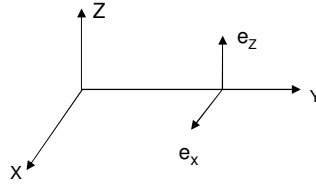


CAPÍTULO 2º



EMISIÓN: CONCEPTOS BÁSICOS

- Campo eléctrico: ondas planas progresivas



- Campo

$$\bar{e}(y,t) = \text{Re} \left[\bar{e}_o \cdot e^{j(\omega t - ky)} \right]; \quad k = 2\pi/\lambda$$

$$\bar{e}_o = e_x \cdot e^{j\varphi_x} \cdot \bar{u}_x + e_z \cdot e^{j\varphi_z} \cdot \bar{u}_z; \quad |e| = [e_x^2 + e_z^2]^{1/2}$$

$$\bar{e}_o = |e| \cdot [\cos \alpha \cdot e^{j(\varphi_x - \varphi_z)} \cdot \bar{u}_x + \text{sen } \alpha \cdot \bar{u}_z] \cdot e^{-j\varphi_z}$$



$$\bar{e}(y,t) = R e \left[|e| \cdot e^{j(\omega t - ky - \varphi_z)} \right] \cdot \bar{u}_r$$

\bar{u}_r : Vector radiación: define la polarización

Pol. Vertical $\bar{u}_r = \bar{u}_z$ $e_x = \varphi_x = 0$; $\alpha = \pi/2$

Pol. Horizontal $\bar{u}_r = \bar{u}_x$ $e_z = \varphi_z = 0$; $\alpha = 0$



▪ Relaciones básicas (vacío \approx aire)

– Constante dieléctrica: $\epsilon_o = 1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)$ (Farad/m)

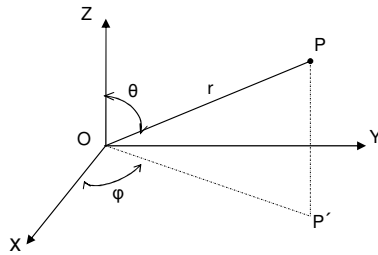
– Permeabilidad: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Newton/Amp²)

– Impedancia: $z_o = \frac{e}{h} = 120\pi$ (Ohm)

– Velocidad de propagación: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \cdot \epsilon_o}} = 3 \cdot 10^8$ m/s



- Parámetros y magnitudes características de la emisión



- Densidad de flujo: $s(\theta, \varphi) = \frac{|e(\theta, \varphi)|^2}{z_o} = \frac{|e(\theta, \varphi)|^2}{120\pi} \text{ (W / m}^2\text{)}$

- Intensidad de radiación: $i(\theta, \varphi) = s(\theta, \varphi) \cdot r^2 = \frac{dp_t(\theta, \varphi)}{d\Omega}$

- Potencia radiada: $p_t = \iint s(\theta, \varphi) ds = \iint i(\theta, \varphi) d\Omega$

– Antena isótropa:

$$i(\theta, \varphi) = \frac{P_t}{4\pi} ; \quad s(\theta, \varphi) = \frac{P_t}{4\pi r^2}$$

$$e(\theta, \varphi) = \sqrt{30} \cdot \frac{\sqrt{P_t}}{r}$$

– Antena cualquiera: Directividad

$$\frac{\text{Densidad de potencia en una dirección}}{\text{Densidad de potencia antena isótropa}} \Bigg|_{r = \text{cte}} = \frac{s(\theta, \varphi)}{[P_t / 4\pi r^2]}$$

$$D = \frac{S_{\max}}{[P_t / 4\pi r^2]}$$



- Rendimiento de una antena en transmisión:

$$\eta_t = \frac{p_t}{p_p + p_t} = \frac{R_r}{R_p + R_s}$$

p_t : Potencia radiada

p_p : Potencia disipada en la antena (pérdidas)

- Ganancia de potencia:

$$g(\theta, \varphi) = \eta_t \cdot d(\theta, \varphi)$$

- Para antenas sin pérdidas:

$$g(\theta, \varphi) = \frac{i(\theta, \varphi)}{i_{iso}} \Big|_{p_t} = \frac{i(\theta, \varphi)}{p_t / 4\pi} = \left[\frac{e(\sigma, \varphi)}{e_i} \right]_{p_t, d}^2$$

$$p_t = \iint i(\theta, \varphi) d\Omega = \frac{p_t}{4\pi} \iint g(\theta, \varphi) d\Omega \Rightarrow \iint g(\theta, \varphi) d\Omega = 4\pi$$



– Diagramas de radiación:

• Diagrama Vertical $g(\theta, \varphi) \Big|_{\varphi = cte}$

• Diagrama horizontal $g(\theta, \varphi) \Big|_{\theta = \pi/2}$

• Suelen ser relativos respecto de la ganancia máxima

– Potencia isotropa radiada equivalente (pire):

$$pire(\theta, \varphi) = p_i \cdot g(\theta, \varphi)$$



CAMPOS EN EMISIÓN

- **CONDICIONES DE ESPACIO LIBRE**

- Antenas Cualesquiera

$$g(\theta, \varphi) = \left[\frac{e_o(\theta, \varphi)}{e_{oi}} \right]^2$$

$$e_o(\theta, \varphi) = \sqrt{30} \frac{\sqrt{pire(\theta, \varphi)}}{r}$$

En unidades prácticas usuales. Campo máximo

$$e_o(mV/m) = 173,2 \frac{\sqrt{pire(kW)}}{r(km)}$$

$$E_o(dBu) = 74,8 + PIRE(dBW) - 20 \cdot \log r(km)$$



▪ ANTENAS USUALES

– Dipolo elemental $l \ll \lambda$; $i = \text{cte}$

$$e_o = 60 \pi \cdot \frac{l \cdot i}{\lambda \cdot r} ; R_r = 80 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$$

$$s = \frac{30 \pi}{r^2} \left(\frac{l \cdot i}{\lambda} \right)^2 \cdot \text{sen}^2 \theta$$

$$p_t = R_r \cdot i^2 = 80 \pi^2 \cdot i^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$$

$$e(mV/m) = 212,2 \frac{\sqrt{p_t(kW)}}{r(km)} = 173,2 \frac{\sqrt{p_t(kW) \cdot (3/2)}}{r(km)}$$

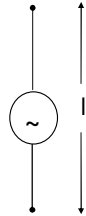
$$g_t = 3/2 ; G_t = 10 \cdot \log(3/2) = 1,76 \text{ dB}$$

– Directividad: $d(\theta) = \frac{3}{2} \text{sen}^2 \theta$



– Dipolo corto: Variación lineal de la corriente

- Equivale a un dipolo elemental con la mitad de la corriente



$$e_o = 30 \pi \cdot \frac{l \cdot i}{\lambda \cdot r} \cdot \text{sen } \theta$$

$$s(\theta) = \frac{15}{2} \cdot \frac{\pi}{r^2} \cdot \left(\frac{l \cdot i}{\lambda} \right)^2 \cdot \text{sen}^2 \theta$$

$$p_t = 20 \pi^2 \cdot \left(\frac{l \cdot i}{\lambda} \right)^2$$

$$d(\theta) = \frac{3}{2} \cdot \text{sen}^2 \theta$$



– Dipolo largo: brazo de longitud, l : corriente sinusoidal

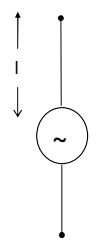
– Valor eficaz máximo i_m

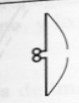
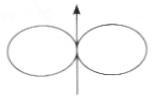
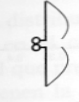
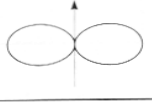
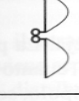
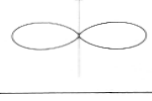
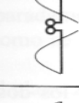
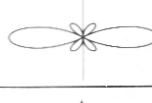
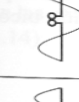
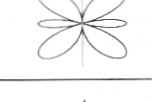

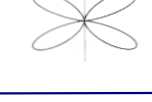
$$|e_\theta| = \frac{60 \cdot i_m}{r} \left[\frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos(kl)}{\sin \theta} \right]$$

$$s = \frac{30 \cdot i_m^2}{\pi \cdot r^2} \left[\frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos(kl)}{\sin \theta} \right]^2$$

$$p_t = 60 i_m^2 \int_0^\pi \frac{[\cos(kl \cos \theta) - \cos(kl)]^2}{\sin \theta} \cdot d\theta$$

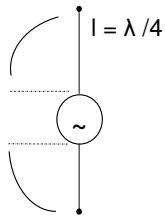
$$R_r = p_t / i^2(0)$$



		$H = \lambda/4$ $\Delta\theta_{-3dB} = 78^\circ$	$R_r = 73 \Omega$ $D = 1,64$
		$H = 3\lambda/8$ $\Delta\theta_{-3dB} = 64^\circ$	$R_r = 360 \Omega$ $D = 1,94$
		$H = \lambda/2$ $\Delta\theta_{-3dB} = 48^\circ$	$R_r = \infty \Omega$ $D = 2,41$
		$H = 5\lambda/8$ $\Delta\theta_{-3dB} = 33^\circ$	$R_r = 210 \Omega$ $D = 3,33$
		$H = 3\lambda/4$ $\Delta\theta_{-3dB} = 33^\circ$ $\theta_{max} = 43^\circ$	$R_r = 99,5 \Omega$ $D = 2,17$
		$H = \lambda$ $\Delta\theta_{-3dB} = 27^\circ$ $\theta_{max} = 57^\circ$	$R_r = \infty \Omega$ $D = 2,52$



– Dipolo $\lambda/2$; $l = \lambda/4$



$$e_o = 60 \cdot \frac{i_m}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos \theta\right)}{\text{sen } \theta}$$

$$s = \frac{30 \cdot i_m^2}{\pi \cdot r^2} \cdot \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos \theta\right)}{\text{sen } \theta} \right]^2$$

$$R_r = 60 \int_0^\pi \frac{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos \theta\right) \right]^2}{\text{sen } \theta} d\theta \approx 73 \text{ Ohm}$$

$$d = \frac{120}{73} = 1,64 ; \quad D = G = 2,15 \text{ dB}$$

- Valor máximo del campo ($\theta = 90^\circ$) en unidades habituales.

$$e (mV / m) = 222 \cdot \frac{\sqrt{p_t (kW)}}{r (km)}$$

- Concepto de pra de una antena.

$$pra (W) = p_t (W) \cdot g_{td}$$

g_{td} : ganancia antena respecto del dipolo $\lambda/2$.

$$PRA (dBW) = P_t (dBW) + G_{td} (dB)$$

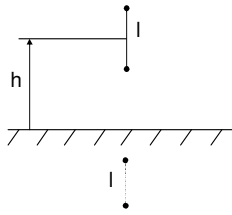
- En general.

$$e (mV / m) = 222 \cdot \frac{\sqrt{pra (kW)}}{r (km)}$$



▪ EFECTO DEL SUELO

- Teoría de imágenes.
- Dipolo elemental de longitud “ l ” a una altura determinada “ h ” sobre el suelo.



$$e(\theta) = 120\pi \frac{l \cdot i}{\lambda r} \cdot \text{sen} \theta \cdot \cos(kh \cos \theta)$$

$$s(\theta) = 120\pi \left(\frac{l \cdot i}{\lambda r} \right)^2 \cdot \text{sen}^2 \theta \cdot \cos^2(kh \cos \theta)$$

$$P_t = 240\pi^2 \left(\frac{l \cdot i}{\lambda} \right)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\text{sen}(2kh)}{(2kh)^3} \right]$$

$$R_r = 240\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\text{sen}(2kh)}{(2kh)^3} \right]$$



– Caso particular $h \approx 0$

$$e(\theta) = 120 \pi \cdot \frac{l \cdot i}{\lambda \cdot r} \text{sen } \theta \text{ (doble que en espacio libre)}$$

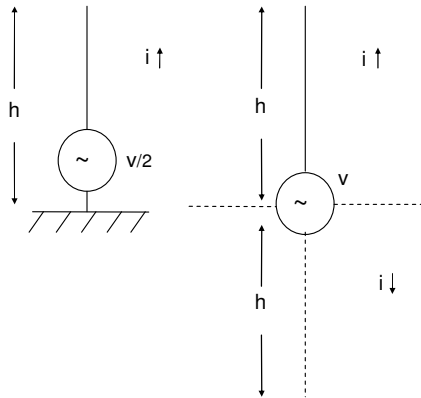
$$s(\theta) = 120 \pi \cdot \left(\frac{l \cdot i}{\lambda \cdot r} \right)^2 \text{sen}^2 \theta$$

$$p_t = 160 \pi^2 \cdot \left(\frac{l \cdot i}{\lambda} \right)^2$$

$$R_r = 160 \pi^2 \cdot \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$$

$$g = 3 \text{ (doble que en espacio libre)}$$

MONOPOLOS



- Campo igual al que produce en el hemisferio superior un dipolo (monopolo + imagen) de brazo igual a la longitud del monopolo y excitado con v para la misma corriente:

$$i(0)|_{\text{monopolo}} = i(0)|_{\text{dipolo}}$$

Equivalencia: Monopolo-Dipolo

- Campo:

$$e_o (\text{monopolo}) = e_o (\text{dipolo})$$

- Densidad de flujo:

$$s (\text{monopolo}) = \begin{cases} s (\text{dipolo}) & z > 0 \text{ hem. sup.} \\ 0 & z < 0 \text{ hem. inf.} \end{cases}$$

- Resistencia de radiación:

$$R_r (\text{monopolo}) = 1/2 R_r (\text{dipolo})$$

- Potencia radiada:

$$p_t (\text{monopolo}) = 1/2 p_t (\text{dipolo})$$

- Ganancia:

$$g_t (\text{monopolo}) = 2 g_t (\text{dipolo})$$



CASOS PARTICULARES DE MONOPOLO

1. ANTENA VERTICAL CORTA (AVC): $h/\lambda \ll 1$

Se aplican las formulas de equivalencia del dipolo elemental con $l = 2 h$.

– Campo: $e = 120\pi \cdot \frac{h \cdot i}{\lambda \cdot r} \cdot \text{sen}\theta$

– Resistencia de radiación: $R_r = 160\pi^2 \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$

– Ganancia: $g = 3$

– Campo máximo (unidades habituales):

$$e(\text{mv/m}) = 300 \frac{\sqrt{P_t(\text{kW})}}{r(\text{km})}$$



- Potencia radiada aparente de una antena respecto de una antena vertical corta

$$p_{r_{avc}} = p_t \cdot g_{avc}$$

- Campo producido por un monopolo cualquiera

$$e(mV/m) = 300 \cdot \frac{\sqrt{p_{r_{avc}}(kW)}}{r(km)}$$

$$E(dBu) = 109,5 + PRAVC(dBkW) - 20 \cdot \log r(km)$$



2. MONOPOLO $\lambda/4$

$$e_o = \frac{60 \cdot i}{r} \cdot \left[\frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos \theta \right)}{\text{sen } \theta} \right]$$

Para $\theta = 90^\circ$

$$e = \frac{60 \cdot i}{r} ; R_r = 36,5 \text{ Ohm}$$

$$p_t = 36,5 \cdot i^2$$

$$e(mV/m) = 314 \cdot \frac{\sqrt{p_t(kW)}}{r(km)}$$



EJEMPLOS

1. Emisión con potencia constante: Dipolo elemental

$$P_t = 100 \text{ W} ; r = 1 \text{ km} ; l/\lambda = 0,05$$

1a. Espacio libre:

$$R_r = 80 \cdot \pi^2 \cdot 0,05^2 = 1,97 \text{ Ohm} ; i_o = \sqrt{100/1,97} = 7,12 \text{ A}$$

$$e_o = 212,1 \cdot \sqrt{0,1} = 67,1 \text{ mV/m}$$

$$E = 20 \cdot \log(67,1 \cdot 10^3) = 96,5 \text{ dBu}$$

1b. Próximo al suelo:

$$R_r = 3,94 \text{ Ohm} ; i = i_o / \sqrt{2} = 5,03 \text{ A}$$

$$e = 300 \cdot \sqrt{0,1} = 94,9 \text{ mV/m} = \sqrt{2} \cdot e_o$$

$$E = 99,5 \text{ dBu}$$

Se reduce la corriente en $\sqrt{2}$ y aumenta el campo en $\sqrt{2}$

2. Para campo constante: $e = 10 \text{ mV/m}$

2a. Espacio libre:

$$p_t = \frac{(e \cdot r)^2}{30 \cdot (3/2)} = \frac{100}{45} = 2,2 \text{ W}$$

$$R_r = 80 \cdot \pi^2 \cdot 0,05^2 = 1,97 \text{ Ohm}$$

$$i = \sqrt{2,2/1,97} = 1,06 \text{ A}$$

2b. Próximo al suelo:

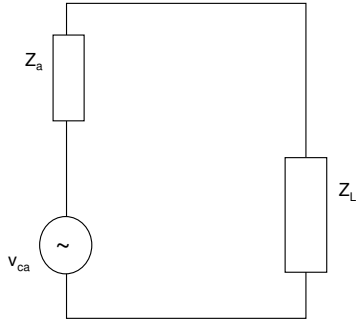
$$p_t = \frac{(e \cdot r)^2}{30 \cdot 3} = \frac{100}{90} = 1,1 \text{ W}$$

$$R_r = 3,94 \text{ Ohm} ; i = 0,53 \text{ A}$$

La potencia y la corriente se reducen a la mitad



ANTENAS DE RECEPCIÓN: CARACTERIZACIÓN LINEAL



- Circuito equivalente

- Impedancia interna

$$Z_a = R_a + jX_a ; \quad R_a = R_r + R_p$$

- Fuerza electromotriz

$$v_{ca} = e \cdot I_{ef}$$

I_{ef} : longitud efectiva

e : campo incidente

- Impedancia de carga

$$Z_L = R_L + jX_L$$

- Potencia transferida máxima (con adaptación, $Z_L = Z_a^*$)

$$P_{L\max} = \frac{|v_{ca}|^2}{4 \cdot R_L}$$

- Potencia transferida o entregada

$$P_L = P_{L\max} \cdot c_{des}$$

- Coeficiente de desadaptación

$$c_{des} = 1 - |\Gamma|^2$$

- Rendimiento antena

$$\eta_r = \frac{R_r}{R_p + R_r}$$



- Coeficiente de reflexión

$$\Gamma = \frac{Z_a - Z_L}{Z_a + Z_L} = \frac{R_r + R_p - R_L}{R_r + R_p + R_L}$$

Se consideran impedancias puramente resistivas

$$c_{des} = \frac{4(R_r + R_p) \cdot R_L}{(R_r + R_p + R_L)^2}$$

- Potencia entregada

$$p_{ant} = \frac{(e \cdot I_{ef})^2}{(R_r + R_p + R_L)} = p_{L \max} \eta_r \cdot c_{des} \cdot \frac{R_r + R_p + R_L}{R_L}$$



– Potencia en la carga

$$p_L = \frac{(e \cdot I_{ef})^2}{(R_r + R_p + R_L)^2} \cdot R_L = \frac{(e \cdot I_{ef})^2}{4R_r} \cdot \frac{R_r}{R_p + R_r} \cdot c_{des}$$

$$p_L = p_{Lmax} \cdot \eta_r \cdot c_{des}$$

– Potencia rerradiada

$$p_{rr} = \frac{(e \cdot I_{ef})^2}{(R_r + R_p + R_L)^2} \cdot R_L = p_{Lmax} \cdot \eta_r \cdot c_{des} \frac{R_r}{R_L}$$

– Potencia disipada

$$p_{dis} = \frac{(e \cdot I_{ef})^2}{(R_r + R_p + R_L)^2} \cdot R_p = p_{Lmax} \cdot (1 - \eta_r) \cdot c_{des} \frac{R_r}{R_L}$$

$$p_{ant} = p_L + p_{rr} + p_{dis}$$



- Para antenas adaptadas y sin pérdidas

$$c_{\text{des}} = 1 ; \eta_r = 1 ; R_p = 0 ; R_r = R_L$$

$$- p_{\text{ant}} = \frac{(e \cdot I_{ef})^2}{2 \cdot R_L}$$

$$- p_{rr} = \frac{(e \cdot I_{ef})^2}{4 \cdot R_r}$$

$$- p_L = \frac{(e \cdot I_{ef})^2}{4 \cdot R_L}$$



ANTENAS DE RECEPCIÓN: CARACTERIZACIÓN SUPERFICIAL

- Área o superficie equivalente (efectiva):

$$s_{ef} = \frac{p_L \text{ (potencia entregada | antena adaptada ideal)}}{s \text{ (densidad flujo potencia incidente)}}$$

$$s_{ef} = \frac{(e \cdot I_{ef})^2 / 4 \cdot R_r}{e^2 / 120 \pi} = I_{ef}^2 \cdot \frac{120 \pi}{4 \cdot R_r}$$

- Para un dipolo elemental: $I_{ef} = I$ y $R_r = 80 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$

$$s_{ef} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \text{Directividad}$$

- Generalización para cualquier antena:

$$s_{ef} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g_i$$

- Longitud efectiva:

$$\frac{e^2}{120\pi} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g_i = \frac{e^2 \cdot l_{ef}}{4 \cdot R_r}$$

$$l_{ef} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{R_r \cdot g_i}{120}}$$

- Para antenas referidas al dipolo $\lambda/2$ se usa, alternativamente:

$$l_{ef} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{R_r \cdot g_d}{73}}$$



CASO PARTICULAR MONOPOLOS

- Debido a la influencia del suelo no se cumple la relación: Área efectiva - Directividad (ganancia), que se tiene en condiciones de espacio libre.
- Para monopolos:

$$S_{efmon} = \frac{1}{2} \cdot S_{efdip}$$

$$l_{efmon} = \frac{1}{2} \cdot l_{efdip}$$

$$D_{mon} = 2 \cdot D_{dip}$$

$$\left(\frac{S_{ef}}{D} \right)_{mon} = \frac{(1/2) \cdot S_{efdip}}{2 \cdot D_{dip}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

EJEMPLO

- Para cálculo de enlaces móviles y de radiodifusión cuando se especifica la sensibilidad s (μV) en bornas de la antena receptora.

Dato: Sensibilidad s

Incógnita: Campo mínimo e

Del circuito equivalente resulta

$$\frac{e \cdot l_{ef}}{R_r + R_p + R_L} \cdot R_L = s$$

y de aquí se obtiene

$$e = \frac{2 \cdot s}{1 - \Gamma} \cdot \frac{\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{73}{R_r \cdot g_d}}$$



En unidades habituales

$$E \text{ (dBu)} = S \text{ (dBu)} + 20 \cdot \log f \text{ (MHz)} - G_d - 20 \cdot \log (1 - \Gamma) - 10 \cdot \log R_r - 15$$

Para $\Gamma = 0$ y $R_r = 50 \text{ Ohm}$

$$E \text{ (dBu)} = S \text{ (dBu)} + 20 \cdot \log f \text{ (MHz)} - G_d - 32$$

Si la sensibilidad se especifica en dBm

$$S \text{ (dBu)} = S' \text{ (dBm)} + 107$$



- Recepción TV analógica:

$$s = 200 \mu\text{V} ; f = 750 \text{ MHz} ; G_d = 6 \text{ dBd}$$

$$E = 20 \cdot \log 200 + 20 \cdot \log 750 - 6 - 32 = 65,5 \text{ dBu}$$

- Con $R_r = 75 \text{ Ohm} ; R_L = 50 \text{ Ohm} ; R_p = 2 \text{ Ohm}$

$$\Gamma = \frac{75 - 50}{75 + 50} = \frac{1}{5}$$

$$E = 20 \cdot \log 200 + 20 \cdot \log 750 - 6 - 20 \cdot \log (1 - 0,2) - 10 \cdot \log 75 - 15 = 65,7 \text{ dBu}$$

La diferencia es muy pequeña.



- Comunicaciones Móviles:

$$S = -104 \text{ dBm} ; f = 900 \text{ MHz} ; G_d = 0 \text{ dBd}$$

$$E = (-104 + 107) + 20 \cdot \log 900 - 32 = 30,1 \text{ dBu}$$

ENLACE RADIO COMPLETO

1. Espacio libre, antenas isótropas.

$$p_r = \frac{p_t}{4\pi \cdot r^2} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} = p_t \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi \cdot r} \right)^2$$

- Pérdida básica de propagación: siempre entre antenas isótropas.

$$l_{bf} = \frac{p_t}{p_r} = \left(\frac{4\pi \cdot r}{\lambda} \right)^2$$

$$L_{bf} \text{ (dB)} = 32,45 + 20 \cdot \log f(\text{MHz}) + 20 \cdot \log d \text{ (km)}$$

2. Espacio libre, antenas cualesquiera.

- Pérdida de transmisión

$$l_{tf} = \frac{l_{bf}}{g_t \cdot g_r}$$

$$L_{tf} \text{ (dB)} = L_{bf} \text{ (dB)} - G_t \text{ (dB)} - G_r \text{ (dB)}$$



CONDICIÓN DE CAMPO LEJANO

EJEMPLO

- Antenas parabólicas sin pérdidas:

$$g_t = g_r = \frac{k \cdot \pi^2 D^2}{\lambda^2}$$

Pérdida de transmisión en espacio libre

$$l_{ff} = \left(\frac{4\pi \cdot r}{\lambda} \right)^2 \cdot \left(\frac{\lambda^2}{k\pi^2 \cdot D^2} \right)^2 = \left(\frac{4r\lambda}{k\pi \cdot D^2} \right)^2$$

Si se elige

$$r < \frac{k\pi \cdot D^2}{4\lambda} = 0,216 \cdot \frac{2D^2}{\lambda}$$

Para $k = 0,55$; $D = 2$ m ; $\lambda = 1/8$ m ; $r < 13,8$ m

Resultaría $l_{ff} < 1$, lo que no es físicamente posible.

- El cálculo no es correcto porque las formulas solo valen para la situación de Campo Lejano.

Para las antenas parabólicas la distancia de campo lejano es:

$$r \geq \frac{2 \cdot D^2}{\lambda}$$

En el ejemplo $r \geq 64$ m.

Para la distancia de campo lejano

$$l_{yf} = \left(\frac{4\pi}{\lambda} \cdot \frac{2D^2}{\lambda} \right)^2 \cdot \left(\frac{\lambda^2}{k\pi^2 \cdot D^2} \right)^2 = \left(\frac{8}{k\pi} \right)^2 k = 0,55 \rightarrow l_{yf} = 21,4 > 1$$

3. Medio y antenas cualesquiera.

- Pérdida en exceso o atenuación de campo en un enlace

$$l_{ex} = \left(\frac{e_o}{e} \right)^2 ; \quad L_{ex} \text{ (dB)} = E_o \text{ (dBu)} - E \text{ (dBu)}$$

e_o : campo en espacio libre

e : campo en el medio en cuestión

$$p_r = \frac{e^2}{120\pi} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} = \frac{e_o^2}{120\pi} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \left(\frac{e}{e_o} \right)^2 = \frac{p_t}{4\pi r^2} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \left(\frac{e}{e_o} \right)^2$$

- Pérdidas básica y de transmisión

$$l_b = \frac{P_t}{P_r} = l_{bf} \cdot l_{ex}$$

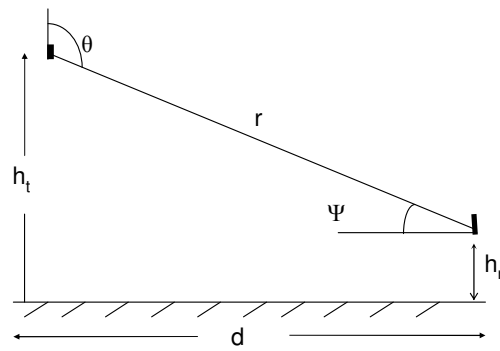
$$L_b = L_{bf} + L_{ex}$$

$$L_t = L_{bf} + L_{ex} - G_t - G_r$$



EJEMPLO: Influencia del suelo.

- Enlace entre los dipolos elementales sobre un suelo perfectamente conductor.



▪ En emisión:

– Densidad de flujo

$$s = \frac{p_i \cdot \left(\frac{3}{2} \cos^2 \Psi \right) \cdot [2 \cos \cdot (kh_t \cdot \text{sen} \Psi)]^2}{4\pi \cdot r^2 (1 + \Delta_t)}$$

– Intensidad de campo

$$e = 60\pi \left(\frac{l \cdot i}{\lambda \cdot r} \right) \cdot \cos \Psi \cdot [2 \cos (kh_t \cdot \text{sen} \Psi)]$$

– Resistencia de radiación

$$R_r = 80\pi^2 \cdot \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \cdot (1 + \Delta_t)$$



▪ En recepción:

– Superficie efectiva

$$S_{ef} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \frac{(3/2) \cdot \cos^2 \Psi}{(1 + \Delta_r)}$$

Pérdida de transmisión

$$l_t = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4\pi \cdot r}{\lambda} \right)^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{3}{2} \cdot \cos^2 \Psi \right)^2 \cdot \frac{[\cos(kh_t \cdot \text{sen} \Psi)]^2}{(1 + \Delta_t) \cdot (1 + \Delta_r)}}$$

$$\Delta = \frac{3}{(2kh)^2} \cdot \left[\frac{\text{sen}(2kh)}{2kh} - \cos(2kh) \right]$$

Válida para h_t y h_r ; $k = 2\pi/\lambda$



▪ Caso particular

$$h_t = h_r = 0 \rightarrow \Delta_t = \Delta_r = 1$$

Emisión

$$s = \frac{3p_t}{4\pi \cdot r^2} \text{ (W/m}^2\text{)}$$

$$e = 120\pi \frac{l \cdot i}{\lambda \cdot r} \text{ (V/m)}$$

$$R_r = 160\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \text{ (Ohm)}$$

Recepción

$$s_{ef} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$l_t = \left(\frac{4\pi \cdot r}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

$$L_t = L_{bf} - 3,5 \text{ (dB)}$$



POTENCIA ISÓTROPA DE RECEPCIÓN

- Potencia disponible en los terminales de una antena de recepción.

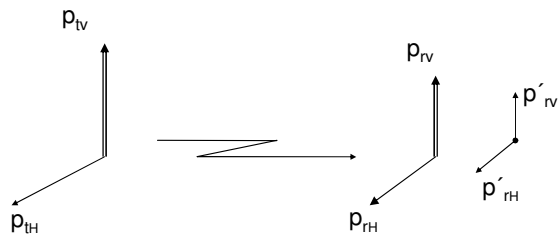
$$P_{\text{iso}} \text{ (dBm)} = \text{PIRE (dBm)} - L_b \text{ (dB)} + G_r \text{ (dB)}$$

RELACIONES PÉRDIDA BÁSICA-INTENSIDAD DE CAMPO

$$\frac{p_t \cdot g_t \cdot g_r}{l_b} = \frac{e^2}{120\pi} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g_r$$

- L_b (dB) = PIRE (dBm) - E (dBu) + 20·log f (MHz) + 77,2
- L_b (dB) = PRA (dBm) - E (dBu) + 20·log f (MHz) + 79,4

DISCRIMINACIÓN Y AISLAMIENTO DE POLARIZACIÓN



Discriminación Contrapolar

$$\text{XPD}_{V/H} = 10 \cdot \log \frac{p_{r,V/H}}{p'_{r,H/V}}$$

Potencias de componentes contrapolares

$$P'_{r,H/V} = \text{PIRE}_{V/H} - L_{bV/H} - \text{XPD}_{V/H} + G_{r,H/V}$$

- Aislamiento contrapolar

- Es una relación señal/interferencia

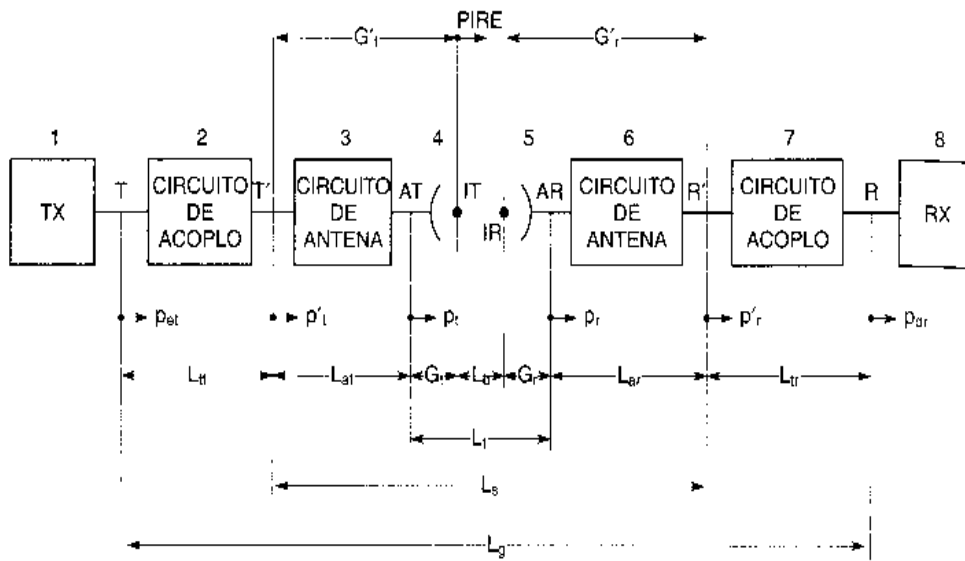
$$XPI_{V/H} = 10 \cdot \log \frac{P_{rV/H}}{P'_{rV/H}} = P_{rV/H} - P'_{rV/H}$$

$$XPI_{V/H} = PIRE_{V/H} - L_{bV/H} - PIRE_{H/V} + L_{bH/V} + XPD_{H/V}$$

Suponiendo, como es habitual, que la ganancia es la misma para las dos polarizaciones.



MODELO ENERGÉTICO DE SISTEMA RADIO



PARÁMETROS DE PÉRDIDAS

- Pérdida de transmisión

$$L_t = L_b - G_t - G_r$$

- Pérdida de sistema

$$L_s = L_t + L_{at} + L_{ar}$$

- Pérdida global

$$L_g = L_s + L_{tt} + L_{tr}$$



BALANCES DE ENLACE

- Potencia disponible en recepción

$$P_r = P_t - L_{tt} + G_t - L_b + G_r - L_{tr}$$

- Potencia isotrópica de recepción

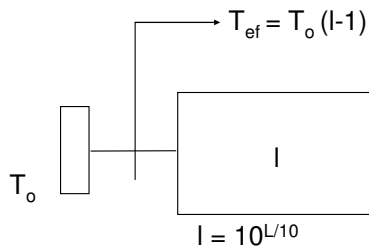
$$P_{iso} = P_t - L_{tt} + G_t - L_b + G_r$$

Potencias P en dBm

Pérdidas (L) y ganancias de antenas (G), en dB

RUIDO DE RECEPCIÓN

1. Cuadripolo pasivo: Fuente a T_o ; atenuación L (dB)



Temperatura de sistema en la entrada: $T_{SIS} = T_o + T_{ef}$
Factor ruido fuente $f_e = \frac{T_o}{T_o} = 1$

▪ Potencia disponible de ruido:

$$p_n = k \cdot (T_o + T_{ef}) \cdot B \cdot \frac{1}{l} = k \cdot T_o \cdot B$$

$$p_n = k \cdot T_o \cdot f \cdot B \cdot \frac{1}{l}$$

– Factor ruido del cuadripolo $f = l$; F (dB) = L (dB)

– Factor ruido del sistema $f_{sis} = f_e + f - 1$; $f_e = 1$; $f_{sis} = f$

2. Cuadripolo pasivo: Fuente a T (K); atenuación L (dB)

$$- T_{sis} = T + T_o(l - 1); f_e = \frac{T}{T_o}$$

$$- p_n = k[T + T_o(l - 1)] \cdot B \cdot \frac{1}{l} = k \cdot T_o \left(\frac{T}{T_o} + l - 1 \right) \cdot \frac{B}{l}$$

$$- f_{sis} = \frac{T}{T_o} + l - 1 = f_e + l - 1$$

$$- p_n = k \cdot T_o \cdot f_{sis} \cdot B \cdot \frac{1}{l}$$



3. Cuadripolo activo: factor de ruido F (dB); ganancia G (dB)



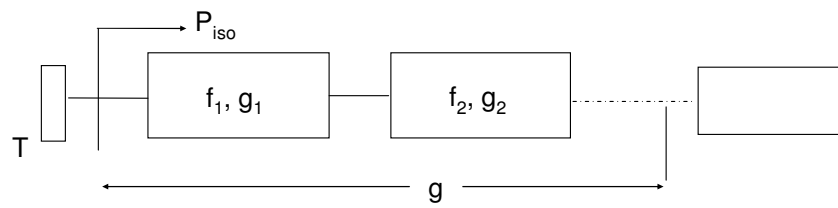
$$T_{SIS} = T + T_o (f - 1)$$

$$p_n = k [T + T_o (f - 1)] \cdot B \cdot g$$

$$f_{sis} = f_e + f - 1 ; f_e = T / T_o$$

$$p_n = k \cdot T_o \cdot f_{sis} \cdot B \cdot g$$

4. Cadena de cuadripolos: Fórmula de Friis



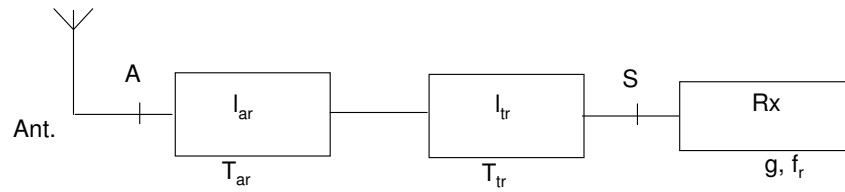
$$- T_{SIS} = T + T_o (f_1 - 1) + \frac{T_o (f_2 - 1)}{g_1} + \dots$$

$$- f_{sis} = f_e + f_1 - 1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \dots$$

- Relación e_b/n_o en recepción

$$\frac{e_b}{n_o} = \frac{c \cdot T_b}{p_n / B} = \frac{c}{n} \cdot \frac{B}{v_b} = \frac{p_{iso}}{k \cdot T_o \cdot v_b \cdot f_{sis}}$$

▪ Sistema receptor general.



– Factor ruido de la antena

$$f_a = \frac{k \cdot T_a \cdot B}{k \cdot T_o \cdot B} = \frac{T_a}{T_o}$$

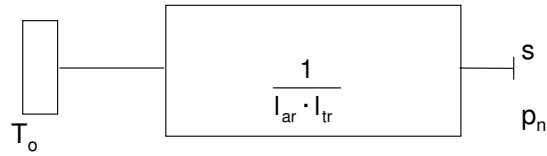
– Temperatura referida a la interfaz A

$$T_A = T_{sis} = T_a + T_{ar}(l_{ar} - 1) + \frac{T_{tr}(l_{tr} - 1)}{1/l_{ar}} + \frac{T_o(f_r - 1)}{1/(l_{tr} \cdot l_{ar})}$$

– Temperatura referida a la interfaz S

$$T_s = \frac{T_{sis}}{l_{ar} \cdot l_{tr}}$$

▪ Sistema equivalente.



– Potencia de ruido

$$p_n = k \cdot T_o \cdot f_{sis} \cdot B \cdot \frac{1}{l_{ar} \cdot l_{tr}} = k \cdot T_A \cdot B \cdot \frac{1}{l_{ar} \cdot l_{tr}}$$

– Factor de ruido del sistema

$$f_{sis} = \frac{T_{sis}}{T_o} = f_a + \frac{T_{ar}}{T_o} \cdot (l_{ar} - 1) + \frac{T_{tr}}{T_o} \cdot l_{ar} (l_{tr} - 1) + (f_r - 1) \cdot l_{ar} \cdot l_{tr}$$

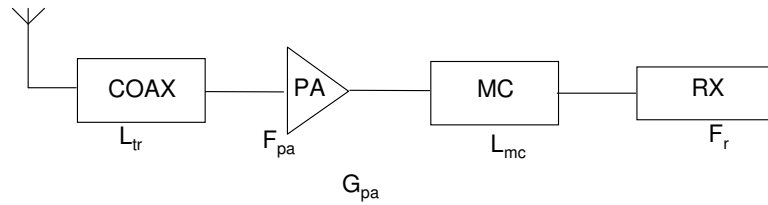
– Para $T_{ar} = T_{tr} = T_o$

$$f_{sis} = f_a + l_{ar} - 1 + \frac{l_{tr} - 1}{(1/l_{ar})} + \frac{f_r - 1}{(1/l_{ar} \cdot l_{tr})} = f_a - 1 + l_{ar} \cdot l_{tr} \cdot f_r$$



APLICACIÓN

- Sistema de recepción de estación base de telefonía móvil.



- Factor ruido de sistema

$$f_{sis} = f_a + l_{tr} - 1 + \frac{f_{pa} - 1}{(1/l_{tr})} + \frac{l_{mc} - 1}{g_{pa} / l_{tr}} + \frac{f_r - 1}{g_{pa} / (l_{tr} \cdot l_{mc})}$$

$$f_{sis} = f_a - 1 + f_{pa} \cdot l_{tr} + \frac{l_{tr}}{g_{pa}} (f_r \cdot l_{mc} - 1)$$

- Degradación por ruido $D = F_{sis} - F_r$

EJEMPLO

$$F_a = 10 \text{ dB} \quad f_a = 10^{10/10} = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} L_{tr} = 2,5 \text{ dB} \\ F_{pa} = 3 \text{ dB} \end{array} \right\} F_{pa} + L_{tr} = 5,5 \text{ dB}; \quad f_{pa} \cdot l_{tr} = 10^{0,55} = 3,55$$

$$G_{pa} = 10 \text{ dB}; \quad L_{tr} - G_{pa} = -7,5 \text{ dB}; \quad \frac{l_{tr}}{g_{pa}} = 10^{-0,75} = 0,18$$

$$\left. \begin{array}{l} L_{mc} = 10 \text{ dB} \\ F_r = 6 \text{ dB} \end{array} \right\} L_{mc} + F_r = 16 \text{ dB}; \quad f_r \cdot l_{mc} = 10^{1,6} = 39,81$$

$$f_{sis} = 10 - 1 + 3,55 + 0,18 \cdot 39,81 = 19,54$$

$$F_{sis} = 10 \cdot \log 19,54 = 12,9 \text{ dB}$$

$$\text{Degradación de ruido } D = 12,9 - 6 = 6,9 \text{ dB}$$



TEMPERATURA Y FACTOR DE RUIDO DE UNA ANTENA DE RECEPCIÓN

1. Antena ideal (sin pérdidas).

$$T_a = \frac{\iint_{\Omega} T_s(\theta, \varphi) \cdot s_{ef}(\theta, \varphi) \cdot d\Omega}{\iint_{\Omega} s_{ef}(\theta, \varphi) \cdot d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Omega} T_s(\theta, \varphi) \cdot g(\theta, \varphi) \cdot d\Omega$$

$T_s(\theta, \varphi)$ Temperatura de la fuente de ruido

$$f_a = \frac{T_a}{T_o}$$

Casos particulares de interés

1. Todos los lóbulos del diagrama de recepción a T_s

$$T_s(\theta, \varphi) = T_s$$

$$T_a = \frac{T_s}{4\pi} \cdot \iint_{\Omega} g(\theta, \varphi) \cdot d\Omega = T_s$$

- a. $T_s = T_o$; $f_a = 1$; $F_a = 0$ dB; Radioenlaces terrenales
- b. $T_s = T_{ind}$; Ruido industrial; $F_a \approx 10$ dB; Com. móviles
- c. $T_s = T_{atm}$; Ruido atmosférico; $F_a \approx 50$ dB; Com. HF



2. Fuente de ruido externa a la atmósfera terrestre.
Ángulo de elevación alto. Todos los lóbulos a T_s

$$T_a = \frac{T_s}{l} + \frac{T_{at}(l-1)}{l}$$

$$l = 10^{L/10}$$

L (dB) Atenuación atmosférica (gases, lluvia)



3. Fuente de ruido externa, lóbulo principal de la antena a T_s y secundario a T_o

$$T_a = \frac{1}{4\pi} \left\{ \iint_{\substack{\text{Lob.} \\ \text{Princ}}} \left[\frac{T_s}{l} + \frac{T_a(l-1)}{l} \right] g(\theta, \varphi) \cdot d\Omega + \iint_{\substack{\text{Lob.} \\ \text{sec}}} T_o \cdot g(\theta, \varphi) \cdot d\Omega \right\}$$

$$T_a = \frac{1 - g_{ls}}{l} [T_s + T_{at}(l-1)] + g_{ls} T_o$$



2. Antena con pérdidas.

Se consideran dos fuentes de ruido:

1. Captación por la antena de ruido externo

$$p_{n1} = k \cdot T_a \cdot B \cdot \frac{R_r}{R_p + R_r} = k \cdot T_a \cdot B \cdot \eta$$

2. Ruido generado en la resistencia de pérdidas de la antena a T_o

$$p_{n2} = k \cdot T_o \cdot B \cdot \frac{R_p}{R_p + R_r} = k \cdot T_o \cdot B \cdot (1 - \eta)$$



- Potencia total de ruido: Temperatura T'_a

$$p_n = k \cdot T'_a \cdot B = k \cdot T_a \cdot B \cdot \eta + k \cdot T_o \cdot B \cdot (1 - \eta)$$

$$T'_a = T_a \eta + T_o (1 - \eta)$$

$$f'_a = \frac{T'_a}{T_o} = \frac{T_a}{T_o} \cdot \eta + 1 - \eta = f_a \cdot \eta + 1 - \eta$$



COBERTURA LIMITADA POR RUIDO

- Potencia isotrópica

$$P_{\text{iso}} = P_{\text{ru}} + M = \text{PIRE} - L_{\text{comp}} + G_r$$

P_{ru} : Potencia de recepción umbral

M: Margen del enlace (desvanecimiento, interferencias...)

L_{comp} : Pérdida compensable

G_r : Ganancia antena de recepción

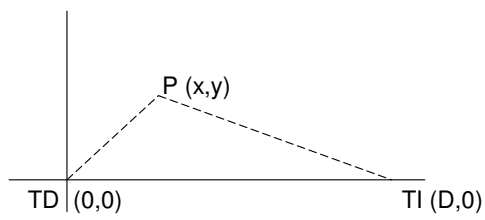
- Distancia de cobertura

– Distancia para la cual la pérdida básica es igual a la pérdida compensable

EJEMPLO

- Enlace Móvil-Base. Telefonía GSM en 900 MHz
 - Potencia del móvil: 1 W (30 dBm)
 - Pérdida por efecto del cuerpo: 3 dB
 - Margen desvanecimiento lento, $M = 10$ dB
 - Ganancia antena estación base, $G_r = 16$ dB
 - Potencia umbral: -98 dBm
 - Perdida compensable
$$L_{\text{comp}} = \text{PIRE} + G_r - P_{\text{ru}} - M$$
$$L_{\text{comp}} = 30 - 3 + 16 - (-98) - 10 = 131 \text{ dB}$$
 - Modelo de propagación de Hata (medio urbano, $h_t = 25$ m)
$$L_b(d) = 127,5 + 35,7 \cdot \log d = 131$$
$$d = 1,2 \text{ km}$$

COBERTURA LIMITADA POR INTERFERENCIA



Una fuente interferente

– Debe cumplirse la Relación de protección:

$$\frac{p_d}{p_i} \geq r_p$$

- p_d : Potencia señal deseada
- p_i : Potencia señal interferente
- r_p : Relación de protección
- Para una ley potencial de variación de la pérdida básica con la distancia

$$p = \frac{k}{d^n}$$

luego; $\frac{d_i}{d_d} \geq r_p^{1/n}$

- Lugar geométrico del límite del área de cobertura protegida de un transmisor TD interferido por TI situado a distancia D

$$d_d = (x^2 + y^2)^{1/2} ; d_i = [(x - D)^2 + y^2]^{1/2}$$

La figura es una circunferencia

$$x^2 + y^2 + \frac{2D}{\rho - 1}x = \frac{D^2}{\rho - 1} ; \rho = r_p^{2/n}$$

$$\text{Radio: } r_o^2 = \frac{\rho \cdot D^2}{(\rho - 1)^2} \approx \frac{D^2}{\rho} \quad \text{Centro: } x_o = \frac{D}{\rho - 1} \approx \frac{D}{\rho}$$

EJEMPLOS

1. Comunicaciones móviles:

$$R_p = 17 \text{ dB} ; r_p = 10^{1,7} = 50 ; n = 3,5 ; \rho = 9,35$$

$$\text{Para } r_o = 1 \text{ km} ; D = 2,7 \text{ km (exacta)} ; D = 3,1 \text{ km (aprox.)}$$

2. Radiodifusión FM analógica:

$$R_p = 45 \text{ dB} ; r_p = 10^{4,5} = 3,16 \cdot 10^5 ; \rho = 372,7$$

$$r_o = 20 \text{ km} ; D = 385,1 \text{ km (exacta)} ; D = 386,1 \text{ km (aprox.)}$$

MÚLTIPLES FUENTES INTERFERENTES

1. Móviles

Evaluación c/i en puntos de la célula y cálculo porcentajes de c/i > r_p

$$\left(\frac{c}{i}\right)_n = \frac{p_d / r^n}{\sum p_i d_i^n}$$

2. Radiodifusión: planificación de un nuevo emisor

a) Campos perturbadores: $E_{pi} = E_{ii} + R_{pi}$

b) Campo utilizable: $E_u = f (E_{pi})$

c) Distancia de cobertura: $d = f (PRA, E_u)$

EJEMPLO

- Campos perturbadores:

$$E_1 = 30 + 45 = 75 \text{ dBu}$$

$$E_2 = 25 + 45 = 70 \text{ dBu}$$

$$E_3 = 15 + 45 = 60 \text{ dBu}$$

- Campo utilizable (suma cuadrática):

$$e_u^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 10^{7,5} + 10^7 + 10^6 = 42,6 \cdot 10^6$$

$$E_u = 76,3 \text{ dBu}$$

- Emisora:

$$\text{PRA} = 5 \text{ kW} ; L_{\text{ex}} = 20 \text{ dB (medio urbano)}$$

- Campo en espacio libre:

$$E_o = 76,3 + 20 = 96,3 \text{ dBu}$$

$$E_o = 76,9 + \text{PRA (dBW)} - 20 \cdot \log d \text{ (km)} = 96,3$$

$$d = 7,6 \text{ km}$$

DISTRIBUCIONES ESTADÍSTICAS PARA MODELAR EL DESVANECIMIENTO

- Balance de enlace

$$P_r \text{ (dBm)} = \text{PIRE (dBm)} - L_b \text{ (dB)} + G_r \text{ (dB)} - L_{tr} \text{ (dB)}$$

$$P_r \text{ (dBm)} = K \text{ (dBm)} - L_b \text{ (dB)}$$

- Las variaciones de L_b (dB), implican oscilaciones de P_r (desvanecimiento) y son variables aleatorias.

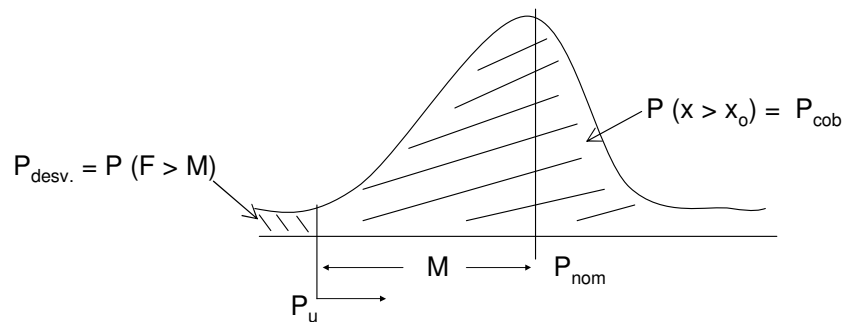
Como L_b y P_r están relacionadas por una ley lineal, basta definir estadísticas para una de ellas, normalmente P_r .

Lo mismo ocurre con el campo E (dBu), ya que está relacionado linealmente con P_r (dBm).



UTILIZACIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES

1. Para calcular márgenes de los enlaces según la probabilidad de cobertura deseada.
2. Para calcular probabilidades de desvanecimientos.



MARGEN DE POTENCIA

- Reserva de potencia para asegurar la cobertura en un p % de ubicaciones, en el borde de la zona de cobertura, en caso de desvanecimiento.
- Se calcula en función de cada tipo de desvanecimiento modelado con una determinada distribución estadística.
- La potencia nominal de recepción P_{nom} (dBm), objetivo de diseño, es igual a la potencia umbral P_u (dBm) o sensibilidad del receptor S (Bm) más el margen M (dB).

$$P_{nom} = P_u + M(p)$$

p : probabilidad

ESTADÍSTICA GAUSSIANA PARA LA POTENCIA LOGARITMICA DE RECEPCIÓN P (dBm)

- Función densidad de probabilidad

$$f(P) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{(P - \tilde{P})^2}{2\sigma^2}\right\}$$

\tilde{P} (dBm): Potencia media y mediana.

σ (dB): Desviación típica; depende de la frecuencia y de la superficie considerada.

Se suele representar y tabular en forma normalizada

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right); \quad y = \frac{P - \tilde{P}}{\sigma}$$



- Función de distribución.

$$F(P_o) = P_{rob} [P \leq P_o] = \int_{-\infty}^{P_o} f(P) dP$$

$$F(y_o) = \int_{-\infty}^{y_o} f(y) dy$$

CURVAS

- Función de distribución complementaria.

$$G(P_o) = 1 - F(P_o)$$



- Margen por desvanecimiento por sombra, (Shadow).

Se modela con la distribución normal.

El margen es:

$$M(p) = \sigma \cdot G^{-1}(q)$$

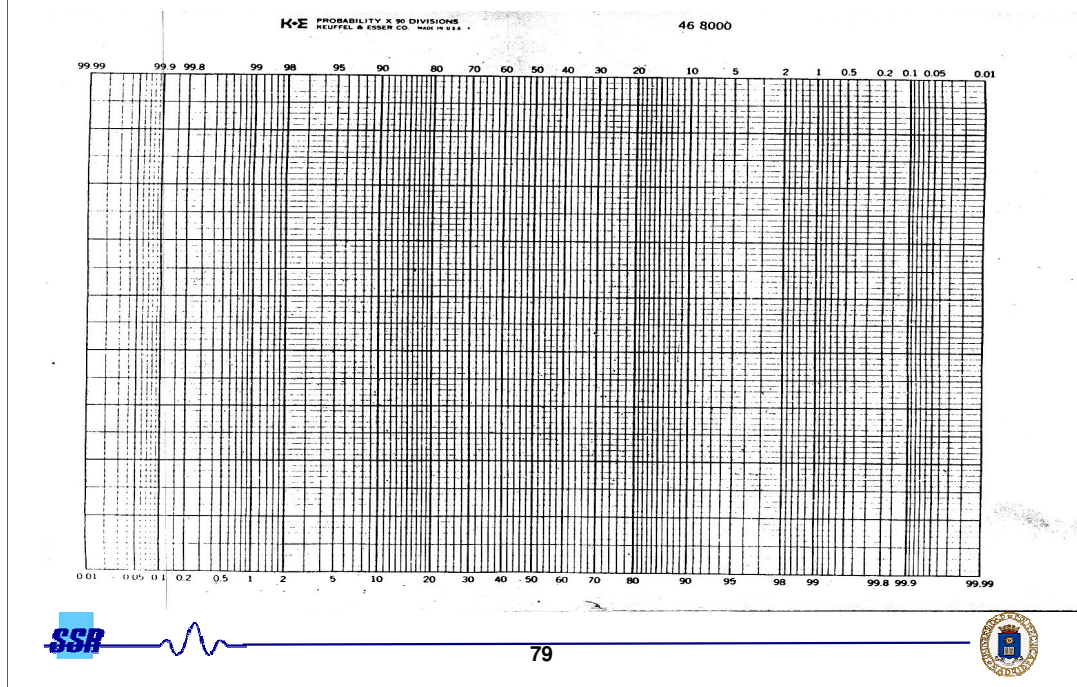
σ : Desviación típica distribución normal de la potencia.

G^{-1} : Inversa de la función complementaria gaussiana.

$q = 1 - (p/100)$; p : probabilidad de cobertura



También puede utilizarse Papel probabilístico Gaussiano como se ve en el ejemplo



ESTADÍSTICA LOG-NORMAL DE LA POTENCIA DE RECEPCIÓN p (mw)

- Necesaria cuando se combinan señales.
- Densidad de probabilidad.

$$f(p) = \frac{1}{\sigma_n \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{p} \cdot \exp \left\{ -\frac{[\ln(p/\tilde{p})]^2}{2\sigma_n^2} \right\} \quad p \geq 0$$

$$\sigma_n = \beta \cdot \sigma; \quad \beta = (\ln 10)/10; \quad \tilde{p} = 10^{\tilde{P}/10}$$

- Momentos estadísticos de p .

$$\bar{p} = \tilde{p} \cdot \exp(\sigma_n^2 / 2)$$

$$10 \cdot \log \bar{p} = \tilde{P} + 0,115 \cdot \sigma^2$$



ESTADÍSTICA RAYLEIGH DE LA ENVOLVENTE r DE SEÑAL RECIBIDA

- Modela el desvanecimiento rápido (multitrayecto).
- Se aplica al caso de recepción de múltiples componentes de potencias similares.
- Potencia instantánea normalizada (resistencia unidad).

$$p = r^2$$

- Potencia media.

$$\bar{p} = \bar{r}^2 = r_{rms}^2$$



- Densidad de probabilidad de la tensión r .

$$f(r) = \frac{r}{b} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2b}\right) \quad r \geq 0$$

- Parámetros estadísticos:
 - Valor cuadrático medio: $\bar{r}^2 = 2 \cdot b$
 - Mediana: $\tilde{r} = 1,18 \cdot b$

- Función de distribución complementaria.

$$G(r) = \exp\left[-\ln 2 \cdot (r / \tilde{r})^2\right]$$

- Margen para una probabilidad de cobertura p .

$$M_{RAYL} = 10 \cdot \log \left[\frac{\ln 2}{\ln(1/p)} \right]$$

DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL NEGATIVA DE LA POTENCIA w

- Como $w = r^2$, con un cambio de variable se obtiene la distribución de la potencia.

- Densidad de probabilidad.

$$f(w) = \frac{1}{\bar{w}} \cdot \exp\left(-\frac{w}{\bar{w}}\right); \quad \bar{w} = \bar{r}^2 = 2b$$

- Función de distribución complementaria.

$$G(w) = \exp\left(-\frac{w}{\bar{w}}\right)$$

- Valor mediano. $\tilde{w} = 0,693 \cdot \bar{w}$

- Margen. $M = 10 \cdot \log\left[\frac{\ln 2}{\ln(1/p)}\right]$

COMBINACIÓN DE SVANECIMIENTOS LENTO (SOMBRA) Y RÁPIDO (LOG-MORNAL)

- Distribución Mixta Rayleigh + log-normal (RLN).
- Describe el caso de variaciones rápidas (Rayleigh) de potencia, alrededor de una media \bar{w} que varia a su vez, de forma lenta con un promedio $\bar{\bar{w}}$.

\bar{w} : media local ; $\bar{\bar{w}}$: media sectorial

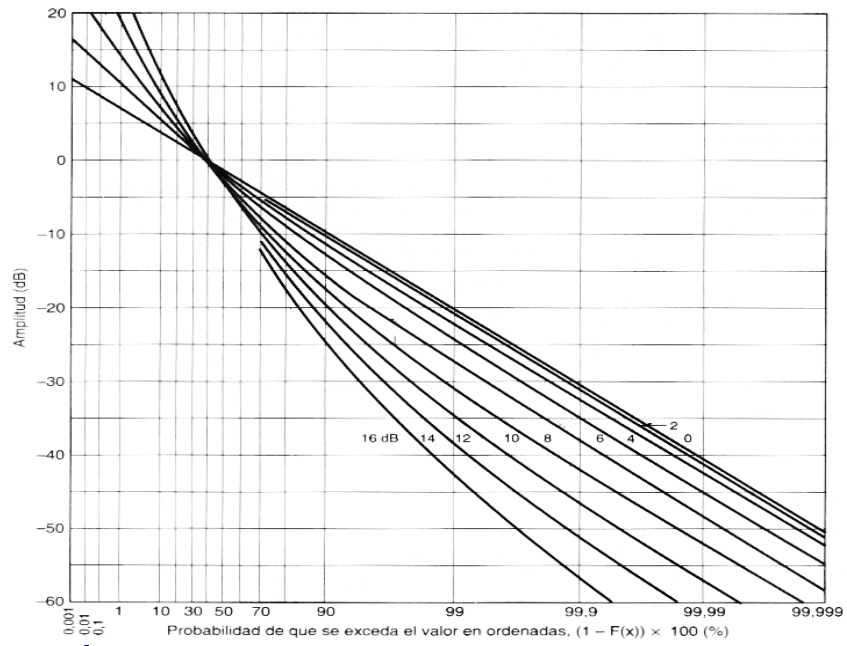
- Es una “mezcla” (mixture) de la log-normal y exponencial de potencias.

La función de distribución complementaria es

$$G(w) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{\bar{w}} \cdot \exp\left(-\frac{w}{\bar{w}}\right) \cdot \exp\left\{-\frac{[\ln(\bar{w}/\bar{\bar{w}})]^2}{2\sigma_n^2}\right\}$$



Se maneja representando $G(w)$ en "Papel Rayleigh"



EJEMPLO

- Márgenes para cobertura del 90 % con $\sigma = 8$ dB

<u>Distribución</u>	<u>Margen (dB)</u>
Gaussiana	10,2
Rayleigh	8,2
Mixta RLN	15,5



DISTRIBUCIÓN RICE

- Se aplica al modelado del desvanecimiento rápido pero cuando hay una componente intensa de señal (rayo directo) constante.

Parámetros

- c^2 : potencia componente constante.
- $\bar{r}^2 = 2 \cdot b$: potencia componente variable.

Normalización $c^2 + 2b = 1$

Factor Rice $k = \frac{c^2}{2b}$



- Densidad de probabilidad de la envolvente

$$f(r) = \frac{r}{b} \cdot \exp\left[-\frac{r^2 + c^2}{2b}\right] \cdot I_0\left(\frac{c \cdot r}{b}\right)$$

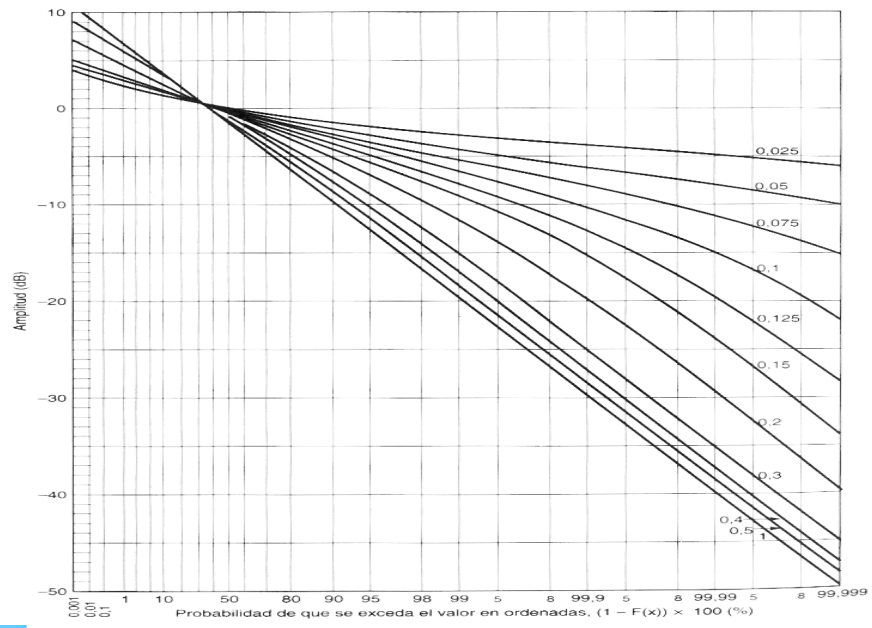
I_0 : Función Bessel de primera especie y orden cero.

- Para $2b > 0,5$; la distribución es “casi” Rayleigh.
- Para $c \gg \sqrt{b}$; la distribución tiende a ser gaussiana.

Se maneja con curvas sobre “papel Rayleigh”



DISTRIBUCIÓN RICE



APLICACIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES A DIFERENTES CLASES DE DESVANECIMIENTOS

<u>Entorno</u>	<u>Desvanecimiento</u>	<u>Distribución</u>	<u>Aplicación</u>
Rural Urbano	Lento (sombra)	Normal	Voz, radio, TV
Urbano sin visión directa	Rápido (multitrayecto) lento y rápido	Rayleigh RLN	Transmisión digital
Urbano con visión directa Troposférico	Rápido	Rice	Radioenlace