Vorlesungsmaterial von Prof. Dr. Horst Völz

Kompliziert ⇔ komplex ⇒ Komplexität

Versuch einer Erklärung der Eigenschaften und Möglichkeiten

Dieses Material beruht teilweise auf:

Völz, H.: Grundlagen der Information. Akademie - Verlag, Berlin 1991
Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001; ***auch Auf CD***: Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Datenspeicher von der Steinzeit bis ins 21. Jahrhundert. Digitale Bibliothek Bd. 159, Berlin 2007

Neue Ergebnisse, Erkenntnisse wurden einbezogen. Weitere Literatur enthält der Anhang

Bilder sind in höherer Qualität ca. 2000×3000 Pixel bzw. *.cdr Vers. 12 verfügbar

Email: hvoelz(at)fpk.tu-berlin.de bzw. h.voelz(at)online.de
Prof. Dr. Horst Völz, Koppenstr. 59, 10243 Berlin, Tel./Fax 030 288 617 08

1. Vorbemerkung

Kompliziert und komplex, auch Kompliziertheit und Komplexität werden z. T. ***recht unterschiedlich benutzt***
Insbesondere wird häufig ***komplex*** und Komplexität ***statt kompliziert*** benutzt
Substantive Kompliziertheit und Komplizität sind wenig gebräuchlich ≠⇒ Komplexität
Hier wird ein ***Versuch zu einer klaren Definition*** und Abgrenzung unternommen
Dabei werden auch die deutlichen ***Unterschiede der Substative, Adjektive und Verben*** berücksichtigt
Betont und in ihrer Vielfalt werden das ***Adjektiv*** **Komplex** und das ***Substantiv Komplexität*** behandelt
Z. T. werden ***verwandte Begriffe einbezogen***

Etymologie

Kompliziert *lateinisch* ***complicare*** zusammenfalten, zusammenlegen, verwickeln, verwirren
Komplex *lateinisch* ***complecti*** umschlingen, umfassen, zusammenfassen
complexus das Umfassen, die Verknüpfung ⇒ philosophisch ≈ Dilemma

Nicht behandelt werden

Zu ***kompliziert***

Komplize: Mithelfer, Mittäter, vorwiegend im kriminellen Bereich.
Komplizität ≈ Super-Emergenz: verschiedene Regeln wirken zusammen und erzeugen dennoch ähnliche Merkmale (Evolution)
Kompliment: Jemandem ein Kompliment machen, jemand hinaus komplimentieren

Zu ***komplex***

Spezielle Substantive von **Komplex**

- ***Mathematik***: geometrische Struktur
- ***Chemie***: Verbund von Teilchen
- ***Architektur***: Zusammenschluss miteinander verbundener Gebäude oder Räume
- ***Medizin***: Gruppe von Krankheiten, die überdurchschnittlich häufig miteinander auftreten
- ***Psychologie***: Unbewusstes im Denken, Handeln, Träumen, usw. (einen Komplex haben) SIGMUND FREUD (1856 - 1939)
- ***Soziologie***: Zusammenfassung als Menschgruppe, teilweise mit Einbeziehung der „Umgebung“
- ***Homöopathie***: Komplexmittel
- ***Biologische Systematik***: Gruppe von verwandten Arten innerhalb einer Gattung

Komplexe Zahlen der Mathematik: $z = a + b \cdot i$ mit $i = \sqrt{-1}$

Komplementär: sich gegenseitig Ergänzendes bzw. Bedingendes, z. B.:

- ***Quantenphysik***: Welle ⇔ Korpuskel
- ***Geschlecht***: männlich ⇔ weiblich
- Komplementär***farbe*** = Farbe, die eine andere zu Weiß ergänzt
- Komplementär***menge*** = Menge aller Elemente von einer Gesamtheit G, die nicht zu A gehören = $\overline{A}$ (A quer)

Komplement ein Teil des sich Ergänzenden ≈ komplementär
- ***Zahlendarstellung*** um negative Zahlen zu vermeiden; im Zehnersystem ist Komplement von 123 ⇒ 877
- ***Medizin***: im Blutserum, auf Zelloberfläche befindliche hochmolekularer Proteine; bzgl. Immunsystem

2. Anschauliche Einführung

Kompliziert aber nicht komplex

Kompliziert und komplex

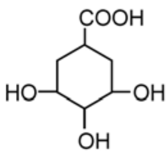
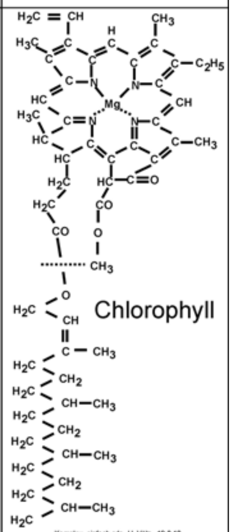
Einfacher Vergleich

	kompliziert	komplex
Schuhschleife, Krawatte binden	Kinder müssen es mühevoll lernen, für sie ist es kompliziert, gelernt ist es einfache Routine Ähnliches gilt für Krawatte binden	Komplex ist hier nichts, Schnürsenkel und Krawatte sind recht einfache Gebilde
Handy, Rechner bedienen	Für Ältere kompliziert, für Jugendliche z. T. sehr einfach	Handy, Rechner sind technisch komplexe Geräte Auch Software und Menü sind komplex
Mathematische, chemische Formeln	Sie zu verstehen, zu nutzen kann je nach Fachwissen einfach oder kompliziert sein	Es gibt einfache und komplex aufgebaute Formeln

Physikalische Formeln

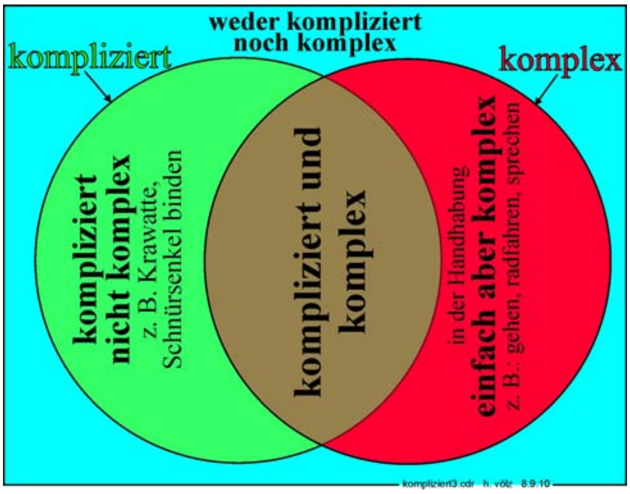
nicht kompliziert, nicht komplex	Mittel	kompliziert + komplex
$U = I \cdot R$	$E = m \cdot c^2$	$u(f,T) = \frac{8 \cdot \pi \cdot f^2}{c^3} \cdot \frac{h \cdot f}{e^{\frac{h \cdot f}{k \cdot T}} - 1}$
OHM'sches Gesetz Berechnung von Strom, Spannung und Widerstand	EINSTEIN-Formel Energie ist Masse mal Quadrat der Lichtgeschwindigkeit	PLANCK'sche Formel Spektrum eines Schwarzen Strahlers als Funktion der Temperatur T

Chemische Formeln

einfach	mittel	komplex
H_2O Wasser Fe_2O_3 Eisenoxid	 Gallussäure $C_7H_6O_5$	 Chlorophyll

Die vier Kombinationen

	kompliziert	nicht kompliziert
komplex	***schwierig*** zu bedienen + ***aufwändige*** Technik z. B. Handy, Rechner	***leicht*** zu bedienen + ***aufwändige*** Technik z. B. Festnetztelefon, Fernseher, Wasch- und Spülmaschine
nicht komplex	***schwierig*** zu erlernen + ***einfache*** Struktur z. B. Schuhschleife oder Krawatte binden	***leicht*** zu bedienen + ***einfacher*** Aufbau z. B. Bleistift, Zündhölzer, einfache Spiele, wie Mensch ärgere Dich nicht



3. Erste Schlussfolgerungen

kompliziert ≈ *schwierig, unübersichtlich, schwer zu begreifen*

betrifft vorwiegend ***Wissen*** (Verständnis) und bewusste ***Handlungen***
ist ***subjektiv, individuell*** und ***zeitlich verschieden*** stark ausgeprägt
Gegenteil: nicht kompliziert ≈ einfach, leicht verständlich, durchschaubar, Texte leicht lesbar
Kompliziertes ist meist ***erlernbar*** ⇒ Vereinfachung, Übergang zu einfach, leicht
Handlungen werden geübt, erlernt und laufen danach unbewusst (automatisch) ab, z. B. Gehen, Schwimmen, Radfahren
Wissen wird erworben, in Vorhandenes eingeordnet: „jetzt habe ich es verstanden", Aha-Moment
Bei Geräten, Einrichtungen usw. betrifft kompliziert einer schwierigen ***Bedienbarkeit***
In der Medizin ist damit schwer zu heilen gemeint
Ferner wird kompliziert bezüglich des Umganges mit anderen Menschen benutzt
Kompliziertheit (Begriff ist unüblich) ***nimmt zu*** mit Wissen, Kultur und Globalisierung
Individuell durch neue Erfahrungen, Anforderungen, Aufgaben, neue Umwelt, Urlaub usw.
Wird ***vereinfacht*** durch Mythen, Religion, Kunst, Parabeln, Regeln, Annahme von Kausalität usw.
Teilweise auch durch Abstraktion, Zusammenfassung, Lernen, Didaktik usw.

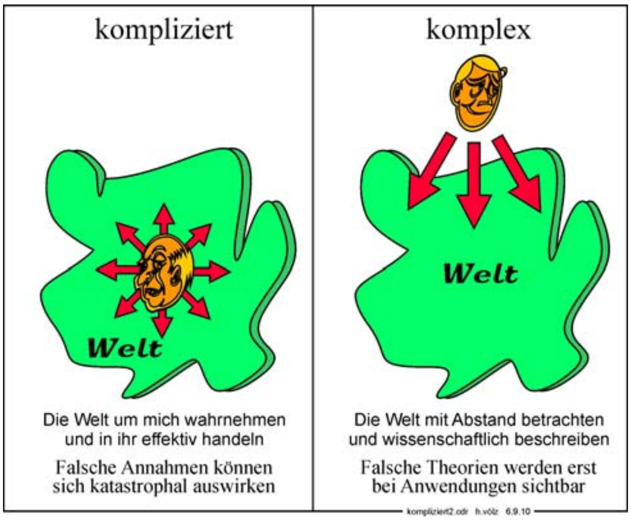
komplex (Adjektiv) ≈ *vielfältig, vielschichtig zusammengesetzt, beziehungsreich*

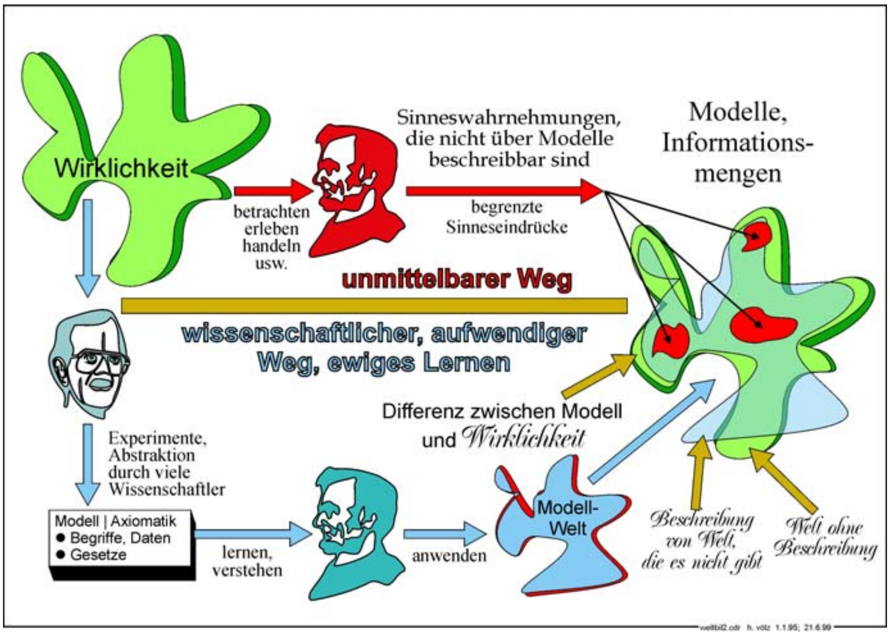
betrifft ***Objekte, Strukturen und Abläufe*** (Verhalten) der ***objektiven Welt, Technik*** und ***Zivilisation***
Es ist ***objektiv vorhanden***, im Prinzip *messbar:* Anzahl der Teile und deren Verknüpfungen, Abhängigkeiten, Wechselwirkungen
Gegenteil: nicht komplex, einfach, simple, kausal, gesetzmäßig
Komplexität wächst: Evolution der Welt, auch Technik (Forschung) und Zivilisation
Beschreibung kann formal vereinfacht (reduziert) werden, dabei treten Ungenauigkeiten, Unschärfen, Risiken auf
Vereinfachungen ermöglichen u. a. Klassifizierungen, Gesetze, Regeln, Algorithmen, Modelle, Komprimierungen
Einfache Theorien können durchaus komplexe Fakten (näherungsweise) beschreiben
≈ mathematische + abstrakte + hierarchische Beschreibungen
Allgemein sind ***Beschreibungen und Vorhersagen*** immer mit ***Unsicherheit*** behaftet
Ursache ist u. a. das reduktionistische ***Zerlegen in Teilprobleme*** mit Vereinfachungen
Auch der ***Zufall (Quantenphysik)*** ist von Einfluss
In der ***Wissenschaft gibt es viele Varianten von Komplexität*** (s. u.)

Sowohl komplex als auch kompliziert

Veranschaulichung durch Vergleiche Bilder und Parabeln ermöglichen es, subjektiv Komplexes zu vereinfachen
Bei ***Entscheidungen*** wird vorwiegend subjektiv auf objektive Gegebenheiten (***Probleme***) reagiert
Verlustbehaftete Kompressionen reduzieren eher kompliziert als komplex

Komplexität	kompliziert
Vorwiegend ***wissenschaftlich-technisch,*** betont quantitative *Messbarkeit* für Systeme, Strukturen, Modelle und Verhalten.	Wird vorwiegend ***umgangssprachlich*** benutzt und betrifft hauptsächlich *geistige* Prozesse und Probleme.
• Ist betont ***objektiv***, besitzt kein Gegenteil, ist nur mehr oder weniger vorhanden • Meist liegt Gleiches bis Ähnliches vielfach vor	• Ist stark subjektiv und zeitabhängig; das Gegenteil ist einfach, leicht, einsichtig. • Meist wirken mehrere verschiedene Inhalte zusammen.
Es gibt sehr viele Varianten, Spezialfälle sind u.a.: • ***Theoretische Informatik***: Maß für den Rechenaufwand. • **Mikroelektronik**: Komplexität von Schaltkreisen (IC), Anzahl Gatter, Transistoren: SSI, MSI, LSI, VLSI usw • ***Soziale Komplexität:*** Probleme des Einzelnen in der Gesellschaft, z. T. Management (eigentlich kompliziert!)	Wird insbesondere dann angewendet, wenn • etwas für uns schwierig zu *verstehen* ist oder • der *Aufwand* zum Erfassen des Inhalts nicht lohnenswert erscheint. Beides kann sich mit der Zeit ändern und bedeutet nicht, dass auch jemand anderes die gleichen Schwierigkeiten haben muss.





Adjektive, Substantive, Verben

Adjektive

komplex, kompliziert sind ***unscharf***: ***Gegenteile*** einfach, verständlich, simpel, überschaubar, durchsichtig, erklärbar

Substantive

Komplexität betrifft ***Objekte, Strukturen, Geräte, Funktionen, Menus, Wissen usw.***
Kompliziertheit betrifft ***Wissen, Verhalten, Entscheidungen usw.*** eigentlich fehlt „richtiges“ Substantiv Kompliziertes ??
Substative besitzen meist ***Ausprägungen*** und sind dann ***messbar***

Komplexität und Kompliziertheit besitzen kaum echte ***Gegenteile***, evtl. Einfachheit, Verständlichkeit, Trivialität
Beide sind ***verwandt*** mit: Akzeptanz, Kausalität, Intuition, Gefühl, Risiko, Ordnung, Emergenz, Evolution, Chaos (-Theorie), Katastrophe, Unsicherheit der Vorhersage, Automat, KI usw.

Verben

kaum echte Begriffe, ***zeigen Richtung*** einer ***Veränderung*** auf
Meist nur in Richtung der Vereinfachung: vereinfachen, reduzieren, rationalisieren, abrunden, kürzen, veranschaulichen usw.
Selten bezüglich Zunahme: (***ver-***) ***komplizieren***, entwickeln, wachsen; *indirekt*: komplexer, komplizierter machen!

Zur wissenschaftlichen Sicht

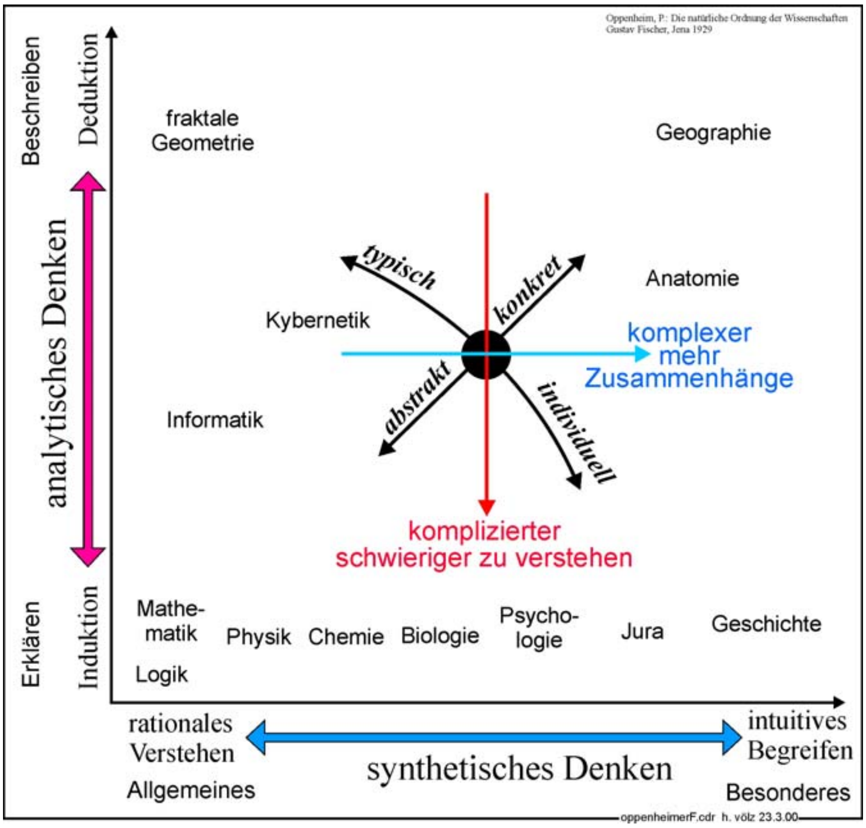
Es gibt Etappen dafür, wie ***Begriffe, Inhalte wissenschaftlich werden***

- Welt wird ***beobachtet***, auf sie ***eingewirkt***, dabei wird ***Ähnliches*** bemerkt und mit ***Verben*** (Begriffen) belegt
- ***Klassenbildung*** für Ähnliches erfolgt (z.T. bereits Adjektive oder Substantive)
- ***Definitionen*** des Begriffs werden vorgenommen
- ***Zusammenhänge, Korrelationen zwischen Klassen*** werden erkannt, auch falsche (z.B. Störche ⇔ Kinder)
- ***Kausalität, Gesetzmäßigkeit*** im Sinne ***Ursache und Wirkung*** wird angenommen, festgestellt (schwarze Schuhe drücken)
- ***Objekte (Substantive)*** werde eingeführt, die ***Ausprägungen von Eigenschaften*** besitzen
- Möglichkeiten zum ***Messen*** und Angaben in ***Maßzahlen*** werden verwirklicht
- ***Verallgemeinerungen*** werden als Gesetze formuliert und überprüft

Weil schließlich Substantive erforderlich sind ist ***Komplexität*** wichtig, ***Kompliziertheit*** ist ungebräuchlich
Für kompliziert fehlt daher formal die Messbarkeit (leider!)

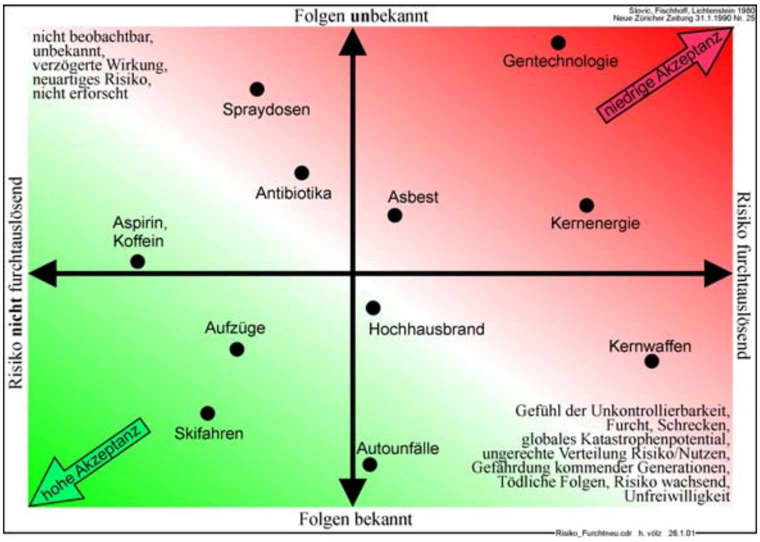
Klassifikation nach Oppenheim

Von OPPENHEIM stammt eine Klassifikation der Wissenschaften über Gesetzespaare
Induktion ⇔ Deduktion und rational ⇔ intuitiv
Mittelbar folgen daraus typisch ⇔ individuell und abstrakt ⇔ konkret
Den ersten beiden Paaren ließen sich auch die Inhalte kompliziert ⇔ komplex zuordnen (von mir eingefügt)
So wird verständlich welche Wissenschaften komplizierter erscheinen und welche eher komplexe Sachverhalte besitzen



Risiko und Furcht

Auch hierfür bestehen Bezüge zu kompliziert und komplex. Das Bild ist nur ein Beispiel
Akzeptanz ähnelt hierbei kompliziert, Folgen entsprechen komplex



Definitionen

Griechisch ***finis***, *Lateinisch* ***definitio*** Grenze, Bestimmung, *Lateinisch* ***definire*** abgrenzen
Definition ordnet einem Wort, Ausdruck, Begriff, Klasse usw. eine Bedeutung, einen Inhalt zu
Hierzu existieren in der Wissenschaftstheorie viele Varianten. Besonders wichtig ist die 3-teilige ***Real-Definition***
Wurde bereits von ***Sokrates*** (470 -399 v.Chr.) benutzt und genauer von ARISTOTELES (384 - 322 v.Chr.) eingeführt

Definiendum = was definiert werden soll (*Die Birke*)

Identitäts-, ***Äquivalenzaussage*** stellt die Beziehung her: ***ist****, nennt man, hat, sei* bzw. formal $\xrightarrow{def}$, oder =
Definienz = wie definiert wird (*ein Baum* ***mit*** *...*) + typische Merkmale, Eigenschaften usw.

Die *Birke* ***ist*** ein *Baum* ***mit*** *weißer Rinde* und *Blättern*.
Ein *Hocker* ***ist*** eine *Sitzgelegenheit* ***ohne*** *Arm*- und *Rückenlehne*

Definienz verlangt einen ***Überbegriff*** (nächsthöhere Gattung: genus proximum, *Baum*) zum Definiendum (*Birke*)
+ spezifische Eigenschaften (artbildender Unterschied: differentia specifica**,** *weiße Rinde, Blätter*)

Damit sie nicht kompliziert erscheint, müssen Überbegriff und spezifische Eigenschaften bereits bekannt sein
Schwierigkeiten: wenn es bei hoch abstrakten Begriffen, wie Sein, Gott, Welt, Energie, Information kein Überbegriff existiert
Dann können ähnlich wie bei ***Ergänzungsfragen*** möglicht wichtige Eigenschaften aufgezählt werden = ***kombinatorische Definition***

z. B. „Ein *Haus* ***hat*** *Dach, Fenster, Wände, Türen, Räume, Treppen, ...* .

4. Messen

Griechische ***medesthai*** für etwas sorgen, an etwas denken, auf etwas bedacht sein
Lateinische ***meditare*** nachdenken, nachsinnen.
Deutsch im 8. Jh. ≈ zielen, zuteilen, mitteilen, erzählen, bestimmen, verkündigen, vergleichen, erwägen
Ableitungen u. a. ***Messer*** = Spannungsmesser
Messer für das Schneiden (zuteilen?!) evtl. aber vom *Germanischen* ***mat*** Nahrung, noch in Mast, gemästet zu erkennen
Messe für Gottesdienst (9. Jh. ***missa***), später für Verkaufsausstellung und Aufenthalts-, Speiseraum auf Schiffen
Unwahrscheinlich Zusammenhang mit ***Messias*** (Erlöser der Juden) oder ***Messing*** als Metall-Legierung.

Das ***Messen ordnet*** Objekten (auch Komplexität und Kompliziertheit) ***Zahlenwerte*** (und Maßeinheiten) zu

Vorstufe betrifft ***Aussagen***

Ergebnisse von Aussagen	
verschiedene Aussagesätze	bildhafte Aussagen
1. Das Buch liegt auf dem Tisch. 2. Das Buch ist aufgeschlagen. 3. Das Buch ist 10×18 cm² groß. 4. Das Buch hat eine Masse von 200 g.	

Buch_tisch.cdr h. völz 9.7.00

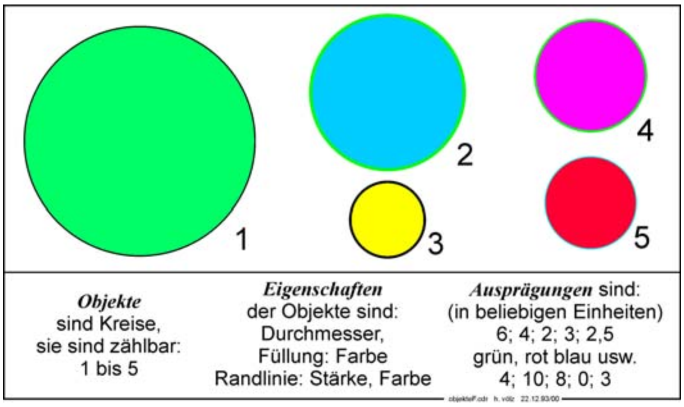
Weitere Vorstufe ist ***abzählen***: „Wie viel Bücher sind hier (wo?) vorhanden?“ Ist immer **ganzzahlig!**

Allgemein besitzen Objekte Eigenschaften mit (unterschiedlichen) ***Ausprägungen*** (unmittelbare Messwerte)

Ausprägungen

Objekte besitzen ***Eigenschaften***, wie leitend, schwer, schnell, warm usw.
Sie können unterschiedlich stark vorhanden, ausgeprägt sein, eine mehr qualitative Abstufung ist:

1. Einfache Alternative: weiblich ⇔ männlich, warm ⇔ kalt oder dick ⇔ dünn
2. Mehrere (hier 3) Ausprägungen: kalt, angenehm, heiß
3. Viele Ausprägungen: eisig, frostig, kalt, kühl, unangenehm, lau, warm, heiß, unerträglich
4. Weiteren Differenzierung durch Adjektive: extrem, gewaltig, sehr, mehr, weniger, kaum, etwas, gerade noch, nicht usw.
5. Benennung der Ausprägung mit irgendeiner, evtl. willkürlicher ***Zahl*** (Chargennummer)
6. Messergebnis in Maßzahl und Maßeinheit, z. B. 13,5 °C



Skalentypen

Betreffen den Zusammenhang zwischen den Ausprägungen x und Zahlwerten Z
Zum Zahlenwert Z gehört noch eine Maßeinheit (bei Skalen nicht berücksichtigt), a, b sind Konstanten

Nonimal: Umkehrbar eindeutige Zuordnung $Z_n \Leftrightarrow x_n$. *Beispiele*: Nummerierung von Fußballspielern und Kontonummern
Ordinal: Monotonie $Z_n \geq Z_{n+1} \Leftrightarrow x_n \geq x_{n+1}$. *Beispiele*: Schulzensuren, MOH’sche Härteskala
Intervall: $Z = a + b \cdot x$. Gleiche Intervalle ⇒ gleiche Zahlendifferenzen: $Z_1 - Z_2 = b \cdot (x_1 - x_2)$. *Beispiel*: Celsius-Temperatur
Log-Intervall: $Z = a \cdot {}_b\log(x)$. *Beispiele*: Reiz, Lautstärke in dB oder Phon; WEBER-FECHNER’scher Gesetz
Verhältnis: $Z = a \cdot x$ Verhältnisse sind gleich: $Z_1/Z_2 = x_1/x_2$. *Beispiele*: Länge, Masse, meisten SI-Größen
Absolut: $Z = x$. *Beispiele*: Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, Währung, Windungszahl, Wirkungsgrad

Probleme der Ordinalskala

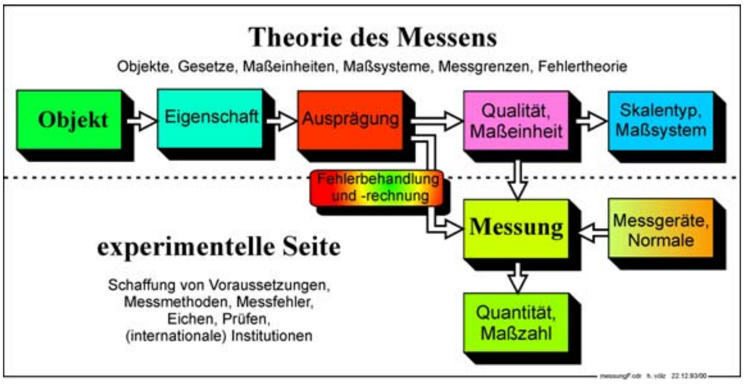
Ilias XXIV, 25: Begründung des ***Trojanischen Krieges***, bei dem Troja (griechisch *Ilion*) 1184 v.Chr. in die Hände der Griechen fiel:

> *Bei der **Hochzeit** des **Peleus**, dem Führer der Myrmidonen, **mit Thetis**, einer der Nereiden, warf **Eris**, die Göttin der Zwietracht – sie war nicht eingeladen – einen goldenen Apfel mit der Inschrift **„für die Schönste”** unter die himmlischen Gäste. Die Entscheidung zwischen **Hera, Athene und Aphrodite** wurde **Paris**, dem Sohn des Königs Priamos von Troja, übertragen. Er sprach ihn der **Aphrodite**, der Göttin der Liebe, zu. Als Günstling der Göttin erlangte er die Liebe der **schönen Helena** von Troja, der **Frau des Königs Menelaos von Sparta** und ging mit ihr nach Troja. Um das Menelaos angetane Unrecht zu rächen, wurde ein Kriegszug unter dem Kommando Agamemnons, dem König von Mykene, unternommen. Agamemnons Streitmacht hatte viele berühmte griechische Helden unter sich, die bekanntesten waren Achilles, Patroklos, Ajax der Größere und Ajax der Kleinere, Teukros, Nestor, Odysseus und Diomedes.*

Anders handelten ***Studentinnen****, die auf einem Tanzvergnügen bei* ***Damenwahlen*** *keinen Jüngling für ausreichend „schön“ empfanden. Sie begannen daher, sich die Jünglinge mit Wein schön zu trinken. Nach* ***sechs Schoppen*** *forderte eine einen Jüngling auf. Von da ab wurden im täglichen Umgang alle Männer nach der* ***Schönheitsskala von 0 bis 6*** *klassifiziert. Die wahre* ***Geschichte ist etwas anders****. Sie betraf Studenten, denen die Mädchen nicht für einen Tanz genügten: Sie tranken Bier, und nach* ***13*** *Bier forderte einer eine zum Tanz auf. Anschließend wurden Mädchen nach der Anzahl der notwendigen Biere klassifiziert. Diese Variante hat mir 1998 an der FU Ärger mit dem Frauenausschuss bis hinauf zum Präsidenten eingebracht. Daher erfand ich die Damenvariante. Ärger mit einem Männerausschuss habe ich bisher nicht bekommen.*

Maß der Trinkfestigkeit

Für eine „richtige“ Messung wird eine Maßeinheit benötigt, auf die alle Messungen bezogen werden. Mein Hochschullehrer Professor Dr. ***Schallreuter*** pflegte deshalb schalkhaft als Einheit der Trinkfestigkeit das „Falstaff“ einzuführen



Folgerung

Kompliziertes ist ***subjektiv und schwierig messbar***, meist nur in Ordinal-Skalen, z. B. x_1 ist komplizierter als x_2. $Z_1 > Z_2$

Komplexität ist objektiv und meist ***gut messbar***, mindestens in Intervall-, meist Verhältnis- oder gar Absolut-Skala
Probleme bereitet oft der mathematische Ansatz. Auch deshalb werden verschiedene Komplexitäten benutzt (s. u.)

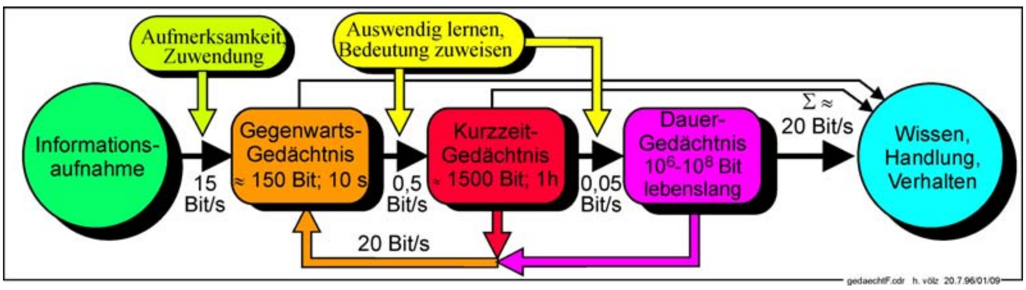
5. Vertiefende Aussagen zu kompliziert

Vorbemerkung

Das etwas kompliziert ist, ist uns ***meist bewusst***
Unbewusst wird es nur als ***„unerklärbares“ Unbehagen***, Abneigung, Widerwille, Sträuben, Stimmung usw. empfunden
Ursache für solche ***Empfindungen*** können aber auch (einfache) Widersprüche, Unsicherheiten bei Entscheidungen usw. sein
Deshalb wird hier weiterhin ***nur bewusst gewordenes Kompliziertes*** behandelt
Es ist daher auf unser ***Gedächtnis*** und dessen ***Grenzen*** bezogen
und betrifft sowohl das Verständnis von ***Fakten, Inhalten, Wissen*** usw. als auch durchzuführende ***Handlungen***, Entscheidungen

Menschliches Gedächtnis

Quantitative Untersuchungen zum Gedächtnis gibt es fast nur zu ***verbalen*** Texten beim Lesen, Hören, Sprechen usw.
Das meist benutzte und neurologisch begründete Modell verwendet ***3 Gedächtnisstufen***
Für das ***Bewusstsein*** ist das ***Gegenwartsgedächtnis*** entscheidend
Ähnlich bis gleichwertig sind dazu u.a. das Arbeits- und Operationsgedächtnis
Es ist durch drei Werte gekennzeichnet
Speicherkapazität ≈ 150 Bit, ***Gegenwartsdauer*** (Speicherzeit) ≈ 10 s und aufnehmbare ***Zuflussrate*** ≈ 15 Bit/s
Auf diese Werte kann kompliziert bezogen werden
Fakten, Aussagen, Entscheidungen usw. die umfangreicher sind erscheinen uns „zu kompliziert“



Beispiele für Gegenwartsgedächtnis

Kurz nach einem Verklingen der Kirchturmglocken lassen sich die Schläge noch nachzuzählen
Überschreiten der 10 s. bringt Probleme des Verstehens (Problem der deutschen verbalen Klammer):

> *Denken Sie, wie tragisch der Krieger, der die Botschaft, die den Sieg, den die Athener bei Marathon, obwohl sie in der Minderheit waren, nach Athen, das in großer Sorge, ob es die Perser nicht zerstören würden, schwebte, erfochten hatten, verkündete, brachte, starb.*

Dagegen 4. Satz „Michael Kohlhaas“ HEINRICH VON KLEIST (1777 - 1811):

> *Er ritt einst, mit einer Koppel junger Pferde, wohlgenährt alle und glänzend, ins Ausland und überschlug eben, wie er den Gewinnst, den er auf den Märkten damit zu machen hoffte, anlegen wollte - teils nach Art guter Wirte auf neuen Gewinnst, teils aber auch auf den Genuß der Gegenwart -, als er an die Elbe kam und bei einer stattlichen Ritterburg, auf sächsischem Gebiete, einen Schlagbaum traf, den er sonst auf diesem Wege nicht gefunden hatte.*

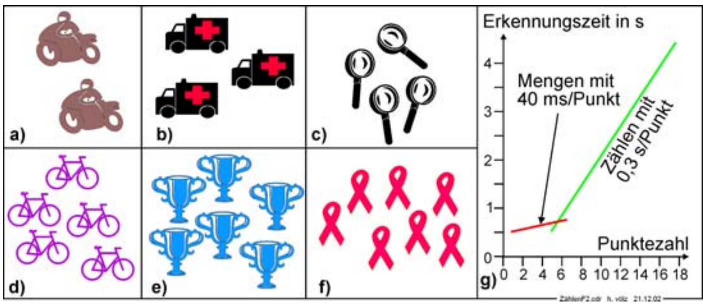
Satz ist in mehrere Einheiten zergliedert, die einzeln interpretiert werden können und daher nicht die 10 s überschreiten
Längste Satz der Literatur wahrscheinlich VICTOR MARIE HUGO (1802 - 1885) „Les Misérables“ (823 Wörter)

Magische Zahl 7

Zur Speicherkapazität gehört eine binäre Entscheidbarkeit von ≈ 7 (±2) ***chunk*** (*englisch* Klotz, Stück, Einheit)
Sie entsprechen Ja/Nein-Entscheidungen ⇒ $2^7 = 128$ Bit
Es werden bei einer Vielzahl von Dingen, Fakten usw. meist automatisch 7 ± 2 Klassen gebildet
Daher kommt die Zahl 7 sehr häufig vor, einige wenige Beispiele:

> *7 Planeten; 7tägige Woche, 7 Weltwunder; 7 Weise, 7 Hügel von Rom; 7armiger Leuchter der Juden; 7 Bitten des Vaterunser; 7 Sakramente; 7 Todsünden; 7 Werke der Barmherzigkeit; Schneewittchen mit den 7 Zwergen; der Wolf mit den 7 Geißlein; die 7 Schwaben; 7-Meilenstiefel; 7 Freikugeln des Freischütz; 7jähriger Krieg; 7-Schläfer; 7. Himmel; magische 7, 7 Jahre Pech; die 7 mageren und die 7 fetten Jahre; seine 7 Sachen nehmen, 7. Sinn.*

Über diese chunk werden auch Bezüge, Anknüpfungen zu Inhalten des Kurz- und Dauergedächtnisses hergestellt
Sie vereinfachen ganz wesentlich Fakten und Handlungen, machen sie weniger kompliziert
Eine spezielle Anwendung der 7 führt zur ***Bedienbarkeit*** von Geräten, Menus usw.



einfach ⇔ kompliziert

Ein schwieriger, komplexer, komplizierter Sachverhalt kann oft auch einfach (vereinfacht) dargestellt werden
Doch viele Autoren (Menschen) scheuen sich, dies zu tun, wollen wissenschaftlich, intelligent zu erscheinen
Haben Sorge, man können glauben, sie besitzen mangelndes Verständnis oder machen fahrlässige Vereinfachung
Wählen daher lange komplizierte Sätze und bevorzugen spezielle Fachtermini

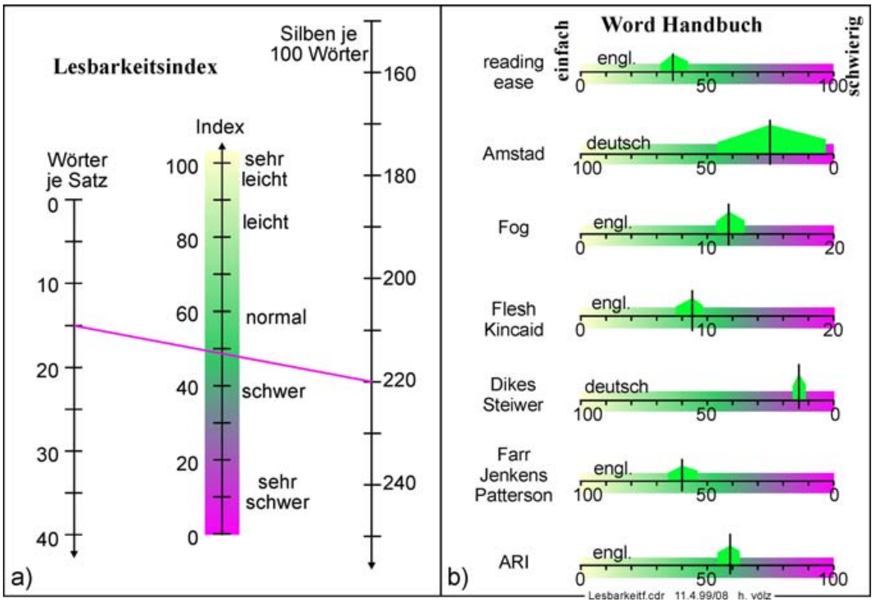
einfach ≈ Alles ist gut zu verstehen	**kompliziert** ≈ Es ist schwer zu verstehen
• kurze Sätze • bekannter Wortschatz • Erklärung von Fachwörtern • Anschaulichkeit • Sprechen wie „normaler“ Mensch, nicht wie Gelehrter	• lange und z. T. verschachtelte Satzkonstruktionen • Zahlreiche Verwendung von nicht genauer erklärten Fach- und Fremdwörtern • Sprechen auf „hohen“, gelehrt wirkenden Sprachniveau

Lesbarkeitsindex

Bzgl. Der Satzstruktur wurde ein berechenbarer Lesbarkeitsindex eingeführt.
In der einfachen Form berücksichtigt er zwei Parameter
die Anzahl der ***Wörter W je Satz*** und die Anzahl der ***Silben S je hundert Wörter***
Hierzu wurde die experimentell bestimmte Formel eingeführt (s. Nomogramm)

$$L \text{ (in \%)} \approx 230 - 0{,}96 \cdot (W + 0{,}78 \cdot S)$$

Je größer der Wert desto leichter ist ein Text lesbar
Der zulässige Wert hängt Alter und Intelligenz ab. Für Erwachsene sind 30 bis 80 % üblich
Eine Zeitlang wurde sie für Schulbücher und bei Journalisten benutzt
Inzwischen sind mehrere, ähnliche Maße eingeführt, leider gibt es für Deutsch z. Z, kein brauchbares Programm
Die Zeitschrift Applied Mathematics redigiert mit ähnlicher Struktur eingesandte Artikel



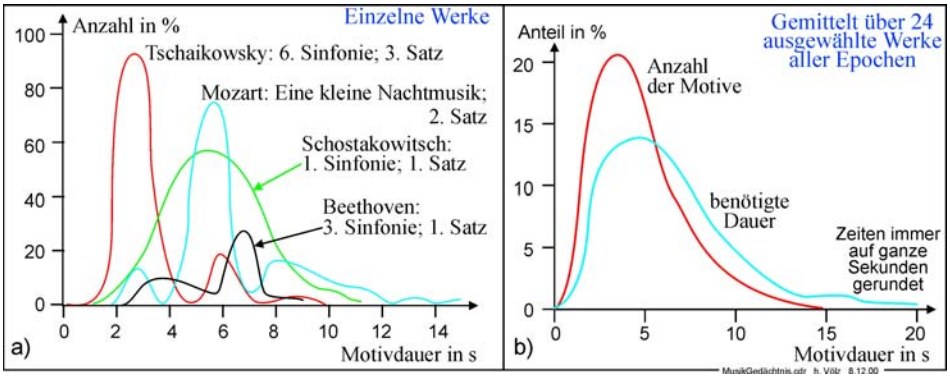
Superzeichen

Die Berechnung wurde von FELIX CUBE eingeführt
Ein Wort (Text) besteht aus *m* Zeichen. Er wird in *k* Teil-Wörter zu *n* Zeichen = 1 Superzeichen zerlegt ($m = k \cdot n$)
Über die SHANNON-Entropie kann jene Zeichenlänge *n* berechnet werden, die den geringsten Gedächtnisaufwand benötigt
Bei Dezimalzahlen ergibt sich die folgende Tabelle

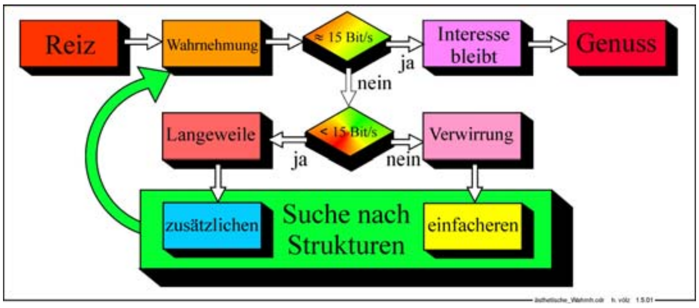
Text-, Wortlänge *m*	5,44≈6	22,2≈23	80,3≈81	273	891	2 824	8 773	26 829	81 031
Superzeichenlänge *n*	2	3	4	5	6	7	8	9	10

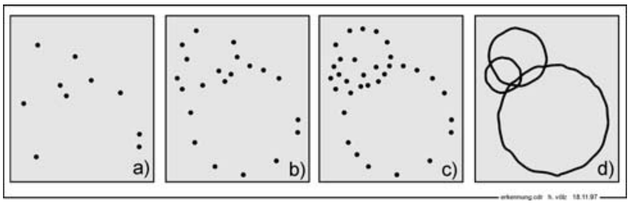
Lernen

Lernen wird auf vielfältige Art beschrieben und sehr unterschiedlich untersucht
Bei Analysen der „klassischen“ Musik wurde eine gemittelte Motivlänge von 5 s statt 10 s Gegenwartsgedächtnis gefunden
Hieraus ließ sich ein universeller dreistufiger Ablauf des Lernens ermitteln [Völz 1990]



Phase	Wirkung	Beispiele
Verwirrung	Informationsflut ist zu groß, keine merkliche Rezeption möglich	Erleben von Neuem Musik aus unbekanntem Kulturkreis.
Wieder erkennung	Einige Strukturen sind erkannt und werden wieder erkannt. Das bereitet Genuss	Klassen und Begriffsinhalte werden gebildet; klassikgewohnter Hörer rezipiert unbekanntes Werk der Klassik.
Analytische Phase, Strukturierung	Strukturen und Verknüpfungen sind erkannt und gespeichert. Ähnliches ist gut rezipierbar. Vergleich von aktueller und gespeicherter Information	Begriffe werden durch Eigenschaften beschrieben. Rezeption eines Musikkenners, analytisches Hören nach THEODOR ADORNO (Wiesengrund, 1903 – 1969)





Fragen-Arten

Wie kompliziert etwas ist, folgt aus ***Fragen*** und den darauf zu gebenden ***Antworten***
Gewöhnlich werden dabei nur 3 Fragetypen unterschieden.
Im Kontext von kompliziert ist es jedoch sinnvoll, die (Frage nach einer) Definition hinzuzufügen
Aufzählung entsprechend zunehmend kompliziert

Kriterium	**Ja-Nein-Fragen**	**Ergänzungsfragen**	**Definitionen**	**Begründungsfragen**
Fragewörter	ja/nein bzw. richtig/fasch	was, wann, wer, wo usw.	Was ist, was sind	warum, weshalb, wieso
Beispiel-fragen	Ist 2 · 2 = 4 richtig? Ist Schnee weiß? Sind Viren Lebewesen?	Welche Farbe hat die Tulpe? Wo liegt Dresden? Wann erfolgte der Urknall?	Was ist eine Farbe? Was ist ein Baum? Was sind Tiere?	Warum ist Schnee weiß? Warum lebt der Mensch? Warum gibt es Sein?
Antworten	Ja/Nein	Auswahl aus einer Tabelle	mehrere Varianten	Nur indirekt, erklärend
Probleme	binäre Entscheidbarkeit	Vollständigkeit der Tabelle	bei bester Variante fehlt oft Oberbegriff	Keine allgemeine Methode zur Beantwortung bekannt

Ja-Nein-Fragen entsprechen der ***binären Logik*** und führen daher leicht zu ***Widersprüchen***, wie „Alle Kreter lügen“
Zuweilend ist erst eine Einengung notwendig, z. B. Sind Viren Lebewesen? ⇒Viren sind keine ***selbständigen*** Lebewesen
Können erweitert werden auf binäre Entscheidungsbäume ⇒ Übergang zur ***Informationstheorie***.

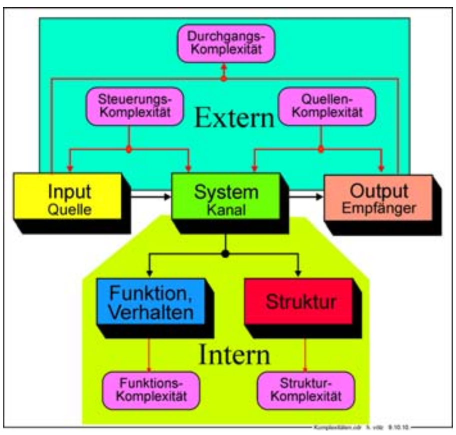
Begründungs-Fragen führen meist zu Naturgesetzen – Ursache, falsche Kausalität – erhebliches, subjektives Vorwissen notwendig

6. Vertiefende Aussagen zu Komplexität

Die Vielfalt der ***Definitionen von Komplexität*** hat u.a. SETH LLOYD untersucht. Er weist 31 Varianten aus
(Massachusetts Institute of Technology und Santa-Fe-Institut, in: Spektrum der Wissenschaft. September 1995; 61)

Eine mögliche ***Einteilung*** betrifft den Ort bzw. die Wirkung der Komplexität bzgl. des betrachteten Systems

Struktur-K. betrifft das (statisch) **Interne** des Systems und berücksichtigt meist Elemente und deren Verbindungen
Funktions-≈ Verhaltens-K. gilt für die Vielfalt der Aufgaben, Fähigkeiten oder Leistungen eines Systems
Quellen-K. gibt an, wie vielfältig die **Outputs** (Signale) eines Systems, z. B. als Generator oder Sender sind
Durchgangs- ≈ Übertragungs-K ist durch den Übergang vom In- zum Output eines Systems bestimmt
Steuerungs-K. weist aus, wie sich das System durch Inputs in der Struktur und dem Verhalten ändert lässt



Zweite Einteilungs-Möglichkeit

Sie betrifft stärker die ***Anwendungen*** des Systems, Hauptgruppen sind dann

Soziale K. erfasst Probleme des Einzelnen in der Gesellschaft, z. T. auch Management (eigentlich eher kompliziert!)
Zahlen-K. betrifft den sinnvollen Umgang mit sehr großen und kleinen Zahlen (kompliziert ⇔ komplex!)
Änderungs-K. gilt u. a. für Evolutionssysteme
Rechentechnische K. bestimmt den Rechenaufwand vor allem nach Zeitdauer, Programmlänge und Speicherkapazität
Statistische ≈ ***informationelle K.*** betreffen u. a. Zufall, Wahrscheinlichkeit, Risiko usw. z. B. in Quantentheorie und Thermodynamik sowie die Shannon-Entropie

Soziale Komplexität

In der Soziologie usw. ist Komplexität breit eingeführt und oft mit „***Postmoderne***“ und ***Informationswelt (-flut)*** verbunden
Einen guten Überblick geben [Wersig], auch [Dörner] und [Luhmann] und bzgl. Zufall und Philosophie [Marquard]
Im hier definierten Sinn betreffen die Aussagen vorwiegend ***kompliziert***, genauer die ungebräuchliche ***Kompliziertheit***
Dennoch wurden wichtige Inhalte in dieses Kapitel eingeordnet
Die wichtigsten Ausgangspunkte sind:

- Die ***„Welt” wird*** durch Erkenntnisse, Produkte, technische Möglichkeiten sowie Globalisierung usw. ***immer komplexer***
  ⇒ Wissen, Handlungsspielräume, Wahlmöglichkeiten usw. sind erheblich gewachsen und wachsen schnell weiter
- Für den ***Einzelnen*** blieben Möglichkeiten zum ***Wahrnehmen, Interpretieren, Entscheiden*** und ***Handeln unverändert begrenzt,***
  a) es sind so gut wie ***keine neuen Möglichkeiten zur*** „praktikablen“ Vereinfachung *hinzugekommen*
  b) vielmehr gingen einige *sogar* (teilweise) ***verloren***, u.a. Traditionen, Werte, Mythen und Religionen
- Der ***Widerspruch*** bewirkt ***Probleme,*** Schwierigkeiten usw., ⇒ ***Unsicherheit, Überforderung, Stress, Risiko*** usw.
  Er müsste mit dem Begriff ***kompliziert*** statt komplex bezeichnet werden

Welt erscheint/wird ständig komplexer

- Die **physikalische Welt** hat sich ***kaum verändert***, hier wirken sich erst viel größere Zeiträume aus
  Durch ***Forschung*** und ***Wissenschaft*** haben jedoch die Kenntnisse stark zugenommen, parallel nahmen die Wissenslücken zu
  Komplexität der Welt wurde so und auch in ihrer ***Hierarchie immer mehr bewusst***
- Gewaltig gewachsen sind die technischen Möglichkeiten durch ***neue Geräte, Einrichtungen*** usw. sie wachsen ständig weiter
  als Beispiele seien nur Rundfunk, Fernsehen, Computer, Handy und Internet, generelle Vernetzung genannt
  Umgang muss ***aufwendig erlernt werden***
- Durch **Globalisierung** haben die ***kulturelle Vielfalt*** und auch ***verfügbaren Produkte*** zugenommen
  Widerspruch zwischen den ***Religionen*** und ***Werte***-Vorstellungen, vor allem bzgl. Familie, soziale Kontakte, Wohnen usw.
  der Einzelne ist immer mehr ***auf sich selbst gestellt***, seine „Einsamkeit“ nahm zu
  Immer Neue Rohstoffe, Lebensmittel (Gemüse, Obst), Kultur- und Kunstprodukte

Mittel zu Reduzierung

Tradierte Senkung von ***Komplexität*** u.a.: Sprache, Zeichen, Schrift, Bilder, Filme, Formeln, Tabellen und Daten
Komplex/kompliziert: Abstraktion, Regeln, Rezepte, Modelle, Induktion, Anschauung, Schlussweisen, Analogien
Technische Mittel, Werkzeuge: u.a. Notizblock, Lexika, Bibliothek, Diktiergerät, Fotoapparat, elektronische Speicher
Unbewusst; ästhetischer Sinn, Intuition, Emotionen, Spürnase des erfolgreichen Managers
Soziologisch: Traditionen, Rituale, Absprachen, Rollenverhalten, Mythen, Meditation, Geister, Götter, Erzählungen, Märchen usw.

Kritische Annahmen, Vereinfachungen

- ***Kausalität***: Jede Wirkung hat eine (einzelne) Ursache. (Zufall. Quantentheorie, Fern- und Nebenwirkungen)
- ***Umkehrung***: Kopfweh ist kein Aspirinmangel, auch wenn Aspirin Kopfschmerz lindert
- ***Korrelation***: Gegenbeispiel z. B: Störche ⇔ Kinder
- ***Äquivalenz:*** Mit der Intensität der Ursache wächst (fällt) kontinuierlich die Wirkung (Unstetigkeiten, Umbrüche)
- ***Lineares Wachstum*** vielfach exponentiell ⇒ Zahlen-Komplexität
- ***Reduzierbarkeit:*** Das Ganze ist mehr als die Summe der Teile
- ***Stabilität*** entsteht aus der Lösung von Widersprüchen (Energieminimum, labiles Gleichgewicht)
- ***Verbesserung***: Fehler sind ein Zeichen für Entwicklungsmängel
- ***Schmerzfreie Entwicklung***: Veränderung verläuft angenehm ohne Brüche, Sprünge und Phasen der Instabilität
- ***Rationalität:*** logisches Denken ist die beste Handlungsbasis
- ***Neutralität***: Intelligenz ist unabhängig vom Gefühl
- ***Ordnung*** wird immer durch einen Ordner hergestellt (kann auch zufällig entstehen)
- ***Erkennen/Wahrnehmung*** ist ein Abbild der Realität (Höhlengleichnis)
- ***Verstehen***: Kommunikation ist Informationsübermittlung

Betroffene Personengruppen

- ***Frauen***: Doppelbelastung in Beruf und Haushalt, Emanzipationsdruck
- ***Männer***: Neubestimmung der Geschlechterrolle
- ***Kinder/Jugendliche***: Werteverfall, Konsumdruck, Schwinden der Elternrolle
- ***Senioren:*** schnelle technisch-organisatorischen Entwicklung, Gefährdung der Alterssicherung, Vereinsamung
- ***Familien:*** Verschwinden der Normalbiographie, Großeltern, Großfamilie
- ***Wissenschaftler***: nicht mehr Einzelperson, Team, komplexe Labore und Gerätetechnik, Finanzierung (Drittmittel)
- ***Politiker/Manager***: wachsende Ansprüche bei schwindenden Ressourcen, Globalisierung, Wahlperioden (***Entscheidungs-K.***)
- ***Künstler***: sozialer Wandel, Werteverfall, Macht der Medien, Vertrieb der Kunstwerke, Globalisierung

Folgen

Entscheidungen weit entfernt vom Individuum, haben aber erheblichen Einfluss auf sein Leben
Überforderung durch Ungewissheit, Unüberschaubarkeit, kaum abschätzbares Risiko
Wegfall bisher geltender ***Sicherheiten***, sinkendes ***Vertrauen***
Teilaspekte behandeln, aber „das Ganze als Summe seiner Bestandteile“, sich ***widersprechende Teilziele***
Kompromisse notwendig, z. T. ohne zureichendes Wissen, vorschnell und ohne geeignetes ***Optimum***
Risiken abfedern ⇒ Versicherungswesen, keine Entscheidung treffen
Verantwortung vermeiden ⇒ Bürokratisierung, Verrechtlichung, viele Gutachten, Kompetenzstreit

Zahlenkomplexität

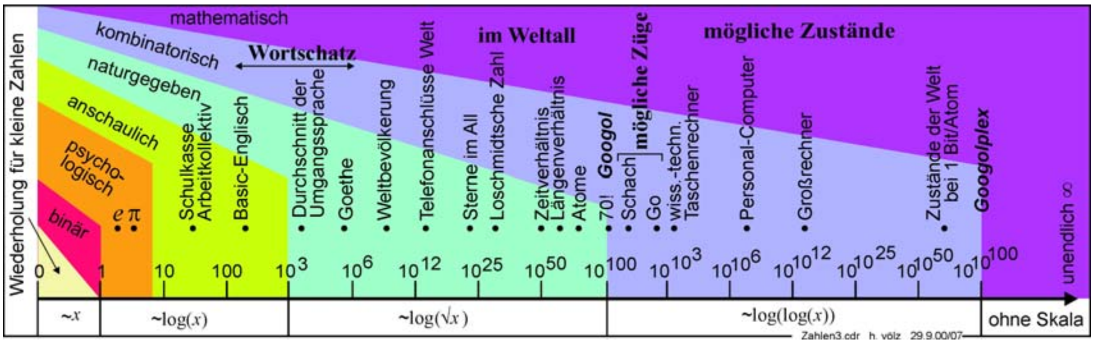
Die Erfahrung zeigt, dass wir mit Zahlen je nach ihrer Größe sehr unterschiedlich umgehen.
Als Erster hat hierauf wohl ***Rucker*** mit vielen Details hingewiesen. Er schlägt folgende 4 Klassen vor:

Klein: 1 bis 1000; ***Mittel***: 1000 bis Billion; ***Groß***: bis 10^{100} = 1 Googol; ***Unvorstellbar***, aber noch nicht unendlich.

Eine erweiterte, vertiefte Einteilung schuf [Völz96]. Sie gilt ähnlich für die reziproken Zahlen

Zahlenbereich	Zahlen	Bezug	Eventuelles Denkgesetz
binär	0/1	Logik, BOOLEsche Algebra, Wahrheit; Antinomien	Ja/nein
psychologisch	7 ± 2	Gegenwartsgedächtnis, Klassenbildung	Sofortiges Überblicken
anschaulich	≈ 1000	Kurzzeitgedächtnis, Zählen in einer Stunde, vorstellbar	Lineare Einteilung
naturgegeben	$\approx 10^{99}$	Physik, exponentiell, Wirklichkeit, Sinneswahrnehmung	Logarithmische Skala
kombinatorisch	riesig	Möglichkeiten, Evolution, Quantentheorie	log(log(*x*))-Skala
mathematisch	∞	Theorie	Logik, Grenzwert?
unerschöpflich	ohne	Philosophie	??

Sie wird auch deutlich, wenn die vorhandenen Werte annähernd gleichdicht dargestellt werden sollen



Ergänzungen: Binärer und Physiologischer Bereich

Binär: Entspricht den Ja/Nein-Entscheidungen, der Aussagenlogik und binären Arithmetik, Mittelbar auch **Entscheidungsfragen**
In ihm entstehen leicht Widersprüche, Paradoxien ⇒ ***Gödel***entscheidbarkeit.
Paarbildungen, sowohl als auch usw. z. B.: Welle und/oder Korpuskel

Physiologischer Bereich: s.o. Zahl 7, ⇐ Gegenwartsgedächtnis

Anschaulicher Bereich

Er deckt sich mit dem Bereich kleiner Zahlen von RUCKER und betrifft insbesondere unser ***Alltagsverhalten***
Obere Grenze ≈ 1000, untere ≈ $^1/_{1000}$: Von einem Meter ist gerade noch 1 Millimeter mit bloßem Auge zu erkennen
Bis Tausend zählt man in etwa einer Stunde, RUCKER definiert den ***Zehn-Finger-Flip-Flop*** mit 2^{10} = 1024 Zuständen
Zur besseren Vorstellung erfolgte sehr früh ***Tausender-Staffelung*** von Million, Milliarde, Billion, Billiarde, Trillion, Trilliarde usw.
Auch ***Vorsätze des SI*** (p, μ, m, k, M, G, T usw.) und die technische Schreibweise mit 3er Potenzen von 10

Naturgegebenen Bereich

Um 1900 stellten die Physiker fest: größtmögliches Verhältnisse von ***Makro-*** zu ***Mikrowelt*** $\leq 10^{90}$
Z. B. Masse des Weltalls $\approx 10^{85}$ Elektronen. RUCKER führt ***Googol*** 10^{100} ein
Das Letzte, was ***Archimedes*** (287 - 212 v.Chr.) aufschrieb, ist die so genannte „Sandzahl“
Sie gibt an, wie viel Sandkörner im Kosmos sind, er errechnete sie zu 10^{63}
Bei natürlichen Zahlen führt ***Addition*** zu immer größeren Zahlen = ***Peano***-Axiom, für ***Exponenten nicht sinnvoll!***
$\Rightarrow$ ***Skalen in logarithmischer Darstellung*** mit oberer und unterer Grenze
Entspricht ***Gleitkomma-Arithmetik*** vieler Rechner und wissenschaftlicher Schreibweise mit ***Mantisse und Exponent***
Auch ***unsere Sinne*** folgen dem logarithmischen ***Weber-Fechner***schen Gesetz: Wahrnehmung $W \sim \log(R)$ physikalischer Reiz
Daher ***logarithmisches Denken*** notwendig. Hierauf weist DIETRICH DÖRNER (*1938) [Dörner] hin (exponentielles Wachstum)

Anekdote Schachspiel

Hierzu existiert keine indische Quelle, aber mehrere aus dem arabischen Kulturkreis

Der ***indische Herrscher Shihram tyrannisierte*** seine Untertanen und stürzte sein Land in Not und Elend.
Der ***weise Brahmane Sissa***, Dahers Sohn, schuf daher das ***Schachspiel***, wollte nicht des Königs Zorn erregen
Wichtigste Figur, der König kann ohne Hilfe anderer Figuren und Bauern nichts ausrichten
Shihram ***wurde milder,*** ließ das Schachspiel verbreiten und ***gewährte*** dem Brahmanen einen ***freien Wunsch***
Dieser wünschte sich ***Weizenkörner*** (stellenweise Reis): Auf das erste Feld eines Schachbretts ein Korn,
auf das zweite Feld 2 Körner usw. immer die doppelte Menge
Der König lachte und war über die Bescheidenheit des Brahmanen erbost
Einige Tage später erkundigte, ob Sissa seine Belohnung empfangen habe, doch der Rechenmeister rechnete immer noch
Schließlich das Ergebnis: 2^{64}-1 oder 18.446.744.073.709.551.615 Körner, dazu reichten alle Kornkammern nicht aus
Der Rechenmeister half dem Herrscher aus der Verlegenheit, empfahl: Sissa ibn Dahir solle einfach Korn für Korn zählen

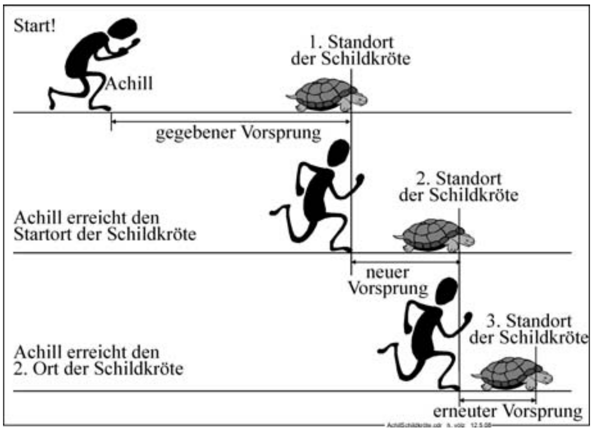
Abschätzung

1 Weizenkorn $\approx$ 0,05 g. Transport mit LKW von 7,6 m, je etwa 9 000 kg $\approx$ 180 Mio Getreidekörner
Notwendig $\approx$ 100 Milliarden Transporter $\Rightarrow$ 800 Mio. km lang $\approx$ 20 000 Erdumrundungen $\approx$ 5fache Sonne-Erd-Entfernung
Kornmenge entspricht der 1500-fachen der weltweiten Weizenernte des Jahres 2004 (624 Mio. t)

Kombinatorischer und mathematischer Bereich

Im Gegensatz zur Natur treten in ***Kombinatorik*** und ***Wahrscheinlichkeitsrechnung*** extrem große und kleine Zahlen auf
Z. B. Weltall als Speicher: 10^{80} Atome je 1 Bit $\Rightarrow (2^{10})^{80} \approx 10^{3\cdot 10^{79}}$ unterscheidbare Zustände
bereits Exponent unvorstellbar groß mit $3\cdot 10^{79}$ Ziffern
Auch die Fakultät überschreitet schnell die physikalische Grenze: $70! \approx 1{,}2\cdot 10^{100}$.
Für derartige Zahlen existiert keine Namen, RUCKER führt ***Googolplex*** ein, 1 gefolgt von ein Googol Nullen

Im kombinatorischen Bereich weder ∞ noch Null $\Rightarrow$ **mathematischer** Bereich: reelle Zahlengerade unendlich dicht belegt
Hier entsteht das Problem von ***kontinuierlich*** $\Leftrightarrow$ ***diskret*** (analog und digital)
Wettlauf Achill und Schildkröte nach ZENON AUS ELEA (335 - 264 v. Chr.)



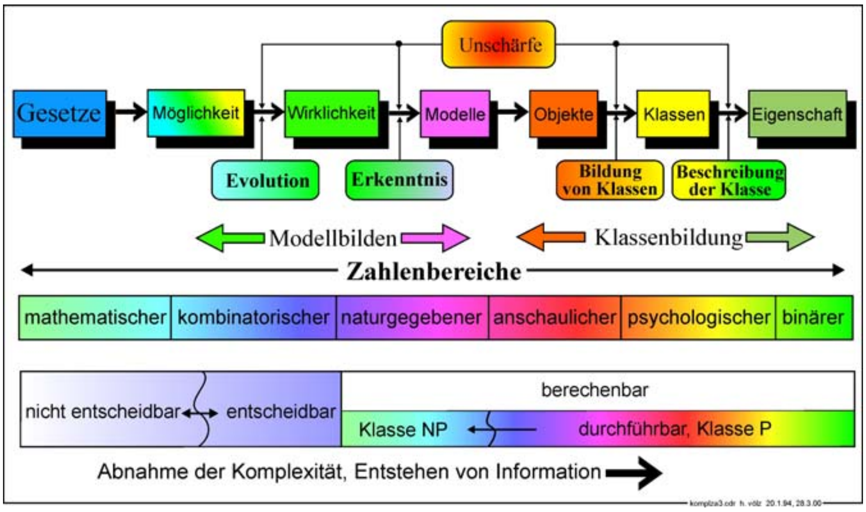
Zusammenhang der Zahlenbereiche

Die Zahlenbereiche entsprechen einer Zunahme der Komplexität, jeder ist etwa gleich kompliziert
Zwischen den Zahlenbereichen muss es ***Übergänge*** geben, sie hängen offensichtlich mit ***Vereinfachungen*** zusammen

Ein übersichtlicher Prozess ist ***Klassenbildung***:
Anschaulich viele Objekte werden deutlich weniger Klassen (***psychologischer*** Bereich) zugeordnet
Die ***Klassenzuordnung*** erfolgt durch typische Klasseneigenschaften mittels Ja/Nein-Entscheidungen (***binärer*** Bereich)

Ein zweiter ist der Zusammenhang von ***Evolution und Erkenntnis***:
Aus den (quantenphysikalischen) ***kombinatorischen*** Möglichkeiten der Welt wählt die Evolution eine ***naturgegebene*** Realität aus
Um die Zusammenhänge zu erkennen schaffen wir ***anschauliche Modelle***

Bei allen derartigen ***Übergängen*** treten Ungenauigkeiten und Unschärfen (HEISENBERG) als ***„Kosten" der Vereinfachungen*** auf
Ein weiterer Bezug besteht zu der ***informatorischen Komplexität*** (s. d.) und der ***Entstehung von Information***



System-Komplexität

Griechisch ***sýstema*** ≈ aus mehreren Teilen zusammengesetztes u. gegliedertes Ganzes
sýn zusammen; ***histánai*** (hin)stellen, aufstellen; ***Synistánai*** zusammenstellen; verknüpfen

Beschreibungen

Extern: *Funktion* durch Aufgabe und Ziel bestimmt, ***Verhalten*** liegt einfach vor, tritt auf: ***Achtung*** **kompliziert**!
Vielzahl der Funktionen u. a. bei Steuerung/Beeinflussung/Bedienung ergibt die ***funktionelle Komplexität***
Weicht evtl. von der ***Verhaltens-Komplexität*** (z. B. Lebewesen) ab

Intern vor allem Struktur (black- ⇒ white box), erfasst ***Elemente + Verbindungen ⇒ strukturelle Komplexität***
bei ***internen Veränderungen*** kommen Funktion und Verhalten hinzu (Zustände + Regeln)

System ≈ Ganzheit ≈ Zusammenhang ≈ Gebilde ≈ Abhängigkeit
Element ≈ Knoten ≈ Bauteil, Bauelement, Abschnitt, Black-Box
Verbindung ≈ Weg ≈ Wechselwirkungen ≈ hier erfolgen ***Flüsse*** von Stoff, Energie, Information usw.

Aus der Literatur sind nur unbefriedigende und widersprüchliche Berechnungen bekannt (s. u.)

Elemente

Werden meist nur ***formal herausgetrennt***, bewirkt dann ***Unschärfen***, Ungenauigkeiten
= Abgrenzung gegen Anderes, Umwelt, ***Grenze*** ⇒ Inneres/Äußeres, Oberfläche
Damit sind Elemente – im Gegensatz zu den Verbindungen, Flüssen – ***immer diskret***
Besitzen Eigenschaften, deren ***Ausprägungen*** meist ***messbar*** (Messskalen) sind
z. B.: Größe, Temperatur, Masse, Leitfähigkeit
Elemente können als ***Teilsysteme*** wieder Elemente mit Verbindungen enthalten

Varianten

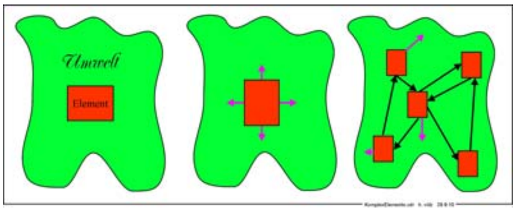
1. Eigenschaften und Grenzen stehen ***unveränderlich*** fest
2. ***Ändern*** sich teilweise mit der Zeit: linear, periodisch, spontan, statistisch (Ereignisse, Zustände usw.)
3. ***Bewirken Output***, z. B. Generator
4. ***Entstehen*** von ***Evolution***, Chaos, Katastrophe, Wachsen usw., exponentiell, Ressourcen intern + extern
5. ***Steuerbar***: Eigenschaften, Ausprägungen, z. T. Verbindungen ändern sich durch ***Input***
6. ***Steuern mit Wirkung*** auf Umwelt ***In- + Output***, z. B. Verstärker, CPU; Grad Diff.-Gl. = Maß für Komplexität

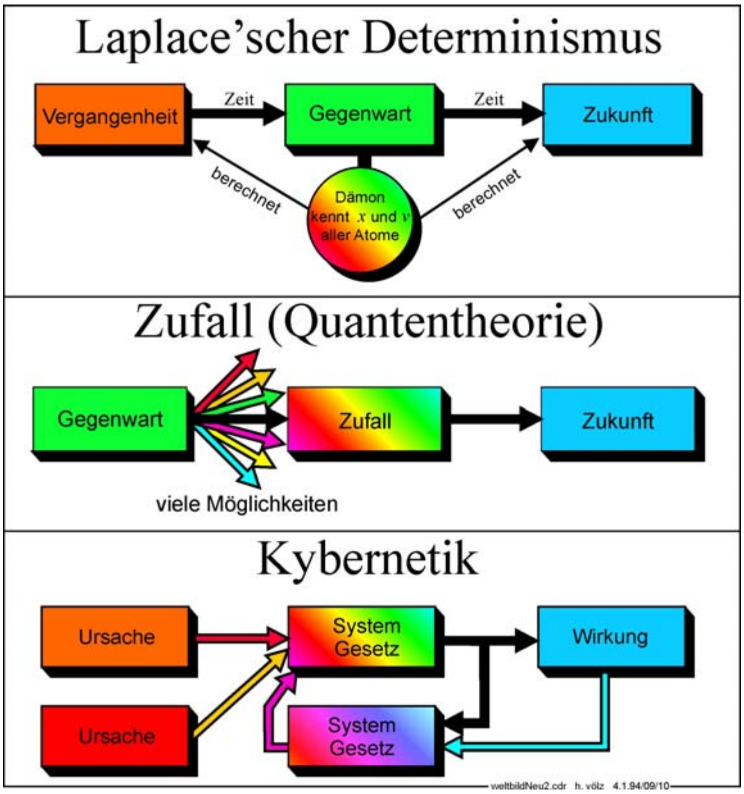
Verbindungen

Existieren ***zwischen den Elementen*** (intern) und zur ***Umwelt*** (extern)
Bewirken ***Wechselwirkungen*** mittels ***Flüssen*** an Stoff, Energie und Information
Mit und ohne (einseitig) Richtung, als ***In-*** und ***Output*** von Elementen,
Verzweigung (-grad): von bzw. zu einem Element können eine oder mehrere Verbindungen existieren

betrifft auch die ***Bedienbarkeit*** von Systemen

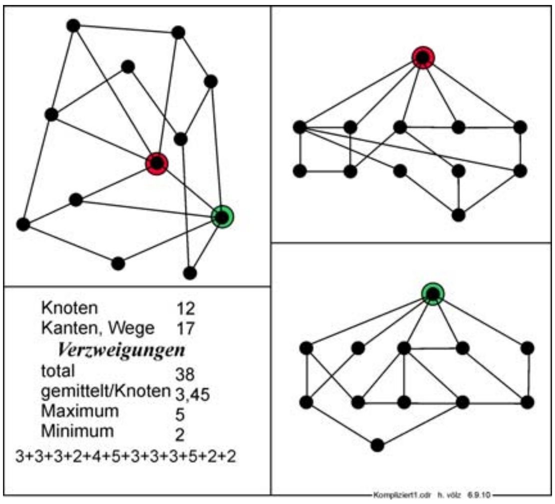
Teilweise existieren auch ***Nebenwege*** (≈ Relationen) und ***Rückkopplungen***

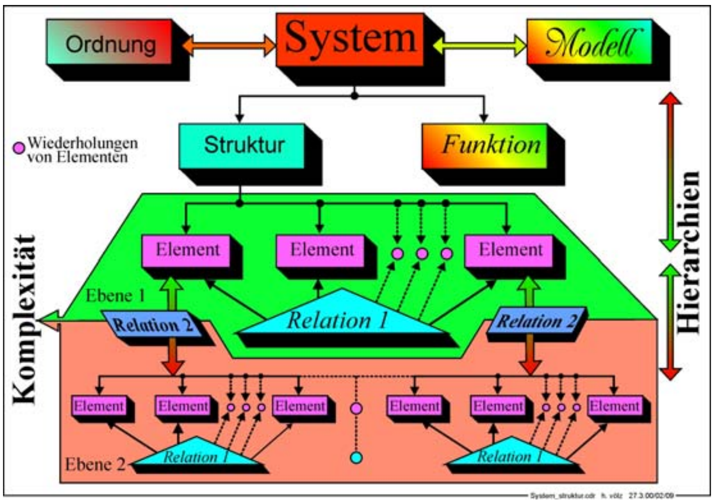




Hierarchie

In vielen Systemen führen ***mehrere Wege (Relationen)*** mit unterschiedlicher Tiefe zu den Knoten
Vielfach wird dazu ein ***Start-Knoten, Ausgangspunkt, -knoten*** angenommen
Tiefe ist die minimale Wegezahl zu einem (entferntesten) Knoten
Zwischenknoten heiße auch ***Teil-Systeme***
Streng hierarchische Systeme besitzen keine Nebenwege und Rückkopplungen, sind daher besonders einfach



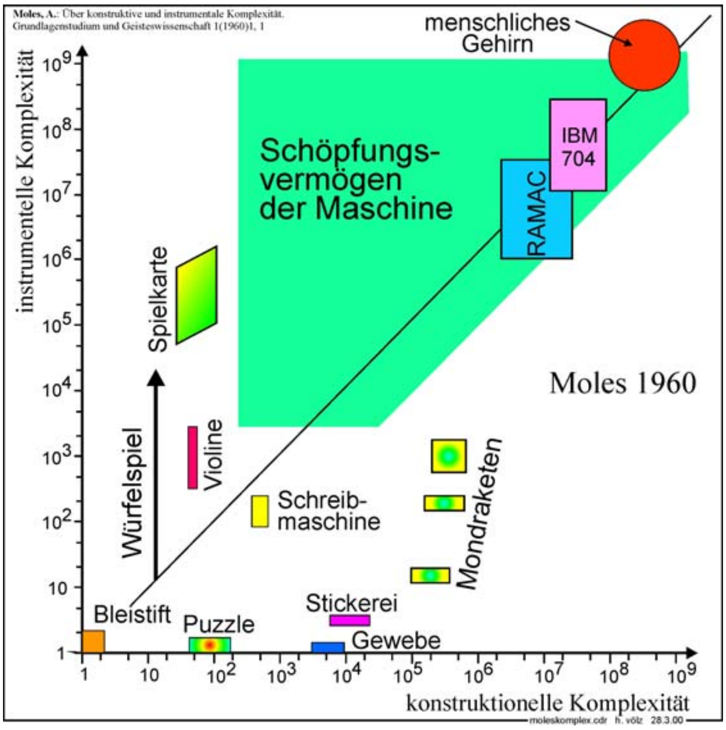


Komplexitäten nach MOLES

Von ANDRÉ ABRAHAM MOLES (1920 - 1992) stammt ein sehr einfacher Ansatz. Er unterscheidet

- ***Konstruktionelle*** Komplexität*:* Anzahl der Bauteile/Elemente. Ein Bleistift besteht vor allem aus der Mine und dem Holz
- ***Instrumentelle*** Komplexität: Anzahl der Anwendungsmöglichkeiten. Ein Bleistift ist auch als Lineal, seine Mine als elektrischer Widerstand nutzbar.

Meist gilt Instruemtelle K. > Konstrutionelle K. Hier liegen ***Spiele*** und ***Schöpfungsvermögen*** von Mensch und Maschine



Zeitweilige Benennung elektronischer Schaltungen

Bis etwa 1990 war es üblich, elektronische Schaltkreise (Chip) nach der Anzahl der Gatter bzw. Bauelemente zu unterscheiden

SSI (small scale integration)............................< 10 gates, < 100 Bauelemente
MSI (medium scale integration) ....10 - 100 gates, 10^2 - 10^3 Bauelemente
LSI (large scale integration) ....100 - 1000 gates, 10^3 - 10^4 Bauelemente
VLSI (very large scale integration) ....>1000 gates, >10^4 Bauelemente

Da inzwischen mehr als 10^9 Transistoren erreicht sind, hat diese Komplexitätszählung keine Bedeutung mehr
Wegen der Vielzahl gleicher Bauelemente, Teilschaltungen usw. wäre auch das typische ***Ökonomische Gesetz*** zu berücksichtigen: Bei einer Verzehnfachung (der Produktion) sinkt (der Preis) auf ½

Beschreibung streng hierarchischer Bäume (Versuch)

Es gibt ***keine Querbeziehungen***; der Baum beginnt mit nur einem Knoten und ist streng hierarchisch in y Ebenen
Ebene 0 enthält den ***Startknoten*** k_0, die letzte, y-te Ebene enthält nur Endknoten k_y
Von ***Endknoten*** führt kein Weg in eine weitere Ebene
Je Knoten besteht eine ***Verzweigung*** v_i, die Verzeigung von Endknoten ist 1
Je Ebene können a (***Anzahl***) Knoten gleicher Verzweigung auftreten
Die ***Beschreibung*** des Baumes erfolgt durch **Tripel** mit gleicher Verzweigung je Ebene:

Anzahl a_i × Ebene y_i: Verzweigung v_i

Sie führt zu einer ***Tabelle mit Zeilen*** je Ebene und mit den Unterscheidungen nach v_i

Es werden folgende Anzahlen unterschieden:
a_E ***Endknoten*** mit $v_i = 1$; a_V ***Verzweigungsknoten*** mit $v_i > 1$ und $a_T = a_E + a_V$ ***Alle Knoten***
Dabei gilt

$$\begin{Bmatrix} a_E \\ a_V \end{Bmatrix} = \sum_i a_i \text{ bei } v_i \begin{Bmatrix} = \\ > \end{Bmatrix} 1$$

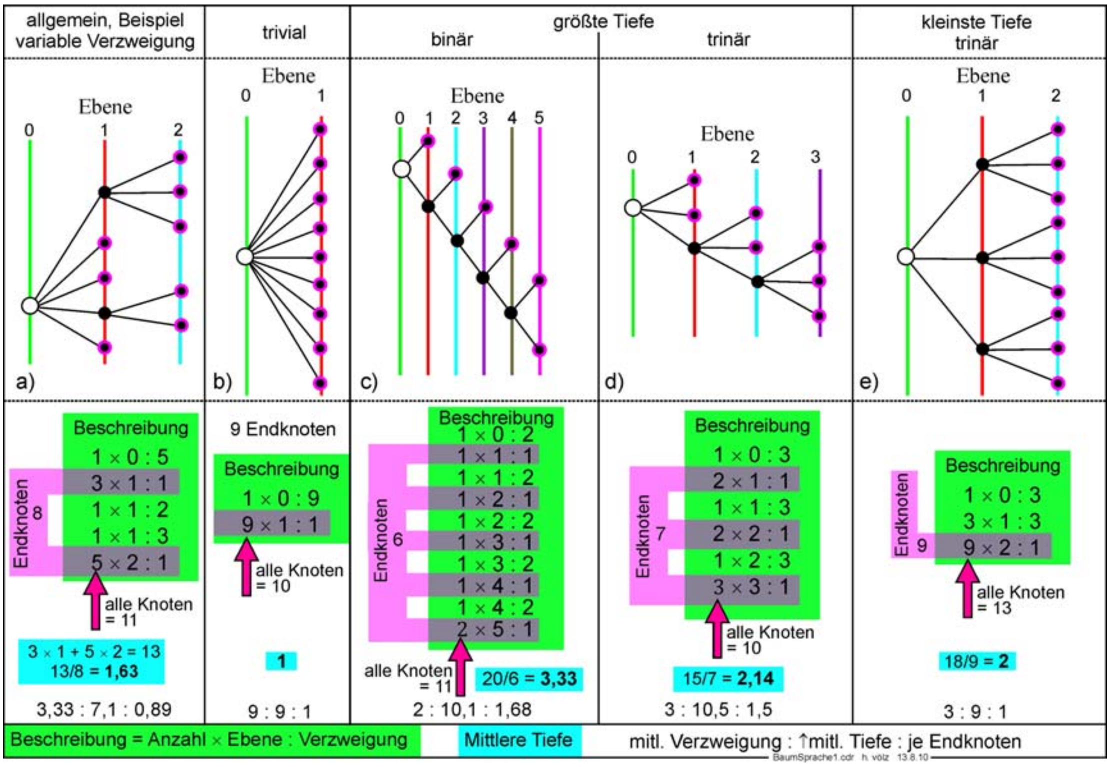
Als Hilfsgröße wird die ***Summe aller Verzweigungen*** eingeführt

$$v_T = \sum_i a_i \cdot v_i \text{ für } v_i > 1$$

Mit ihr kann eine ***mittlere Verzweigung*** berechnet werden $v_M = v_T/a_V$
Als weitere Größe ist die *Knotentiefe* t_i wichtig. Die ***Summe aller Knotentiefen*** beträgt

$$t_T = \sum_i t_i \text{ mit } v_i > 1$$

Über die Anzahl der Verzweigungsknoten kann eine ***Mittlere Knotentiefe*** eingeführt werden $t_M = t_T/a_v$



Strukturelle Komplexität für hierarchische Bäume

Eine ***Strukturkomplexität*** ergibt sich zu

$$K_{St} = v_T^{t_T} = \left(\frac{v_T}{a_v}\right)^{t_T / a_v}$$

Bezogen auf die Anzahl der Endknoten folgt ein ***Entscheidungsfaktor***

$$F_E = \frac{K_{St}}{a_E}$$

Wichtig ist das Tripel

$$\boldsymbol{v_M : K_{St} : F_E}$$

Kleinste Tiefe (e)

Verzweigung = V; Tiefe = T
Endknoten $a_E = V^T$
Alle Knoten $a_T = 1+V+V^2+V^3+ \dots + V^{T-1} + V^T \approx 2 \cdot V^T$
Mittlere Verzweigung $v_m = V$
Mittlere Tiefe $t_M = T$
Komplexität = V^T
Je Knoten = 1

Größte Tiefe (c, d)

Verzweigung = V; Tiefe = T
Beschreibung
$1 \times 0 : V$

$(V\text{-}1) \times c : 1|$
$1 \times c : V|$ für c = 1 bis T-1

$V \times T : 1$

Endknoten $a_E = 1+T\cdot(V\text{-}1)$, Alle Knoten $a_T = 1 + T\cdot V$, Mittlere Verzweigung = V

Mittlere Tiefe $t_M = \frac{1+T}{2} + \varepsilon$; ⇔ ε wird wachsenden V und T sehr klein

Komplexität = $V^{\frac{T+1}{2}+\varepsilon}$

Je Endknoten = $\dfrac{V^{\frac{T+1}{2}+\varepsilon}}{1+T\cdot(V-1)} \approx \dfrac{V^{\frac{T+1}{2}}}{T\cdot(V-1)}$

Grobe Näherungen

Alle Knoten *m;* Endknoten *n*, n_i*;* Tiefe der Baumes T_i, T_m*;* Verzweigung V_i, V_m

Hierarchische Komplexität (≈ Befehlsaufwand) K_{hier} = Anzahl der Endknoten n_E × mittlere Tiefe T_m bzw. $K_{hier} = \sum_{i=1}^{n} T_i$

Einfache Näherung $V_m \approx m \times T_m$

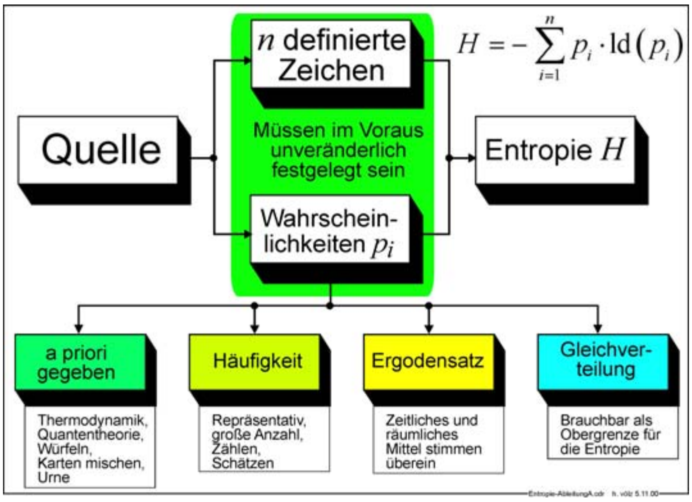
Folgerungen

Selbst in ***streng hierarchischen*** Systemen ist Komplexität ***nicht allgemein*** durch Knoten und Verzweigungen zu bestimmen
Weitaus schwieriger ist es bei allgemeinen Systemen, z. B. mit Querwegen oder Rückkopplung
Noch schwieriger ist es daher, ***Veränderungen*** in der Struktur oder gar bzgl. Verhalten und Funktion
Daher existieren hierfür auch ***keine allgemeinen Festlegungen***
Bestenfalls sind Abschätzungen im Sinne einer ***Ordinalskala*** (>, <) möglich
Genauer ist Komplexität nur in einigen ***Spezialfällen*** festgelegt

Quellen-Komplexität ≈ SHANNON-Entropie

Es werden Signal-Quellen betrachtet, jedoch nur die Wahrscheinlichkeit (Häufigkeit) der gesendeten Signale beachtet
Es gibt *n* unterscheidbare Signale (Zeichen), die mit den Wahrscheinlichkeiten p_i auftreten
Achtung! ***Zufall***: Wahrscheinlichkeit ⇔ Häufigkeit, Ergodensatz, Gleichverteilung
Komplexität ⇔ ***Unbestimmtheit***, am größten bei Gleichverteilung; weiß, GAUß'isch ⇒ ***Wärmetod***
Die **SHANNON die Entropie**, kann folglich auch als ***Quellen-Komplexität ≈ Statistische Komplexität*** betrachtet werden kann

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot ld(p_i)$$

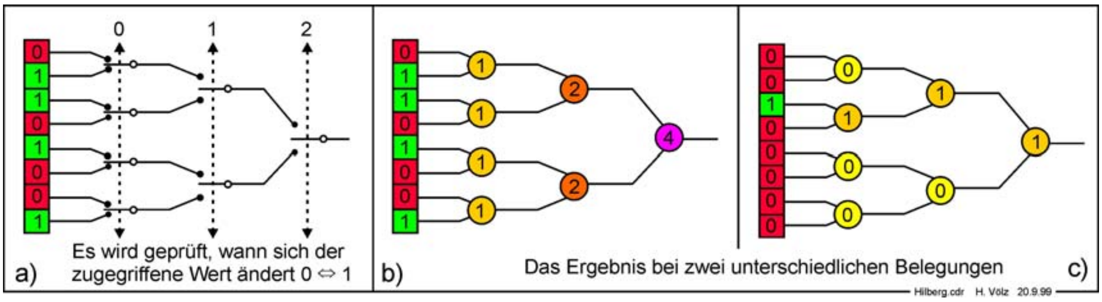


Struktur-Komplexität = deterministische Entropie

HILBERG hat Informationsfolgen und Hardware auf Komplexität in Sinne der Informations-Entropie untersucht
Die Statistik von Signalen übersetzte er dabei in Umschalter für den Zugriff
Diese Schalter sind entsprechend einem streng hierarchischen Baum angeordnet
Sie werden stufenweise umgeschaltet. Dabei wird beobachtet, ob sich am Ausgang etwas ändert **0** ⇔ **1**
Wenn es sich ändert, erhält die dazugehörende Schaltergruppe eine 1, sonst eine 0.
Die entsprechenden Werte werden mit den Schalterebenen aufaddiert
Es liege z. B. die Bit-Folge **01101001** vor. Aus ihr entsteht Komplexität = Entropie = 4
n-bit-Folgen können Werte zwischen 0 und *n*/2 annehmen.
Im Vergleich mit der Informations-Entropie ergibt sich für $n \to \infty$ Übereinstimmung
Dieses Ergebnis lässt sich leicht auf Hardware-Schaltungen übertragen, dabei folgt die Tabelle
Ferner ergeben sich Bezüge zu Arbeiten von ***Chaitin***, ***Levin*** u. a. sowie ein Zusammenhang zur ***Kolmogoroff***-Komplexität

Bauelement	Komplexität
AND	1
n-XOR	2^n- 1
n-stufiger Decoder	2^n
RS-Flipflop	1.97
Master-Slave-Flipflop	3.31
Speicher mit m-Wort, n Adressen	$m{\cdot}2^n$
n Bit/Addition	$n{\cdot}2^n$
n Bit/Multiplikation	$n{\cdot}(2^n$-1)

Diese Ergebnisse stimmen gut mit intuitiven Vorstellungen überein
Etwas erstaunlich ist nur: Addition ⇔ Multiplikation: für z. B. $n = 2$ sind 8-Bit ⇔ 6-Bit erforderlich



Bedienbarkeit

Hängt wahrscheinlich mit den 7±2 Shunks des ***Gegenwartsgedächtnisses*** zusammen
Könnte der Anzahl der optimalen Verzweigungen entsprechen
Auch ein Zusammenhang mit der Auffälligkeit könnte bestehen. Für sie gilt mit der Wahrscheinlichkeit p

$$h = -\,p \cdot \ln(p)$$

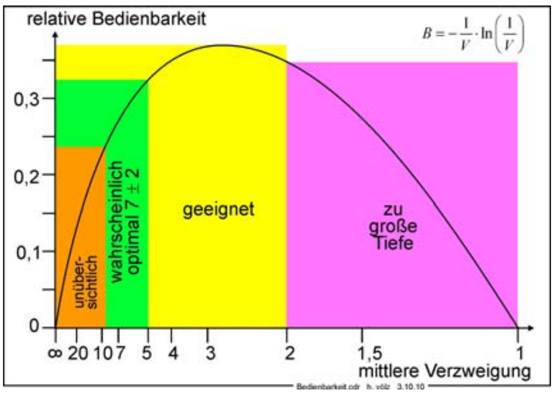
ln(p) entspricht dem WEBER-FECHNER-Gesetz und der Faktor p einer Bewertung der gemäß der Wahrscheinlichkeit
Die Funktion besitzt ihr Maximum bei $p_{\max} = 1/e \approx 37$ %
Die Wahrscheinlichkeit kann bzgl. Gleichverteilung reziprok zur mittleren Verzweigung V_m angenommen werden

$$B_d = -\frac{1}{V_m} \cdot \ln\left(\frac{1}{V_m}\right)$$

Dann führt $V_m \approx 2{,}71$ zum maximalen Wert. Bei vielen Endknoten ist jedoch auch die Tiefe des Baumes zu berücksichtigen
Wie die Tiefe sich auswirkt ist nicht bekannt, aber wahrscheinlich ist so $V_m \approx 7{\pm}2$ günstig, geringere Tiefe (s. Bild)

Ein völlig anderer Ansatz (ohne Begründung) ist

B_d = Endknoten n_E × mittlere Tiefe T_m × mittlere Verzweigung ⇒ $V_m \approx B_d = \sum_{i=1}^{m} T_i \cdot V_i$



Verhaltens-Komplexität eines kontinuierlichen Übertragungskanals

Anwendung bei kontinuierlichen Signalen mit Input = x_e und Output x_a
Beide als komplexe Werte in Amplitude und Phase von Frequenzen und Funktionen der Zeit t
Beschreinbung erfolgt mittels Differentialgleichung:

$$a_0 x_e(t) + a_1 \frac{dx_e(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2 x_e(t)}{dt^2} + \ldots + a_n \frac{d^n x_e(t)}{dt^n} = A\left[b_0 x_a(t) + b_1 \frac{dx_a(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 x_a(t)}{dt^2} + \ldots + b_n \frac{d^m x_a(t)}{dt^m} \right].$$

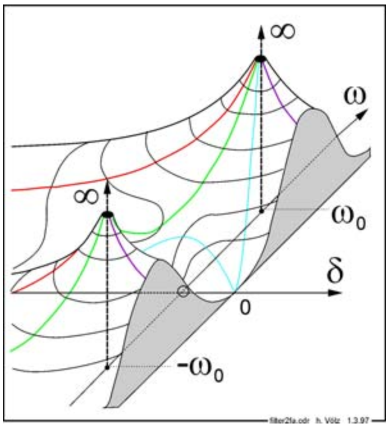
Für ein *deterministisches* und *stabiles* System gilt $m \le n$ gelten
Die Werte ***m*** bzw. ***n*** können als ***Komplexität*** des Systems interpretiert werden
Für ein *zeitinvariantes* System sind alle *Koeffizienten* a_i, b_i und A reell und konstant
Die Lösung der Differentialgleichung erfolgt meist mittels der ***Laplace***-Transformation
Wegen dem Fundamentalsatz der Algebra folgt für die Eigenschaften ein rationales Polynom
aus Zählerpolynom $Z(p)$, Nennerpolynom $N(p)$ mittels der Nullstellen p

$$H(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + b_2 p^{m-2} + \ldots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_n} = \frac{Z(p)}{N(p)}.$$

Die p im Zähler sind die eigentlichen Nullstellen p_{0i} der Übertragungsfunktion $H(p)$
Die Nullstellen im Nenner sind Pole $p_{\infty j}$, denn hier wird das Polynom unendlich
Eine einfachere Schreibweise sieht so aus:

$$H(p) = \frac{b_0 \sum_{i=1}^{u} (p - p_{0i})^{k_i}}{a_0 \sum_{i=1}^{v} (p - p_{\infty i})^{l_i}} \quad \text{mit} \quad \sum_{i=1}^{u} k_i = m \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^{v} l_i = n.$$

Die k_i und l_i sind die Vielfachheiten der **P**ole | **N**ullstellen
Zur Gleichung gehört die graphische Darstellung des PN-Planes in der komplexen δ-*j*·ω-Ebene
Darin bedeuten ω die Kreisfrequenz und δ ein Dämpfungsmaß. Beide zusammen werden auch komplexe Frequenz genannt.



Statistische Verhaltens-Komplexität ⇔ SHANNON Kanalkapazität

Hierbei sind folgende Eigenschaften wichtig
B = Bandbreite des Kanals, P_S maximale Signalleistung der Quelle; P_R Rauschleistung am Kanalausgang

$$C = B \cdot ld\left(1 + \frac{P_S}{P_R}\right)$$

Vorraussetzung ist, dass Signale und Rauschen *weiß* und GAUß'isch sind, anderenfalls ist sie um einen Faktor $k < 1$ geringer

Topologische Komplexität

entspricht dem „Geschlecht" des (mathematischen) Systems. Wesentlich sind dabei die Anzahl der Löcher
Gleich komplex sind z.B. eine Kugel und ein Würfel und zum anderen ein Torus und eine Tasse mit Henkel

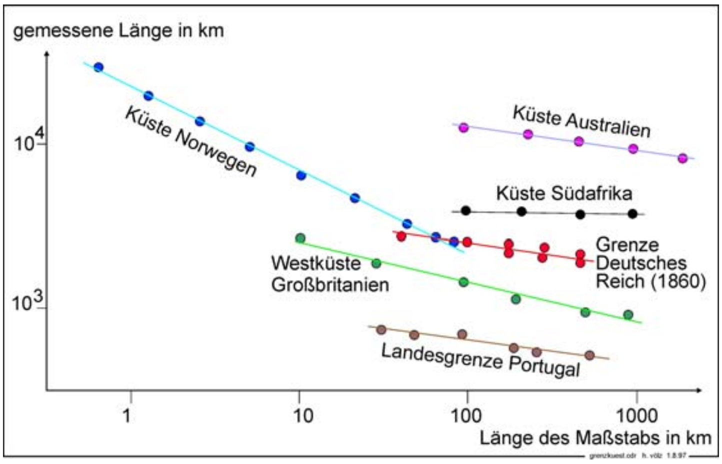
Fraktale Komplexität 1 (Grenzen)

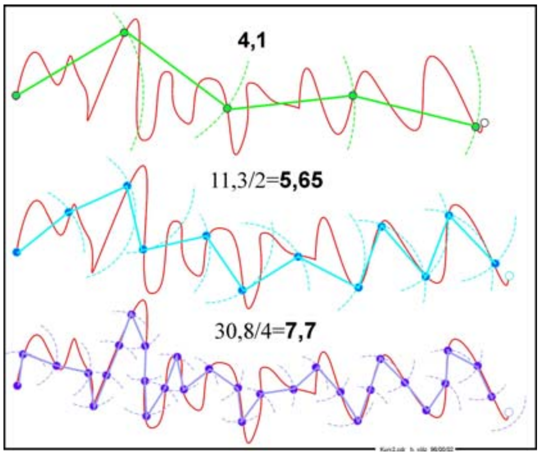
Entspricht fraktale bzw. Hausdorff- Dimension, ist ein Maß für die Komplexität von Linien

1961 hat LEWIS RICHARDSON die Länge von Grenzen systematisch untersucht
U. a. hängt sie erheblich vom gewählten Maßstab ab
Küste der USA z. B. Globus ≈ 2 000 km, Seekarte ≈ 20 000 km, zu Fuß viel länger

Sogar in offiziellen Dokumenten vorhanden
Grenze Spanien ⇔ Portugal: von Spanien mit 987 km, von Portugal 1 214 km, Niederlande ⇔ und Belgien 380 ⇔ 449
Erklärbar als „Messradius“ einer Kurve, führt zum D der ***Hausdorff***-Dimension =Verkrumpelung, Gerade D = 1
Mit einer Bezugslänge L_0 gilt:

$$L = L_0 \cdot R^{1-D}.$$





Rechentechnische Komplexität

bestimmt den Rechenaufwand vor allem nach Zeitdauer, Programmlänge (Raum 1) und Speicherkapazität (Raum 2)

Digitale Quellen-Komplexität autonomer Automaten

Ein ***digitaler autonomer Automat*** gibt zeitlich nacheinander Zeichen Z_i als Zeichenfolge aus
In den meisten Fällen ist die Anzahl der verschiedenen Zeichen auf n begrenzt
Für die ***Abfolge der Zeichen*** sind zumindest zu unterscheiden

- Zu Beginn gibt es ein ***Startzeichen*** Z_{St} mit dem die Folge beginnt
- Die Zeichenfolge kann sich evtl. ***unendlich fortsetzen***, geschieht nur z.T. periodisch (Halteproblem!)
- Anderenfalls gibt es ein ***Endezeichen*** Z_{Ed}, auf das kein weiteres Zeichen mehr folgt
- Zwischendurch können sich Teilzeichenfolgen ***periodisch wiederholen***

Für das zeitliche ***Aufeinanderfolgen*** bzw. den Abstand zwischen den einzelnen Zeichen sind zu unterscheiden

- Die Ausgabe erfolgt ***rein zufällig***, der Übergang von einem zum nächsten Zeichen ist unbestimmt
- Ausgaben erfolgen nur nach einem ***Auslösesignal***
- Es gibt einen festen ***Takt mit*** Δt, der bestimmt, wann ein Zeichen auf das jeweils vorhergehende erfolg

Für die ***Quellen-Komplexitä***t sind außerdem zu berücksichtigen

- ***Anzahl*** n der Zeichen
- ***Länge und Art der Zeichenfolge***: kann verschiedene Perioden enthalten, endlich oder ∞ sein

Automat intern

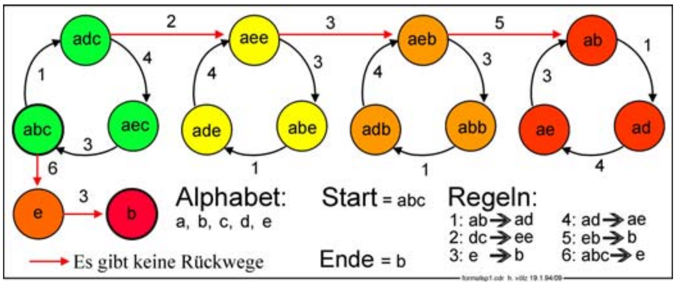
Man kann die Zeichenfolge als gegeben hinnehmen = ***reine Beschreibung***
Nützlicher und sinnvoller ist jedoch, ihr ***Zustandekommen zu erklären***
Effektiv erfolgt dies durch ***Annahmen***

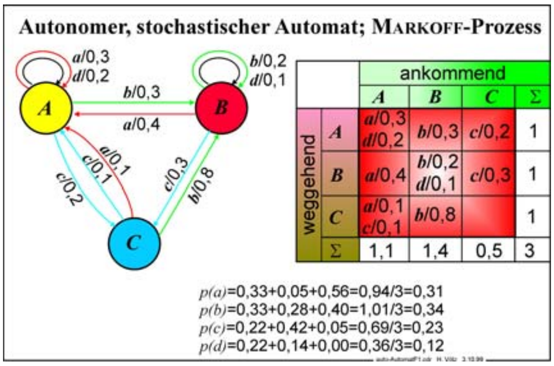
- ***Alphabet aus Grundzeichen,*** aus denen die Zeichen aufgebaut, zusammengesetzt sind: z. B. Buchstaben, Ziffern
- ***Startzeichen,*** mit dem die Folge beginnt
- ***Regeln*** (Algorithmen) für den Übergang von einem zum nächsten Zeichen, bei Sprachen *Grammatik* genannt

Anschaulich, bildlich werden dazu benutzt, eingeführt

- ***Zustände*** des Automaten, bestimmt durch die Zeichen. Sie entsprechen z. T. Ausprägungen interner Elemente
- ***Übergänge*** (Regeln) zwischen den Zuständen, sie entsprechen den Wegen zwischen den internen Elementen

Die Übergänge können auch ***statistisch erfolgen***, dann entstehen MARKOFF-Prozesse
Über den Zeitlichen Ablauf sind hier zunächst keine weiteren Festlegungen notwendig



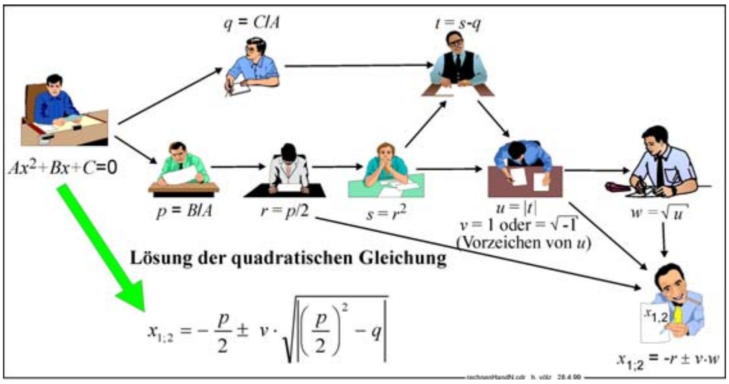


Sprach- bzw. grammatische Komplexität

Sie gehören eigentlich ***nicht zur Rechentechnik***, hängt aber mittelbar mit der letzten Aussage zusammen
Sie betrifft den ***minimalen Grad der Universalität***, den das System haben muss, das die Sprache beschreibt
Im allereinfachsten Fall werden nur die Anzahl der Wörter und Regeln angegeben

Übergangs-Komplexität

Hierbei wirken Inputs auf das System und erzeugen Outputs
Typisch ist dafür die Rechentechnik
Es gibt eine Aufgabe mit Daten, die mittels eines Algorithmen bzw. Formeln bearbeitet werden und ein Ergebnis liefern
Komplexität entspricht Anzahl der Teilschritte (Bearbeiter, Knoten) und Wege (In-, Outputs)

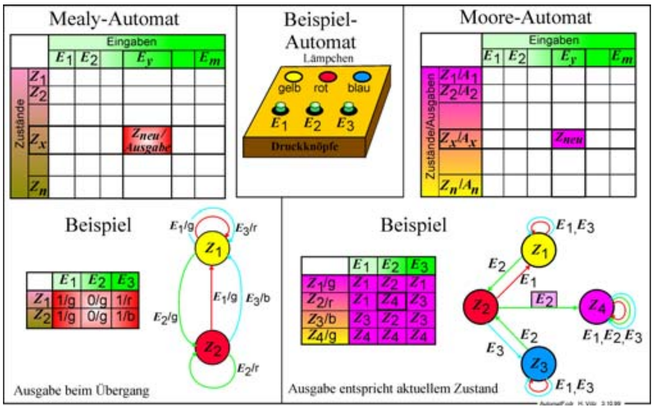


Digitale Automaten

Eingangsgrößen (Input) kommen von Dateien, Messungen oder erfolgen durch Betätigen von Tasten
Im System existieren ***Zustände***, die durch ***Übergänge*** (Regeln, Wege) ineinander überführt werden
Nach einer bestimmten Zeit, ***endlich vielen Schritten liegt das Ergebnis*** als Output (Zeichnfolge) vor

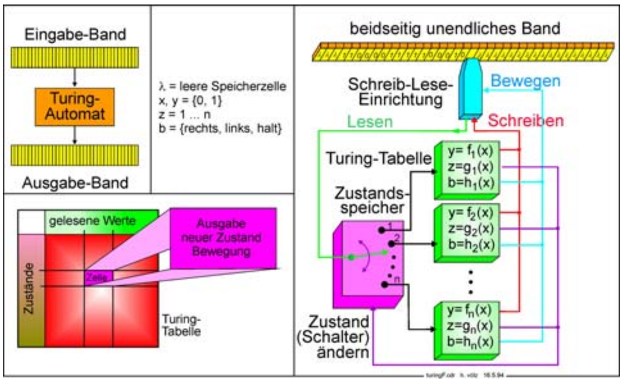
Extern sind ***Beschreibungen*** wichtig: Eingaben (Tasten, Daten) und dabei erfolgende Ausgaben (Anzeigen, Daten)

Intern sind ***Erklärungen*** wichtig: Zustände, Verknüpfungen, Regeln usw.
Dabei sind MEALY- und MOORE-Automat zu unterscheiden
Die ***Verknüpfung*** der Zustände erfolgt über ***Tabellen***
Je nach dem ***internen Zustand*** führt eine Eingabe zu unterschiedlichen Ausgaben



TURING-Automat

ALAN MATHISON TURING (1912 - 1954)
1936 beschreibt er eine ***gedachte Maschine*** für das allgemeine Prinzip des Rechnens
Sie arbeitet ***getaktet*** mit einem unendlichen (Daten-) ***Band*** und einer Automaten-***Tabelle***
Auf diese Weise sind die ***Grenzen für die Berechenbarkeit*** zu bestimmen
Die Tabelle kann im Prinzip sehr einfach sein, dann sind nur mehr Schritte und ein längerer Bandabschnitt erforderlich



Zeit- und Raum-Komplexität

Jede Berechnung besitzt (Eingangs-) ***Parameter***, von denen Rechenzeit *T* und benötigte Speicherkapazität *R* (Raum) abhängen
Bei der Primzahl-Test ist dies z.B. die Anzahl der Ziffern, z. B.: 13 oder 103 398 947 (17·367·16573)
Dabei sei von trivialen Fällen, wie gerade Zahl, Quersumme durch 3 teilbar usw. hier abgesehen
Als Parameter *n* kommen u.a. in Betracht

- Bei Addition, Multiplikation, Division usw. auch Primzahltest oder Primzahlzerlegung die ***Ziffernzahl***
- Bei einem Such- oder Sortieralgorithmus die ***Anzahl der Wörter oder Begriffe***
- Bei einem Programm die ***Anzahl der Befehle***

Sind die entsprechenden Algorithmen für die Aufgabe bekannt, so lassen sich insbesondere zwei Funktionen definieren

Für ***Zeit*** $T = \Omega(n)$ und für ***Raum***, Speicherkapazität $R = \Phi(n)$

Bei ***kleinem n*** ist ihr Verlauf meist unregelmäßig und hängt erheblich vom Rechner und Algorithmus ab
Für ***große n*** $\to \infty$ entsteht jedoch ein ***„glatter“ Zusammenhang*** zwischen Eingabelänge *n* und $\Omega(n)$ bzw. $\Phi(n)$
Meist nähert er sich einem ***Polynom*** oder einer ***Exponentialfunktion***
Beim Polynom genügt zur Abschätzung die höchste auftretende Potenz *x*

Zeitkomplexität

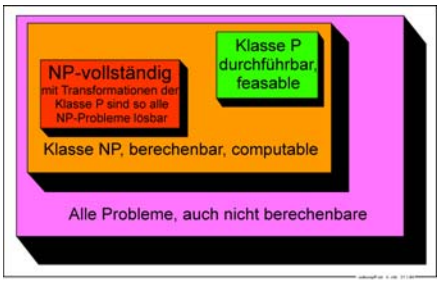
In der Proportionalschreibweise sind deutlich zu unterscheiden

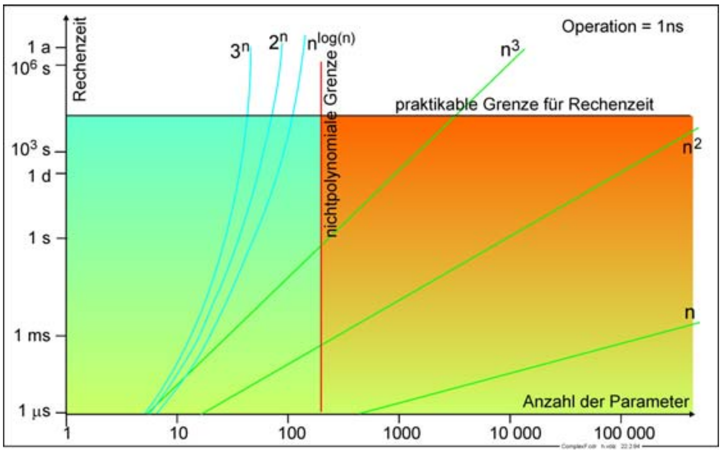
Polynomiales Wachstum $\Omega\left(n\right) \sim n^x$ und ***exponentielles*** Wachstum $\Omega\left(n\right) \sim x^n$

Das exponentielle Wachstum ist ***wesentlich steiler*** als das polynomiale, selbst bei sehr hoher Potenz *x*
Exponentielle Probleme sind daher mit größeren ***n*** nicht in sinnvoller Zeit zu berechnen

Polynomiale Probleme heißen daher ***feasable*** (durchführbar) bzw. **P**-Probleme

Exponentielle dagegen ***infeasable*** (nicht durchführbar). Dennoch können Algorithmen existieren ⇒ ***berechenbar***
Es gibt eine klar umrissene Grenze für das maximale ***n***, Das gilt u.a. auch für $n^{\cdot\log(n)}$ und *n*!, daher ***überpolynomial***
So entsteht der Begriff NP-***Probleme***. Er bedeutet jedoch nicht „nichtpolynomial“ sondern,
dass eine **n**ichtdeterministische Lösung in **p**olynomialer Zeit möglich wäre
Dazu wird u.a. ein „Orakel“ angenommen, dass den Weg zur Lösung kennt





Folgerungen

Genauere Untersuchung der Zusammenhänge führt zu folgenden Aussagen:

- Die polynomiale Grenze ist weitgehend unabhängig vom gewählten Rechner bzw. Automatentyp selbst bei sehr unterschiedlichen Modellen ändert sich maximal der Grad des Polynoms
- Für alle wichtigen Operationen, wie Addition, Multiplikation und gebräuchliche arithmetische Funktionen gil $n \leq 3$
- Summe, Produkt und Kombination von Polynomen führen wieder zu einem Polynom $\Rightarrow$ polynomialer Aufwand bleibt

Einfluss von ausgewähltem Algorithmus

Spezielle, angepasste Algorithmen können die Rechenzeit deutlich senken
Viele Beispiele, insbesondere bei den Sortieralgorithmen: einfache Verfahren n^2, theoretisch $\geq n \cdot \log(n)$
Beispiel Multiplikation von zwei Zahlen mit je $n = 4$ Ziffern
Vergleich üblichen ziffernweise Multiplikation (Tabelle links) $\Leftrightarrow$ abgewandelte Multiplikation mit je zwei Ziffern

<table>
<tr><th>Übliche Multiplikation</th><th>Zweiergruppen mit
<code>A = 19, B = 84, C = 67, D = 13</code></th></tr>
<tr><td><pre>1984·6713

    5952
   1984
 13888
11904

13318592</pre></td><td><pre>A·C   = 1273
(A+B)·(C+D)-AC-BD   =   5875
B·D   =   1092

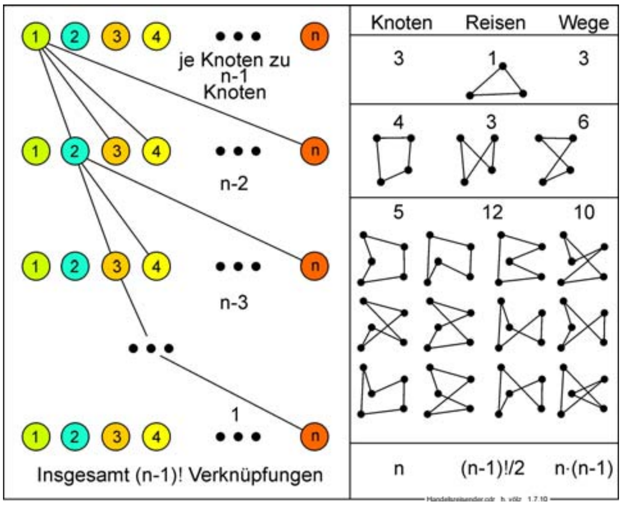
                       13318592</pre></td></tr>
<tr><td>Komplexität etwa n^2</td><td>Komplexität etwa $n^{1,59}$</td></tr>
</table>

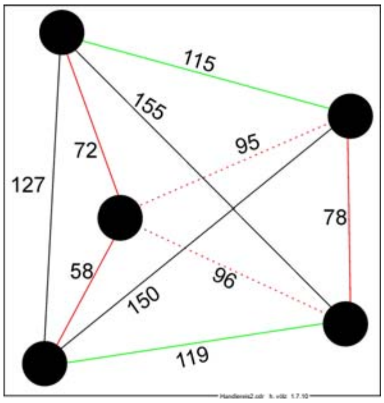
Beispiel Handelsreisender

Es gibt ***n*** Orte, die besucht werden sollen, keiner doppelt
Zwischen den n Orten gibt es $n \cdot (n-1)$ Wege unterschiedlicher Länge
Es wird der kürzeste Weg für die Rundreise gesucht
Nachdem 1 Ort besucht ist, sind noch n-1 Orte möglich, Dann noch n-2, n-3 usw. zum Schluss nur einer
Dann erfolgt die Rückreise, So sind $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) = (n-1)!$ verschiedene Reisen möglich
Da aber eine Reise in die jeweils entgegengesetzte Richtung gleich lang ist, nur $(n-1)!/2$ unterschiedliche
Es gilt die folgende Tabelle

Orte	Wege	Rundreisen
3	3	1
4	6	3
5	10	12
6	15	60
7	21	360
8	28	2 520
9	36	20 169
10	45	181 440
11	55	1 814 400
12	61	19 958 400

Die Anzahl der möglichen Rundreisen nimmt extrem stark mit *n* zu
Mit wachsenden *n* wird daher das Problem bald nicht mehr berechenbar = **NP-Problem**
Das Problem ist sogar **NP-Vollständig**: wenn hierfür eine Lösung gefunden wird, gilt sie auch für alle NP-Probleme





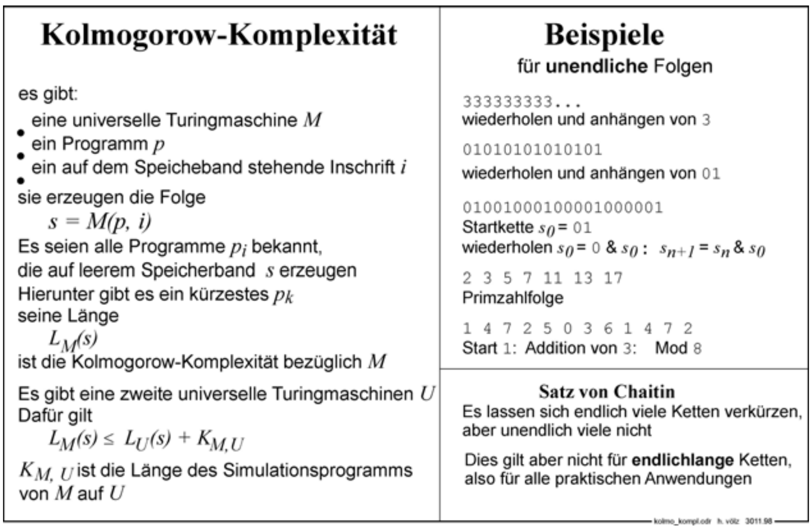
KOLMOGOROFF-Komplexität

Zeichenketten sind oft mit Algorithmen zu erzeugen, die kürzer als die Zeichenkette sind
Sogar unendliche Zeichenketten können eine innere Struktur besitzen, die mit endlichen (rekursiven) Algorithmen generierbar ist
Z. B. das unendliche, periodische Muster **0101010101 ...** kann u.a. mit folgenden Algorithmen erzeugt werden

- Erzeuge die Zeichenkette **01** und wiederhole diese ständig; (8)
- Beginne mit x = **01**, erzeuge aus ihr ständig neue Zeichenketten gemäß: x := x + x; (11)
- Wähle die Zeichen **0** und **1** und füge sie fortwährend abwechselnd aneinander; (12)

Auch das Muster **01001000100001000001 ...** ⇐ Beginne mit x := **01** und erzeuge fortlaufend x: = x +**0**+x; (7).

Komplexität der Algorithmen in Wörtern steht in Klammern, möglich sind auch in Buchstaben oder Bit
Vermutlich gibt es für die obigen und viele weitere Muster jeweils einen „minimalen" Algorithmus
Theoretisch gilt jedoch: ***Es kann keinen Algorithmus geben, der den kürzesten Algorithmus bestimmt***
Daher definierte ANDREJ NIKOLAJEWITSCH KOLMOGOROFF (1903 - 1987) die **KOLMOGOROFF**-*Komplexität*
für eine bestimmte Aufgabe = ist es der zugehörige, ***z. Z. bekannte kürzeste Algorithmus***
Sie entspricht der vorhandenen einfachsten Beschreibung der Aufgabe = obere Schranke für den Berechnungsaufwand
Durch neue – schwer zu findende – Algorithmen kann der Wert höchstens kleiner werden
Abhängigkeit vom Rechnertyp lässt sich durch den universellen TURING-Automaten umgehen
Eine Verallgemeinerung ist die ***algorithmische Komplexität*** = **SKC-*Komplexität*** (SOLOMONOFF - KOLMOGOROFF - CHAITIN)



Entstehen und verschwinden von Komplexität

Frage: War Komplexität schon immer da? Entsteht oder verschwindet sie? Gab es einen Anfang? Wichtig hierfür sind

- ***Schöpfung***, Schöpfungsmythen
- ***Emergenz*** (*lateinisch* ***emergere*** auftauchen, hervorkommen, sich zeigen)
- ***Evolution*** (*lateinisch* ***evolvere*** hervorrollen, abwickeln, Aufschlagen (eines Buches))
- ***Thermodynamik*** 3. Hauptsatz ⇒ Wärmetod ≙ es gibt keine Unterschiede mehr, als Gewesene ist vergessen!
- ***Wachsen***, ***Entwicklung***, z. B. Samen ⇒ Pflanze oder Geburt ⇒Kind ⇒ Erwachsener ⇒ Tod

Faust I. GOETHE, Studierzimmer

Geschrieben steht: »Im Anfang war das **Wort**!«
Hier stock ich schon! Wer hilft mir weiter fort?
Ich kann das Wort so hoch unmöglich schätzen,
Ich muß es anders übersetzen,
Wenn ich vom Geiste recht erleuchtet bin.
Geschrieben steht: Im Anfang war der **Sinn**.
Bedenke wohl die erste Zeile,
Daß deine Feder sich nicht übereile!
Ist es der Sinn, der alles wirkt und schafft?
Es sollte stehn: Im Anfang war die **Kraft**!
Doch, auch indem ich dieses niederschreibe,
Schon warnt mich was, daß ich dabei nicht bleibe.
Mir hilft der Geist! Auf einmal seh ich Rat
Und schreibe getrost: Im Anfang war die **Tat**!

Schöpfungslegende der Bibel

Gott ist zugleich Schöpfer und Gesetzgeber (moralisch und rituell), **Beginn des ersten Kapitels der Genesis**

> *„Am Anfang schuf Gott den Himmel und die Erde. Die Erde war wüst und leer, Finsternis lag über der Urflut, und der Geist Gottes schwebte über den Wassern. Da sprach Gott: „Es werde Licht!“ Und es ward Licht. Gott sah, daß das Licht gut war. Da trennte Gott Licht von Finsternis. Gott nannte das Licht Tag, die Finsternis aber Nacht. Es ward Abend, und es ward Morgen: ein Tag.*
>
> *Dann sprach Gott: „Es entstehe ein festes Gewölbe inmitten der Wasser, und es bilde eine Scheidewand zwischen den Wassern!“ Gott bildete das feste Gewölbe und schied zwischen den Wassern oberhalb und unterhalb des Gewölbes, und es geschah so. Gott nannte das feste Gewölbe Himmel. Es ward Abend, und es ward Morgen: zweiter Tag.*
>
> *Sodann sprach Gott: „Es werde das Wasser unterhalb des Himmels an einem Ort gesammelt, und das Trockene werde sichtbar!“ Und es geschah so. Gott nannte das Trockene Erde, und das zusammengeflossene Wasser nannte er Meer. Und Gott sah, daß es gut war. Da sprach Gott: „Die Erde lasse Grünes hervorsprießen, samentragende Pflanzen sowie Fruchtbäume, die Früchte bringen nach ihrer Art, in denen Samen ist auf Erden!“ Und es geschah so. Die Erde brachte Grünes hervor, samentragende Pflanzen nach ihrer Art und Bäume, die Früchte bringen, in denen ihr Same ist nach ihrer Art. Und Gott sah, daß es gut war. Es ward Abend, und es ward Morgen: dritter Tag.*
>
> *Dann sprach Gott: „Es sollen Leuchten werden am Gewölbe des Himmels, um zu scheiden zwischen der Nacht und dem Tag, und sie sollen als Zeichen dienen, sowohl für die Festzeiten als auch für die Tage und Jahre! Sie sollen Lichtspender an dem Gewölbe des Himmels sein, um zu leuchten über der Erde!“ Und es geschah so. So machte denn Gott die beiden großen Leuchten: die größere, dass sie den Tag beherrsche, die kleinere zur Beherrschung der Nacht und dazu die Sterne. Gott setzte sie als Leuchten über die Erde an das Gewölbe des Himmels, zu beherrschen Tag und Nacht und zu trennen zwischen Licht und Finsternis. Und Gott sah, daß es gut war. Es ward Abend, und es ward Morgen: vierter Tag.*
>
> *Dann sprach Gott: „Es sollen wimmeln die Gewässer von Lebewesen und Vögel am Himmelsgewölbe fliegen über der Erde!“ Gott schuf die großen Seeungetüme und alle sich regenden lebendigen Wesen, von denen nach ihren Arten das Wasser wimmelt, und alle geflügelten Vögel nach ihren Arten. Und Gott sah, daß es gut war. Gott segnete sie und sprach: „Seid fruchtbar, mehret euch und erfüllt das Wasser in den Meeren! Die Vögel aber mögen sich vermehren auf Erden!“ Es ward Abend, und es ward Morgen: fünfter Tag.*
>
> *Da sprach Gott: „Die Erde bringe lebende Wesen nach ihrer Art hervor: Vieh, Kriech- und Feldtiere nach ihren Arten!“ Und es geschah so. Gott bildete die Feldtiere, das Vieh und alle Kriechtiere des Erdbodens jeweils nach ihren Arten. Und Gott sah, daß es gut war.*
>
> *Dann sprach Gott: „Laßt uns Menschen machen nach unserem Abbild, uns ähnlich; sie sollen herrschen über des Meeres Fische, über die Vögel des Himmels, über das Vieh, über alle Landtiere und über alle Kriechtiere am Boden!“ So schuf Gott den Menschen nach seinem Abbild, nach Gottes Bild schuf er ihn, als Mann und Frau erschuf er sie. Gott segnete sie und sprach zu ihnen: „Seid fruchtbar und mehrt euch, füllt die Erde und macht sie euch untertan und herrscht über des Meeres Fische, die Vögel des Himmels und über alles Getier, das sich auf Erden regt!“ Gott sprach weiter: „Seht, ich gebe euch alles Grünkraut, das auf der ganzen Erde Samen trägt, und alle Bäume mit samenhaltigen Früchten; dies diene euch als Nahrung! Allem Getier des Feldes und allen Vögeln des Himmels und allen am Boden kriechenden Tieren, in denen Lebenshauch atmet, gebe ich hingegen alles Grünkraut zur Nahrung.“ Und es geschah so. Gott sah alles, was er gemacht hatte, und fürwahr, es war sehr gut. Es ward Abend, und es ward Morgen: sechster Tag.*
>
> *Sabbatruhe: Und Gott ruhte am siebten Tag von all seinem Werke.“*

Mythen, Erzählungen usw. ⇒ Chaos

Alle bekannten Mythen besitzen im Wesentlichen übereinstimmende Inhalte und betreffen

- Erschaffung der Welt aus dem Nichts
- Neuaufbau aus vorherigem Chaos

- Geschichten, welche nur die jetzige Ordnung erklären
- In den Geschichten treten zyklische Abläufe auf
- Die Welt schlüpft aus einem kosmologischen Ei
- Die Welt ist der Nachkomme zweier Welt-Eltern
- Eine Titanenfigur hat nach verheerendem Kampf gegen Chaos und Dunkelheit gesiegt

Auffällig ist häufige Erwähnung des **Chaos** als Beginn (*griechisch* ***chaino*** klaffen, sich auftun, gähnen)
Zusammenhang mit *englisch* ***gap*** (Lücke, Schlucht, Kluft) und *germanisch* ***ginnungagap***
Damit sich aus dem chaotischen ***Anfangszustand*** etwas entwickeln kann, sind zwei Bedingungen zu erfüllen:

- Er muss ***reich genug*** sein, um weitere Strukturen schaffen zu können und
- Er muss ***arm genug*** sein, damit ein Hinterfragen nicht mehr sinnvoll erscheint

Aufbau erfolgt dann über einige Stufen, entspricht der heutigen Axiomatik
Gefahr des rückwärtigen, ***unendlichen Regresses***: z. B. Woher kommt dieses oder wer ist der Schöpfer?

Emergenz

Speziell Biologie: Emergenzen: Anhangsgebilde von Pflanzen, z.B. *Stacheln* von Rose und Brombeere, *Tentakeln vom* Sonnentau

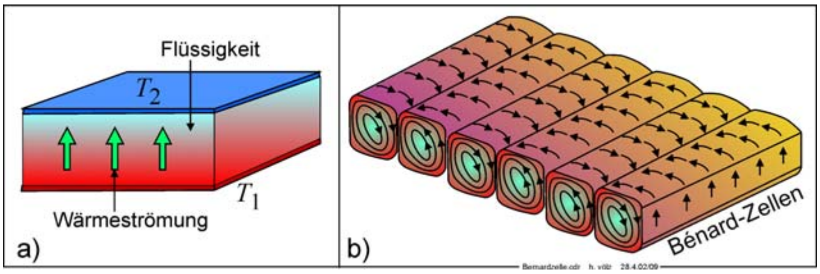
Entstehen neuer Strukturen, Eigenschaften die nicht aus dem Zusammenwirken der Elemente ableitbar sind
= Ganzheit mit Eigenschaften, die aus den Teilen nicht erklären lässt
Steht damit im ***Widerspruch zum Reduktionismus, Rationalismus***, aber auch zum anderen Extrem. dem Holismus
Wissenschaftlich ***wenig (er-) geklärter Begriff***, er gibt kaum eine Erklärung, bezeichnet lediglich neue Qualitäten als Faktum
Tritt hauptsächlich bei ***komplexen*** und/oder ***nichtlinearen*** Systemen auf, die u.a. ***Rückkopplungen*** (Schleifen) enthalten

Beispiele:

Bewusstsein und Verstand, die nur unzureichend aus der Komplexität des Organismus erklärt werden können
Gehirn besteht aus sehr vielen ***Neuronen, Denken*** usw. ist damit aber nicht erklärbar
Wasser ist nass, Fakt ist aus den ***Wassermolekülen*** nicht herleitbar
Ein ***Baum*** ist kein ***Wald***. Es müssen eine Mindestanzahl von Bäumen zusammenwirken

Bérnard-Zellen

Sie treten beim Wärmeübergang zwischen einer kalten und warmen Fläche auf,
wenn Wärmetransport mit zwischenatomaren Austausch nicht mehr ausreicht = rotierende Flüssigkeitsgebilde mm-Bereich



Evolution

Es gibt eine riesige ***Vielfalt des Lebendigen*** mit scheinbar vollkommenen Fähigkeiten zu überleben und sich zu vermehren
Als Erklärung wurde deshalb bis ins 19. Jh. ***göttliche Schöpfung*** angenommen
1859 entwickelte mit großem Aufwand CHARLES ROBERT DARWIN (1809 - 1882) die Evolutionstheorie

On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life
Über die Entstehung der Arten im Thier- und Pflanzenreich durch natürliche Züchtung, oder Erhaltung der vervollkommneten Rassen im Kampfe um's Dasein; kurz: Die Entstehung der Arten

Die Grundlage ist ***Mutation und Auswahl = natürliche Selektion*** mit ***Höherentwicklung***
Bis vor kurzen wurde der „Theorie" ***Exaktheit*** abgesprochen, weil es dafür keine ***prüfenden Experimente*** gab
Die ist seit einigen Jahren über den schnellen ***Generationswechsel der Mikroorganismen*** (≈20 Min.) erfolgreich geschehen

Erst recht spät ging der Evolutionsgedanke auch ***in andere Wissenschaften*** über und ist heute fas überall in Gebrauch
Wie kompliziert auch dies war, zeigte ALBERT EINSTEIN (1879 - 1955) bei seiner ***Allgemeinen Relativitätstheorie*** von 1915
Er war zunächst davon vollkommen überzeugt, dass das Universum statisch und unveränderlich sei
Als die Gleichungen auf eine Entwicklung hinwiesen, fügte er einen Antischwerkraftterm = ***kosmologische Konstante*** Λ hinzu.
1922 zeigte ALEKSANDER ALEKSANDROWITSCH FRIEDMANN (1888 - 1925) das die Gleichungen auch ohne Λ funktionieren
1927 entwickelte GEORGES LEMAÎTRES (1894 - 1966) eine erste Theorie zum „***Urknall***"
1929 gewann EDWIN POWELL HUBBLE (1889 - 1953) über die ***Rotverschiebung*** Hinweise auf das sich ausdehnende Weltall
1932 gab EINSTEIN seinen Irrtum zu und empfahl Λ, als „***die größte Eselei meines Lebens***", aus den Gleichungen zu verbannen

1948 vervollkommnet GEORGE ANTHONY GAMOW (1904 - 1968) die Urknall-Theorie, sagt 1949 die ***Hintergrundstrahlung*** voraus
1965 wurde sie schließlich als ***Beweis*** gefunden
Inzwischen wird Λ allerdings wieder für andere Erscheinungen benutzt: beschleunigte Expansion, Dunkle Materie und Energie

Heute wird fast jede Entwicklung im Sinne der Evolution interpretiert
So setzen sich ***neue Produkte*** vor allem auf Grund ihrer ***Akzeptanz*** durch

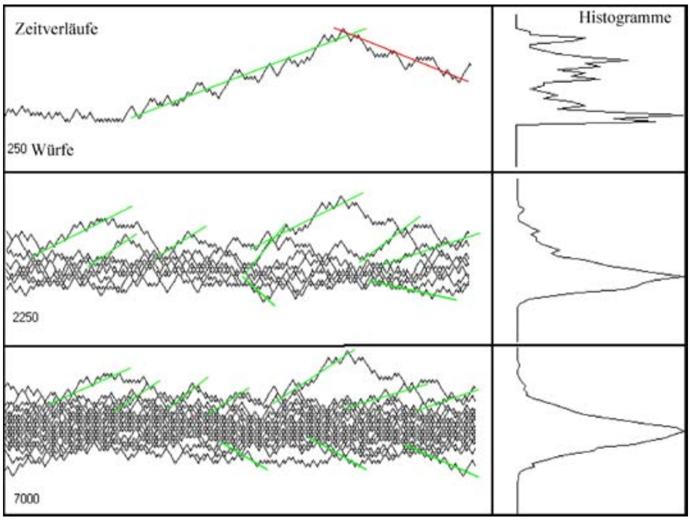
Evolution ⇔ Thermodynamik

Evolution führt zu ***immer komplexeren*** Lebewesen, Gebilden usw.
Thermodynamik besagt aber, dass ein abgeschlossenes System zu immer ***höherer thermodynamischer Entropie***, (Wärmetod) ***d. h. geringerer Komplexität*** strebt
Evolution setzt folglich ***offenen Systeme*** voraus, die extern Energie zugeführt bekommen; Erde von der Sonne
Eine Ausnahme besteht noch für kurze Zeiträume. Es beruht auf dem ***Hund-Flöhe-Modell*** = EHRENFEST-Phänomen
Es wurde 1917 von TATIANA und PAUL EHRENFEST (1880 - 1933) eigentlich für den ***Zeitpfeil*** entwickelt
Es kann als Spiel behandelt werden und verlangt

- ***2 Urnen*** (Hunde)
- ***n nummerierte Steine*** (Flöhe 1 bis *n*)
- ***Zufallsgenerator*** für die *n* Zahlen
- ***Regel***: Wird *x* gewürfelt, so hat der Stein (Floh) mit Nummer *x* die Urne (den Hund) zu wechseln

Bei diesem Spiel lassen sich ***zwei*** sehr unterschiedliche ***Ergebnisse*** beobachten:

1. Im hinreichend langen zeitlichen Mittel befinden sich ***in jeder Urne die Hälfte der Steine***. Bei einer großen Versuchzahl ist die Abweichung sehr klein, bei der LOSCHMIDT-schen Zahl z.B. $\approx 10^{-20}$
2. Zu bestimmten, immer wiederkehrenden Zeitausschnitten treten sehr ***große Abweichungen von der Gleichverteilung*** auf.
   die Abweichungen entsprechen z. T. einer Evolution ***zur höherer Komplexität = Raum-Zeit-Oase***



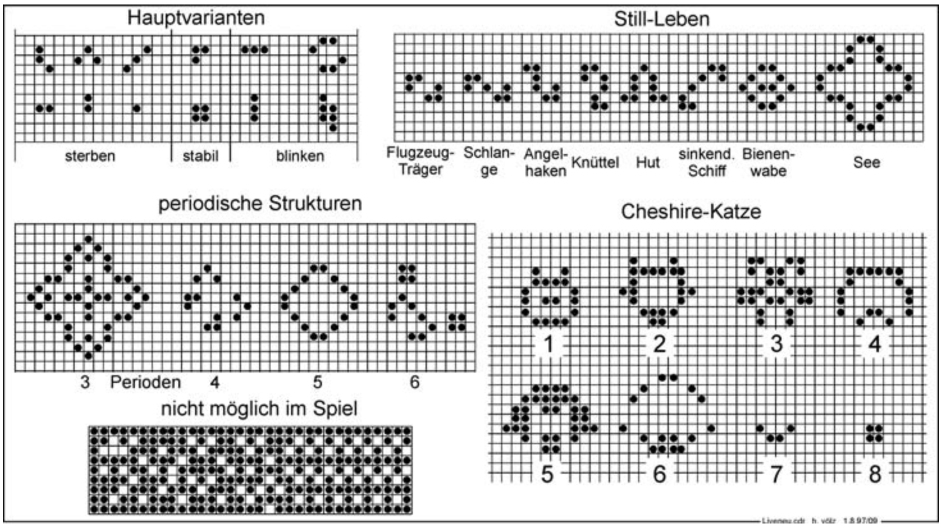
Life

1970 entwickelte JOHN HORTON CONWAY das „Spiel“ Life
Es benutzt ein quadratisches Raster, dessen einzelne Zellen mit Leben belegt sein können, im Rechner 0 oder 1
Der Takt des Rechners entspricht Generationen des Lebens, die durch 4 Regeln für jede Zelle bestimmt sind

- ***Geburt***: Wenn eine „leere“ Zelle drei mit Leben belegte Nachbarzellen hat
  sie wird „befruchtet“ und ist dadurch in der Folgeration mit Leben belegt
- ***Überleben***: Wenn eine mit Leben belegte Zelle zwei oder drei mit Leben belegte Nachbarzellen besitzt
  Sie fühlt sie sich wohl und lebt weiter
- ***Tod 1***: Wenn eine mit Leben belegte Zelle keine oder nur eine mit Leben erfüllte Nachbarzelle hat
  Sie fühlt sich einsam und stirbt
- ***Tod 2***: Wenn eine mit Leben belegte Zelle vier oder mehr mit Leben erfüllte Nachbarzellen hat
  Wegen Ressourcenmangel verhungert sie

Im Spiel entstehen unterschiedlich komplexe „Gebilde“
Da damals die Rechentechnik nur als seltene Großrechner existieren, bot CONWAY für jede neu gefundene Struktur 5 $
Das Spiel fand soviel Interesse, das damit zeitweilig ganze Rechenzentren illegal nahezu lahm gelegt wurden
Heute sind alle Varianten bekannt und das Spiel existiert für alle Computer
Kürzlich wurde auch eine dreidimensionale Variante entwickelt

- aussterbende Strukturen
- oszillierende Strukturen
- unveränderliche Strukturen
- sich in der Ebene bewegende Strukturen
- Strukturen, die ständig neue Strukturen gebären
- Strukturen, die andere vernichten und sich dabei nur vorübergehend ändern



Weiterentwicklung durch Manfred Eigen (*1927)

Es wird zu Life Evolution, Mutation und Auslese hinzugefügt [Eigen,Winkler]

Erstes Spiel (ähnlich Ehrenfest) benötigt:
zwei Kästen (Urnen) $\{U_1, U_2\}$ (U_1 = Beobachtungskasten); n nicht unterscheidbare Kugeln, Zufallsgenerator {0, 1}
Bei „1“ wandert eine Kugel von Kasten $U_1 \Rightarrow U_2$, sonst umgekehrt
Es entsteht ***Rechteckverteilung***, die durch alle möglichen Zustände driftet

Zweites Spiel: Kugelsorten {1, 2, ..., m} mit der Anzahl n je Sorte
Zu Beginn in U_1 je eine Kugel jeder Sorte; Wiederholt zufällige Kugel aus U_1 ziehen
ungerader Zug: Kugelart wird in U_1 verdoppelt, *gerader Zug*: Kugel ohne Ersatz in U_2
Eine Sorte vergrößert ihre Anzahl eine anderer stirbt aus
Nur eine Sorte überlebt, welche hängt vom Zufall ab.

Drittes Spiel: zusätzlich Wahrscheinlichkeiten p:
Mit p werden neue Sorten m+1, m+2 usw. eingeführt
Jede Sorte stirbt aus, aber immer existiert ***eine Sorte besonders häufig***

Viertes Spiel: Je Sorte werden zusätzlich Verlust- und Gewinnraten W_i benutzt
Je nach W_i in Bezug auf den Mittelwert W_0: Überleben bzw. Aussterben der Sorte
Es entsteht ***Mutation und damit Auslese***.

Wachstum

Wachstum existiert vielfältig, z. B. Bei Pflanzen und Tieren sowie in der Wirtschaft
Diese „Höherentwicklung“ wird u.a. mittels ***Regressionsrechnung*** und Zeitreihen behandelt, simuliert
Mittel Anpassung (Fit) lassen sich so Aussagen über die Zukunft (Prognose) gewinnen
Es wird dazu die Anzahl als Funktion der Zeit $N(t)$ eingeführt
Der Zuwachs wird mit einer Konstante α proportional zur vorhandenen Anzahl erfasst

$$\frac{dN}{dt} = \alpha \cdot N(t)$$

Durch Integration folgt ein exponentielles Wachstum mit den Startwerten t_0 und N_0

$$N = N_0 \cdot e^{\alpha \cdot (t - t_0)}$$

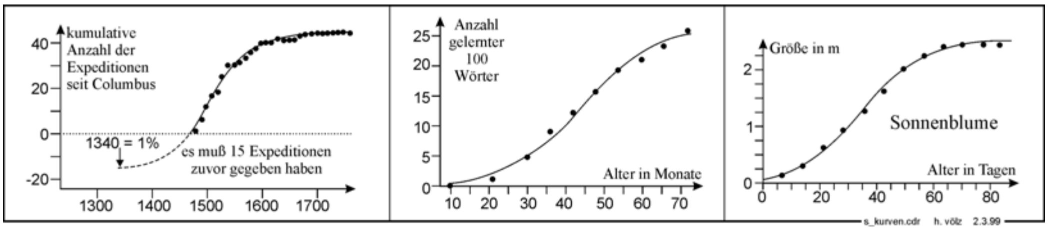
Typisch ist z. B. das Moore-sche Gesetz der Mikroelektronik [Electronics Magazine 38 (1965) S. 114 - 117]
Ein solches Wachstum ist aber fast immer durch Ressourcen oder physikalische Gesetze begrenzt
Es gibt daher ein Maximum M begrenzt, mit dem die Differentialgleichung folgt

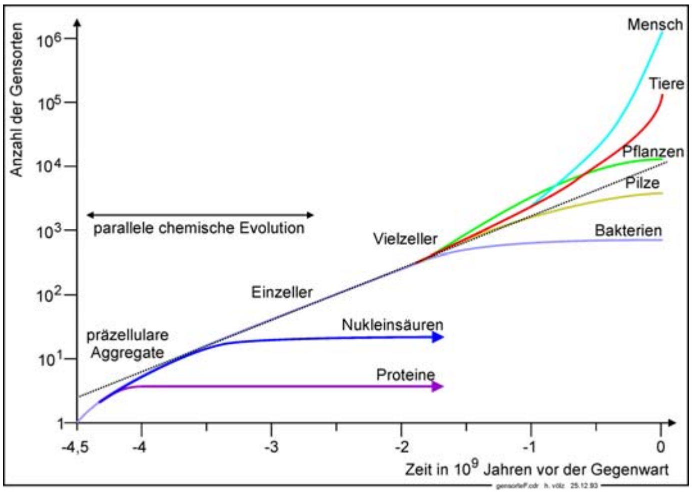
$$\frac{dN}{dt} = \alpha \cdot N(t) \cdot \frac{M - N(t)}{M}$$

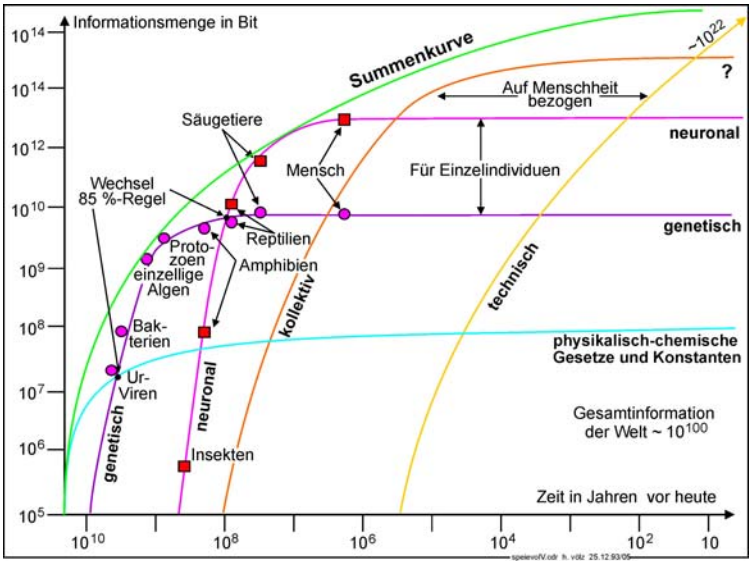
Ihre Integration führt mit einem Startwert *b* zur Lösung der kumulierten Kurve mit S-Form

$$N(t) = \frac{M}{1 + e^{-(\alpha \cdot t + b)}}$$

Sie heißt auch logistische Kurve und wurde um 1926 von VITO VOLTERRA (1860 - 1940) für das Räuber-Beute-Verhalten eingeführt
Sie simuliert viele Fälle, u.a. Größe der Sonnenblume, Zunahme des Wortschatzes von Kindern, viele Industrieprodukte
Es lassen sich aber rückwärtige Folgerungen ableiten, z. B. Expeditionen und KOLUMBUS ⇒ Amerika







Entstehung von Komplexen ⇒ Fraktale

- **Spontane Ordnungsbildung**, s. u. a. Emergenz, Bérnard-Zelle
- ***Nichtlineares Wachstum***, s. Wachstumsgesetz, aber auch spontane Umwandlungen dabei: Raupe ⇒ Schmetterling
- ***Selbstorganisation*** und **Selbstlernen**, z. T. durch äußere Einflüsse, u.a. Aha-Moment, ***Kreativität***
- ***Rekursion, Rückkopplung***: u.a. Schwingungserregung, Spiele: Life usw., insbesondere ***Fraktale***

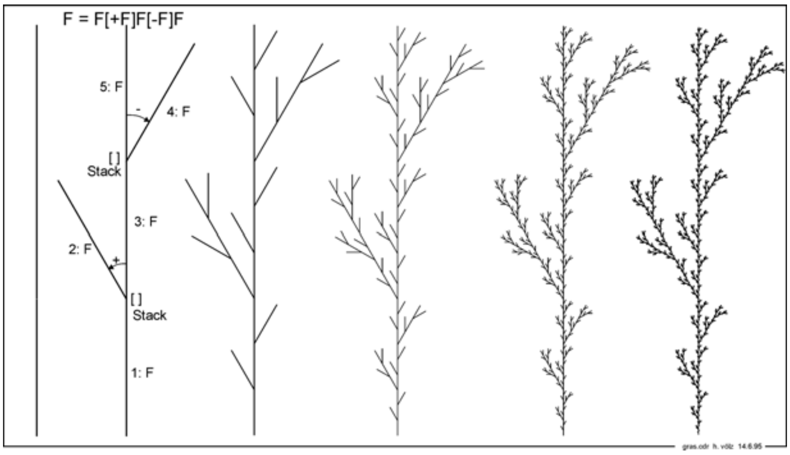
ARISTID LINDENMAYER (1925 – 1989)

Entwickelt bereits um 1960 eine sehr einfache Sprache, welche fast alle Pflanzen hervorragend erzeugt [Lindenmayer]
Sie benutzt im einfachen Fall nur die folgenden Regeln:

F	Cursor vorwärts, Linie zeichnen
+	Richtung im Uhrzeigersinn drehen um *n* Grad
-	Richtung gegen Uhrzeigersinn drehen um *n* Grad
[	Speichert Ort und Winkel vom Cursor
]	Geht an gespeicherte Stelle und Richtung zurück

Ein ***Strauch*** ist wie folgt ***definiert***: ANGLE 12 (360/12 =30°) und F = F[+F]F[-F]F
Die ***Rekursion*** ergibt: 1. F
2. F[+F]F[-F]F
3. F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F
4. F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F

Erstaunlich ist das unterschiedliche Zeichenketten das gleiche Bild erzeugen:
F = F[+F]F[-F]F = FF[+FF]FF[-FF] = F[+F][+F]F[-F]F



Fraktale

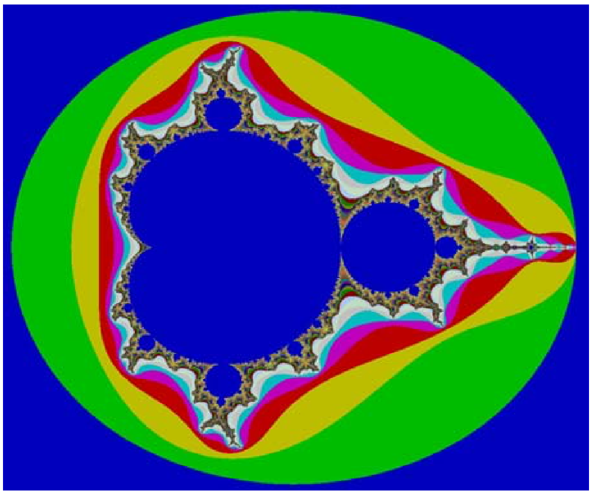
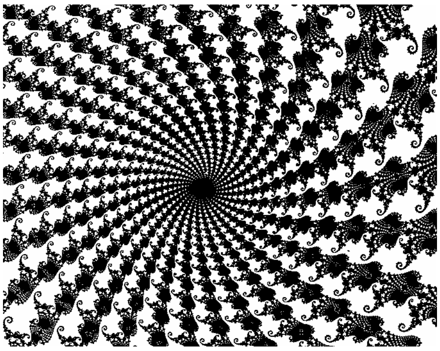
Die Fraktale fand und definierte BENOIT B. MANDELBROT (1924 - 2010)
Entscheidend war dabei, dass ***wiederholte Rekursion*** unabhängig vom Startwert zur ***Konvergenz*** führen kann
Ein triviales Beispiel ist wiederholtes Wurzelziehen (heute leicht auf Taschenrechner zu erproben)
Abbruchkriterium wichtig, es gilt sofern die Konvergenz gesichert ist

$$x = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\cdots\sqrt{x}}}}$$

Für alle Startwerte mit $x > 0$ folgt immer $x \to 1$
In der Funktionen-Theorie ist der entsprechende ***Konvergenzradius von Reihen*** wichtig
1982 wollte MANDELBROT mittels Rechners nicht nur den kleinsten Radius, sondern den Verlauf der Kurve untersuchen
Er wählte dazu die einfache ***quadratische Gleichung*** $\xi := \xi^2 + \chi$ oder reell geschrieben

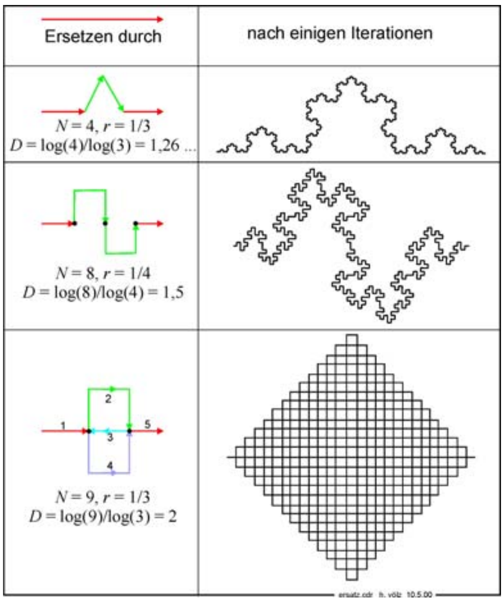
$$x := f(x, y, c, d) \qquad x := x^2 - y^2 - c$$
$$y := g(x, y, c, d) \qquad y := 2 \cdot x \cdot y - d$$

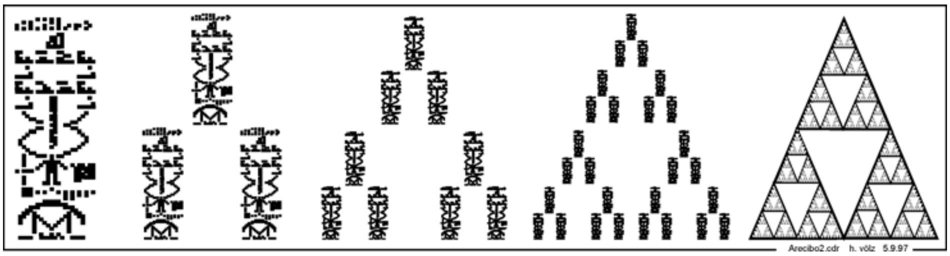
Dabei entstand völlig überraschend das ***Apfelmännchen***, so getauft von Computerfreaks, in Analogie zum ***Pflaumenmännchen***
Üblich ist Farbendarstellung für die notwendige Anzahl der Iterationen, nach denen Konvergenz feststeht


Grafische Iterationen

KOCHkurve usw. waren schon um 1900, allerdings als Monsterkurven bekannt, HELGE KOCH-Kurve (1870 – 1924)
Stellen Linien von ∞ Länge auf endlicher Fläche bekannt, auch Drachenkurve
Die HILBERT-Kurve erreicht sogar jeden Punkt der Fläche, DAVID HILBERT (1862 - 1943)
Sie ermöglichen Übergang zur fraktalen = HAUSDORFF-Dimension (Verkrumpelung bei Grenzen)
SIERPIŃSKI-Drereieck. WACŁAW FRANCISZEK SIERPIŃSKI (1882 - 1969)





Eigenschaften von Fraktalen

- verkrumpelte Kurven, fraktale Dimension
- Hohe Komplexität, Strukturreichtum des Bildes
- einfacher rekursiver Algorithmus mit kleiner KOLMOGOROFF-Komplexität
- Selbstähnlichkeit
- Ähnlichkeit mit Gebilden und Geschehen in der Natur, anders als Euklidische Geometrie
- Ähnlichkeit mit M. C. ESCHER: Unendlichkeit und unmöglichen Perspektiven
- Verquickung von Zufälligkeit und Gesetzmäßigkeit.
- Ästhetische Wirkung fraktalen Bilder, Beziehungen zur Computerkunst.

Fraktale Methoden

Kurven, Linien

Monsterkurven + natürliche Grenzen, Küsten, Blätter usw.

1. Ausgangslinie (-kurve), 2. Generator-Kurve (Ersetzungsregel). 3. Ergebnis nach unendlich häufiger Iteration (Rekursion)

Formale Sprachen

Im Gegensatz zum Algorithmus werden alle Fortsetzungen einer formalen Sprache und nicht nur eine Fortsetzung benutzt entspricht Rekursion. *Beispiel* LINDENMAYER-Syteme, generiert vor allem Pflanzen

Iterations-Prinzip

1. FEIGENBAUM: $x := f(x, a)$, 2. BENOIT B. **MANDELBROT**: $x = f(x, y, c)$ und $y = g(x, y, d)$; allgemein $\xi := f(\xi + \chi)$

3. GASTON MAURICE **JULIA** (1893 -1978): Menge der Punkte, die sich auf sich selbst abbildet

Drehmultiplikation

Geometrische Muster auf sich selbst abbildend, drehen + Maßstab (Startbild unwesentlich)

Zufallsprinzip

Hüpfer, Generator nach BARNSLEY

Verwandt mit Fraktalen

Wirbeltheorie von PRANDTL. Umschlag laminare ↔ turbulente Strömung, REINOLD-Zahl
Chaos-Theorie (Katastrophen) sehr früh bekannt, (nichtlineare) Differentialgleichungen, plötzliche, meist irreversible Umschläge
Zellulare Automaten. Betonen mehr zeitliche Abläufe (Generationen), Gesetze und Nachbarschaftsbeziehungen, Spiele z.B. ***Life***
Evolution, z. B.: EIGEN
Kybernetik: Multistabiltät, Rückkopplung
Hysterese mit Gedächtnis
Quasikristalle nur Fernordnung

Vergleich

EUKLIDische Geometrie	**Fraktale Geometrie**
• über 2000 Jahre alt	• ca. 20 Jahre alt
• Beschreibung von Objekten, die von Menschen erzeugt sind	• geeignet zur Beschreibung von natürlichen Objekten
• beschreibbar durch eine Formel oder Zirkel und Lineal	• rekursiver Algorithmus
• Grundelemente von bestimmter Größe	• gut skalierbar

Reduktion der Komplexität

zumindest aus ***zwei Gründen*** für die komplexen Gebilde. insbesondere der Welt ***notwendig***

- Damit ***wir*** mit ihnen trotz unseres engen Bewusstseins und Gedächtnisses ***umgehen können***
- Damit sie auf ***didaktisch*** möglichst übersichtlich e***rfasst, dargestellt und berechnet*** werden können

Eigentlich sollte immer die ***Umkehrung des Entstehens*** von Komplexen hierzu geeignet sein
Doch in den meisten Fällen bereitet eine Umkehrung ***neue Probleme***, z. B.:
Quadrieren ⇔ Wurzelziehen, Potenzieren ⇔ Logarithmus, Produkt von Primzahlen ⇔ Primzahlzerlegung
DDR-Witz: Kritik von oben ⇔ unten
Daher sind spezielle ***Methoden erforderlich***, die aber alle ***Unschärfen, Mängel und Grenzen*** bedingen

- ***Modelle***, die nur das „Wesentliche“ im betrachteten Kontext erfassen und das andere weglassen
- ***Reduktion*** = Heraustrennen einzelner Aspekte, aber das Ganze ist mehr als die Summe der Teile
- ***Abstraktion*** ≈ Verallgemeinerung = Zusammenfassen ähnlicher Sachverhalte, Systeme usw.
- ***Rationalismus*** = Annahme von allgemeingültigen Gesetzen und Fakten
- ***Kompression*** = Verdichtung, verlustfrei jedoch nur für endliche, digitale Daten (vorwiegend bei Dateien)

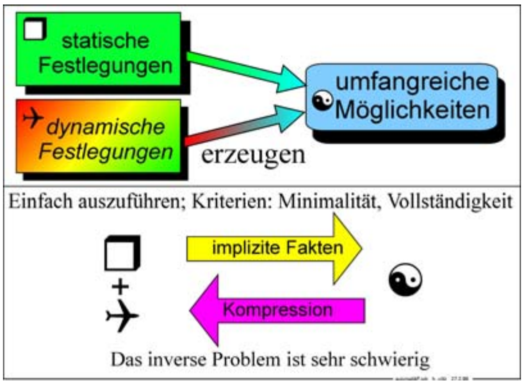
Rationalismus

Griechen entdecken, Geschichten, Mythen kann man sich entwickeln lassen statt sie zu erzählen
Notwendig: wenige abstrakte (situationst***un***abhängige, d. h. „objektive“) ***Begriffe*** und zusätzliche ***Regeln,*** Gesetze
Heute gilt Entsprechendes mit der ***Einführung von***

- ***Grundbegriffe = statischen Festlegungen*** ❑ , die nicht mehr hinterfragt werden dürfen, also unmittelbar einleuchten
- ***Regeln, Algorithmen*** = ***dynamischen Festlegungen*** ✈, die den Umgang mit den Grundbegriffen festlegen

Aus ihnen werden dann die ***komplexen Objekte, Gebilde, Geschehnisse*** ☯ ***gefolgert, hergeleitet***

Es ist bedeutsam, dass in der ***komprimierten Form*** aus ❑ + ✈ bereits der ***volle Inhalt*** von ☯ enthalten ist
Er ist nur so nur nicht für den ***Menschen sichtbar.***
Die Ableitung von ☯ ist relativ einfach, aber ❑ + ✈ zu finden ist meist sehr schwer



Beispiele

Statische Festlegung ❑	Dynamische Festlegung ✈	Gefolgertes ☯
Personen, Wesen	zulässige Handlungen	Geschichten, Erzählungen
Schachfiguren	Schachregeln	Partien
Axiome	Gesetze, Regeln	Theorie, Fachgebiet
Urgründe	zulässiges Geschehen	Ablauf, Entwicklung
Alphabet	Regeln, Syntax	Sprache
Daten	Methoden	Wissen, Modell
Eingaben	Algorithmen	Ergebnisse

Sprachen und Sprachverstehen

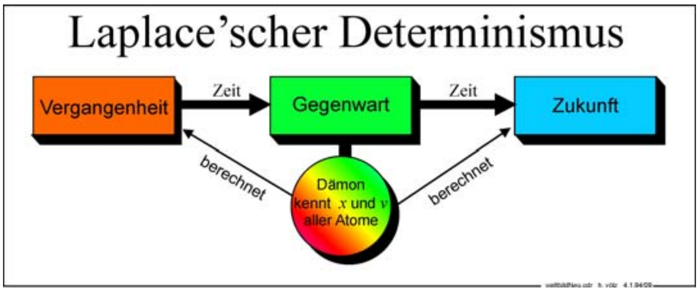
Sprachtyp	**Grundelemente ❑**	**Regeln ✈**	**Ergebnisse ☯**	**Beispiele**
averbal	Formeln, Symbole, Noten, Bilder, Gesten, Mimik	recht unterschiedlich, nur teilweise bekannt	Aussagen unterschiedlicher Art	Mathematik, Chemie, Musik, Kommunikation
natürlich	Wörter, Lexikon	Grammatik, Kontext	sinnvolle Sätze,	Literatur
Programmierung	Befehle, reservierte Wörter, Vereinbarungen	Syntax (Semantik)	lauffähige Programme	C, BASIC, COBOL, LISP, Prolog
formal	Elemente, Zeichen aus einem Alphabet	Regeln	gültige Wörter	CHOMSKY, Semi-THUE, LINDENMAYER

Höhepunkt und Ende des Rationalismus

1776 entwickelt PIERRE SIMON LAPLACE (1749 - 1827) die Idee des LAPLACE-***schen Dämons***

❑ Es soll zu einem Zeitpunkt alle ***Orte*** und ***Geschwindigkeiten*** der Teilchen der Welt zu bestimmen.
✈ Er soll alle ***Gesetze*** der Natur kennen
Damit kann er alles Weltgeschehen ☯ in Vergangenheit und Zukunft exakt berechnen

Für ihn besitzt die Welt keine Geheimnisse mehr, sie läuft einfach wie eine große Maschinerie vollkommen vorherbestimmt ab
Für den Menschen gäbe es **keine Freiheit** und **Verantwortung** mehr

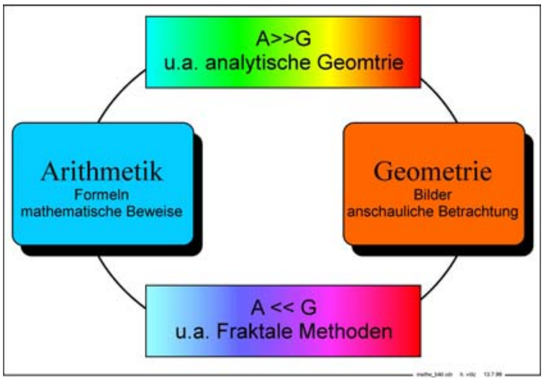


1900 forderte DAVID HILBERT (1862 - 1943) auf dem Mathematikerkongress die vollständige Axiomatisierung der Mathematik
1932 wies dann KURT GÖDEL (1906 - 1978) nach, dass dies zumindest in einigen Fällen nicht möglich ist
Folge sind u. a. unlösbaren Antinomien und Paradoxien, z. B. Kreter Lügner: „ich lüge“

Dieser Satz ist falsch

Zusammenhang Arithmetik und Geometrie

Als Beispiel für die Vielfältigkeit der Zusammenhänge von komplex und einfach



7. Literatur

Dörner, D.: Die Logik des Mißlingens - Strategisches Denken in komplexen Situationen. rororo, Reinbek bei Hamburg, 1992
Eigen M. u. Winkler, R.: Das Spiel. Piper. München - Zürich, 1983
Fleischmann, R.: „Struktur des physikalischen Begriffssystems“. Zeitschrift Physik 129 (1951), 377 - 400
Hilberg, W.: Die texturale Sprachmaschine als Gegenpol zum Computer. Sprache und Technik, Groß-Bieberau, 1990
Luhmann, N.: Soziale Systeme. Suhrkamp, Frankfurt/M 1987
Mainzer, Kl.: Komplexität, Wilhelm-Fink-Verlag, Paderborn 2008
Marquard, O.: Abschied vom Prinzipiellen. Philipp Reclam. Stuttgart 1981
Marquard, O.: Apologie des Zufälligen. Philipp Reclam. Stuttgart 1986
Marquard, O.: Philosophie des Stattdessen. Reclam, Stuttgart, 2000:
Marquard, O.: Skepsis und Zustimmung. Philipp Reclam. Stuttgart 1994
Moles, A.: Über konstruktive und instrumentale Komplexität. Grundlagenstudium und Geisteswissenschaft 1(1960)1, 1
Oppenheim, P.: Die natürliche Ordnung der Wissenschaften. Gustav Fischer, Jena 1929
Rucker, R.: Der Ozean der Wahrheit - über die logische Tiefe der Welt; Fischer Logo; Frankfurt/M. 1990
Wersig, G.: Die Komplexität der Informationsgesellschaft. UVK - Medien. Konstanz 1996
Wersig, G.: Fokus Mensch. Peter Lang, Frankfurt/M. - Berlin - Bern - New York - Paris - Wien 1993
Völz, H. u. Ackermann, P.: Die Welt in Zahlen und Skalen, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg - Berlin - Oxford, 1996
Völz, H.: Computer und Kunst. Reihe akzent 87. 2. Aufl. Urania - Verlag, Leipzig - Jena - Berlin 1990
Völz, H.: Grundlagen der Information. Akademie-Verlag, Berlin 1991
Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001; *auch auf CD*: Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Datenspeicher von der Steinzeit bis ins 21. Jahrhundert. Digitale Bibliothek Bd. 159, Berlin 2007
Wallot, J.: Größengleichungen, Einheiten und Dimensionen. - Leipzig: Johann Ambrosius Barth, 1957

Downloads aus dem Internet (jeweils am 9.8.10)

Binswanger, M., Entropiegesetz als Grundlage einer ökologischen Ökonomie, in: Beckanbach, F., Diefenbacher, H., (Hrsg.): Zwischen Entropie und Selbstorganisation, Marburg 1994
Calvin. W., H., Der Strom, der bergauf fließt. Eine Reise durch die Evolution. München 1998
Casti, J., Das einfache Komplexe, in Internet: http://www.heise.de/tp/deutsch/special/vag/6035/1.html (1996)
Kreschnak, H., Marktwirtschaft und/oder Regulierung, Manuskript 1999

Reiß, M., Organisatorische Entwicklungen, In: Corsten, H., Gössinger, R., (Hrsg.), Dezentrale Produktionsplanungs- und -steuerungs-Systeme, Stuttgart, Berlin, Köln 1998, S. 109-141
Wikipedia zu den Begriffen: Komplexität, Komplex, Kompliziertheit
[Lindenmayer] Datei Beuaty of Plants = http://algorithmicbotany.org/papers/abop/abop.pdf

Kurzfassung zum Inhalt

Vorbemerkungen
Anschauliche Einführung (Formeln, einfach ⇔ komplex, simple ⇔ kompliziert)
Erste Schlussfolgerungen (Verben, Adjektive, Substative ⇒ Klassifikationen)
Messen (Skalen)
Vertiefung zu kompliziert (fehlendes Substantiv, menschliches Gedächtnis, Zahl 7, Lesbarkeitsindex, Superzeichen, Lernen)
Vertiefung zu Komplexität (soziale Anwendungen, Mittel zur Reduzierung, Personengruppen)
Beispiele (Zahlenkomplexität, Systemkomplexitäten, SHANNON, Automaten, TURING, Zeit-Komplexität, Handelsreisender, NP ⇔ P
Entstehen von Komplexität (Schöpfung, Spiele, Life, EIGEN, Emergenz, LINDENMAYER, Fraktale)
Reduzieren von Komplexität (Rationalismus, Laplace, Antinomien, Arithmetik ⇔ Geometrie)