

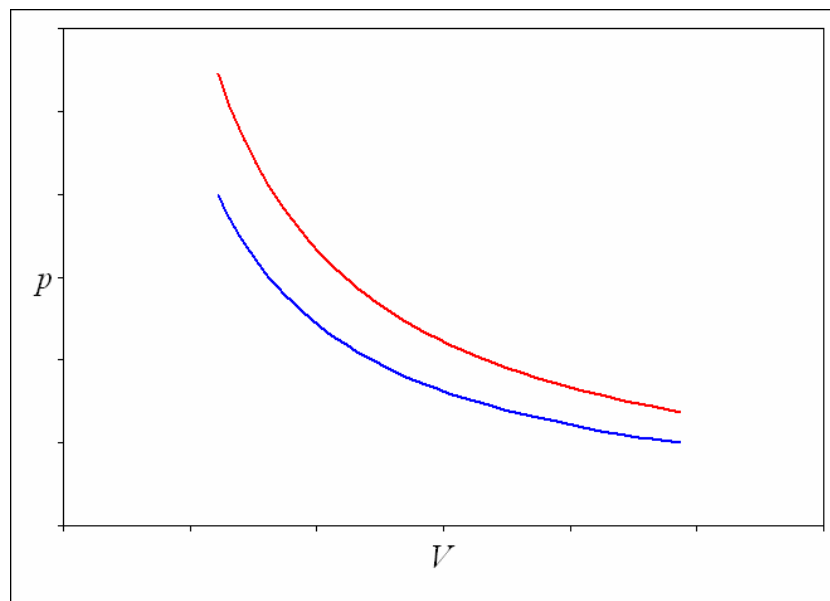
4. Jellemző állapotváltozások; leírásuk: p-V, T-S, H-S diagramokban

Energodinamikai rendszerek vizsgálata során elsősorban gáznemű halmazállapot esetén lényeges az állapotváltozásokat megkülönböztetni. Ezek az izotermikus, az izobár, az izochor, az adiabatikus és a politropikus állapotváltozások. A változások mindegyike egyszerű összefüggésekkel leírható és jól szemléltethető diagramokkal. Leggyakrabban a p-V és T-S diagramokat használják.

4.1 Izotermikus állapotváltozás

Ha a hőmérsékletet állandó értéken tartjuk, akkor adott mennyiségű gáz nyomása és térfogata egymással fordított arányban áll (1662, Boyle-Mariotte törvény)^{1,2}:

$$pV = \text{áll.} \quad (4.1)$$

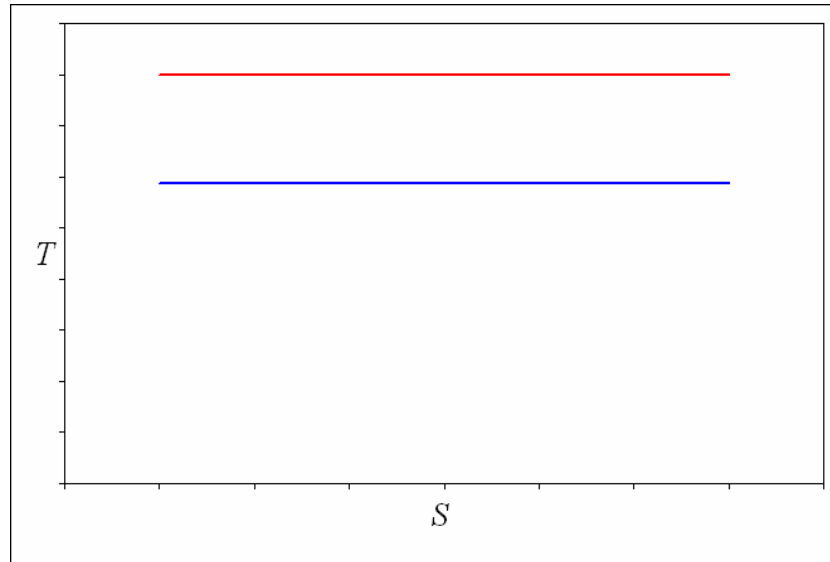


4.1. ábra: Izotermikus állapotváltozás p-V diagramja (kék: alacsonyabb hőmérséklet, piros: magasabb hőmérséklet). A görbe neve: izoterma

¹ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 244

² Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 33

Az állapotváltozás a p - V diagramon egy hiperbola.



4.2. ábra: Izotermikus állapotváltozás T - S diagramja (kék: alacsonyabb hőmérséklet, piros: magasabb hőmérséklet)

4.2 Izobár állapotváltozás

Állandó nyomás mellett az elzárt gáz térfogata és a hőmérséklete egymással egyenesen arányos (1802, Gay-Lussac első törvénye)^{3,4}:

$$V = V_0(1 + \beta t) \quad (4.2)$$

ahol t a hőmérséklet (Celsius fokban), β a hőtágulási együttható, V_0 a gáz térfogata 0°C -on.. A mérések szerint

$$\beta = \frac{1}{273,15^\circ\text{C}}.$$

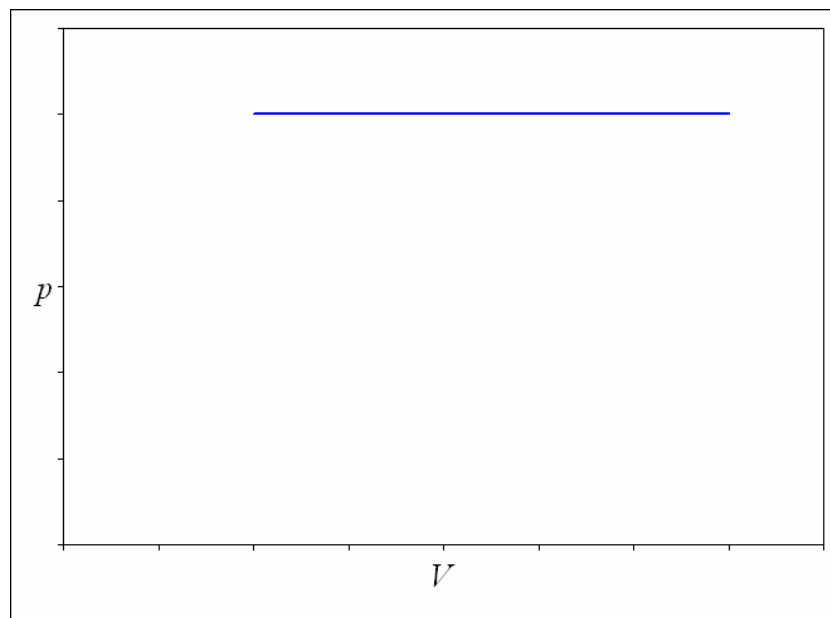
A 4.2 egyenlet a törvény eredeti megfogalmazása. A termodinamikai hőmérséklet segítségével Gay-Lussac első törvénye az alábbi formát ölti:

$$\frac{V}{T} = \text{áll.} \quad (4.3)$$

Az állapotváltozás a p - V diagramon egy vízszintes vonal:

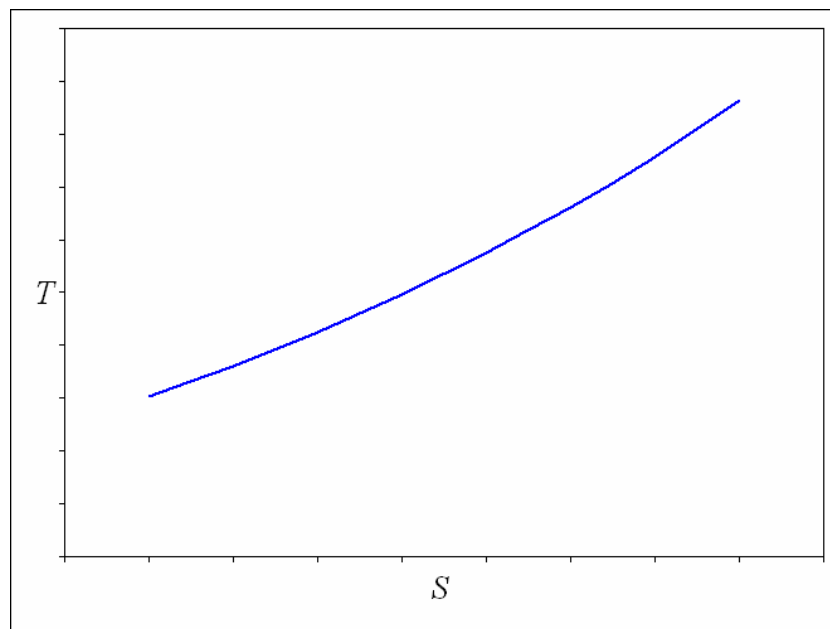
³ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 374

⁴ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 34



4.3. ábra: Izobár állapotváltozás p-V diagramja

Az állapotváltozás T-S diagramja egy exponenciális függvény:



4.4. ábra: Izobár állapotváltozás T-S diagramja

4.3 Izochor állapotváltozás

Állandó térfogat mellett a gáz nyomása és a hőmérséklete egymással egyenesen arányos (Gay-Lussac második törvénye)^{5,6}:

$$p = p_0(1 + \beta' t) \quad (4.4)$$

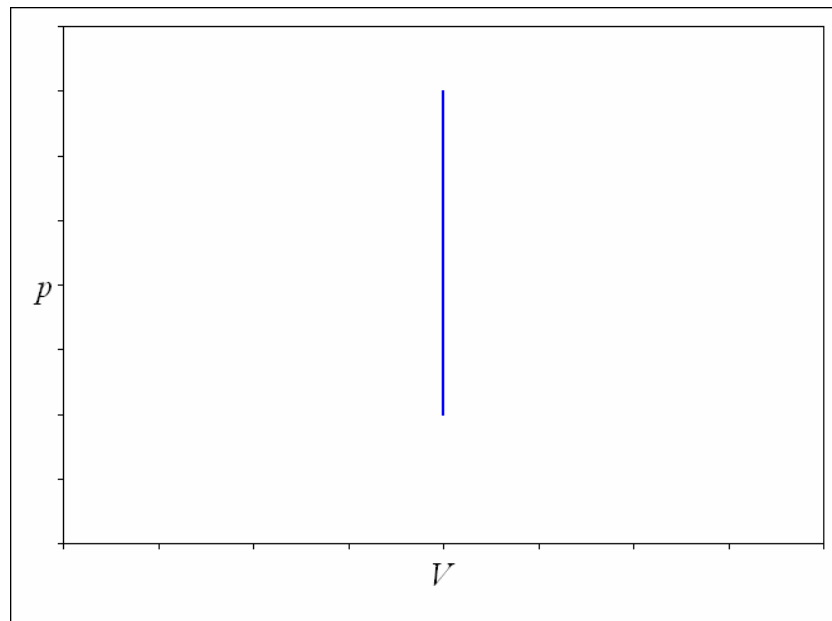
ahol t a hőmérséklet (Celsius fokban), β' a hőtágulási együttható, p_0 a gáz nyomása 0°C -on.. A mérések szerint

$$\beta' = \frac{1}{273,15^\circ\text{C}}.$$

A 4.4 egyenlet a törvény eredeti megfogalmazása. A termodinamikai hőmérséklet segítségével Gay-Lussac második törvényét az alábbi formában szokás megadni:

$$\frac{p}{T} = \text{áll.} \quad (4.5)$$

Az állapotváltozás a p - V diagramon egy függőleges vonal:

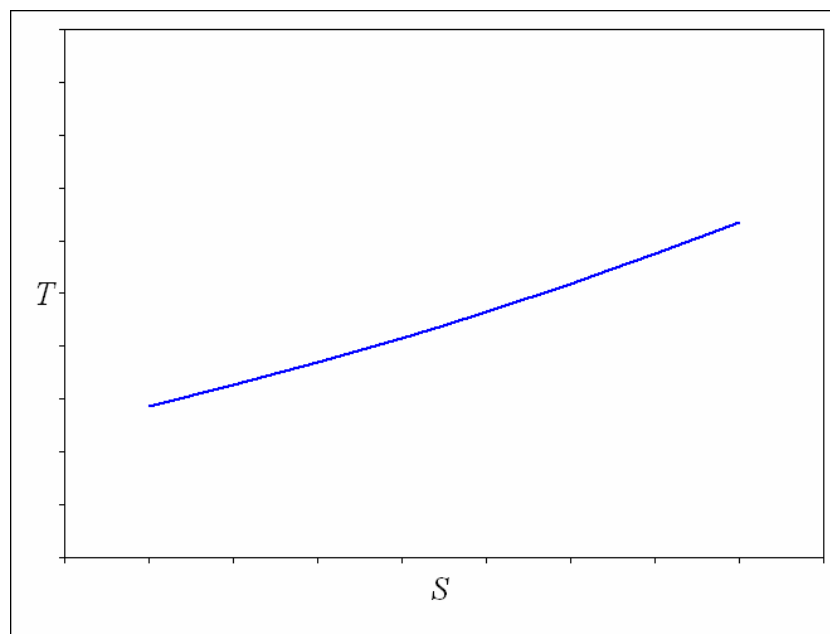


4.5. ábra: Izochor állapotváltozás p - V diagramja

⁵ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 375

⁶ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 34

Az állapotváltozás T-S diagramja egy exponenciális függvény, mely meredekebb, mint az izobár állapotváltozás görbéje (ha ugyanazt az elzárt gázmennyiséget vizsgáljuk):



4.6. ábra: Izochor állapotváltozás T-S diagramja

Gay-Lussac törvényein alapulnak a gázhőmérők. A leggyakrabban olyan gázhőmérőket használnak, ahol a térfogat állandó. Ezen gázhőmérők alapján vetődött fel az abszolút hőmérsékleti skála ötlete, amit Lord Kelvin (William Thomson) alkotott meg a Celsius-féle hőmérsékleti skálára alapozva (1848). Az abszolút vagy termodinamikai hőmérséklet nem lehet negatív. Nullpontja $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$, és $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletváltozás megegyezik 1 K hőmérsékletváltozással.

Az izotermikus, az izobár és az izochor állapotváltozások törvényszerűségei a gázok három állapotjelzője között teremtenek kapcsolatot (p , V , T). A három törvény egyesítésével megkapható a gázok állapotegyenlete:

$$\frac{pV}{T} = \text{áll.} \quad (4.6)$$

Adott gázt vizsgálva a 4.6 egyenlet jobb oldalának értéke egyenesen arányos az elzárt gázmennyiség tömegével. Többféle anyagi minőségű gázt vizsgálva bizonyítható, hogy valójában az *anyagmennyiséggel* arányos.

Gázok állapotegyenletét (egyesített gáztörvényt) a következő alakban szokás megadni^{7,8}:

$$pV = nRT \quad (4.7)$$

ahol n a mólszám, R a moláris (vagy univerzális) gázállandó.

1 mól anyagmennyiség $6,02214179 \cdot 10^{23}$ darab részecske (ez az Avogadro-szám; jele N_A vagy A esetleg L). $R = 8,314472 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$.⁹

Az állapotegyenlet további alakjai:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (4.8)$$

ahol m a gáz tömege és M a móltömege. Illetve:

$$pV = NkT \quad (4.9)$$

ahol N a gázcseppcsek (molekulák) száma, k pedig a Boltzmann-állandó.

$k = 1,3806504 \cdot 10^{-23} \text{ J}/\text{K}$. Az összefüggések:

$$n = \frac{N}{N_A} \quad (4.10)$$

$$R = N_A k \quad (4.11)$$

Az állapotegyenlet mindhárom alakját (4.7, 4.8 és 4.9 egyenletek) szokás használni. Adott feladattól függ, hogy éppen melyiket célszerű felírni.

Az állapotegyenlet ezen alakjai az *ideális gázokra* vonatkoznak: a molekulák között nincs vonzó- vagy taszítóerő, a molekulák ütközése tökéletesen rugalmas, és a molekulák térfogata elhanyagolható (pontoszerű) a teljes térfogathoz képest. Közöséges nyomáson és bizonyos hőmérséklet felett minden gáz ideális gáznak tekinthető.

Alacsonyabb hőmérséklet vagy nagyobb nyomásértékek esetén a gázok viselkedése más lesz. Figyelembe kell venni az egyes molekulák térfogatát, valamint azt, hogy a molekulák hatnak egymásra (az ütközésen kívül is). A *reális (valós) gázok* állapotegyenlete az úgynevezett *van der Waals-féle állapotegyenlet* (1873)^{10,11}:

⁷ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 377

⁸ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 31

⁹ <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html> a Nemzetközi Mértékügyi Hivatal ajánlásával (<http://www.bipm.org/extra/codata/>)

¹⁰ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 378

¹¹ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 37

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT = \frac{m}{M} RT = NkT \quad (4.12)$$

ahol a és b az anyagi minőségre jellemző konstansok. Az a konstans a molekulák közötti vonzóerőt írja le, a b pedig a molekulák térfogatát. Néhány értéket bemutat a következő táblázat:

4.1 táblázat: gázok *van der Waals*-együtthatói

gáz	a (Pa·m ⁶ /mol ²)	b (m ³ /mol)
hidrogén (H ₂)	0,0248	2,663·10 ⁻⁵
levegő	0,1355	3,646·10 ⁻⁵
oxigén (O ₂)	0,1375	3,166·10 ⁻⁵
vízgőz (H ₂ O)	0,5450	3,001·10 ⁻⁵

Ideális gázok keverékére érvényes Dalton törvénye^{12,13} (1801), mely szerint a gázkeverék nyomása az egyes összetevők parciális nyomásainak összege. Az egyes összetevőkre külön-külön is érvényes az egyesített gáztörvény (mintha minden összetevő csak egymagában lenne ott).

4.4 Adiabatus állapotváltozás

Adiabatus az állapotváltozás akkor, ha a gáz a környezetével nem cserél hőt, azaz $Q = 0$. Ezt kétféleképpen lehet megvalósítani: vagy teljesen elszigeteljük a gázt a környezetétől (ez rendszerint nehézségekbe ütközik), vagy a folyamat olyan gyorsan játszódik le, hogy nincs idő a hőcserére. A folyamat teljes leírásához szükség van újabb fizikai mennyiségekre. Melegítsünk elzárt gázt először úgy, hogy a térfogat állandó marad. Ekkor az első főtétel (2.1 egyenlet) értelmében:

$$\Delta U = Q \quad (4.13)$$

Ha hőt közlünk anyaggal, akkor a befektetett hő és az elért hőmérsékletváltozás egymással egyenes arányban áll:

$$Q = C_V \Delta T \quad (4.14)$$

C_V az állandó térfogatra vonatkozó hőkapacitás. Tömegarányosan felírva:

¹² Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 419

¹³ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 35

$$Q = c_v m \Delta T \quad (4.15)$$

ahol c_v az állandó térfogatra vonatkozó fajlagos hőkapacitás (fajhő).

Most vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a hőközlés állandó nyomáson történik (például szabadon, súrlódásmentesen mozgó dugattyú zárja el a gázt, és a dugattyú külső oldalán az állandónak tekinthető légköri nyomás van). Ekkor is egyenes arányosság van a befektetett hő és az elért hőmérsékletváltozás között:

$$Q = C_p \Delta T \quad (4.16)$$

C_p az állandó nyomásra vonatkozó hőkapacitás. Tömegarányosan felírva:

$$Q = c_p m \Delta T \quad (4.17)$$

ahol c_p az állandó nyomásra vonatkozó fajlagos hőkapacitás (fajhő). Az első főtétel alakja most:

$$\Delta U = Q + W \quad (4.18)$$

A W az a munka, amit a melegítés hatására táguló gáz végez, azaz a befektetett hő kell, hogy fedezze a belső energia változását és a gáz által végzett munkát is. Tehát $c_p > c_v$.

A gáz által végzett munka:

$$W = \int_1^2 p dV \quad (4.19)$$

Ha a nyomás állandó, akkor a képlet egyszerűsödik:

$$W = p \Delta V \quad (4.20)$$

A gázok állapotegyenlete (4.8 egyenlet) alapján:

$$W = \frac{m}{M} R \Delta T \quad (4.21)$$

A 4.13, 4.15, 4.17, 4.18 és 4.21 egyenletek alapján:

$$c_p m \Delta T = c_v m \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T \quad (4.22)$$

azaz:

$$c_p - c_v = \frac{R}{M} \quad (4.23)$$

A belső energia változása 4.13 és 4.15 egyenletek alapján:

$$\Delta U = c_v m \Delta T \quad (4.24)$$

A 4.24 egyenlet alapján a belső energia csak egy additív konstans erejéig meghatározott. Ezt választhatjuk nullának. Így:

$$U = c_v m T \quad (4.25)$$

Adiabatikus állapotváltozásnál az első főtétel differenciális alakja:

$$dU = dW \quad (4.26)$$

$$c_V m dT = -p dV \quad (4.27)$$

Ha a nyomást kifejezzük a 4.8 és 4.23 egyenletről, akkor az alábbi eredményt kapjuk:

$$c_V m dT + \frac{m(c_p - c_V)T}{V} dV = 0 \quad (4.28)$$

Ebből:

$$\frac{dT}{T} + \left(\frac{c_p}{c_V} - 1 \right) \frac{dV}{V} = 0 \quad (4.29)$$

Vezessük be a

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} \quad (4.30)$$

adiabatikus kitevőt (fajhő-hányadost). Ekkor az alábbi egyenlethez jutunk:

$$\frac{dT}{T} + (\kappa - 1) \frac{dV}{V} = 0 \quad (4.31)$$

A differenciálegyenlet megoldása:

$$TV^{\kappa-1} = \text{áll.} \quad (4.32)$$

Ha 4.8 egyenlet segítségével eljuthatunk a Poisson-féle összefüggéshez^{14,15}:

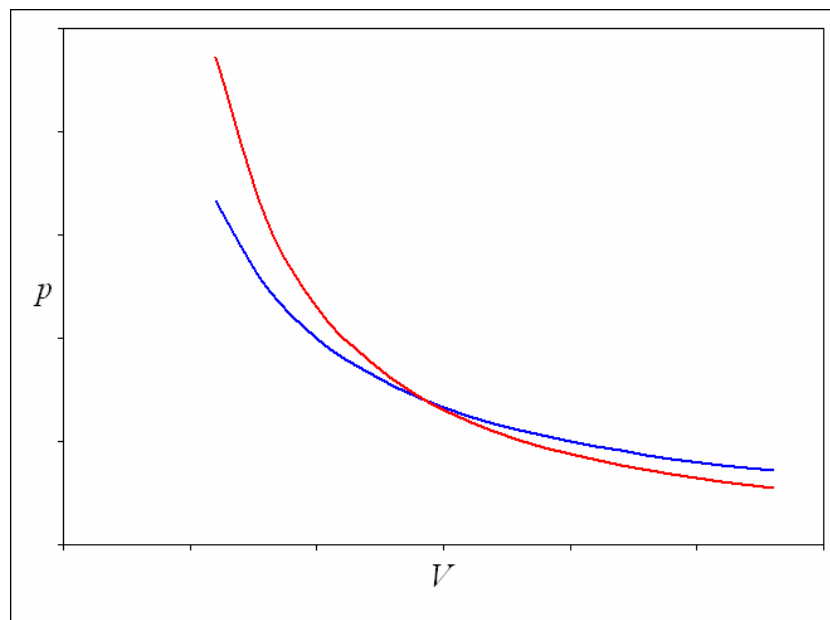
$$pV^\kappa = \text{áll.} \quad (4.33)$$

A 4.33 egyenletet szokás az adiabatikus folyamatok alapegyenletének tekinteni. A Poisson-féle összefüggés alapján az adiabatikus folyamat képe a p-V diagramon egy hiperbola, ami meredekebb, mint az izotermikus folyamat esetén. Szokás Poisson-féle összefüggésnek nevezni a 4.32 egyenletet is, illetve a 4.8 egyenlet segítségével kifejezhető harmadik alakot is:

$$\frac{T^\kappa}{p^{\kappa-1}} = \text{áll.} \quad (4.34)$$

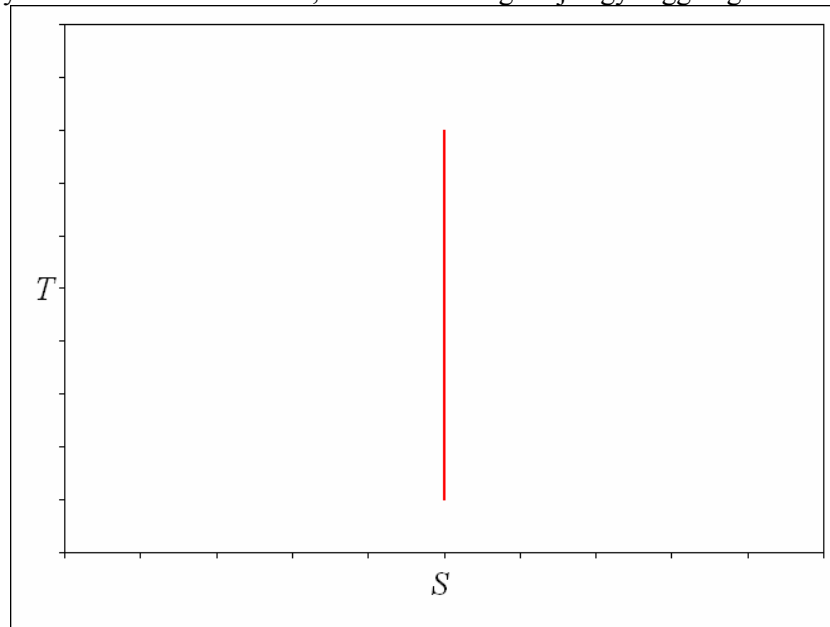
¹⁴ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 396-397

¹⁵ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 130-131



4.7. ábra: Adiabaticus állapotváltozás p - V diagramja (kék: izoterma, piros: adiabata)

A folyamat során nincs hőcsere, ezért a T - S diagramja egy függőleges vonal:



4.8. ábra: Adiabaticus állapotváltozás T - S diagramja

4.5 Politropikus állapotváltozás

Eddig áttekintettük az izotermikus, az izobár, az izochor és az adiabatikus állapotváltozásokat. Politropikus állapotváltozás minden eddig nem tárgyalt eset; leírásuk a Poisson-féle összefüggéshez hasonló:

$$pV^k = \text{áll.} \quad (4.35)$$

ahol k a politrop kitevő. Tágabb értelemben véve a politrop kitevő bármilyen értéket felvehet. Szűkebb értelemben a politropikus állapotváltozás az $1 < k < \kappa$ politrop kitevő által meghatározott kvázi-adiabatikus állapotváltozás.

4.2 táblázat: politrop kitevő értékei¹⁶

állapotváltozás	k
robbanás	$k < 0$
izobár	0
izotermikus	1
politropikus (szűkebb értelemben)	$1 < k < \kappa$
adiabatikus	κ
izochor	∞

A szűkebb értelemben vett politropa meredekebb, mint az izoterma, de nem olyan meredek, mint az adiabata (4.9 ábra). Az állapotváltozás T-S diagramja exponenciális, negatív kitevővel (4.10 ábra).

Politropikus állapotváltozás esetében a gáz által végzett munka a 4.19 és 4.34 egyenletek alapján:

$$W = \int_1^2 p dV = \int_1^2 \frac{\text{áll.}}{V^k} dV = \text{áll.} \cdot \frac{V_2^{1-k} - V_1^{1-k}}{1-k} \quad (4.36)$$

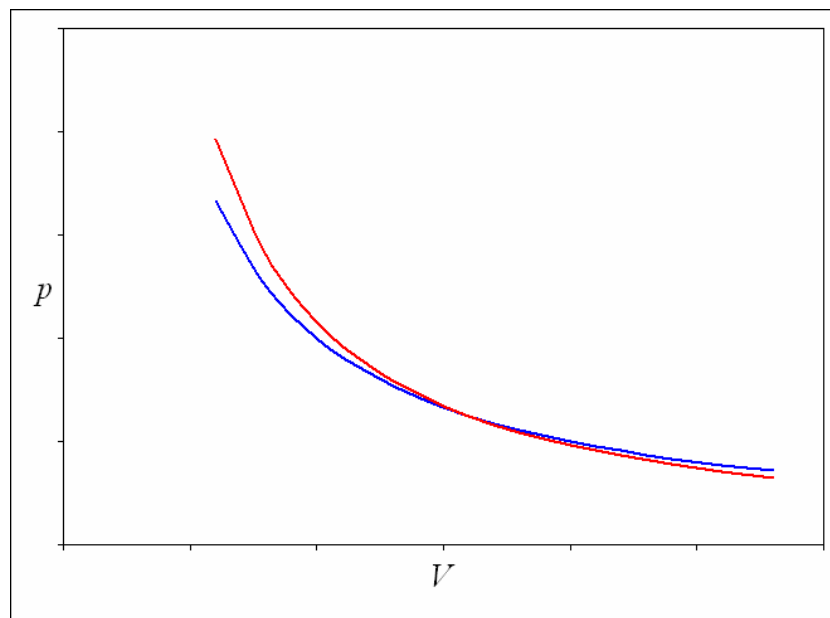
Az 4.36 egyenletben szereplő állandó értéke a 4.35 egyenlet alapján a kezdeti vagy a végállapot értékeivel is megadható:

$$pV^k = \text{áll.} = p_1V_1^k = p_2V_2^k \quad (4.37)$$

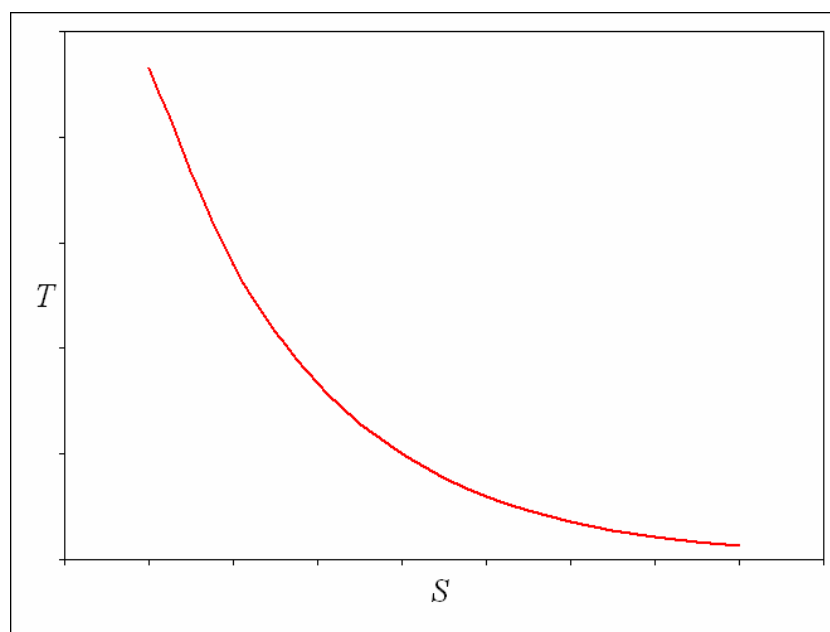
Így a végzett munka (4.8 és 4.23 segítségével):

$$W = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{1-k} = \frac{1}{1-k} m(c_p - c_v)(T_2 - T_1) = \frac{\kappa - 1}{1-k} c_v m(T_2 - T_1) \quad (4.38)$$

¹⁶ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 134



4.9. ábra: Politropikus állapotváltozás p - V diagramja (kék: izoterma, piros: politropa)



4.10. ábra: Politropikus állapotváltozás T - S diagramja

Az első főtétel alapján a hőcsere:

$$Q = \Delta U + W = c_V m(T_2 - T_1) + \frac{\kappa - 1}{1 - k} c_V m(T_2 - T_1) \quad (4.39)$$

$$Q = \frac{\kappa - k}{1 - k} c_V m(T_2 - T_1) \quad (4.40)$$

Az általános politrop fajlagos hőkapacitás:

$$c_{poli} = \frac{\kappa - k}{1 - k} c_V \quad (4.41)$$

Ez negatív értékű a szűkebb értelemben vett politropikus állapotváltozások esetében ($1 < k < \kappa$).

Az állapotváltozások ábrázolásához főleg a p-V és T-S diagramokat használják, az entalpia-entrópia diagram (H-S diagram vagy *Mollier diagram*) elsősorban a víz/vízgőz állapotváltozásainak követésére használatos, mely a villamosenergia termelés szempontjából kiemelt fontosságú. Ezen a diagram-típuson a munkavégzés és a hőátadás is egyenes szakaszokkal ábrázolható.

4.6 Fojtásos állapotváltozás

Ha a környezetétől jó hőszigeteléssel elzárt gázt lassan átáramoltatunk porózus anyagon (pl. vattacsomón) vagy szűk csövön (fojtószelepen) úgy, hogy a fojtás előtt a nyomás állandó p_1 utána pedig ennél kisebb, de állandó p_2 értékű, akkor a legtöbb gáz esetében lehűlést fogunk tapasztalni. Ez a *Joule-Thomson* hatás (1853)^{17,18}. Az effektus nem értelmezhető az ideális gázok modellje alapján.

Az eredeti Joule-Thomson kísérlet során (4.11. ábra) egy hőszigetelt csőben elhelyezett vattacsomón áramoltattak át lassan gázt. A nyomás a fojtás előtt és a fojtás után is állandó volt. Kezdetben az összes gáz a bal oldalon helyezkedett el (p_1, V_1, T_1), majd a teljes gázmennyiség át lett áramoltatva a jobb oldalra (p_2, V_2, T_2). A hőszigetelés miatt $Q = 0$.

A külső erők által végzett munka:

$$W_{\text{külső}} = p_1 V_1 - p_2 V_2 \quad (4.42)$$

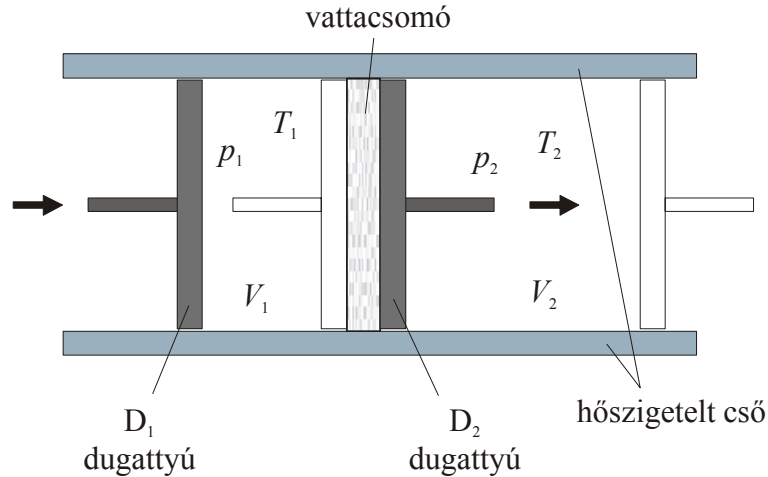
Ideális gáz esetében a Boyle-Mariotte törvény (4.1), az első főtétel (2.1) és a 4.25 egyenlet alapján:

$$U_1 = U_2 \Rightarrow T_1 = T_2 \quad (4.43)$$

Azaz nem lenne tapasztalható hőmérsékletváltozás.

¹⁷ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 393-394

¹⁸ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 207-208



4.11. ábra: A Joule-Thomson-féle kísérleti elrendezés

Valós gázok esetében $W_{\text{külső}} > 0$, valamint a táguló gáznak a molekulák között ható vonzóerő legyőzéséhez munkát ($W_{\text{belső}}$) kell végeznie a belső energia rovására. Ez a van der Waals-féle egyenletben (4.12) lévő nyomáskorrekció térfogat szerinti integráljával számítható ki:

$$W_{\text{belső}} = \int_{V_1}^{V_2} p_k dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{n^2 a}{V^2} dV = \frac{n^2 a}{V_2} - \frac{n^2 a}{V_1} < 0 \quad (4.44)$$

A két munka összegétől függ, hogy mi történik a gázzal. Ha $W_{\text{belső}} + W_{\text{külső}} = 0$, akkor a hőmérséklet nem változik. Ez az *inverziós hőmérséklet* (T_i). Az inverziós hőmérséklet alatti kezdő hőmérséklet esetében $W_{\text{belső}} + W_{\text{külső}} < 0$, azaz a gáz lehül. Az inverziós hőmérséklet feletti kezdő hőmérsékletnél $W_{\text{belső}} + W_{\text{külső}} > 0$, azaz a gáz felmelegszik. A van der Waals-féle egyenlet együtthatói segítségével:

$$T_i = \frac{2a}{bR} \quad (4.45)$$

A gyakorlatban a $\mu_j = \Delta T / \Delta p$ *Joule-Thomson együtthatót* többnyire mégis inkább méréssel szokás meghatározni. (A valós gázok tényleges viselkedése bonyolultabb, mint a van der Waals-féle egyenlet.) μ_j a tapasztalat szerint a folyamat kezdeti hőmérsékletén kívül függ még a gáz kezdeti nyomásától is.

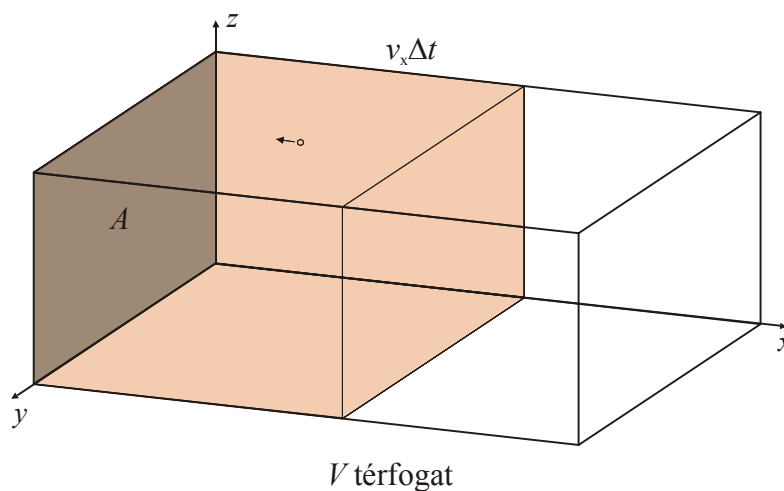
Normál nyomáson és szobahőmérsékleten a hélium ($T_{i,\text{max}} = 43 \text{ K}$), a hidrogén ($T_{i,\text{max}} = 202 \text{ K}$) és a neon ($T_{i,\text{max}} = 260 \text{ K}$) felmelegszik fojtásos állapotváltozás (Joule-Thomson expanzió) során, a többi gáz lehül.

A fojtásos állapotváltozás során a gáz entalpiája állandó.

A Joule-Thomson hatás az alapja a hűtőgépek működésének és a gázok cseppfolyósításának.

4.7 Hőmérséklet molekuláris értelmezése, ideális gáz belső energiája

Vizsgáljuk most meg az ideális gázok viselkedését a molekuláris szemlélet alapján. Az egyszerűség kedvéért tételezzünk fel egy V térfogatú, téglatest alakú tartályt, melyben gáz van (4.12 ábra). Számítsuk ki a gáz nyomását az A felületre^{19,20}.



4.12. ábra: Segédlet a nyomás kiszámításához a molekuláris szemlélet alapján

A 4.12 ábra alapján, ha a molekulák átlagos x tengely irányú sebessége v_x , akkor az A felületet egy megadott Δt idő alatt az árnyékolt térrészben lévő molekulák érhetik csak el. Ha egy molekula tömege μ , akkor az A felülettel való tökéletesen rugalmas ütközés hatására a molekula impulzusa $2\mu v_x$ mértékben változik meg. A nyomás az egységnyi felületre ható nyomóerő (erő/felület). A nyomóerő Newton második axiómája alapján az időegység alatt bekövetkező impulzusváltozással egyenlő (impulzusváltozás/idő). Az árnyékolt térrészben lévő molekulák száma az összes molekulaszám térfogatarányos része. Az itt lévő molekulák felénél az x

¹⁹ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 417-418

²⁰ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 86-88

tengely irányú átlagos sebesség az A felület irányába mutat, a másik felénél pedig ellenkező irányba. Így a nyomás:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\mu v_x}{\Delta t} \cdot \frac{v_x \Delta t}{V} N \quad (4.46)$$

Ebből:

$$pV = \mu v_x^2 N \quad (4.47)$$

Ha ezt összevetjük a 4.9 egyenlettel, akkor az alábbi eredményt kapjuk:

$$\mu v_x^2 = kT \quad (4.48)$$

Egy molekula x tengely irányába eső mozgáskomponensének átlagos energiája:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2} \mu v_x^2 \quad (4.49)$$

Ekkor kapjuk:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2} kT \quad (4.50)$$

Ez az eredmény kapcsolatot mutat a molekulák kicsiny energiái és egy makroszkópicusan mérhető érték (hőmérséklet) között. A molekulák esetében ugyanezt az eredményt kaptuk volna akkor is, ha az y vagy z irányú mozgást vesszük alapul. Ez három *egymástól független* mozgáskomponens, azaz három *szabadsági fok*. A 4.50 egyenlet általánosan is igaz: egy molekula egy szabadsági fokára átlagosan és időátlagban $\frac{1}{2} kT$ energia jut. Ez az ekvipartíció tétele^{21,22} (Boltzmann és Maxwell, 1860).

Az ekvipartíció tétele segítségével is ki lehet számítani az ideális gázok belső energiáját^{23,24}. Egyatomos molekula esetében csak a molekula mozgásával kell számolni; ez három szabadsági fok. Kéttatomos molekula esetében a súlyzóhoz hasonlító elrendezésnek forgási szabadsági foka is van, mégpedig két, egymástól független forgástengelyre nézve is; így a szabadsági fokok száma már öt. (Nagyon magas hőmérsékletek esetében már a molekulán belüli rezgést is számításba kell venni, ami első közelítésben egy lineáris oszcillátor, két szabadsági fokkal.) Három- vagy többatomos molekula lehet lineáris elrendezésű (például a szén-dioxid, CO_2) vagy nem lineáris (például a víz, H_2O). Ha a molekula lineáris, akkor öt szabadsági fokkal rendelkezik közönséges hőmér-

²¹ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönykiadó, Budapest, 1978, pp. 422-423

²² Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 88-91

²³ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönykiadó, Budapest, 1978, pp. 423-425

²⁴ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 91-92

sékleteken, ha nem lineáris, akkor a forgás is három egymástól független tengelyre vonatkozhat, így a szabadsági fokok száma hat. Általánosan, ha a molekula f szabadsági fokkal rendelkezik, akkor a gáz belső energiája:

$$U = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} nRT = \frac{f}{2} \frac{m}{M} RT \quad (4.51)$$

A 4.13-4.24 egyenletek segítségével a molekuláris szemlélet szerint is kifejezhetjük a 4.51 egyenletből a fajlagos hőkapacitásokat:

$$c_v = \frac{f}{2} \frac{R}{M} \quad (4.52)$$

$$c_p = \frac{f+2}{2} \frac{R}{M} \quad (4.53)$$

Így az adiabatikus kitevő:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f} \quad (4.54)$$

a szabadsági fokok ismeretében egyszerűen számítható, vagy a két fajlagos hőkapacitás ismeretében lehet következtetni a molekulák szabadsági fokainak számára.

Az ekvipartíció tétele jól alkalmazható szilárd testekre is^{25,26}. Szilárd testekben a molekulák rezgéseket végezhetnek a tér három irányába, egymástól függetlenül. Ez három lineáris oszcillátor, két-két szabadsági fokkal, tehát a szabadsági fokok száma összesen hat. Szilárd testek fajhőjét a 4.52 egyenlet jól írja le.

²⁵ Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, pp. 423-425

²⁶ Litz József: Fizika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005, pp. 91

Kérdéstár:

1. Kerékpárpumpa végét befogjuk, majd a benne lévő levegőt hirtelen az eredeti térfogat $\frac{1}{4}$ -ére összenyomjuk. Mennyi lesz az eredetileg $20\text{ }^\circ\text{C}$ -os levegő hőmérséklete?
2. Mennyi hőt kell közölni 1 kg hélium gázzal (^4He), hogy a hőmérséklete $10\text{ }^\circ\text{C}$ -kal emelkedjen?
3. Fojtásos állapotváltozás során a/az _____ állandó marad.
4. Az ekvipartíció tétele leírja a kapcsolatot _____ és a hőmérséklet között.
5. Az entalpia-entrópia diagram másik neve _____-diagram.
6. Izotermikus állapotváltozás során
 - a. a nyomás változik
 - b. a térfogat változik
 - c. a hőmérséklet változik
 - d. az entrópia állandó
 - e. a belső energia állandó
 - f. a hőmérséklet állandó
7. Adiabatus állapotváltozás során
 - a. a nyomás változik
 - b. a térfogat változik
 - c. a hőmérséklet változik
 - d. az entrópia állandó
 - e. a belső energia állandó
 - f. a hőmérséklet állandó

8. Izobár állapotváltozás során
 - a. a nyomás változik
 - b. a térfogat változik
 - c. a hőmérséklet változik
 - d. az entrópia állandó
 - e. a belső energia állandó
 - f. a hőmérséklet állandó

9. Gay-Lussac első törvénye
 - a. az izobár állapotváltozást írja le
 - b. az izochor állapotváltozást írja le
 - c. az izotermikus állapotváltozást írja le
 - d. az adiabatikus állapotváltozást írja le
 - e. a politropikus állapotváltozást írja le

10. Gay-Lussac második törvénye
 - a. az izobár állapotváltozást írja le
 - b. az izochor állapotváltozást írja le
 - c. az izotermikus állapotváltozást írja le
 - d. az adiabatikus állapotváltozást írja le
 - e. a politropikus állapotváltozást írja le

11. Boyle-Mariotte törvénye
 - a. az izobár állapotváltozást írja le
 - b. az izochor állapotváltozást írja le
 - c. az izotermikus állapotváltozást írja le
 - d. az adiabatikus állapotváltozást írja le
 - e. a politropikus állapotváltozást írja le

12. A Poisson-féle összefüggés

- a. az izobár állapotváltozást írja le
- b. az izochor állapotváltozást írja le
- c. az izotermikus állapotváltozást írja le
- d. az adiabatikus állapotváltozást írja le
- e. a politropikus állapotváltozást írja le

13. Az adiabata

- a. nagyobb meredekségű, mint az izoterma
- b. kisebb meredekségű, mint az izoterma
- c. egyenlő meredekségű az izotermával
- d. kisebb meredekségű, mint a politropa
- e. egyenlő meredekségű a politropával

14. Az izoterma

- a. az izotermikus állapotváltozás képe a p-V diagramon
- b. az izotermikus állapotváltozás képe a T-S diagramon
- c. az izotermikus állapotváltozás képe a H-S diagramon
- d. egyenes
- e. exponenciális görbe

15. A van der Waals-féle állapotegyenlet

- a. nem veszi figyelembe a molekulák méretét
- b. figyelembe veszi a molekulák közötti vonzóerőt
- c. nem veszi figyelembe a hőmérsékletet
- d. figyelembe veszi a belső energiát
- e. figyelembe veszi az entrópiát