

Klausur Schließende Statistik am 11.02.2011

Aufgabe 1 (11 Punkte)

Ein Glücksrad enthalte fünf Felder. Ein Feld ist rot, drei Felder sind blau und das letzte Feld ist grün.

- a) Das Glücksrad werde 15 mal gedreht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man 8 P.
- aa) genau sieben mal rot;
 - ab) mehr als vier mal grün;
 - ac) mindestens 5 jedoch weniger als 8 mal rot;
 - ad) genau 6 mal blau;
 - ae) mindestens 9 mal blau?
- b) Nun wird das Glücksrad 100 mal gedreht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man zwischen 55 und 59 3 P.
mal blau?

Aufgabe 2 (11 Punkte)

- a) Angenommen die Telefonierdauer bei Ortsgesprächen habe einen Erwartungswert von 3,1 Minuten mit 6 P.
einer Varianz von 1,4.
- aa) Wie groß ist die Varianz des arithmetischen Mittels bei einem Stichprobenumfang von 300?
 - ab) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das arithmetische Mittel einen Wert zwischen 2,3 und 3,9
annimmt, wenn
 - aba) der Stichprobenumfang 25 ist?
 - abb) der Stichprobenumfang 40 ist?
- b) Es sei X eine Zufallsvariable mit $E(X)=\mu$ und $\text{Var}(X)=\sigma^2$. Zeigen Sie, dass 5 P.

$$\hat{\Theta} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} X_i$$

ein konsistenter Schätzer für μ ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Bei der Abfüllung von Parfümflaschen soll in jede Flasche 115ml der edlen Flüssigkeit eingefüllt werden. Man geht davon aus, dass die Abfüllmenge normalverteilt ist. Bei einer Überprüfung von 10 zufällig ausgewählten Flaschen wurden folgende Mengen ermittelt:

118, 114, 108, 119, 121, 135, 128, 125, 120, 118

- a) Überprüfen Sie mit Hilfe eines Konfidenzintervalls, ob der Erwartungswert mit 99%-Wahrscheinlichkeit 4 P.
überdeckt wird.
- b) Wie verändert sich das Konfidenzintervall aus Aufgabenteil a), wenn der Stichprobenumfang bei der 2 P.
Überprüfung höher gewesen wäre (unter Konstanthaltung von \bar{x} und $\hat{\sigma}$)?

Aufgabe 4 (11 Punkte)

Die Gruppe der anonymen Makrobiotiker nimmt bei ihren monatlichen Treffen stets den Gewichtsverlust ihrer 8 Teilnehmer auf. Die Ergebnisse vom Monat Februar waren wie folgt:

Teilnehmer i	1	2	3	4	5	6	7	8
Gewichtsverlust in kg	5,1	2,0	4,5	3,7	1,8	2,3	2,8	3,1

- a) Ein Arzt vermutet, dass der 50%-Punkt des Gewichtsverlusts im Monat Februar 2,5kg beträgt. Testen Sie diese Nullhypothese zum 10%-Niveau. 5 P.
- b) Im vorherigen Monat Januar sah der Gewichtsverlust bei den selben 8 Teilnehmern etwas anders aus: 6 P.

Teilnehmer i	1	2	3	4	5	6	7	8
Gewichtsverlust in kg	1,2	0,7	-0,3	1,8	0,5	-0,7	1,5	2,1

Testen Sie die Nullhypothese, dass der Gewichtsverlust im Februar um 3kg höher ist als im Monat Januar ($\alpha=0,05$). Gehen Sie dabei davon aus, dass der Gewichtsverlust in beiden Monaten normalverteilt ist.

Aufgabe 5 (11 Punkte)

Eine Studentin der Wirtschaftswissenschaften behauptet, dass die Preise für Schuhe und Kleider miteinander korreliert sind, da sie auch häufig zusammen gekauft werden. Zur Überprüfung ihrer Vermutung erhebt sie den durchschnittlichen Schuh- und Kleiderpreis monatlich in einem Kalenderjahr und erhält folgende Werte (in Euro):

Monat	Jan	Feb	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Schuhpreis	103	95	99	100	99	97	103	100	95	97	98	102
Kleiderpreis	235	227	230	240	237	245	247	215	220	224	227	243

- a) Testen Sie unter der Normalverteilungsannahme für beide Größen die Hypothese, dass der Schuhpreis unabhängig vom Kleiderpreis ist ($\alpha = 0, 1$). 7 P.
- b) Es wird nun vielmehr vermutet, dass zwischen den beiden Größen ein starker positiver Zusammenhang besteht. Testen Sie erneut unter der Normalverteilungsannahme die Nullhypothese, dass der Korrelationskoeffizient zwischen den beiden Größen größer oder gleich 0,7 ist ($\alpha = 0,05$). 4 P.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

In Anlehnung an die in Aufgabe 5 erhaltenen Ergebnisse, möchte die Studentin nun den Kleiderpreis abhängig vom Schuhpreis modellieren. Die Werte für die jeweiligen Preise sind noch einmal in der Tabelle in Euro gegeben:

Monat	Jan	Feb	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Schuhpreis	103	95	99	100	99	97	103	100	95	97	98	102
Kleiderpreis	235	227	230	240	237	245	247	215	220	224	227	243

- a) Passen Sie ein lineares Regressionsmodell für den Kleiderpreis in Abhängigkeit vom Schuhpreis an. Interpretieren Sie die beiden Koeffizienten des Regressionsmodells. 4 P.
- b) Testen Sie die Nullhypothese, dass der Steigungsparameter gleich Null ist ($\alpha = 0, 05$). 4 P.
- c) Wie verändern sich die Schätzungen der Koeffizienten des Regressionsmodells aus Aufgabenteil a), wenn die Preise nicht in €, sondern in \$ (1€ = 1,3090\$) angegeben sind? 2 P.