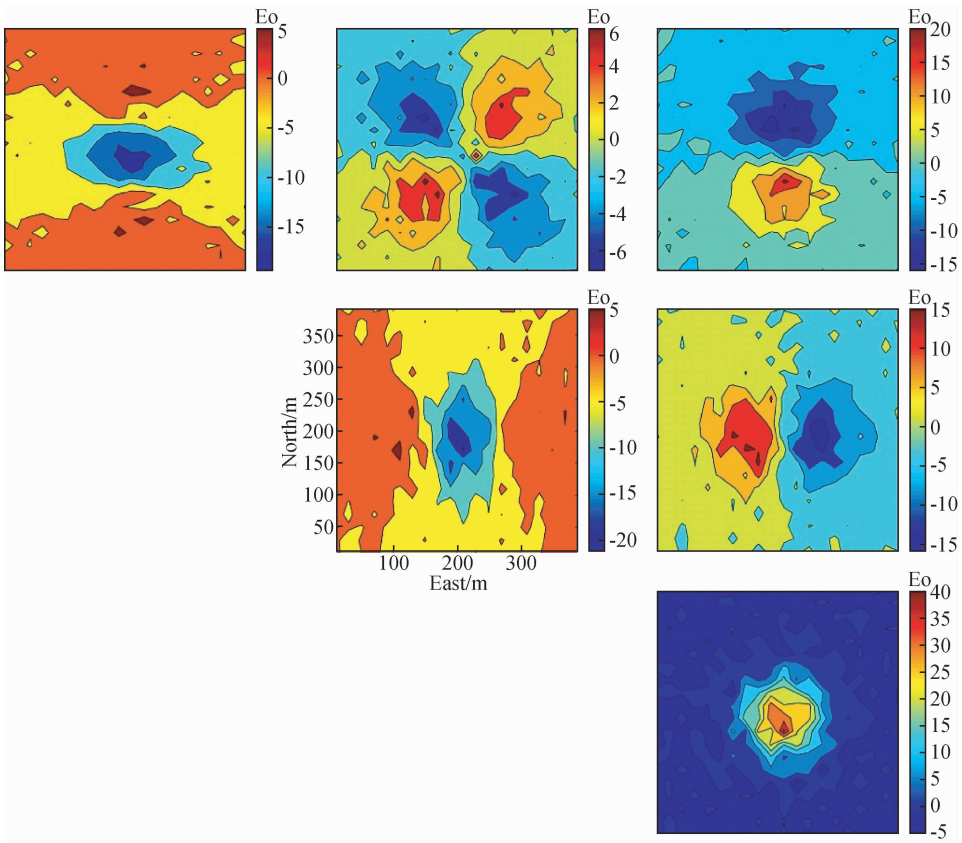


图8 立方体模型试验中FFT方法计算得到的重力梯度张量
Fig. 8 Gravity gradient tensor calculated from FFT based method for cubic model test

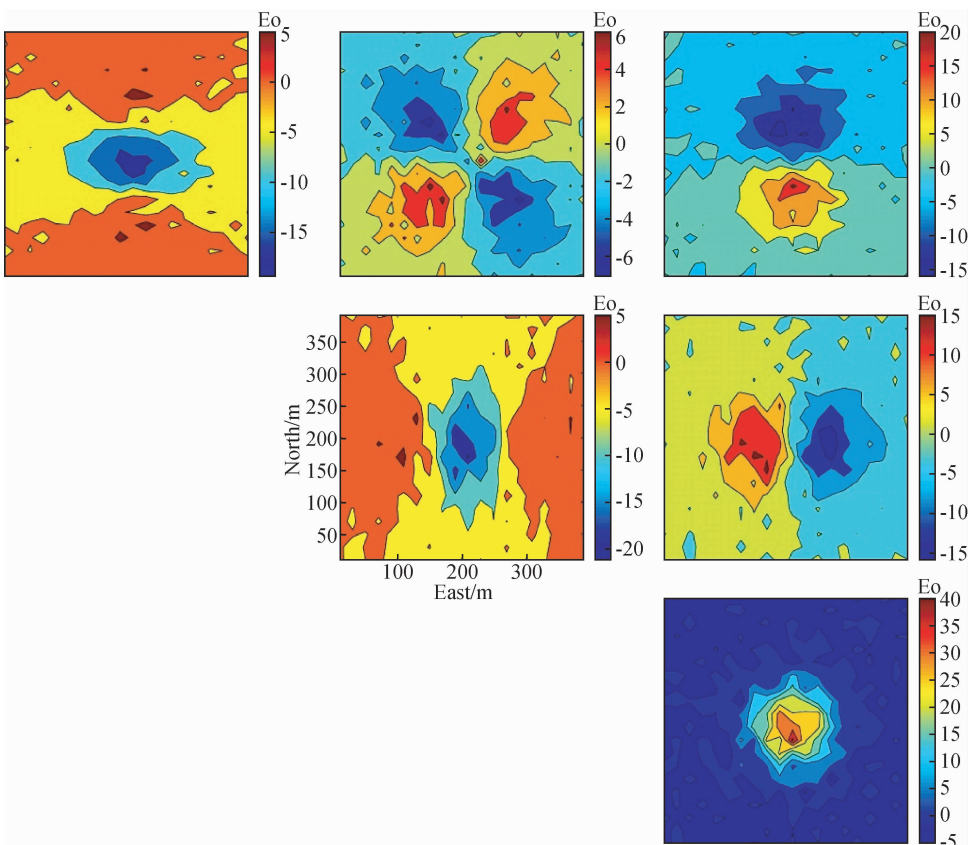


图9 立方体模型试验中DCT方法计算得到的重力梯度张量
Fig. 9 Gravity gradient tensor calculated from DCT based method for cubic model test

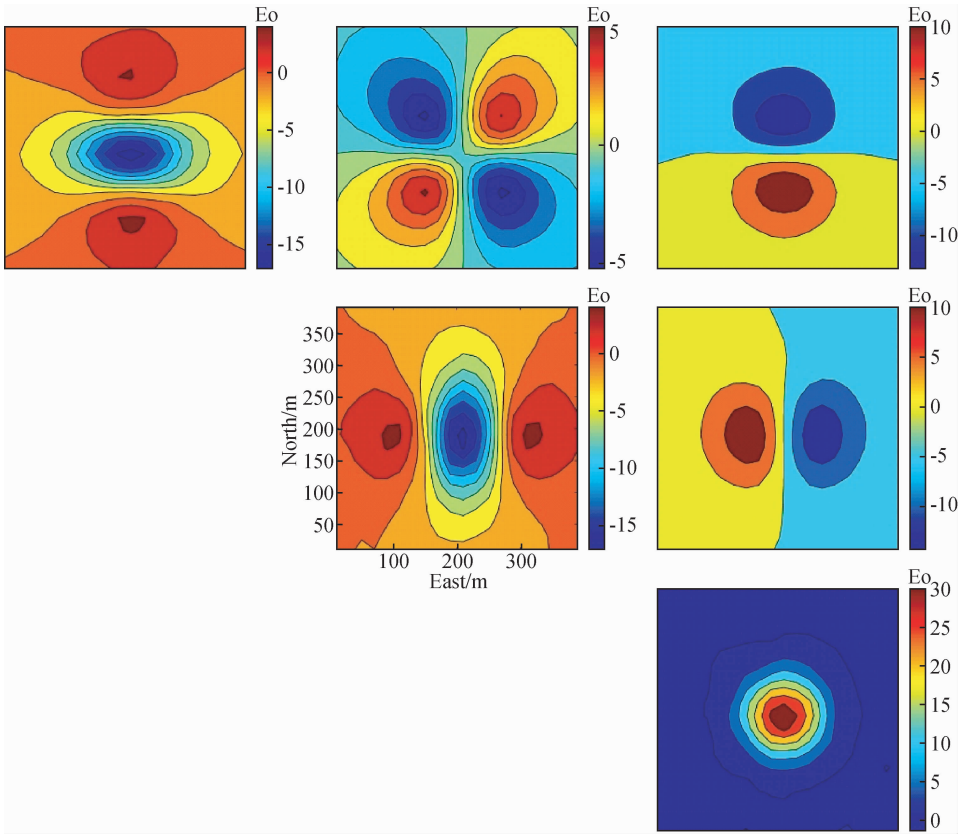


图 10 立方体模型试验中 EST 方法计算得到的重力梯度张量
 Fig. 10 Gravity gradient tensor calculated from EST based method for cubic model test

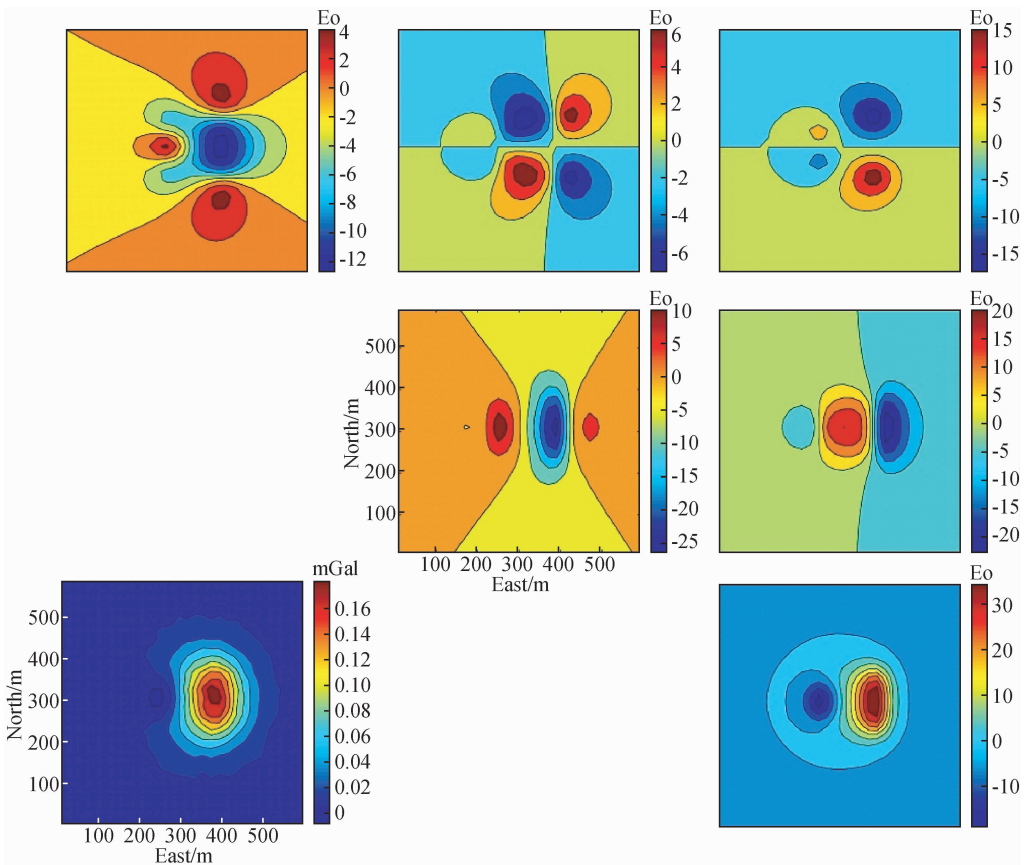


图 11 “Y”型组合板状体模型(图 6b)的理论重力异常和重力梯度张量

Fig. 11 Accurate gravity anomalies and gravity gradient tensor (independent components only) for density model shows in Figure 6b

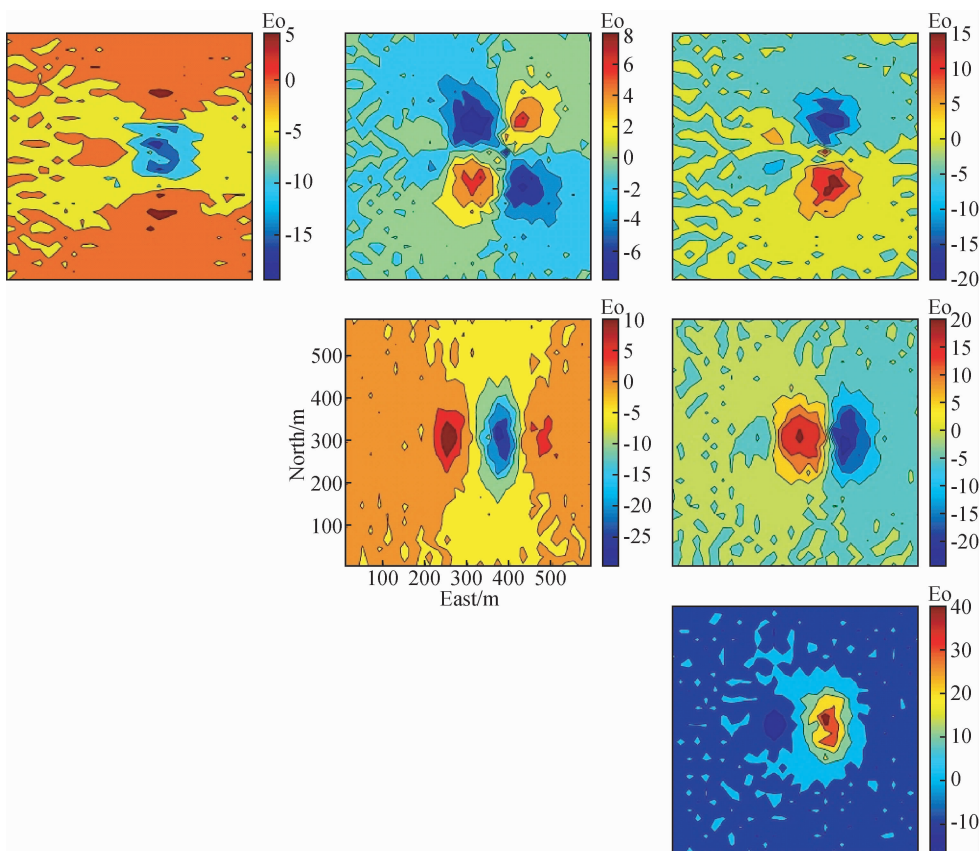


图 12 “Y”型组合板状体模型试验中 FFT 方法计算得到的重力梯度张量
Fig. 12 Gravity gradient tensor calculated from FFT based method for dipping slabs model test

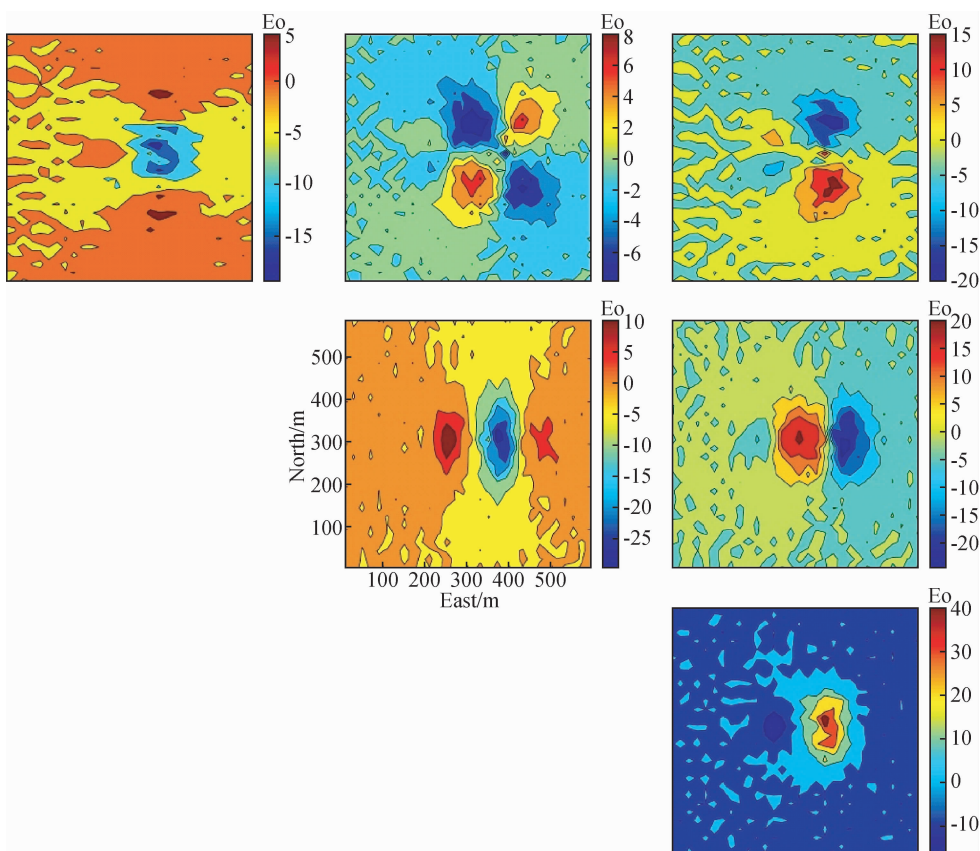


图 13 “Y”型组合板状体模型试验中 DCT 方法计算得到的重力梯度张量
Fig. 13 Gravity gradient tensor calculated from DCT based method for dipping slabs model test

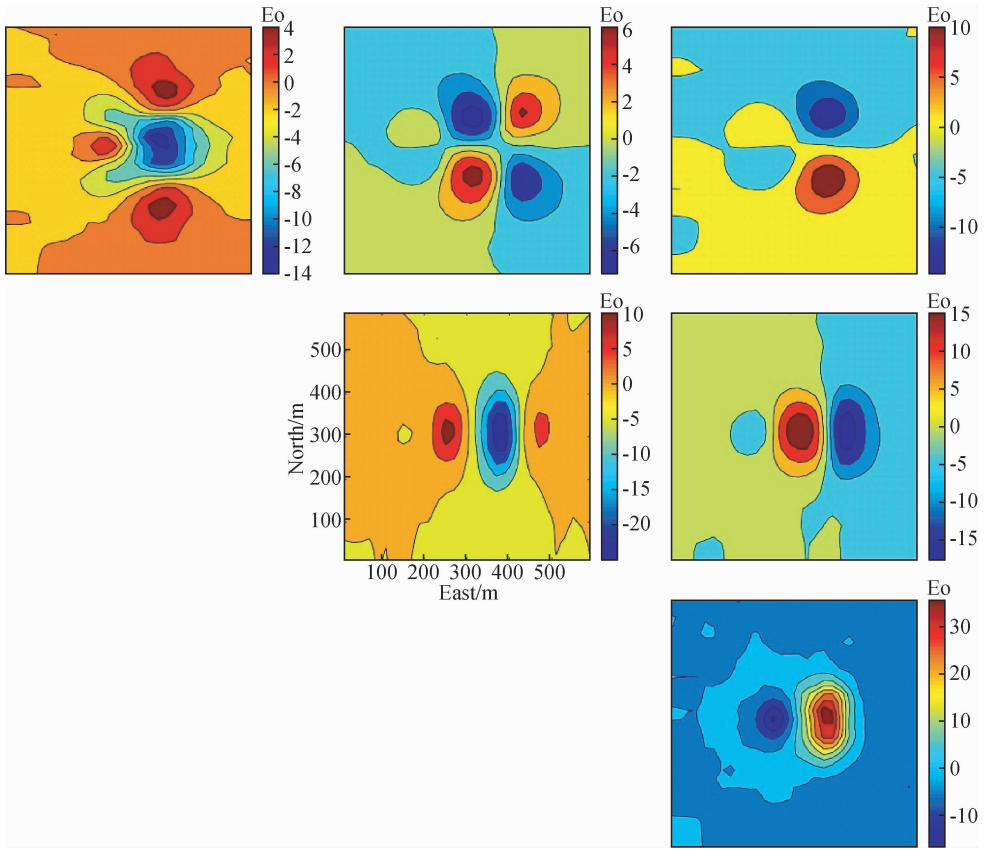


图 14 “Y”型组合板状体模型试验中 EST 方法计算得到的重力梯度张量
 Fig. 14 Gravity gradient tensor calculated from EST based method for dipping slabs model test

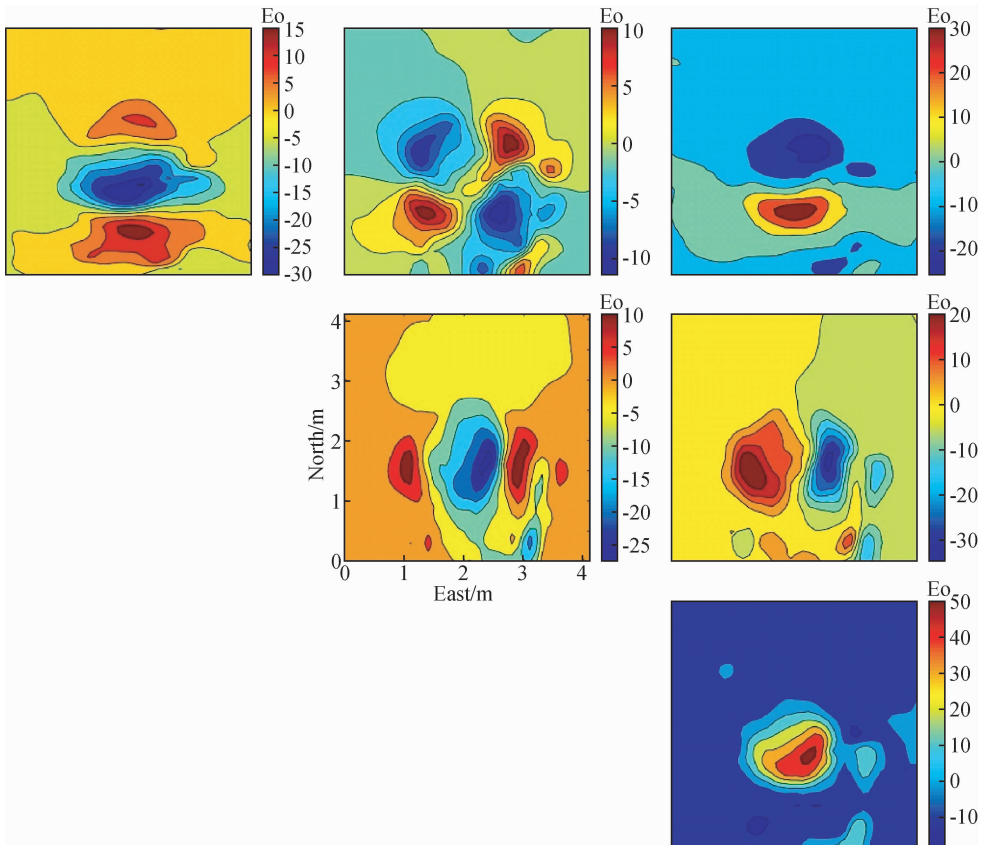


图 16 FFT 法计算得到的 Vinton 盐丘区航空重力梯度张量
 Fig. 16 Gravity gradient tensor of Vinton salt dome derived from FFT based method

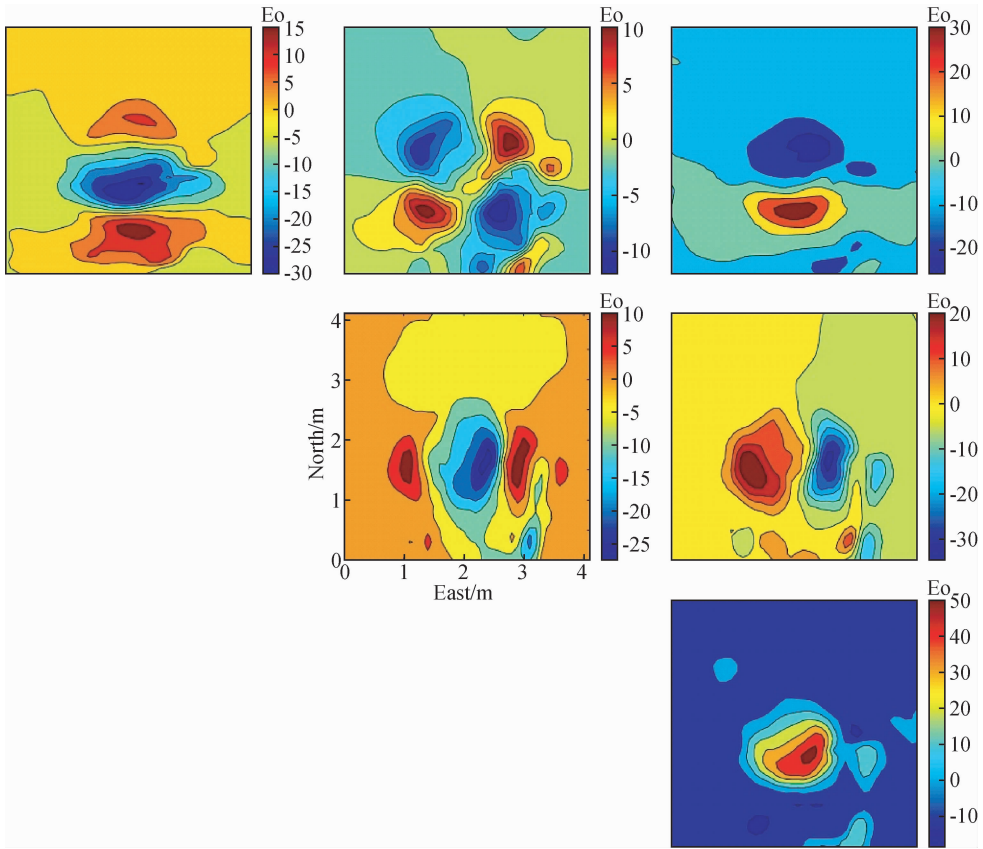


图 17 DCT 法计算得到的 Vinton 盐丘区航空重力梯度张量
Fig. 17 Gravity gradient tensor of Vinton salt dome derived from DCT based method

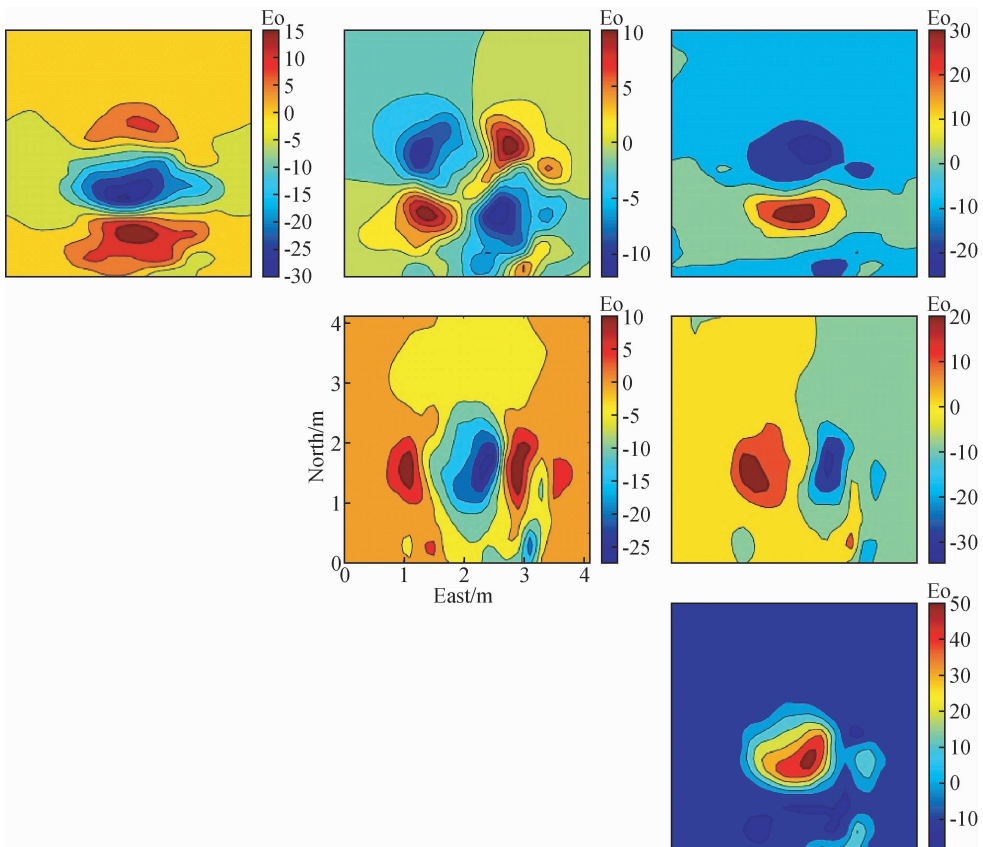


图 18 EST 法计算得到的 Vinton 盐丘区航空重力梯度张量
Fig. 18 Gravity gradient tensor of Vinton salt dome derived from EST based method

表1 不同模型试验中三种方法计算重力梯度张量的耗时和均方根误差(RMSE)统计
Table 1 Times and RMSE of gravity gradient tensor calculated by different methods

模型	方法	耗时(s)	均方根误差(Eo)					
			g_{xx}	g_{xy}	g_{xz}	g_{yy}	g_{yz}	g_{zz}
立方体	FFT	0.0047	1.3449	0.97484	1.5669	1.5478	1.7432	2.492
	DCT	0.0171	1.3418	1.0033	1.6115	1.5452	1.789	2.4878
	EST	8.7334	0.2680	0.1930	0.5399	0.3540	0.5572	0.5133
组合板状体	FFT	0.0043	1.2863	0.74734	1.3968	1.2365	1.3050	2.1370
	DCT	0.0174	1.2839	0.7928	1.4417	1.2193	1.3814	2.1288
	EST	38.1307	0.3012	0.1912	0.4429	0.3724	0.6845	0.5484

从计算精度看, g_{xy} 分量在三种方法中计算精度都是最高; g_{xx} 分量、 g_{yz} 分量、和 g_{zz} 分量在三种方法中的计算精度都较低, 其中, FFT法和DCT法中 g_{zz} 分量的计算结果精度最差, EST方法中 g_{yz} 分量的计算结果最差; 三种方法相比, EST方法的计算精度全都优于EST法和DCT法的计算精度。

从计算耗时看, FFT法和DCT法的计算速度都较快, 这是因为它们的核心算法都基于快速傅里叶变换。EST因为需要迭代求解耗时相对较长。

3 实际数据

Vinton盐丘位于美国路易斯安那州, 该研究区既有实测地面重力数据(Eti, 2004; Qin *et al.*, 2016)又有航空重力梯度张量数据(Ennen, 2012), 为不同方法的效果对比提供了参照。试验通过数字化提取得到Vinton盐丘区的地面重力异常(图15), 点间距参考Qin等(2016)设置为 $100\text{ m} \times 100\text{ m}$, 共1764个数据点。

航空重力梯度测量的平均飞行高度为80 m(Ennen, 2012; Qin *et al.*, 2016), 因此在FFT法和DCT法计算中先将地面重力异常上延80 m, 再计算重力梯度张量。EST法中用地面重力异常构建等效源模型再计算80 m高度的重力梯度张量, 约束重采样中采样率设为31.12%(图15), 采用图2a所示的网格剖分。不同方法的计算结果如图16、图17和图18所示。由于FFT法和DCT法在计算之前将重力异常进行了上延处理(低通滤波), 因此计算结果也比较光滑。整体上三种方法的计算结果保持一致, 其中FFT法和DCT法在边界处有畸变; EST法的计算结果更光滑, 对于弱异常的刻画优于FFT法和DCT法。对比Ennen(2012)文中给出的实测重力梯度张量, 三种方法获得的重力梯度张量和实测重力梯度张量在形态上具有较好的一致性; Qin等(2016)用于反演的实测重力梯度数据在幅值和形态上也与三种方法的计算结果基本保持一致, 但实测梯度数据含有噪声, 因此幅值比三种方法的计算结果略高。

4 结语

本文利用三维等效源并结合约束重采样实现了由重力异常到重力梯度张量的计算, 并与FFT法和DCT法作对比, 得出如下结论:

(1) EST法计算得到的重力梯度张量具有更高的精度,

受噪声影响也更小。同时对于弱异常的刻画也优于FFT法和DCT法的计算结果。

(2) 实际数据的计算中, 三种方法的计算结果和实测数据具有较高的一致性, 从细节上看, EST法的计算结果更加平滑, 边界畸变也更少。

文中为方便不同方法对比分析, 统一采用平面网格化数据, 但是EST法本身不依赖于平面网格化数据。在实际数据处理中EST法可避免曲化平, 网格化引入的误差, 实现起伏地形由重力异常到重力梯度张量的原位计算。

为更高效的实现重力梯度张量的计算, 建议进一步加强等效源方法的研究, 提高计算速度。

致谢 感谢审稿专家提出的宝贵修改意见和编辑部的大力支持!

References

- Barnes G, Lumley J. 2011. Processing gravity gradient data [J]. *Geophysics*, 76(2): 133-147, doi: 10.1190/1.3548548.
- Bhattachryya B K. 1964. Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization [J]. *Geophysics*, 29(4): 517-531, doi: 10.1190/1.1439386.
- Blakely R J, Simpson R W. 1986. Approximating edges of source bodies from magnetic or gravity anomalies [J]. *Geophysics*, 51(7): 1494-1498, doi: 10.1190/1.1442197.
- Boggs D B, Dransfield M. 2004. Analysis of errors in gravity derived from the Falcon airborne gravity gradiometer Airborne Gravity 2004—abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop [J]. *Geoscience Australia Record*, 18: 135-141, doi: 10.1.1.86.2403.
- Chen T. 2014. Fast Forward Mapping and Fast Inversion for Gravity Gradiometer Data (in Chinese) [Master's thesis]. Beijing: China University of Geosciences Beijing.
- Cooper G R J, Cowan D R. 2006. Enhancing potential field data using filters based on the local phase [J]. *Computers & Geosciences*, 32(10): 1585-1591, doi: 10.1016/j.cageo.2006.02.016.
- Cooper G R J, Cowan D R. 2008. Edge enhancement of potential-field data using normalized statistics [J]. *Geophysics*, 73(3): H1-H4, doi: 10.1190/1.2837309.
- Cordell L E. 1992. A scattered equivalent-source methods for interpolation and gridding of potential-field data in three dimensions [J]. *Geophysics*, 57(4): 629-636, doi: 10.1190/1.1443275.
- Cordell L, Grauch V J S. 1982. Mapping basement magnetization zones from aeromagnetic data in the San Juan Basin, New Mexico [J]. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 1(1): 520, doi: 10.1190/1.1826915.

- Dampney C N G. 1969. The equivalent source technique[J]. *Geophysics*, 34(1): 39-53, doi: 10.1190/1.1439996.
- Ennen C. 2012. Mapping gas-Charged Fault Blocks around the Vinton Salt Dome, Louisiana Using Gravity Gradiometry Data[D]. Houston: University of Houston.
- Eti R P. 2004. An Integrated Geophysical Study of the Vinton Salt Dome, Calcasieu Parish, Louisiana[D]. Houston: University of Houston.
- Evjen H M. 1936. The place of the vertical gradient in gravitational interpretations[J]. *Geophysics*, 1(1): 127-136, doi: 10.1190/1.1437067.
- Fedi M, Florio G. 2001. Detection of potential fields source boundaries by enhanced horizontal derivative method[J]. *Geophysical Prospecting*, 49(1): 40-58.
- Golub G H, Heath M, Wahba G. 1979. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter[J]. *Technometrics*, 21(2): 215-223, doi: 10.1080/00401706.1979.10489751.
- Gunn P J. 1975. Linear transformations of gravity and magnetic fields[J]. *Geophysical Prospecting*, 23(2): 300-312, doi: 10.1111/j.1365-2478.1975.tb01530.x.
- Hammer S, Anzoleaga R. 1975. Exploring for stratigraphic traps with gravity gradients[J]. *Geophysics*, 40(2): 256-268, doi: 10.1190/1.1440523.
- Hansen P C. 1992. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve[J]. *SIAM review*, 34(4): 561-580.
- Hansen R O, Miyazaki Y. 1984. Continuation of potential fields between arbitrary surfaces[J]. *Geophysics*, 49(6): 787-795, doi: 10.1190/1.1441707.
- Kanungo T, Mount D M, Netanyahu N S, *et al.* 2004. A local search approximation algorithm for k-means clustering[J]. *Computational Geometry*, 28(2-3): 89-112, doi: 10.1016/j.comgeo.2004.03.003.
- Lane R. 2004. Integrating ground and airborne data into regional gravity compilations: Airborne Gravity—Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop[J]. *Geoscience Australia Record*, 18: 81-97.
- Li Y G. 2001. Processing gravity gradiometer data using an equivalent source technique[J]. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pp1466-1469, doi: 10.1190/1.1816382.
- Li Y G, Oldenburg D W. 1998. 3-D inversion of gravity data[J]. *Geophysics*, 63(1): 109-119, doi: 10.1190/1.1444302.
- Li Y G, Oldenburg D W. 2003. Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method[J]. *Geophysical Journal International*, 152(2): 251-265.
- Li Y G, Oldenburg D W. 2010. Rapid construction of equivalent sources using wavelets[J]. *Geophysics*, 75(3): L51-L59, doi: 10.1190/1.3378764.
- Lyrio J C S D O. 2011. Equivalent source: A natural choice for gridding scatter gravity data[J]. In *12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, pp. 661-665, doi: 10.1190/sbgf2011-136.
- Martinez C, Li Y G. 2016. Denoising of gravity gradient data using an equivalent source technique[J]. *Geophysics*, 81(4): G67-G79, doi: 10.1190/geo2015-0379.1.
- Menzel P. 2016. Constrained indicator data resampling—a parameter constrained irregular resampling method for scattered point data[J]. *Geophysics*, 81(2): F27-F36, doi: 10.1190/geo2015-0220.1.
- Mickus K L, Hinojosa J H. 2001. The complete gravity gradient tensor derived from the vertical component of gravity: a Fourier transform technique[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 46(3): 159-174, doi: 10.1016/S0926-9851(01)00031-3.
- Pang X L. 2012. Research on Reduction of Aeromagnetic Anomalies by Means of Equivalent Source Technology (in Chinese) [Master's thesis]. Beijing: China University of Geosciences Beijing.
- Pawlowski R S. 1994. Green's equivalent-layer concept in gravity band-pass filter design[J]. *Geophysics*, 59(1): 69-76, doi: 10.1190/1.1443535.
- Pilkington M. 1997. 3-D magnetic imaging using conjugate gradients[J]. *Geophysics*, 62(4): 1132-1142, doi: 10.1190/1.1444214.
- Plouff D. 1976. Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections[J]. *Geophysics*, 41(4): 727-741, doi: 10.1190/1.1440645.
- Qin P B, Huang D N, Yuan Y, *et al.* 2016. Integrated gravity and gravity gradient 3d inversion using the non-linear conjugate gradient[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 126: 52-73, doi: 10.1016/j.jappgeo.2016.01.013.
- Rim H, Li Y G. 2016. Gravity gradient tensor due to a cylinder[J]. *Geophysics*, 81(4): G59-G66, doi: 10.1190/geo2015-0699.1.
- Stanley J M, Green R. 1976. Gravity gradients and the interpretation of the truncated plate[J]. *Geophysics*, 41(6): 1370-1376.
- Wan L, Zhdanov M S. 2008. Focusing inversion of marine full-tensor gradiometry data in offshore geophysical exploration[J]. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 27(27): 3713, doi: 10.1190/1.3063755.
- Wang J Y. 2002. *Inverse Theory in Geophysics (in Chinese)* [M]. Beijing: Higher Education Press.
- Williams N C. 2008. Geologically-constrained UBC-GIF gravity and magnetic inversions with examples from the Agnew-Wiluna greenstone belt, Western Australia [Ph. D. thesis]. Vancouver: University of British Columbia.
- Zeng H L. 1999. Present state and revival of gravity gradiometry[J]. *Geophysical and Geochemical Exploration (in Chinese)*, 23(1): 1-6.
- Zeng H L. 2005. Gravity field and gravity exploration (in Chinese) [M]. Beijing: Geological Publishing House.
- Zhang F X, Meng L S, Zhang F Q, *et al.* 2006. A new method for spectral analysis of the potential field and conversion of derivative of gravity-anomalies; cosine transform [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 49(1): 244-248, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2006.01.031.
- Zhang Y M, Zhang G B. 2009. A superconducting gravity gradient exploration system [J]. *Progress in Exploration Geophysics (in Chinese)*, 32(2): 147-151.
- Zhang Y M, Zhang G B, Sheng J. 2006. Airborne gravity gradiometry technology and application [J]. *Chinese Journal of Engineering Geophysics*, 3(5): 375-380.

附中文参考文献

- 陈涛. 2014. 三维重力梯度快速正反演研究[硕士论文]. 北京: 中国地质大学(北京).
- 蒋甫玉, 黄岩, 燕轲. 2012. 由重力异常计算重力全梯度张量的余弦变换法[J]. *应用地球物理*, (3): 247-260.
- 庞旭林. 2012. 航磁异常数据曲面延拓等效源法技术研究[硕士论文]. 北京: 中国地质大学(北京).
- 王家映. 2002. *地球物理反演理论* [M]. 北京: 高等教育出版社.
- 曾华霖. 1999. 重力梯度测量的现状及复兴[J]. *物探与化探*, 23(1): 1-6.
- 曾华霖. 2005. *重力场与重力勘探* [M]. 北京: 地质出版社.
- 张凤旭, 孟令顺, 张凤琴, 等. 2006. 重力位谱分析及重力异常导数换算新方法—余弦变换[J]. *地球物理学报*, 49(1): 244-248, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2006.01.031.
- 张永明, 张贵宾. 2009. 超导重力梯度勘探系统[J]. *勘探地球物理进展*, 32(2): 147-151.
- 张永明, 张贵宾, 盛君. 2006. 航空重力梯度测量技术及应用[J]. *工程地球物理学报*, 3(5): 375-380.