

◀	Tartalom	Fogalmak	Törvények	Képletek	Lexikon	▶
---	----------	----------	-----------	----------	---------	---

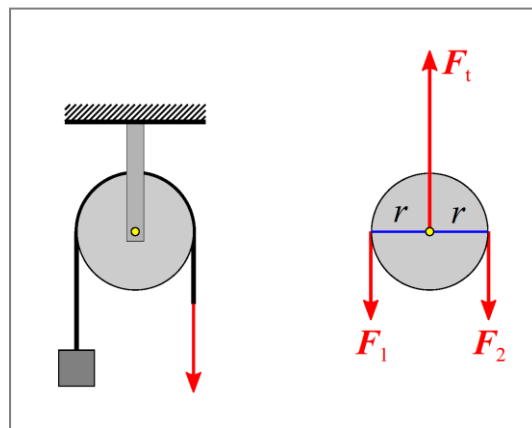
Egyszerű gépek: Csigák, csigasor, hengerkerék

Az állócsiga

Az állócsiga egy rögzített tengely körül forgatható, henger alakú merev test, amelynek palástján egy mélyedés fut körbe. Ebbe a mélyedésbe illeszkedik a kötél vagy a láncc, amely az erőket a csigához továbbítja (többnyire a kötél és a csiga közti tapadási súrlódást kihasználva). A csigát nehezebb tárgyak emelésére, illetve az erő irányának megváltoztatására használják. Gyakran alkalmazzák építkezéseken teher felemelésére, darukon, vitorlás hajókon. A liftekben szintén állócsigák tartják azt a drótkötelet, amely a liftszelekrényt és az ellensúlyt tartja.



Ha egy állócsigával a rajzon látható módon egy terhet emelünk fel, akkor a csigára három erő hat: a teher F_1 súlya és a csiga kiegyensúlyozásához kifejtett F_2 erő, (ezeket a kötél továbbítja a csigához), valamint a tengely által kifejtett F_t tartóerő. Az állócsiga akkor lehet egyensúlyban, ha az erők vektori összege nullvektor, és az erők forgatónyomatékának összege nulla, azaz:



$$\Sigma F = 0,$$

$$\Sigma M = 0.$$

Részletesen felírva:

$$F_t - F_1 - F_2 = 0, \tag{1}$$

$$F_1 \cdot r - F_2 \cdot r = 0. \tag{2}$$

A csiga egyensúlyban tartásához szükséges erő a (2) összefüggésből:

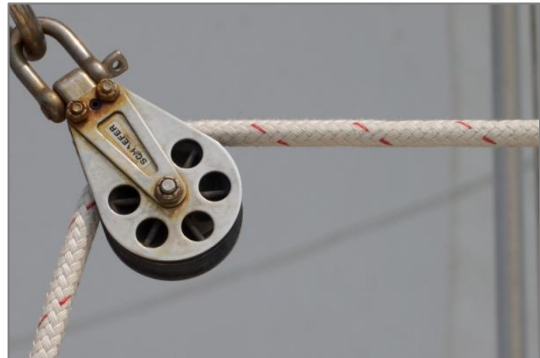
$$F_1 \cdot r - F_2 \cdot r = 0, \quad /:r$$

$$F_1 - F_2 = 0,$$

$$F_2 = F_1.$$

(3)

Eszerint az állócsiga egyensúlyban tartásához szükséges erő nagysága ugyanakkora, mint a teher súlya. Hasonlóan igazolható, hogy az egyensúlyra kapott (3) összefüggés akkor is érvényes, ha F_1 és F_2 nem párhuzamos egymással. Az állócsiga tehát nem csökkenti le a kiegyensúlyozásához szükséges erőt, de tetszőlegesen módosítható vele az erő iránya.



Az (1) összefüggésből meghatározható a tartóerő nagysága:

$$F_t - F_1 - F_2 = 0,$$

$$F_t = F_1 + F_2,$$

$$F_t = 2 \cdot F_1.$$

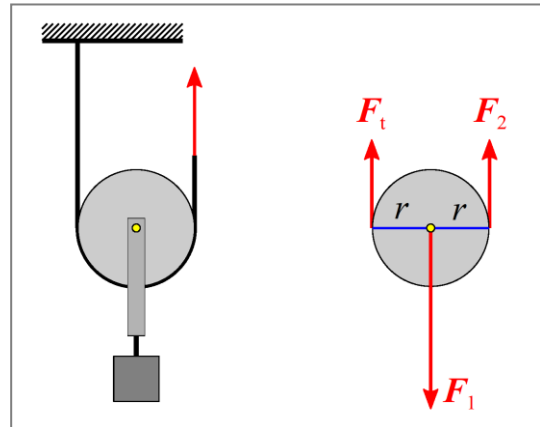
Ez az összefüggés azonban csak akkor érvényes, ha F_1 és F_2 párhuzamos egymással, mert egyébként a levezetésben az (1) összefüggés helyett az erők szögét is figyelembe vevő, bonyolultabb képletet kellene használni.

A mozgócsiga

A mozgócsiga csupán abban különbözik az állócsigától, hogy *tengelye nincs rögzítve*, a csigát a rajta átvezetett kötelek tartják, a teher pedig a csiga tengelyét húzza. A csigán átvezetett kötélek egyik vége többnyire egy rögzített ponthoz (mennyezet, gerenda, tartószerkezet stb.) csatlakozik. A mozgócsigát gyakran alkalmazzák például vitorlás hajókon és emelődarukon. (Lásd a jobb oldali fényképen!) Ugyancsak mozgócsigát használnak a villamosított vasútvonalakon a felsővezeték betonsúlyokkal történő megfeszítésére is. (Lásd a *Kiegészítések*-ben!)



Ha egy mozgócsigával a rajzon látható módon egy terhet emelünk fel, akkor a csigára három erő hat: a teher F_1 súlya a tengelynél, továbbá a tartószerkezet által kifejtett F_t tartóerő és a csiga kiegyensúlyozásához szükséges F_2 erő (ez utóbbi kettőt a kötélt továbbítja a csigához).



Az egyensúly feltételei:

$$\Sigma F = 0,$$

$$\Sigma M = 0.$$

Részletesen felírva:

$$F_t - F_1 + F_2 = 0, \tag{4}$$

$$-F_t \cdot r + F_2 \cdot r = 0. \tag{5}$$

Az (5) összefüggésből kifejezhető a tartóerő nagysága:

$$-F_t \cdot r + F_2 \cdot r = 0, \quad /:r$$

$$-F_t + F_2 = 0,$$

$$F_t = F_2. \tag{6}$$

Ezt a (4) összefüggésbe helyettesítve:

$$F_t - F_1 + F_2 = 0,$$

$$F_2 - F_1 + F_2 = 0,$$

$$2 \cdot F_2 = F_1,$$

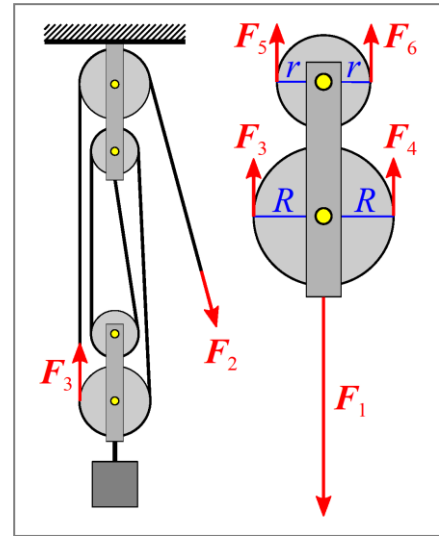
$$F_2 = \frac{F_1}{2}. \tag{7}$$

Eszerint a mozgócsiga egyensúlyban tartásához szükséges erő a teher súlyának a fele. Ugyanekkora a kötélt másik végén a tartóerő is.

Egyszerűen belátható, hogy az egyensúlyra kapott (6) összefüggés akkor is érvényes, ha a mozgócsigára ható erők nem párhuzamosak egymással. A (7) összefüggés azonban ilyenkor nem érvényes, mert a levezetésben a (4) összefüggés helyett az erők szögét is figyelembe vevő, bonyolultabb képletet kellene használni.

A csigasor

A csigasor több állócsiga és mozgócsiga összekapcsolásával jön létre. Az állócsigák is és a mozgócsigák is egy-egy közös tartószerkezetben helyezkednek el. A csigasort gyakran alkalmazzák például vitorlás hajókon és emelődarukon. Ha egy négy csigából álló csigasorral egy terhet emelünk fel, akkor *a csigasor mozgó részére* öt erő hat: a teher F_1 súlya, és a kötelek által kifejtett F_3 , F_4 , F_5 és F_6 erők. A teljes csigasor kiegyensúlyozásához szükséges erőt jelöljük F_2 -vel! Ha a csigasor mozgó része egyensúlyban van, akkor a rá ható öt erő vektori összege nulla:



$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0},$$

azaz

$$F_3 + F_4 + F_5 + F_6 - F_1 = 0. \quad (8)$$

Ha mozgórész csigái egyensúlyban vannak, akkor a rájuk ható forgatónyomatékok összege mindkét csigánál nulla:

$$\Sigma M_{\text{alsó}} = 0,$$

$$\Sigma M_{\text{felső}} = 0,$$

azaz a rajzon látható jelölésekkel

$$-F_3 \cdot R + F_4 \cdot R = 0,$$

$$-F_5 \cdot r + F_6 \cdot r = 0.$$

Ezekből a korábban látott módon adódik:

$$F_3 = F_4, \quad (9)$$

$$F_5 = F_6. \quad (10)$$

Egyszerűen belátható továbbá, hogy a felső állócsiga csak az erő irányát változtatja meg, ezért a rajz bal oldali részének megfelelően:

$$F_2 = F_3. \quad (11)$$

Ugyanez érvényes az alsó mozgócsigánál is, ezért:

$$F_4 = F_5. \quad (12)$$

A most felírt összefüggéseket (11) → (9) → (12) → (10) sorrendben egymás után alkalmazva, egyetlen képletben is felírhatjuk:

$$F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6.$$

A csigasor mozgó részére ható $F_3 \dots F_6$ erők tehát ugyanakkorák, mint a csigasor kiegyensúlyozásához szükséges F_2 erő. Ezt a (8) összefüggésbe behelyettesítve:

$$F_3 + F_4 + F_5 + F_6 - F_1 = 0,$$

$$F_2 + F_2 + F_2 + F_2 - F_1 = 0,$$

$$4 \cdot F_2 - F_1 = 0,$$

$$4 \cdot F_2 = F_1,$$

$$F_2 = \frac{F_1}{4}.$$



A négy csigából álló csigasor egyensúlyban tartásához szükséges erő tehát a teher súlyának a negyedrésze. Hasonlóan látható be, hogy ha a csigasor 6, 8, 10 csigát tartalmaz, akkor a csigasor egyensúlyban tartásához szükséges F_2 erő rendre:

$$F_2 = \frac{F_1}{6}, \quad F_2 = \frac{F_1}{8}, \quad F_2 = \frac{F_1}{10}.$$

Általánosságban is igazolható, hogy *a $2 \cdot n$ darab csigát tartalmazó csigasor egyensúlyban tartásához szükséges erő nagysága a teher súlyának $2 \cdot n$ -ed része:*

$$F_2 = \frac{F_1}{2 \cdot n}.$$

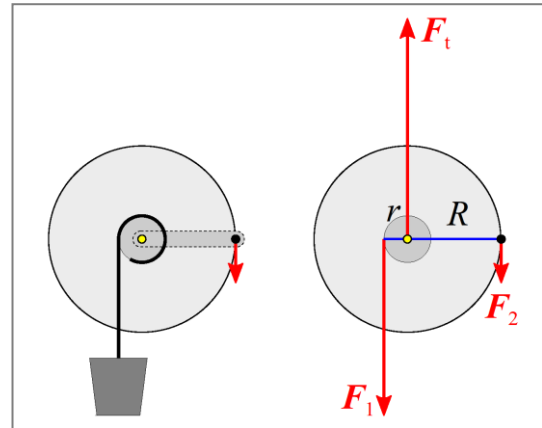
A képlet nevezője megegyezik a csigasor mozgó részét tartó kötélszakaszok számával! A csigák számának növelésével tehát csökkenthető a csigasor kiegyensúlyozásához szükséges erő, és ezáltal a kötelet feszítő erő. Így vékonyabb kötel vagy drótkötel is elegendő, amely könnyebb és könnyebben hajlik a csigákon.



A hengerkerék

A hengerkerék két különböző átmérőjű, egymáshoz erősített henger alakú merev testből áll, amelyek közös tengely körül forgathatók. Néha a nagyobb sugarú hengerre egy hajtókart erősítenek, illetve az egész hengert csak egy hajtókar helyettesíti. A kisebb sugarú hengerre általában kötelet (drótkötelet, láncot) erősítenek, amelynek egy része használat közben a hengerre tekeredik.

Ha egy hengerkerékkel a rajzon látható módon egy terhet emelünk fel, akkor a hengerkerékre három erő hat: a teher F_1 súlya (a kötéll közvetítésével) a hengerre, a tengely által kifejtett F_t tartóerő és a hengerkerék kiegyensúlyozásához szükséges F_2 erő a kerék peremén (vagy a hajtókar végén).



A hengerkerék egyensúlyának feltételei:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0},$$

$$\Sigma M = 0.$$

Részletesen felírva:

$$F_t - F_1 - F_2 = 0, \tag{13}$$

$$F_1 \cdot r - F_2 \cdot R = 0. \tag{14}$$

A hengerkerék egyensúlyban tartásához szükséges erő a (14) összefüggésből:

$$F_1 \cdot r = F_2 \cdot R,$$

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{r}{R}.$$

Mivel a henger r sugara kisebb, mint a kerék R sugara, ezért a hengerkerék egyensúlyban tartásához a teher súlyánál kisebb erő szükséges. A (13) képletet és a most kapott összefüggést felhasználva:

$$F_t - F_1 - F_2 = 0,$$

$$F_t = F_1 + F_2,$$

$$F_t = F_1 + F_1 \cdot \frac{r}{R} = F_1 \cdot \left(1 + \frac{r}{R}\right).$$

Ezek szerint a *hengerkerékre ható tartóerő nagysága:*

$$F_t = F_1 \cdot \left(1 + \frac{r}{R}\right).$$

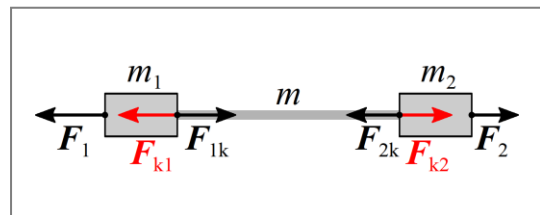
Hengerkereket használtak a kerek kutakon a vödör felhúzására. Ma elsősorban a különféle csörlőkben alkalmazzák őket, de hengerkeréknek tekinthető több olyan eszköz, amelynek hajtókarja van (pl. diódaráló).



Kiegészítések

1. A köté (drótkötél, lánc) legfőbb jellemzője, hogy alakja könnyen megváltoztatható, de ha végeire egy egyenesbe eső, ellentétes irányú erő hat, akkor a köté kiegyenesedik és megfeszül. Ettől kezdve alakja és mérete gyakorlatilag nem változik meg, függetlenül attól, hogy mekkora erők hatnak a két végére. Ilyen erőknél tehát a köté merev testnek tekinthető.

A rajz alapján vizsgáljuk meg a megfeszített kötére ható, és a hozzá kapcsolódó két testre a köté által kifejtett erőket! A kötére felírva a dinamika alapegyenletét:



$$m \cdot a = F_{k1} - F_{k2}.$$

Ha a köté tömege elhanyagolhatóan kicsi, akkor $m \approx 0$, ezért

$$0 \cdot a = F_{k1} - F_{k2},$$

$$0 = F_{k1} - F_{k2},$$

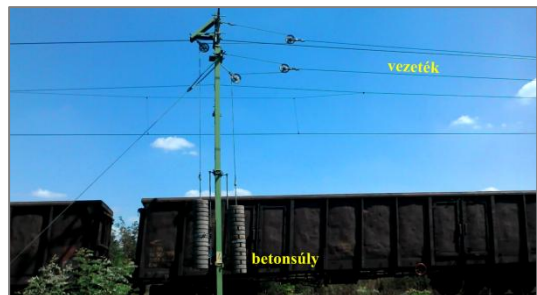
$$F_{k1} = F_{k2}.$$

A hatás-ellenhatás törvénye miatt $F_{k2} = F_{2k}$, ezt az előző képletbe helyettesítve:

$$F_{k1} = F_{k2} = F_{2k}.$$

Eszerint tehát, *ha a köté tömege elhanyagolható, akkor a köté egyik végére ható erő ugyanakkora, mint amekkora erővel a köté másik vége a hozzá kötött testet húzza.* A levezetésben nem használtuk fel, hogy a köté egyensúlyban van, tehát eredményünk akkor is használható, ha a $F_1 \neq F_2$, és emiatt a testek (a kötével együtt) gyorsulnak.

2. Ebben a fejezetben csak olyan csigákkal foglalkoztunk, amelyek súlya elhanyagolható a többi erőhöz képest. A gyakorlatban használt csigáknál ez a feltétel többnyire teljesül.
3. A tengelyek súrlódása befolyásolhatja a most tárgyalt egyszerű gépek egyensúlyi feltételeit. A gyakorlatban azonban jól csapágyazott tengelyeknél ez a hatás elhanyagolható mértékű.
4. A csigasornál valójában az állócsigához kapcsolódó utolsó kötélszakasz nem párhuzamos a többi kötélszakasszal. Az eltérés azonban általában nagyon kicsi, így a levezetett képlet alapján kiszámítható érték gyakorlatilag megegyezik a csigasor egyensúlyban tartásához szükséges erővel.
5. A vasúti felsővezetékek hossza a hőmérséklet változásai miatt folyamatosan változik. A távvezetékekkel ellentétben itt a vezetékek belógása nem megengedhető, mert a villanymozdonyok áramszedője beleakadhatna a lelógó vezetékbe. A felsővezeték ezért általában kb. 1500 m hosszú szakaszokra osztják, és az egyes szakaszokat középen rögzítik. A szakaszok mindkét végére egy mozgócsiga és egy állócsiga közbeiktatásával nehéz betonsúlyokat függesztenek. A hőtágulás miatti hosszúságváltozás ellenére ezek a súlyok mindig feszesen tartják a felsővezeték. (A jelenségről készült videó itt érhető el: [Vasúti felsővezeték hőtágulása - YouTube.](#))



Képek jegyzéke

	<p>Állócsiga</p> <p>© http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0010.jpg</p> <p><i>Forrás:</i> https://www.flickr.com/photos/56380734@N05/5401212929/sizes/o/</p>
	<p>Az állócsiga egyensúlya</p> <p>© http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0191.svg</p>
	<p>Az állócsiga megváltoztatja az erő irányát</p> <p>© http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0011.jpg</p> <p><i>Forrás:</i> https://www.flickr.com/photos/cogdog/6117969086/sizes/l/</p>
	<p>Mozgócsiga emelődarun</p> <p>W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sailors_assigned_to_the_U.S._7th_Fleet_command_ship_USS_Blue_Ridge_(LCC_19)_load_humanitarian_assistance_supplies.jpg</p>
	<p>A mozgócsiga egyensúlya</p> <p>© http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0192.svg</p>
	<p>A csigasor egyensúlya</p> <p>© http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0193.svg</p>
	<p>Csigasor vitorlás</p> <p>W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eckernf%C3%B6rde_-_Schiffbr%C3%BCcke_-_Au%C3%9Fenhafen_-_Jachara_03_ies.jpg</p>
	<p>Csigasor emelődarun</p> <p>W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:D%C3%BCsseldorf,_Kran_am_Parlamentsufer_--_2015_--_8201.jpg</p>

	<p>A hengerkerék egyensúlya © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0194.svg</p>
	<p>A kötéltre ható erők © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0195.svg</p>
	<p>Diódaráló, mint hengerkerék © http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0012.png <i>Rajz nélküli változat:</i> W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Diódaráló.jpg</p>
	<p>Vasúti felsővezeték megfeszítése csigákkal és betonsúllyal © http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0013.png <i>Videó:</i> © https://www.youtube.com/watch?v=6ns_rzJfN_w</p>

Jelmagyarázat:

- © **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.
- W A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.