21世纪高等院校教材

计量经济学

——原理、方法、应用及EXCEL、MINITAB工具

耿修林　张　琳　编著

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书对计量经济学的基本原理和方法，以及学习计量经济学的统计基础做了比较系统的介绍。全书共包括13章，涉及到的主要内容有：概率统计知识，计量经济分析数据资料的取得与变换，线性回归分析模型，非线性回归分析，虚拟变量模型，误差变量模型，滞后变量模型，联立方程模型，时间序列分析等，另外，还就EXCEL、MINITAB在经济计量分析中的应用问题，进行了具体的讲解和说明。

本书结构安排适当，叙述循序渐进，语言表达清晰，可用作经济、管理、财经等学科的本科生、低年级研究生的教学教辅用书，也可作为经济科学研究人员、工商管理工作者学习经济管理数量分析方法的基础性读物。

图书在版编目(CIP)数据

计量经济学：原理、方法、应用及EXCEL、MINITAB工具/耿修林，张琳编著.—北京：科学出版社，2004.8

21世纪高等院校教材

ISBN 7-03-013941-0

Ⅰ.计… Ⅱ.①耿… ②张… Ⅲ.计量经济学-高等学校-教材

Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第072017号

责任编辑：卢秀娟/责任校对：钟 洋

责任印制：黄晓靖/封面设计：陈 敬

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年8月第 一 版 开本：B5(720×1000)

2006年2月第二次印刷 印张：29 1/2

印数：3 001—4 500 字数：565 000

定价：38.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈路通〉)

前　　言

从数量角度研究社会经济问题,尽管存在着这样或那样的疑问,但是进行社会经济研究需要懂得数量分析技术已经形成了某种共识。对于从事经济管理专业的人来说,适当地学习一些基本的数据处理方法,掌握一些常用的计量分析工具,不仅能够丰富自己的知识结构,另外也能为专业研究准备必要的工具。

在社会经济管理科学中,数量方法论的发展始终同它们自身的理论研究的深化相伴随的。为什么学习经济管理需要掌握一些研究工具和数量分析技术,要回答这样的问题,需要从社会科学研究自身找原因,以及数量分析究竟能实现什么样的功能这两方面来解释。社会科学中,传统的研究手段主要是诉诸于定性分析,从学科的性质和特征来看,这本身没有什么不对的地方,然而,一味单纯地依靠定性分析,往往只能形成非常原则的结论,随着社会关系越来越复杂,单一的定性分析很难能把研究的课题深化下去,比如:增加全社会投资,会促进国民经济增长,可是在一定条件下,能够用于追加投资的资源是有限的,那么将这些有限的投资资金用于哪些方面,才能产生最大限度的乘数效应。税收是宏观经济调控的重要杠杆,税率提高会压制社会消费水平,避免经济出现过热现象,税率降低会促进消费,从而通过消费拉动经济增长,现在的问题是,税率怎样变化才能保证整个社会经济稳定有序的发展。在市场营销活动中,我们经常面临着目标客户的确定问题,对此,如果能够根据过去的销售记录,通过分析找到重点客户群,就非常有利于制定出更具针对性的营销策略。诸如此类的问题,如果仅一般性地给出一个方向性的建议,那是很难让人感到满意的。

“对于一种科学,只有在成功地应用数学的时候,才算达到真正完善的地步。任何一门科学,只有当它真正与数学联系起来,它才算真正发展起来”。在社会科学的研究中,如果能积极借助于定量分析,可以达到以下几个方面的目的:

第一,通过引进数量研究方法,能够在一定程度上改变社会科学的研究面貌。在当今这个时代,对于社会科学的研究活动,不应该仍然一味以文献资料加工为基础,而应该主动面向现实,以丰富、具体的事实资料为依据,要通过对数据的探索性发掘,找到社会经济现象发展变化的规律和本质特征。

第二,通过增加数量研究的成分,能够改变社会科学工作者的身份,提高社会科学研究人员的价值。社会科学工作者不能仅仅成为一般的研究型人员和专家,也应该像工厂的专业管理人员和工程技术人员一样,努力成为社会进步事业的“工程师”。

第三，通过数量分析方法，能够拓宽社会科学的研究渠道，丰富社会科学的研究内容。原因是，对所研究对象的有关质的特征和关系，如果诉诸于定量的、精确化的描述，有可能会促进新的研究课题的发现，至于这一点，很容易从科学发展史中得到印证。

第四，通过数量分析方法，能够为经济政策和管理措施的制定，提供“实验室式”的论证与检验，这对于增强政策措施实际执行效果的预见性，排除主观认识误区是很有帮助的。

第五，通过数量分析方法，能够提高研究结论的精确化水平。社会科学毕竟不同于自然科学，我们不能把数量分析奉若神明，但是，适当地做到心中有数还是十分必要的。比如：商品价格与商品销售量之间存在一定的联系，价格上涨销售量将趋于下降，反之，价格降低需求量会增加，如果有该商品的价格与对应的销售量资料，然后在价格与销售量之间建立分析模型，我们便能进一步了解到价格变动对销售量边际影响或弹性效应的具体数值，这对于确定竞争性定价策略应该会有很好的帮助。

这本书是数量经济学方面的中初级性质的读物，全书对计量经济学的基本原理和方法，以及学习计量经济学的统计基础做了比较系统的介绍。全书共包括 13 章，涉及到的主要内容有：概率统计知识，计量经济分析数据资料的取得与变换，线性回归分析模型，非线性回归分析，虚拟变量模型，误差变量模型，滞后变量模型，联立方程模型，时间序列分析等，另外，还就 EXCEL、MINITAB 在经济计量分析中的应用问题，进行了具体的讲解和说明。

在本书的写作过程中，我们参考了国内外许许多多优秀计量经济学著作，在此，我们一并表示最诚挚的谢意。尽管付出了艰辛的劳动，书中存在的不足乃至错误依然不可避免，为此，我们欢迎大家给以指正。

作 者

2004 年 8 月于南京大学

目　　录

第一章　概　　述

什么是计量经济学，学习计量经济学究竟有什么用途，如何运用计量经济学方法研究社会经济管理问题，如何认识计量经济学在经济科学体系中的地位，在这一章里，我们就来对诸如此类的问题进行讨论和介绍，目的是帮助大家建立一个对现代计量经济学的初步印象和整体性了解。

第一节　计量经济学的作用

计量经济学是一门什么性质的学科尽管仁者见仁智者见智，但从事经济科学研究需要利用计量分析工具这个共识，可以说已经牢固地形成了。

辩证唯物主义世界观告诉我们，任何事物都是由质量和数量两方面组成的，是二者的矛盾统一体。因此，对社会经济现象开展研究，既需要从质量方面出发，也需要从数量方面进行探讨，以对事物质的研究为起点，辅之以数量分析，并将它们有机地结合起来。只有这样，才能更进一步地提高我们对经济问题的认识能力和认识水平。

随着科学技术的深入发展，学科之间的相互渗透已经成为一种基本趋势，它彻底改变了过去各个学科自我封闭、独自发展的状况。学科间的相互兼容，不仅能推动整个科学的发展，同时也为各门学科创造了新的研究途径。在经济科学研究中，适当引进一些数学、统计学、计算机科学等学科的方法，无疑能改变经济科学的研究面貌，改进经济科学的研究手段，拓宽经济科学的研究渠道，丰富经济科学的研究内容。

计量经济学是经济学、统计学和数学的共生物，属于数量性质的学科，主要从不确定性角度研究经济现象之间客观存在的关系。具体而言，所谓计量经济学就是在一定的经济理论指导下，从实际问题的背景出发，以大量的经济统计数据为原料，综合运用统计学、数学、计算机等学科的科学方法，通过建立合适的数学模型，对经济关系做出定量的分析和估计。

计量经济学最早是由挪威经济学家 R．弗瑞希(R.Frisch)在 1926 年提出来的，所以，人们一般认为弗瑞希是计量经济学的创始人。实际上，在弗瑞希之前，运用数学方法研究科学问题，已经如火如荼地开展起来了。19 世纪中期以后，在英国以 K.皮尔逊(K.Pearson)、F.高尔顿(F.Galton)、W.F.威尔登(W.F.Weldon)为代表，广泛运用数学和统计学手段对生物遗传学问题进行研究，并于 1901 年创办了生物

计量学杂志 *Biometrika*，由于 K. 皮尔逊、戈塞特（W. Gosset）、R. 费暄（ R. Fisher）等一大批杰出科学家的贡献，使得这份杂志的影响非常大。对此，弗瑞希本人也深受启发。弗瑞希不仅是计量经济学的创始人，同时也是现代经济周期理论的奠基人，他最先尝试用数学模型描述经济周期，后来在总结自己的研究工作时，认为经济问题研究也需要运用计量手段，并仿照 *Biometrika* 给计量经济学起了个名字即 *Econometrics*。1930 年 12 月，在弗瑞希、I. 费暄等人的积极倡导和筹备下，世界计量经济学大会在美国召开，会上成立了一个国际性组织“计量经济学学会”（econometric society）。当时，一些经济学家如 P. 萨缪尔森（P. Samuelson）、A. H. 汉森（A. H. Hansen）、J. A. 熊比特（J. A. Schumpeter）、G. 丁尼尔（G. Tintner）等，都参加了这次大会。1933 年，世界上第一本计量经济学专刊《计量经济学》正式出版。在计量经济学的发展过程中，作过重要贡献的人物还有：J. 丁伯根（J. Tinbergen）、J. 库普曼斯（J. Koopmans）、T. 哈渥尔默（T. Haavelmo）、W. W. 列昂剔夫（W. W. Leontief）等。

有人认为，现代经济学的发展史，就是数学方法在经济学领域应用的发展史，也就是计量经济学的发展史。这句话似乎有点偏颇，但从某种程度上讲，确实反映了经济学方法论演化的实质。简单回顾一下，从 1969 年诺贝尔经济学奖设立至今，获得该奖项的大多数经济学家，或多或少都与计量经济学研究有关。当代著名计量经济学家 L. 克莱茵（L. Klein）指出：“在经济科学中，计量经济学已经处于最重要的位置”。著名经济学家 P. 萨缪尔森也认为，“第二次世界大战后的经济学就是计量经济学”。由此可见，计量经济学在现代经济科学中的地位是非同小可的。

归纳起来，计量经济学的主要作用表现在以下几个方面：

第一，经济预测。经济预测就是对经济现象未来的发展变化情况进行测算和分析。经济预测是进行经济决策和制定经济发展规划的前提，只有了解未来的可能变化情况，才能为经济决策提供必要的依据，才能科学地确定经济发展目标。

由计量经济学实施的经济预测有很多种类，按时间的长短来分，有长期预测和短期预测；按采用的模型形式来分，有线性函数预测模型和非线性函数预测模型；按使用的方法特征来分，有确定性分析预测和随机性分析预测；按采用的预测方法的科学程度来分，有朴素型计量预测和复杂型计量预测。在过去，进行经济预测被认为是计量经济学当然的首要任务，可是，由于经济统计数据总存在着“不平稳性”，准确的计量经济预测几乎不可能，有鉴于此，现在的计量经济学的研究重点发生了一定的转移，更多地倾向于对经济理论学说和观点进行实证研究，对经济政策进行模拟和评估等。

第二，经济结构分析。结构分析是指，通过实际统计资料对建立起来的经济计量分析模型进行检验和诊断。由于计量经济模型大多是在一定的经济理论指导下确立出来的，所以结构分析也可以看成是对经济理论进行检验。比如：凯恩斯消费理论认为，人的消费行为总是带有一定的规律性倾向的，随着可支配收入的增加，

消费支出也会增加，但消费增加的幅度一般不会超过收入增加的幅度，用经济学的术语来说，就是边际消费倾向（MPC）始终是个小于1的正数。对此，如果有大量的、可靠的收入和消费支出方面的统计资料，通过建立计量经济学分析模型，我们很容易验证这一理论学说是否成立。

第三，经济政策评价。经济政策评价包括两个方面的内容，一是通过模型模拟各个政策的执行效果，以便从中选择一个可行的政策，二是对政策的执行结果进行评估，搞清政策实施的效果。计量经济学方法在这两个方面都能发挥积极的作用。

运用计量经济学进行经济政策评价，需要注意这么几个问题：①模型的选择，用于经济政策评价的计量经济学模型包括单一评价模型和联立方程评价模型，一般而言，联立方程评价模型由于考虑的经济因素和经济关系比较多，因而评价的效果可能更理想些。②充分利用计算机这个现代工具，对于一个大型的经济模拟试验分析，涉及到的方程和变量可能成百上千，没有计算机的帮助，仅数据资料处理和模型求解便无法开展，更不要谈参数和变量赋值的调试，只有把计量经济学政策评价分析模型和计算机应用结合起来，才能最终建立起“经济政策的实验室”。③要能揭示经济变量之间的反馈和连锁反应效应，否则，我们没有办法了解和掌握经济政策变量与经济活动目标之间的关系。

第二节　计量经济学研究的三要素

计量经济学研究问题的基本途径就是建立计量分析模型，然后运用各种方法对模型中的参数进行估计，此后还需要对拟定的模型进行评价，只有确信模型大致无误，才能用于估计、预测和控制之目的。那么，如何把一个实际问题转化成能够用数量方法进行处理，如何建立计量分析模型，要解决这些问题不仅需要一定的专业知识背景，同时还需要具备良好的经验判断能力。当然仅有经济学理论仅有计量经济方法还不够，运用数量手段研究经济问题，必须还要有大量的、准确可靠的数字资料。所以，要想让计量经济学发挥更大的作用，需要有三大要素作保障。这三大要素分别是：先进的经济理论、科学的计量分析方法、准确可靠的数字资料。

计量经济学属于经济科学，是一门应用经济学。计量经济学与经济科学之间的这种关系表明，计量经济学在研究问题时，首先要借助一定的经济理论指导，然后才能顺利地开展工作。比如，研究宏观经济计量模型，就需要懂得宏观经济学，了解宏观经济的运行机制。再比如，研究投资计量分析问题，需要掌握投资经济学的理论，熟悉各种投资行为和投资方式。为什么计量经济研究要从经济理论出发？理由有两点：①经济理论对经济现象之间关系的逻辑论证，有助于计量经济学在建立分析模型时，更好更快地进行变量的筛选和数学方程式的确立。②如果没有经济理论指导，一切都从数据资料反映出来的经验事实出发，那么有可能会发生建立

起来的计量分析模型同客观经济的现实情况不相符，从而得不到认识问题的根本目的。

从方法论的角度看，计量经济学的重要作用，首先表现为提供了数量经济问题研究的手段和工具。这是计量经济学不同于其他经济学科的主要表征。计量经济学方法包括：模型确立和修正方法、参数估计和检验方法、模型总体代表性的诊断方法、模型识别方法、计算方法等。运用计量分析方法时，要注意到每一种方法可能都有不同的适应条件，都有各自的专门用途，所以为了保证分析结果的正确性，要对方法的性能、使用效果、适用的对象进行细致的判断。

数据资料是经济活动现实的数量反映，通过这些资料，我们可以了解到客观经济现象存在的数量状态、数量上的变化规律以及现象与现象之间数量上的相互关系。如果把计量分析方法比作机器，那么数据资料就是机器加工的对象或者说是原材料，加工过后的产品就是计量分析的结论。可以说，计量经济学的一切结论都是建立在数据资料基础上的。因此，数据资料的质量对计量经济学而言，其影响是非常重大的。

计量经济学应用的成功与否，同上述三大要素密不可分。下面，我们用一个图形来表述三要素在计量经济学研究中的地位和作用，见图 1.1。

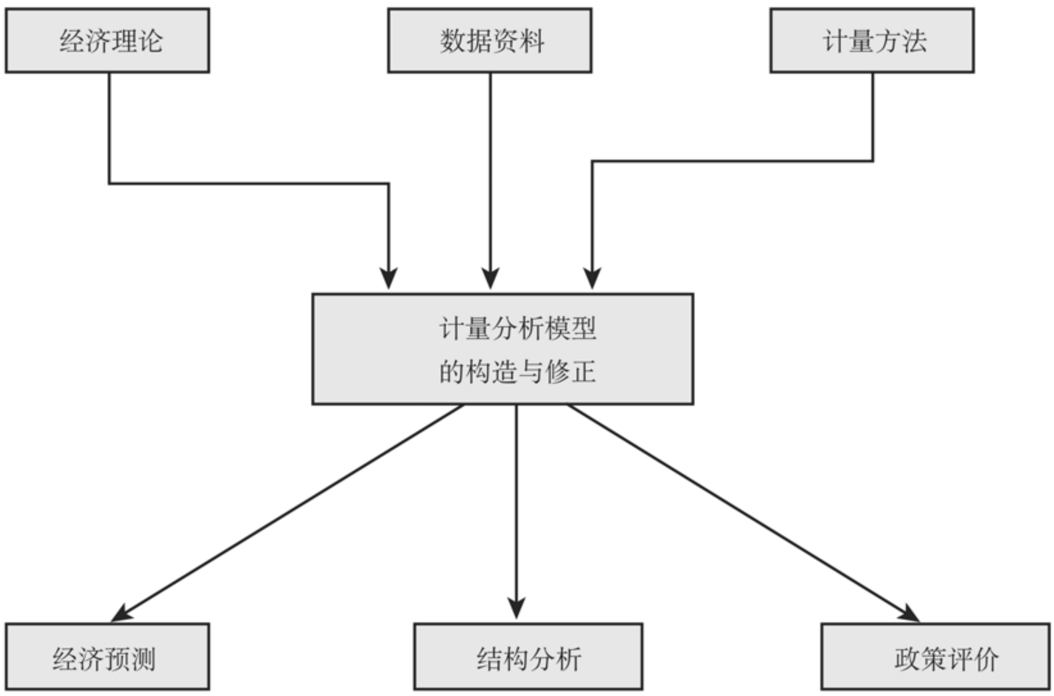


图 1.1　计量经济学三要素

第三节　计量经济学与相关学科的关系

一、计量经济学与数量经济学

从数量角度研究社会经济问题的方法不只是计量经济学，还包括其他的数量分析手段，在我国，人们通常把运用数字资料和数学模型的各种数量分析方法统称为数量经济学。

数量经济学包括的内容十分广泛，除了计量经济学，还有数理经济学、经济统计学、经济预测与决策、经济控制论、信息经济学、技术经济学、经济优化方法、经济博弈论、经济动力系统分析、投入产出经济学等。

计量经济学涉及的范围比较小，内容相对单一，它总是与经济现象的因果关系分析联系在一起的，是数理统计中回归分析方法在经济科学领域中的专门化应用。数量经济学的其他分支一般不具有这种明显的特征。在整个数量经济科学体系中，计量经济学大致处于中级层次。

二、计量经济学与数理经济学

数理经济学居于数量经济科学体系的最高层次，它广泛使用一切可能的数学方法对经济学的理论进行阐述，形式上有这么几个特征：①侧重于条件说明和数学推导。②大量使用复杂的数学符号。③通篇充斥着数学语言。从方法上考察，数理经济学完全沿袭了纯粹数学的一套方式，以演绎推理为主。其根本目标是实现经济学理论的公式化体系，或者说是，经济学理论在数学上的再实现，从而最终建立像数学一样严密的经济科学的整体体系。与数理经济学相比，计量经济学的应用背景可能更强，更加注重适用性，以解决对具体经济问题的认识为宗旨，并且对数学方法的依赖相对比较单一，主要就是数学中的统计回归分析方法、估计和假设检验理论等。从研究方法上看，与数理经济学注重演绎推理有所不同，计量经济学方法以归纳推断为主。另外，二者在选择研究对象的出发点上也有差别，数理经济学侧重于从确定性的角度探讨纯粹经济理论，而计量经济学主要从不确定性分析入手研究具体经济问题。当然，同作为数量经济科学大家族的成员，计量经济学与数理经济学之间也存在着一定的联系，处于最高层次的数理经济学能够对计量经济学开展研究提供必要的方法指导，反过来，计量经济学的深入发展，也能为数理经济学提供一些基础素材。

最后还要指出一点，学习数理经济学需要具备一定程度的高等数学素养，正因为如此，目前数理经济学课程大多数是在大学数学系开设的，专门为高年级的大学生和研究生服务。由于计量经济学方法相对比较简单，只要学习过高等数学知识的学生都可以接受，在学科分类中基本上被列为经济科学，所以适合经济管理类学

生学习。

三、计量经济学与统计学

统计学是关于数字资料搜集、整理、分析和解释的科学，其主要任务是从随机的、不确定性角度探讨客观现象的变化规律。作为一门方法论性质的学科，统计学提供的认识方法具有通用性，既适合社会科学、经济管理科学，也适用于工程和自然科学。

统计学与计量经济学的关系十分密切，正如前面所说的，经济学、统计学与其他数学知识相结合便形成了计量经济学。“计量经济学的根本任务是估计经济模型和检验经济模型”，姑且不论这样的观点是否完全正确，但有一点可以肯定，估计与检验确实是计量经济学研究问题时始终缺少不得的。计量经济学中的估计和检验方法，基本上是统计估计检验理论的移植。在计量经济学中，回归模型分析占据着相当重要的位置，这实际上也是统计相关回归分析方法的应用。另外，在样本资料搜集、资料整理与表述、计量模型确定等方面，统计学的理论和方法提供了重要的支撑。

但是，计量经济学与统计学又是有严格区别的。首先，计量分析模型的制定要遵循经济理论指导，包括模型表现的形式、变量筛选。其次，数据资料采集看似统计活动的任务，其实在这一过程中自始至终都要考虑到具体的研究对象，统计指标的含义、口径和计算方法以及资料的调整办法，都要以一定的经济学理论为依据，所以计量经济分析中涉及到的资料搜集工作，一味依靠统计学是不完全可行的。最后，计量分析结果的解释需要结合经济学知识，否则得到的数据只能停留在抽象的状态上，发挥不了更充分的认识作用。

第四节　计量经济学的分类

一、理论计量经济学与应用计量经济学

理论计量经济学与应用计量经济学是根据计量经济学研究的侧重点来划分的。理论计量经济学的目标定位在计量经济学科学方法的体系化和严格化，它注重从数学、数理统计学等学科中吸取营养，研究计量经济学的数学方法和基础原理，以解决计量经济学自身发展过程中出现的重大问题。理论计量经济学同数学、统计学的关系十分密切，从事理论计量经济学研究，需要具备一定的数学知识背景。理论计量经济学内容大致包括：模型构造的数学原理，模型估计方法，模型的假设检验，复杂问题的特殊处理技巧，计算方法等。

理论计量经济学研究完全可以在数学分析领域中完成。同理论计量经济学相比，应用计量经济学的实践色彩可能更加鲜明。它的主要任务是，应用计量经济学

的原理和方法,结合特定的经济理论,针对具体的经济问题,建立相应的计量分析模型。所以,应用计量经济学讲究实用性、可行性、有效性和针对性。

二、经典计量经济学与贝叶斯计量经济学

贝叶斯计量经济学的核心是贝叶斯概率公式,所以,贝叶斯计量经济学就是在贝叶斯定理以及相关理论基础上发展起来的一个新兴的计量经济学分支学科。

贝叶斯计量经济学与经典计量经济学的区别,主要表现在以下几个方面:

第一,参数的认识。经典计量经济学认为,计量分析模型中涉及的参数虽然不知道它们的具体取值,但是应该承认这些参数的真实值是唯一确定的。对此,贝叶斯计量经济学则持完全否定的态度,它认为,既然参数的真实取值不知道,就没有任何必要假定它们是唯一不变的,相反却应该把模型中的参数看成是随机变化着的量。

第二,样本的认识。经典计量经济学认为,样本观察是随机变化的,对同一个总体,可能会抽出若干个不同的样本,在一次试验和研究中,究竟什么样的样本会出现,要随机而定,事先无法给出肯定的回答。可是,贝叶斯计量经济学却认为,已经实现的样本就应该把它看成是一个如同常量一样的东西,样本的统计分布不应包括我们感兴趣的模型中的有关参数。

第三,模型的求解。经典计量经济学认为,计量分析模型的求解就是根据样本观察结果对模型中的参数进行估计,所以,在经典计量经济学中,样本被当作是估计模型参数的主要信息来源,而贝叶斯计量经济学则认为,所谓模型求解根本不是别的,它是利用样本观察不断修改人们对模型参数认识的过程,换句话说,就是通过样本校正我们对客观世界的主观看法。

第四,信息的利用。经典计量经济学进行认识的信息来源主要是样本资料,而贝叶斯计量经济学认为,对客观经济现象的一般认识,除充分利用样本观察的信息之外,还应该把人的先验知识包括进来,将先验知识和经验调查有机地结合起来,从而达到增强人的认识能力的目的。

第五,分析的过程。同经典计量经济学的分析技术有所不同,贝叶斯计量经济学的研究过程是:先确定模型参数的先验分布,然后再结合样本资料对参数的先验分布进行修正,在这个基础上再进行模型的估计。

第六,估计的结果。经典计量经济学对一些特殊问题的估计,其准确性往往不够好,这一点已经被人们认识到了,而贝叶斯估计的效果可能更加理想。

以上我们对经典计量经济学与贝叶斯计量经济学的不同之处简单做了点比较,实际上导致二者之间分歧的最根本原因在于它们依据的概率统计思想的差别。但是,我们也注意到,在经典的计量经济分析领域,经典计量经济学的结论与贝叶斯计量经济学的结论在形式上基本是一致的。

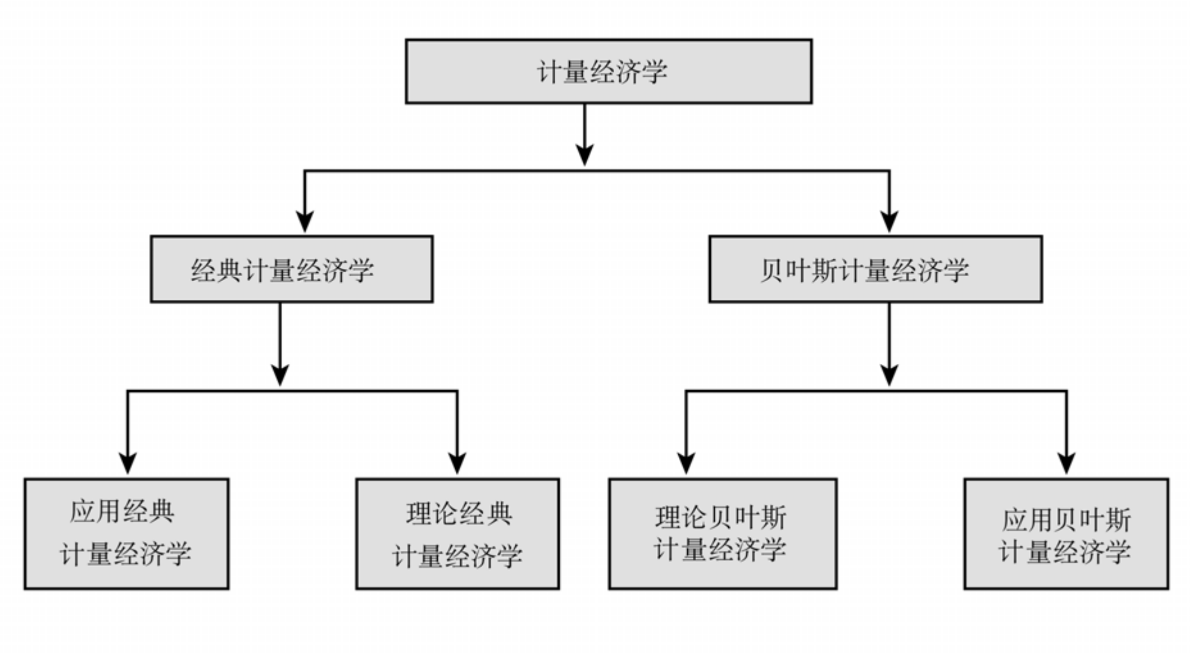


图 1.2　计量经济学的基本体系

第五节　计量经济学的研究步骤

通过计量经济学研究经济问题，一般要经过下列几个环节：

第一，定性分析。了解有关问题的理论学说，仔细剖析背景材料，抓住问题的主要方面，并探讨相关的影响因素。

第二，初步拟定分析模型。制定计量分析模型的含义是，确定模型的函数形式，选择进入模型处理系统的变量。计量经济学中的模型基本上都表现为数学模型，或者说都是数学方程式。在建立计量分析模型的时候，首先要以经济学理论为参考依据，如果确实没有相关的理论可以依赖，也可以用“数据资料的事实来说话”，就是说，通过对数据资料的探索性分析，根据数据资料本身反映出来的情况，制定相应的分析模型。由经验事实出发制定计量分析模型，不是不可行，相反也是计量经济学建模的一条重要途径，不少人甚至认为这是数学建模带有突破性的思想。但是也要注意到，完全根据数据资料建立计量经济分析模型其局限性很大，其一，要从大量的数据资料中找出有因果关系的变量，工作量非常艰巨，其二，即使数据运算结果表明变量之间存在相关关系，可是它们是否一定是因果关系很难断定，再者单纯由数据导出来的模型不一定与客观经济现象的实际相吻合，因而难以说明实际问题。所有这一切表明，在建立计量分析模型的时候，应尽可能把它们有机地结合起来。

第三，搜集数据资料。纳入到模型中的变量，一定要能搜集到数字资料。有些属性变量由于测量水平很低，没有对应的测量值，但要进行编码处理，想办法把它

们转化成能够运用数学方法处理的数值。在搜集资料时,要注意资料的可靠性和可用价值。数字资料的准确性是计量经济学的生命,如果数字资料存在问题,比如不准确、不系统、时效性差,那么依据的经济理论再先进、采用的计量分析方法再科学,也不可能达到客观正确的分析结果。所以,在进行计量经济分析的过程中,需要花大力气关注数据资料的搜集工作。

第四,对模型中涉及的参数进行估计。这是计量分析模型进一步走向具体化的重要环节。模型参数估计纯属一个技术性过程,主要是根据统计数学方法先导出参数的统计估计量,然后再结合样本数据资料求出估计值。

第五,对模型的参数进行推断。在制定理论模型的时候,为了保证模型有个完整的结构,一般总是尽可能地把一些变量考虑进去,这些变量究竟有没有必要存

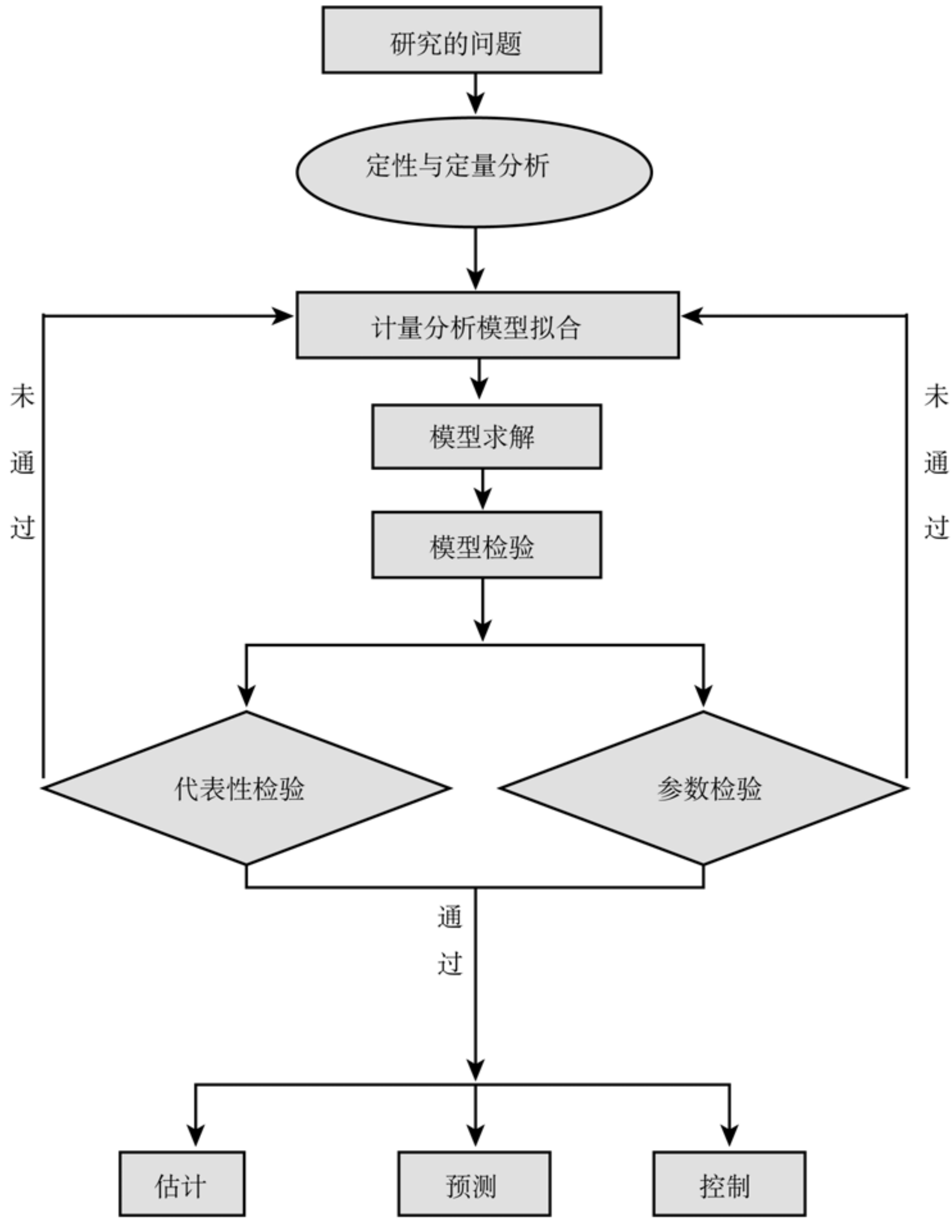


图 1.3　计量经济学研究的一般过程

在,需要通过检验来决定取舍。另一方面,模型参数的估计值可以帮助我们对理论上的结论进行判断,因此由样本得出的参数值还需要上升到对理论数值的说明。

第六,对整个模型进行总体评价。计量经济分析模型是经济现象客观存在的状态及其变化规律的另一种表现形式,模型是否起到真实反映的作用,能不能把建立起来的模型投入到实际应用中去,不能凭感觉行事,需要通过合适的方法进行评价。有的时候,模型中的参数通过了检验,但是模型的估计和预测效果并不理想,误差很大。这种情况的出现,多半是由于模型采用的数学函数形式发生了偏误。所以,模型的代表性分析也是计量经济学研究中的重要环节。

第七,模型的修正处理。在上面第五、六步的基础上,如果发现模型存在结构性错误,这时还需要对模型进行适当的修正。只有确认模型本身没有病态,能够较好地模拟实际经济现象,才能最终投入使用。模型的修正过程包括:函数方程的改变、变量的增加和剔除等。

第八,进行预测、估计。模型正式审定之后,便可以投入使用,从而发挥模型作为分析工具的价值和作用。

以上过程,我们可以用框图来表示,具体见图1.3。

复习思考题

1. 什么是计量经济学?
2. 学习计量经济学有什么作用?
3. 谈谈计量经济学和经济科学之间的关系。
4. 利用计量经济学方法研究经济问题时,尤其要注意搞好哪些方面的工作?
5. 计量经济学研究的逻辑程序是什么?

第二章　概率统计基础

统计学对计量经济学的意义非常重大,它能够为计量经济学的模型设立以及估计和检验提供直接而有效的方法。学习计量经济学,统计学是基础之基础,不懂得或不熟悉统计学就不可能正确地理解和运用计量经济学方法开展工作。为了帮助大家更好地掌握后面的学习内容,在本章,我们专门对统计学的核心内容给以扼要的介绍。

第一节　基本概念

一、总体与样本

总体和样本是统计学中的基础概念。所谓统计总体(简称总体)是指,客观存在的、具有某种共同属性的若干个个别事物的集合体。统计总体一般具有以下几个特征:①大量性。组成统计总体的个别事物在数量上要足够地多,一个事物或少数几个事物不能构成总体。②同质性。组成总体的各个个别事物应具有共同的属性,不同性质的东西不可混杂在一起当作一个总体。③差异性。组成统计总体的各个事物除了具有的共同属性外,在其他表现方面彼此之间有着差异,可以说差异现象是统计存在的前提条件,统计就是通过对大量差异现象的研究,达到规律性的认识。④客观性。统计总体是客观存在的,不能人为进行虚构。当然对统计总体的客观性应作相对理解,统计总体规模的大小同现象本身的状态有关,也与统计研究的目的和任务有关。

样本是指按照随机性原则要求,从统计总体中抽取出来的一部分事物所组成的集合体。比如:总体由一个班级的学生构成,现在通过抽签的方式抽出10名同学,那么这10名同学就是一个样本。总体是唯一确定的,而样本却是随机变化的,在一次抽样中,究竟哪个样本会出现,这不取决于调查人员的偏好,完全随机会而定。对样本进行调查不是目的,样本好比是一座桥梁,通过样本最终要上升到对总体的认识。

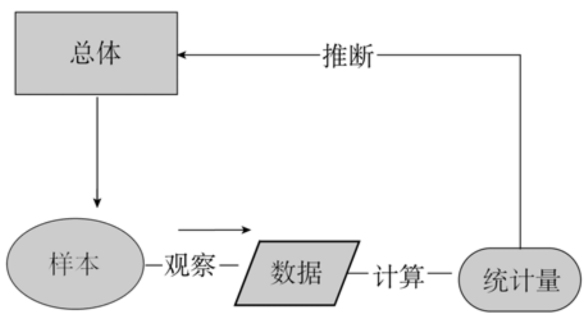


图2.1　总体与样本的关系

二、参数

对一类普遍性现象进行认识,这是应用统计学的根本使命。要完全认识这些现象,需要对方方面面的情况做出了解。可是在实际工作中,由于这样或那样的原因,人们并不能对统计总体中的每一个信息都了解到,也并不是对统计总体中的每一个信息都感兴趣。根据辩证唯物主义观点,任何事物的本质性特征是由主要矛盾和矛盾的主要方面决定的。因此,利用统计手段进行认识,只要掌握反映总体的基本信息或几个主要指标就能大体满足需要了。

统计参数是相对于统计总体来说的。用文字语言解释,凡是那些能够反映统计总体基本信息的特征数字,就是总体参数,简称为参数。比如:正态总体中的均值和方差,二项分布中试验“成功”的比例等,都属于总体参数的具体范畴。

现代统计学主要研究统计推断问题,它包括在总体分布已知的情况下,对总体某些特征数字的估计和检验,也包括对总体分布的假设检验。至于前者,其目的是借助样本资料,先达到对总体参数的认识,进而上升到对总体基本情况的掌握和了解。所以,总体参数的统计估计和检验是进一步研究问题的前提条件。

三、统计量

统计量是统计学中一个被广泛使用着的重要概念。当总体分布或总体参数未知时,需要依据样本资料进行检验和估计。样本来自于总体,其中必含有与总体有关的信息,通过科学方法抽取出来的样本能够在一定程度上代表着总体。好的样本其代表性高一点,反之有偏的样本其代表性便差一些。仅有样本资料还不够,还必须要学会对样本信息进行有针对性的加工提炼,这些加工处理的办法,构成了统计推断模型,那么统计量就是相对于统计推断模型而讲的。

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体的容量为 n 的样本,它的任一不含总体参数的函数 $f(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 称为统计量。例如:样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,样本方差 $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ 等,便是统计量。如果 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 只能取0或1这样的值,则 $p = \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ 也是统计量。样本均值、样本方差和样本比例数是最为常用的几个统计量。在进行统计估计时,一般地,我们就以样本统计量作为相应总体参数的替代。

如果观察到了样本 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的数值,把它们代入到统计量中去,就得到一个具体的数值,这个数值就是统计量的一个实现。不难理解,统计量的值是随样本的不同而发生变化的。

需要指出,一个样本不是只能建立一个统计量,正好相反,对于同一个样本,可以构造若干个统计量。比如,要估计总体的平均指标,就可以选择样本均值、样本众数、样本中位数等作为估计量。究竟选择什么样的统计估计办法,这主要取决于统计推断的目的和要求,以及估计结果好坏的考虑。因此,对样本信息进行加工,需要注意不同的推断要求,以构造出合适的统计量。

统计量有估计用统计量和检验用统计量,它们在函数形式与结构上可能一样,但各有各的用途。

第二节 随机变量与概率分布

一、随机变量

统计随机试验会产生不同的事件,这些事件究竟哪一个会出现,在试验之前不好给出明确的回答,所以试验结果是随机的、是个变数。实践中,人们关心的往往不是试验结果的具体情况,而是试验结果的某个数值的函数。比如,在产品抽样检查中,人们感兴趣的是样本中合格品和次品的个数,至于合格品是哪些次品是哪几个一般不考虑。在100次硬币抛掷试验中,人们总是会问正面在上有多少次反面在上有多少次,不会计较正面反面的记录排列。

一个随机试验,其样本空间为$\Omega=\{\omega\}$,若对每一个样本点$\omega\in\Omega$,都有一个实数X与其对应,则称X为随机变量。一般地,用大写字母X,Y,Z等表示随机变量。直观地理解,随机变量就是随机试验中被测度的量。比如:从一批产品中抽出n个产品组成样本,其中废品数X的可能取值为$0,1,2,\cdots,n$。连续进行n次射击,射中目标的可能次数Y的取值为$0,1,2,\cdots,n$。一台机器无故障运转的时间Z其可能取值为$(0,\infty)$。这里的X,Y,Z就是随机变量。

随机变量包括离散型随机变量、连续型随机变量和混合随机变量,其中,离散型随机变量是指,与包含有限个样本点或无限可列个样本点的样本空间相联系的随机变量。离散型随机变量的特征在于,它的取值通常要用整数来表示,例如:某家电专营公司在12月1日销售出去的洗衣机台数$X=0,1,2,\cdots,n$,一个车间有15台机床,在某一时刻t内,可能发生故障的台数$Y=0,1,2,\cdots,15$,寻呼台在2小时内可能接受到的寻呼次数$Z=0,1,2,\cdots$。凡是与包含无限不可列个样本点的样本空间相联系的随机变量,就是连续型随机变量。连续型随机变量的特征是,它只能在某个区间内取值,或其取值结果要用一个区间来反映,例如:一只白炽灯泡的使用寿命$T=(0,\infty)$,某矿品的含氧化铁成分$P=(3\%,11\%)$,钢板的抗压强度$R=(15\mathrm{T/m^2},22\mathrm{T/m^2})$。既不是完全的离散型随机变量,也不是完全的连续型随机变量,这样的随机变量称为混合型随机变量。在这三类随机变量中,离散型随机变量与连续型随机变量最为常见,所以,下面我们主要讨论和介绍它们的统计分布及其

性质特征。

二、概率分布

随机变量的取值带有不确定性，若要完整地描述随机变量的特征，需要把它与概率联系起来。通过概率分布的研究：①可以全面地揭示随机变量取值的发生情况。②在此基础上，可以帮助我们探求随机现象客观存在的规律性。③依据概率分布，有可能对任一事件发生与否的可能性大小做出正确的理论判断。

由变量值及其发生概率所组成的统计数列，称作概率分布。随机变量 X，它的可能取值为 $x_1, x_2, \cdots$，对应的概率分别为 $p_1, p_2, \cdots$，则 X 的概率分布可以写成：

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & ,\cdots, & x_n, & \cdots \\ p_1 & p_2 & ,\cdots, & p_n, & \cdots \end{pmatrix}$$

概率分布具有两个基本性质：①每个概率值一定是非负的。②所有变量对应的概率值之和等于1。

第三节　随机变量的期望与方差

概率分布完整地描述了随机变量的取值及其发生情况，对这些信息的了解和掌握是十分必要和重要的。但在多数时候，人们往往感兴趣的只是其几个主要的统计指标。期望和方差是随机变量最常用的特征值。

一、期望

简而言之，期望就是变量值与其发生概率的加权算术平均数，其中概率为权数。

定义一：X 为离散型随机变量，其概率分布为：

$$X: x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$$

$$P: p_1, p_2, \cdots, p_n, \cdots$$

如果 $\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$ 是绝对收敛的，则称 $\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$ 为 X 的数学期望，简称期望，记为 $E(X)$，即：

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$$

关于级数 $\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$ 绝对收敛的要求是必要的，因为 $E(X)$ 反映的是 X 取值的真正平均值，其数值的大小不应受随机变量取值的次序不同而改变，另外，的确存在着如

果这一条件得不到满足期望可能不存在的情形。

定义二：X是连续型随机变量，$f(x)$为其概率密度函数，如果$\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\mathrm{d}x$绝对收敛，则称：

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\mathrm{d}x$$

为 X 的期望。

数学期望的性质：

（1） a,b 为常数，$X=aX'+b$，则 $E(X)=aE(X')+b$。

（2） $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为随机变量，$X=\sum_{i=1}^{n} X_i$，则 $E(X)=\sum_{i=1}^{n} E(X_i)$。

（3） X,Y 为随机变量，且相互独立，则有 $E(XY)=E(X)E(Y)$。一般地，如果 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是相互独立的随机变量，则 $E\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)=\prod_{i=1}^{n} E(X_i)$。

（4） a,b 为常数，若 $a\leqslant X\leqslant b$，则有 $a\leqslant E(X)\leqslant b$。

二、方差

方差是随机变量与其期望离差平方的数学期望。方差计算的基本公式为：

$$\mathrm{Var}(X)=E((X-E(X))^2)$$

对于离散型随机变量：

$$\mathrm{Var}(X)=\sum_{i=1}^{\infty}(x_i-E(X))^2 p_i$$

对于连续型随机变量：

$$\mathrm{Var}(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-E(X))^2 f(x)\mathrm{d}x$$

方差的性质：

（1） c 为任一常数，则 $\mathrm{Var}(c)=0$。

（2） a,b 为常数，$X=aX'+b$，则 $\mathrm{Var}(X)=a^2\mathrm{Var}(X')$。

（3） 随机变量 X,Y 相互独立，则 $\mathrm{Var}(X+Y)=\mathrm{Var}(X)+\mathrm{Var}(Y)$，特别地，若 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立，则有 $\mathrm{Var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{Var}(X_i)$。

（4） $\mathrm{Var}(X)=E(X^2)-(E(X))^2$。即变量的方差等于变量平方的期望与其期望平方之间的差。

（5） X_1,X_2 相互独立，a,b 为常数，则：

$$\mathrm{Var}(aX_1-bX_2)=a^2\mathrm{Var}(X_1)+b^2\mathrm{Var}(X_2)$$

第四节　重要的统计分布

一、正态分布

在连续型随机变量分布中，正态分布占有特别重要的地位。原因是：①在自然现象和社会现象中，有许多是可以用正态分布来描述的。②传统的统计理论是建立在正态分布基础上的，因而正态分布问题研究得最系统、最深刻。③由正态分布出发，导出了一系列重要的抽样分布，如 t 分布、χ^2 分布、F 分布等。

若随机变量 X 的概率密度为：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\qquad -\infty<x<\infty\right\} \tag{2.1}$$

则称 X 服从正态分布，记作 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$。其中，μ，σ^2 为参数，分别表示总体的均值和方差，也叫做位置参数和形状参数。

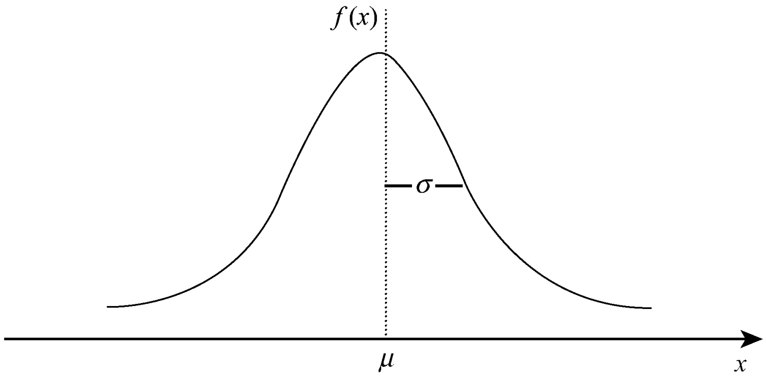


图 2.2　一般的正态分布概率密度曲线

如果 $\mu=0$，$\sigma^2=1$，则式(2.1)可写成：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\qquad -\infty<x<\infty$$

这是标准正态分布的概率密度，记作 $X\sim N(0,1)$。一般地，人们把均值为 0、方差为 1 的正态随机变量的分布，叫做标准正态分布。标准正态分布的图形如图 2.3 所示。

正态分布的性质：

(1) 正态分布密度函数 $f(x)$ 在 $X=\mu$ 处达到极值点，并且 $f(x)$ 关于 $X=\mu$ 对称。

(2) $X=\mu+\sigma$，$X=\mu-\sigma$ 为 $f(x)$ 的拐点。

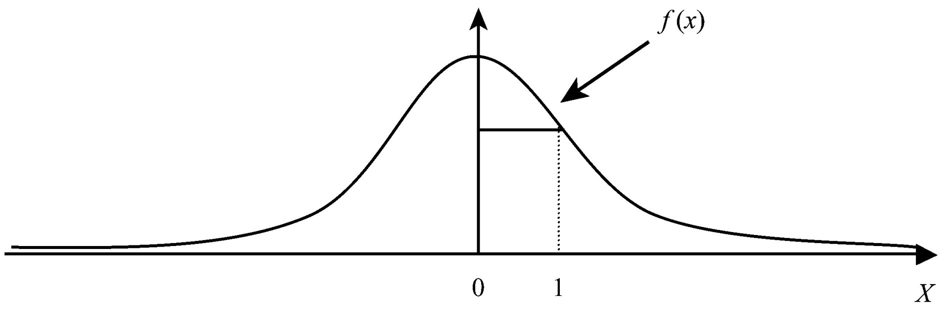


图 2.3　标准正态分布概率密度函数曲线

(3) 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，令 $Y = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$，则 $Y \sim N(0,1)$。反之，$X \sim N(0,1)$，令 $Y = \mu + \sigma X$，则 $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$。正态分布的这个性质十分有用，求正态随机变量取值的概率，如果按照公式进行计算，仅运算量就够大的了。把一般正态分布转换成标准正态分布，只要针对标准分布进行编表，就可以通过查表的方法解决问题。实际中，常常就是这样做的。

(4) $X \sim N(0,1)$，其分布函数用 $\Phi(x)$表示，则 $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$。

(5) 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $E(X) = \mu$，$\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$。特别地，若 $X \sim N(0,1)$，$E(X) = 0$，$\mathrm{Var}(X) = 1$。

(6) 若 $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1{}^2)$，$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2{}^2)$，并且 X_1，X_2 相互独立，那么有 $X = X_1 + X_2 \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2)$。

(7) a，b 为常数，$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $aX + b \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$。

二、χ^2 分布

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立，且皆服从标准正态分布 $N(0,1)$，令：

$$\chi^2 = X_1{}^2 + X_2{}^2 + \cdots + X_n{}^2$$

则 χ^2 服从于自由度为 n 的 χ^2 分布，记作 $\chi^2 \sim \chi^2(n)$。

χ^2 分布的概率密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\,\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} & x > 0 \\ 0 & x \leqslant 0 \end{cases} \tag{2.2}$$

χ^2 分布的概率密度函数曲线如图 2.4。

χ^2 分布具有如下性质：

(1) 若 $X_1 \sim \chi^2(n_1)$，$X_2 \sim \chi^2(n_2)$，且相互独立，则有 $X_1 + X_2 \sim \chi^2(n_1 + n_2)$。这个性质称为 χ^2 分布的可加性。一般地，可以推广到 k 个 χ^2 变量的情形，$X_1 \sim \chi^2(n_1)$，$X_2 \sim \chi^2(n_2)$，…，$X_k \sim \chi^2(n_k)$，且相互独立，则有 $X_1 + X_2 + \cdots + X_K \sim$

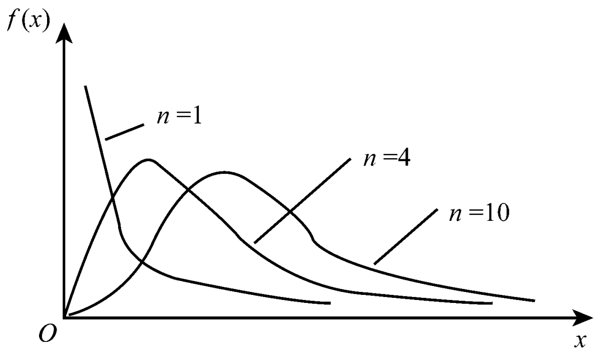


图 2.4　χ^2 分布概率密度函数曲线

$\chi^2(n_1+n_2+\cdots+n_k)$。

（2）若 $X\sim\chi^2(n)$，则有 $E(X)=n$，$\mathrm{Var}(X)=2n$。

（3）$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立，且服从于 $N(0,1)$ 分布，又令 $Q_1+Q_2+\ldots+Q_k=\sum_{i=1}^{n}X_i^2$，$Q_i(i=1,2,\cdots,k)$ 为秩 n_i 的非负定二次型，则 Q_1、Q_2，⋯，Q_k 相互独立，且分别服从自由度为 n_i 的 χ^2 分布的充要条件是 $n_1+n_2+\ldots+n_k=n$。χ^2 分布的这个性质，在计量经济学回归模型的方差分析中尤其具有重要的意义。

根据 χ^2 分布的定义，可以得到结论：$X_1,X_2,\cdots,X_n\sim N(\mu,\sigma^2)$，且相互独立，$\mu,\sigma^2$ 已知，则：

$$\chi^2=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n) \tag{2.3}$$

这是因为 $X_1,X_2,\cdots,X_n\sim N(\mu,\sigma^2)$，且相互独立，令 $Y_i=\dfrac{X_i-\mu}{\sigma}$，$i=1,2,\cdots,n$，则 Y_i 服从标准正态分布 $N(0,1)$，所以有：

$$\sum_{i=1}^{n}Y_i^2=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n)$$

三、t 分布

如果 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim\chi^2(n)$，且 X 与 Y 相互独立，则：

$$t=\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$$

服从自由度为 n 的 t 分布，记作 $t\sim t(n)$。

t 分布的概率密度函数为：

$$f(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \tag{2.4}$$

t 分布的概率密度函数曲线如图 2.5 所示。

t 分布的性质：

(1) 若 $X \sim t(n)$，$f(x)$为其概率密度，则当样本容量很大时，$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$。

(2) 若 $X \sim t(n)$，则有 $E(X)=0$，$\mathrm{Var}(X)=\frac{n}{n-2}$。

(3) 当 $n=1$ 时，式(2.4)又可写成 $f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$。这就是著名的柯西分布密度函数。

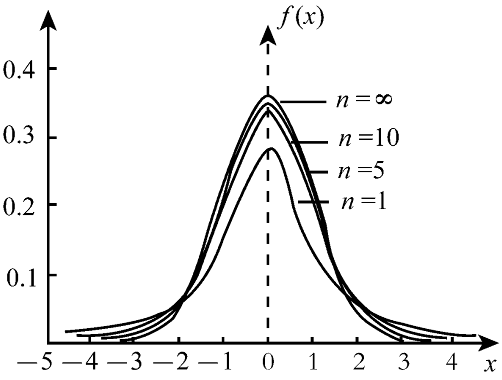


图 2.5 t 分布曲线

t 分布在计量经济学中居于重要的地位，在经典的计量回归模型分析中，经常要用到这种分布。

四、F 分布

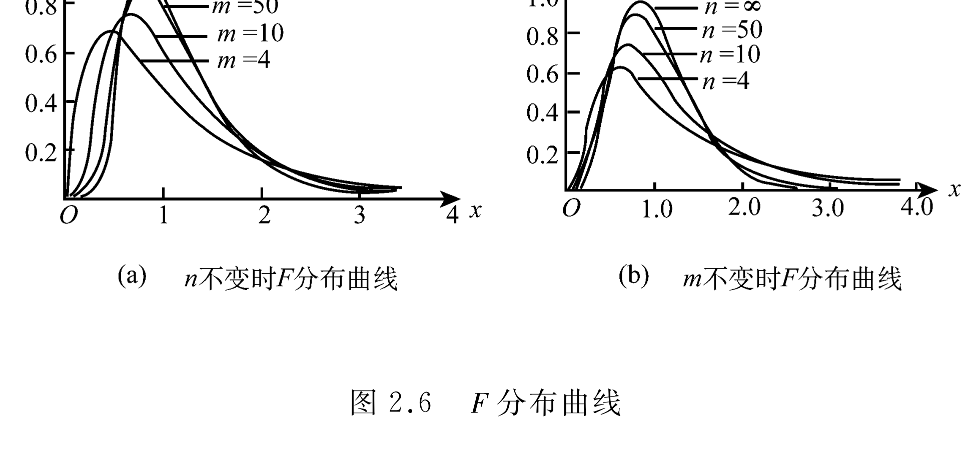
$X \sim \chi^2(n)$，$Y \sim \chi^2(m)$，且相互独立，则称：

$$F=\frac{X/n}{Y/m}$$

服从自由度为(n, m)的 F 分布，记作 $F \sim F(n, m)$。

F 分布的概率密度为：

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\Gamma\left(\dfrac{n+m}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)\Gamma\left(\dfrac{m}{2}\right)}\left(\dfrac{n}{m}\right)\left(\dfrac{n}{m}x\right)^{\frac{n}{2}-1}\left(1+\dfrac{n}{m}x\right)^{-\frac{n+m}{2}} & x>0 \\ 0 & x \leqslant 0\end{cases} \tag{2.5}$$



(a) n不变时F分布曲线　(b) m不变时F分布曲线

图 2.6 F 分布曲线

F 分布的性质：

(1) 如果 $X \sim F(n, m)$，则 $\frac{1}{X} \sim F(m, n)$。

这是因为：

$$X \sim F(n, m)$$

令：

$$Y \sim \chi^2(n) \qquad Z \sim \chi^2(m)$$

则：

$$X = \frac{Y/n}{Z/m} \sim F(n, m)$$

因此有：

$$\frac{1}{X} = \frac{Z/m}{Y/n} \sim F(m, n)$$

(2)若 $X \sim t(n)$，则 $X^2 \sim F(1, n)$。这是因为 $X \sim t(n)$，可以推得 $Y \sim N(0, 1)$，$Z \sim \chi^2(n)$，且 Y 与 Z 相互独立，并且：

$$X = Y \Big/ \sqrt{\frac{Z}{n}}$$

对上式两边进行平方：

$$X^2 = \frac{Y^2}{Z/n}$$

又因为 $Y \sim N(0,1)$，则 $Y^2 \sim \chi^2(1)$，所以根据 F 分布的定义可知 $X^2 = \frac{Y^2}{Z/n} \sim F(1, n)$。$F$ 分布的这一性质表明，如果有必要，可以将 t 分布推断转化为 F 分布来处理。

(3) 若 $X \sim F(n, m)$，则有：$E(X) = \frac{m}{m-2}(m > 2)$，$\mathrm{Var}(X) = \frac{2m^2(m+n-2)}{n(m-2)^2(m-4)}$ $(m > 4)$。

(4) $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立，且服从 $N(0, \sigma^2)$ 分布，令 $Q_i (i = 1, 2, \cdots, k)$ 为秩 n_i 的非负定二次型，另又令 $Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_k = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$，$n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$，则 $F = \frac{Q_i / n_i}{Q_j / n_j} \sim F(n_i, n_j)$。

F 分布在计量经济学中也有十分广泛而重要的应用，我们检验回归方程的代表性就要用到 F 分布。

第五节　抽 样 分 布

一、正态总体样本的线性函数的分布

假设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$的容量为 n 的样本，令：

$$X = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i$$

$a_0, a_1, \cdots, a_n$ 为常数，那么有：

$$X \sim N\left(a_0 + \mu\sum_{i=1}^{n} a_i, \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} a_i^2\right) \tag{2.6}$$

二、抽样分布的含义

统计量是样本的函数，那么随着抽到的样本的变化，统计量的值彼此之间是有差异的。这说明统计量也是一个变量，而且还是一个随机变量，这自然就有与概率分布相联系的问题。笼统地说，统计量的概率分布就是抽样分布。具体地讲，抽样分布就是从总体中抽出相同容量的全部样本，并计算出统计量的值，然后按统计量的值所编制的频数分布。

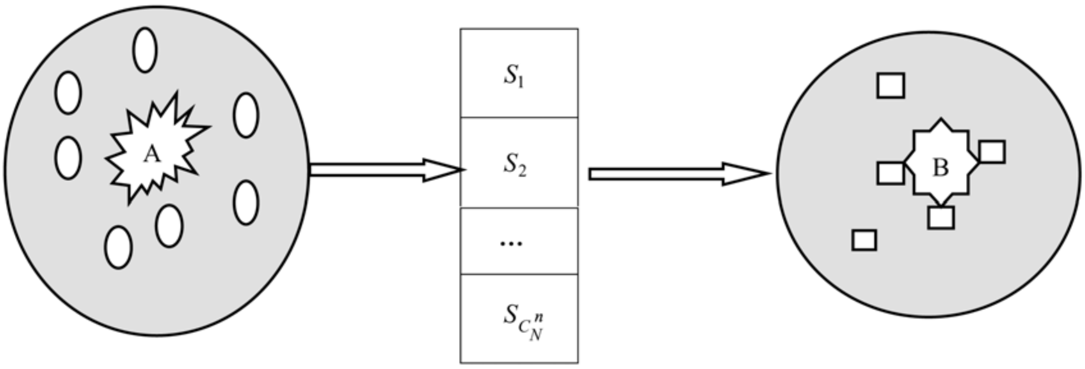


图 2.7　抽样分布的形成

为更好地理解抽样分布的概念，我们来举个例子。假定某个总体只包括 5 个单位，变量值分别是：50，60，70，80 和 90，现抽取容量为 2 的样本，用样本均值估计总体均值，则总体分布和样本均值分布的情况如表 2.1、表 2.2 所示。

表 2.1　总体分布表

变量 X 的取值	50	60	70	80	90
频率(%)	20	20	20	20	20

表 2.2 样本均值分布表

样本均值($\bar{x}_i$)	50	55	60	65	70	75	80	85	90
频率(%)	4	8	12	16	20	16	12	8	4

从图 2.9 和图 2.8 的比较中,可以清晰地看出,抽样分布与总体分布是不同的,在例子中,总体分布为离散均匀分布,而样本均值的分布则成了对称的二项分布。但也应注意到,抽样分布的均值与总体分布的均值完全相等,抽样分布的方差比总体方差小。在本例中:

总体均值:

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i = \frac{1}{5}\times(50+60+70+80+90) = 70$$

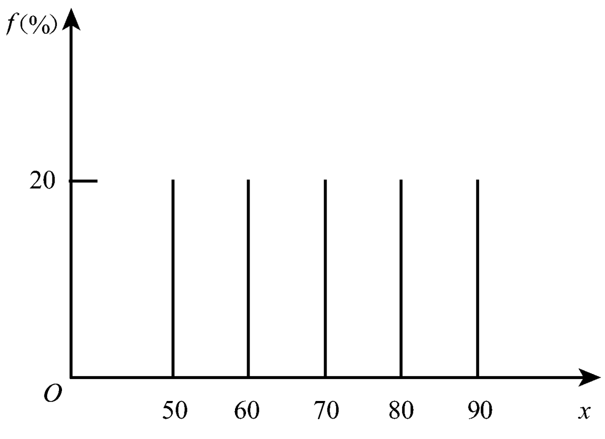


图 2.8 总体分布

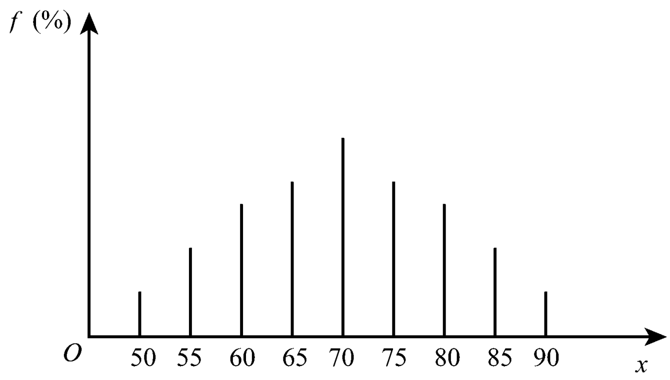


图 2.9 样本均值分布图

总体方差:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{N}\times[(50-70)^2+(60-70)^2+\dots+(90-70)^2] = 200$$

样本均值:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i = 50\times4\% + 55\times8\% + \dots + 90\times4\% = 70$$

样本方差:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i = (50-70)^2\times4\% + (55-70)^2\times8\%$$
$$+\cdots+(90-70)^2\times4\% = 100$$

了解抽样分布与总体分布之间的这种关系十分必要,它是建立抽样推断的理

论依据。抽样分布的作用表现在多个方面,其中最重要的两点是:①可据抽样分布研究统计量的性质。②可对统计推断方法进行评价。

一般地,统计量的分布是可以找到的,如果对任一自然数 n,样本统计量 $f(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$的分布都能明确给出,则称这样的抽样分布为精确分布。概率统计中,统计量的精确分布对研究容量较小样本的推断问题特别有价值,所以具有精确分布的统计问题,常被归结为“小样本理论”。如果样本容量 n 无限增大时,统计量 $f(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$的极限分布存在,则称这样的抽样分布为渐进分布。在概率统计中,用渐进分布代替精确分布进行研究,常被归类为“大样本理论”,它对讨论大样本统计推断问题具有重要的意义。

三、样本均值的抽样分布

(一) 单样本均值抽样分布

样本均值的抽样分布,与总体范围的大小有关,与样本来自的总体的分布性质有关,还与样本的容量和样本的抽取方式有关。如果是正态分布总体,那么不管样本的大小怎样,样本均值都将服从正态分布。如果总体不是正态分布,由中心极限定理知,当样本容量 n 很大的时候,样本均值的抽样分布可以用正态分布来近似,而样本较小时,样本均值的抽样分布将不服从正态分布。

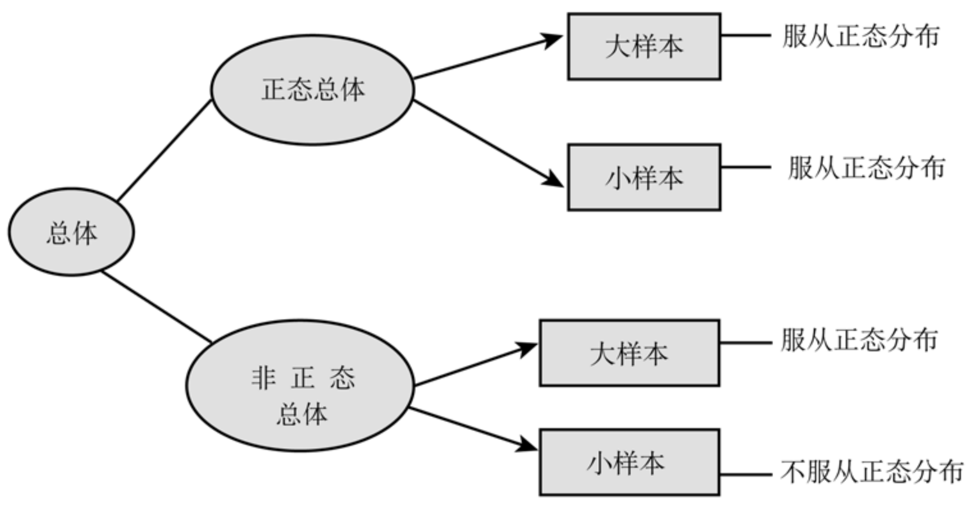


图 2.10　样本均值分布与总体分布的关系

重置抽样与不重置抽样,是从总体中抽取样本元素的两种基本的抽样方式。重置抽样是指,在从总体 N 个单位中抽取 n 个单位作为样本时,每次只从总体中抽取一个单位,进行登记后再把它放回到原来的总体中去,让这个被抽出来的单位再有机会参加下一次抽选。这种抽样方式的特点是,总体单位数在每一次抽样时