

◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

## Egyszerű gépek: A lejtő

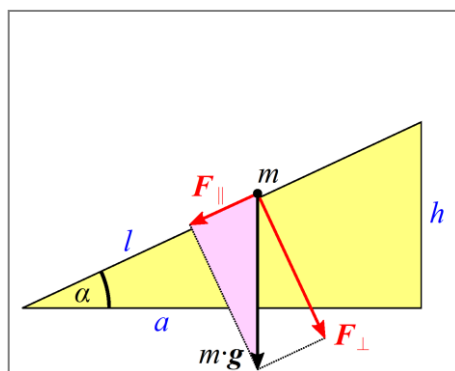
Az egyszerű gépek olyan, többnyire már az ókorban is ismert eszközök, melyek segítségével az emberi vagy állati izomerő, illetve később az erőgépek által kifejtett erő nagysága (és néha iránya) megváltoztatható. Ezeket az eszközöket többnyire az erő növelésére használjuk, így olyan feladatok is elvégezhetők segítségükkel, amelyek meghaladják az ember (állat vagy erőgép) képességeit: Például nehéz tárgyak felemelése, tárgyak összeszorítása, egymáshoz préselése, testek szétfeszítése, széthasítása stb.

### Lejtő

A lejtő egy ferde helyzetű síklap, amelyen (ha a súrlódás elhanyagolható) a test a súlyánál kisebb erővel is magasabb helyzetbe juttatható. Néha lejtőt használnak a tehergépkocsik rakodására, de lejtő segítségével jutnak fel a hegyekre, hágókra a járművek is. (Ez utóbbi esetben azonban a lejtő nem sík, meredeksége az út egyes szakaszain különböző mértékű lehet.)



Vizsgáljuk meg a lejtőre helyezett  $m$  tömegű pontszerű testre ható erőket! A testre hat az  $m \cdot g$  nehézségi erő. Ez felbontható két olyan összetevőre, amelyek közül az egyik a lejtővel párhuzamos, a másik pedig a lejtőre merőleges. A rajzon látható kiszínezett derékszögű háromszögek hasonlóak, mert jobb felső hegyesszögük megegyezik (egyállású szögek).



A hasonlóság miatt a megfelelő oldalai aránya is megegyezik, azaz:

$$\frac{F_{\parallel}}{m \cdot g} = \frac{h}{l}.$$

Ebből a lejtővel párhuzamos összetevő nagysága:

$$F_{\parallel} = m \cdot g \cdot \frac{h}{l}.$$

Ha a lejtő vízszintessel bezárt szöge  $\alpha$ , akkor a sárga derékszögű háromszögből

$$\frac{h}{l} = \sin \alpha.$$

Így a nehézségi erő lejtővel párhuzamos összetevőjének nagysága:

$$F_{\parallel} = m \cdot g \cdot \frac{h}{l} \quad \text{vagy} \quad F_{\parallel} = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

Ehhez hasonlóan látható be, hogy

$$\frac{F_{\perp}}{m \cdot g} = \frac{a}{l}.$$

Így a nehézségi erő lejtőre merőleges összetevőjének nagysága

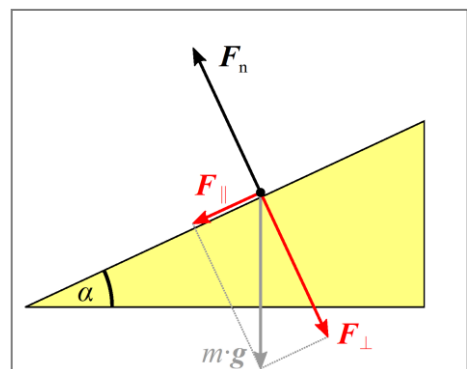
$$F_{\perp} = m \cdot g \cdot \frac{a}{l} \quad \text{vagy} \quad F_{\perp} = m \cdot g \cdot \cos \alpha.$$

A nehézségi erő lejtővel párhuzamos összetevője a testet a lejtővel párhuzamosan, lefelé gyorsítja. A lejtőre merőlegesen viszont a test nem gyorsul, mert a lejtő ezt a lejtőre merőleges  $F_n$  nyomóerővel megakadályozza. Mivel a lejtőre merőleges irányban a test gyorsulása nulla, ezért a lejtőre merőleges erők összege nullvektor.

$$F_{\perp} + F_n = \mathbf{0}.$$

azaz

$$F_n = -F_{\perp}.$$



A lejtőn elhelyezkedő, magára hagyott testre tehát valójában két erő hat: a nehézségi erő és a lejtő által kifejtett nyomóerő. Ezek vektori összege az előbbieket felhasználva:

$$\begin{aligned}\Sigma \mathbf{F} &= m \cdot \mathbf{g} + \mathbf{F}_n = (\mathbf{F}_{\parallel} + \mathbf{F}_{\perp}) + \mathbf{F}_n = \\ &= \mathbf{F}_{\parallel} + (\mathbf{F}_{\perp} + \mathbf{F}_n) = \mathbf{F}_{\parallel} + \mathbf{0} = \mathbf{F}_{\parallel}.\end{aligned}$$

Tehát

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_{\parallel}.$$

A dinamika alapegyenlete alapján:

$$m \cdot \mathbf{a} = \Sigma \mathbf{F}.$$

$$m \cdot \mathbf{a} = \mathbf{F}_{\parallel}.$$

Ebből a gyorsulás nagysága meghatározható:

$$m \cdot a = F_{\parallel}.$$

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \frac{h}{l}.$$

$$a = g \cdot \frac{h}{l}.$$

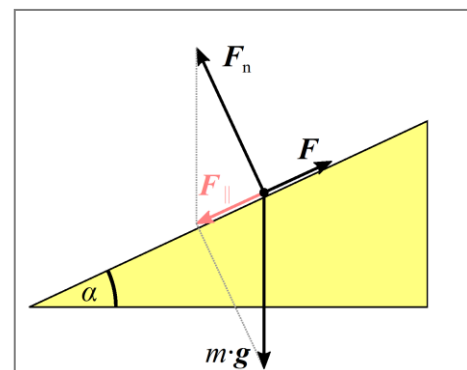
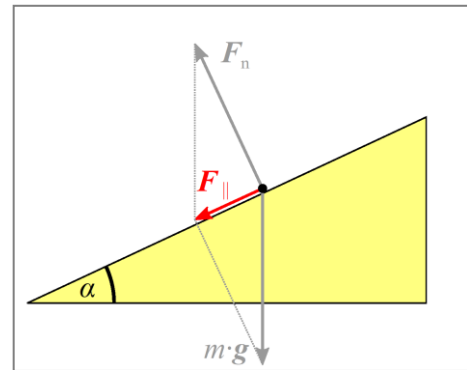
Eszerint az  $\alpha$  hajlásszögű lejtőn elhelyezkedő test gyorsulásának nagysága

$$a = g \cdot \frac{h}{l} \quad \text{vagy} \quad a = g \cdot \sin \alpha.$$

Ez az érték megegyezik a [Mozgás lejtőn](#) című fejezetben kísérleti úton kapott értékekkel.

Vizsgáljuk meg a lejtőre helyezett  $m$  tömegű pontszerű test *egyensúlyát*! Láttuk, hogy a  $h$  magasságú,  $l$  hosszúságú,  $\alpha$  hajlásszögű lejtőn elhelyezkedő testre ható nehézségi erő és a lejtő által kifejtett nyomóerő vektori összege a lejtővel párhuzamosan lefelé mutat és nagysága:

$$F_{\parallel} = m \cdot g \cdot \frac{h}{l} \quad \text{vagy} \quad F_{\parallel} = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$



A testet tehát egy ezzel ellentétes irányú, de ugyanekkora  $F$  erővel lehet egyensúlyban tartani. Eszerint az  $\alpha$  hajlásszögű lejtőre helyezett  $m$  tömegű test egyensúlyban tartásához

$$F = m \cdot g \cdot \frac{h}{l} \quad \text{vagy} \quad F = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

nagyságú, a lejtővel párhuzamosan felfelé ható erő szükséges.

Ez az erő mindig kisebb, mint a test  $m \cdot g$  nagyságú súlya, mert bármely derékszögű háromszögben a befogó kisebb, mint az átfogó. Eszerint tehát a testet a súlyánál kisebb erővel egyensúlyban lehet tartani a lejtőn, és minél kisebb a lejtő hajlásszöge, annál kisebb a szükséges erő.

A testet a lejtőn olyan erővel is egyensúlyban lehet tartani, amelynek lejtővel párhuzamos összetevője megegyezik az előbbi erővel, azaz

$$F = m \cdot g \cdot \frac{h}{l}. \quad (1)$$

nagyságú. Például a testet egyensúlyban lehet tartani olyan vízszintes  $F_v$  erővel, amelynek lejtővel

párhuzamos összetevője  $F$ . A lejtő háromszöge, valamint az  $F_v$  és  $F$  által meghatározott derékszögű háromszög hasonló, mert bal oldali hegyesszögük megegyezik (egyállású szögek). A hasonlóság miatt a megfelelő oldalaik aránya is megegyezik, azaz:

$$\frac{F_v}{F} = \frac{l}{a}.$$

Ebből a keresett erő nagysága:

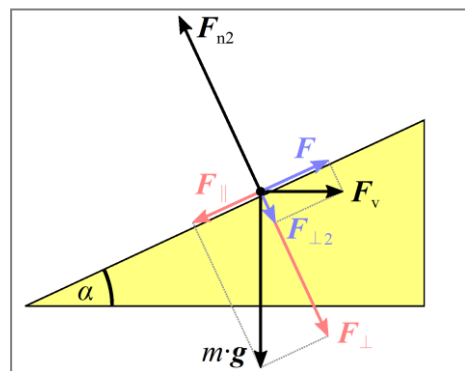
$$F_v = \frac{l}{a} \cdot F.$$

Az (1) összefüggést felhasználva:

$$F_v = \frac{l}{a} \cdot F = \frac{l}{a} \cdot m \cdot g \cdot \frac{h}{l} = m \cdot g \cdot \frac{h}{a}.$$

Ebből az  $\alpha$  hajlásszögű lejtőre helyezett  $m$  tömegű test egyensúlyban tartáshoz szükséges vízszintes irányú erő nagysága:

$$F_v = m \cdot g \cdot \frac{h}{a} \quad \text{vagy} \quad F_v = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$



Ez az erő akkor kisebb, mint a test  $m \cdot g$  nagyságú súlya, ha  $h < a$ , azaz  $\alpha < 45^\circ$ . Eszerint, ha a lejtő hajlásszöge  $45^\circ$ -nál kisebb, akkor a testet a súlyánál kisebb vízszintes irányú erővel is egyensúlyban lehet tartani a lejtőn, és minél kisebb a lejtő hajlásszöge, annál kisebb a szükséges erő. A rajz vagy a levezetés alapján az is belátható, hogy

$$F_v > F.$$




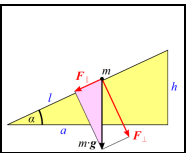
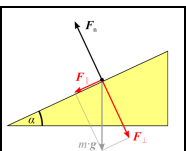
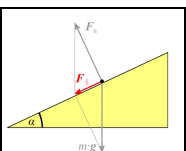
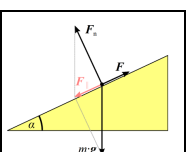
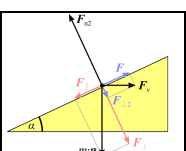
*Ilyenkor tehát a test egyensúlyban tartásához nagyobb erőre van szükség, mint amikor a lejtővel párhuzamos erővel tartjuk egyensúlyban a testet.*

Az  $F_v$  erőnek azonban van a lejtőre merőleges összetevője is. A rajz alapján egyszerűen belátható, hogy egyensúly esetén:

$$F_{n2} = -(F_{\perp} + F_{\perp 2}).$$

*Ilyenkor tehát a lejtő nagyobb erővel nyomja a testet, mint amikor a lejtővel párhuzamos erővel tartjuk egyensúlyban a testet.*

## Képek jegyzéke

	<p><b>Tehergépkocsi lejtősre állított rakfelülettel</b>  <b>W</b> <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Flat_Bed_Tow_Truck.jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Flat_Bed_Tow_Truck.jpg</a></p>
	<p><b>Fogaskerekű vasút (Rigibahn, Svájc)</b>  <b>W</b> <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VRB_H_1-2_bei_Freibergen.jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VRB_H_1-2_bei_Freibergen.jpg</a></p>
	<p><b>Szerpentin (Grossglockner, Ausztria)</b>  <b>©</b> <a href="http://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0400.jpg">http://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0400.jpg</a></p>
	<p><b>A nehézségi erő összetevői</b>  <b>©</b> <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0179.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0179.svg</a></p>
	<p><b>A testre ható nyomóerő</b>  <b>©</b> <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0180.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0180.svg</a></p>
	<p><b>A lejtőn lévő testre ható erők eredője</b>  <b>©</b> <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0181.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0181.svg</a></p>
	<p><b>Egyensúly lejtőn (lejtővel párhuzamos erővel)</b>  <b>©</b> <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0182.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0182.svg</a></p>
	<p><b>Egyensúly lejtőn (vízszintes erővel)</b>  <b>©</b> <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0183.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0183.svg</a></p>

### Jelmagyarázat:

**©** **Jogvédelem** anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

**W** A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.

	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---