

Κεφάλαιο 1: ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ

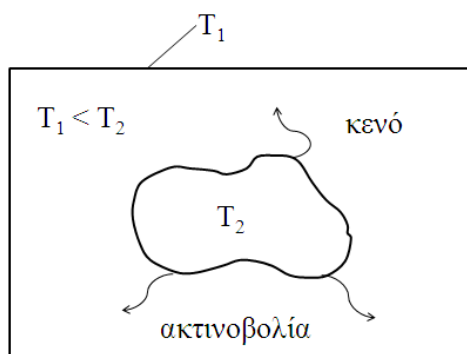
1.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στις **ιδιότητες και στους θεμελιώδεις νόμους της ακτινοβολίας** και στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο 2 θα εξετάσουμε την **μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία ανάμεσα σε επιφάνειες**.

Έστω ένα κλειστό δοχείο με θερμοκρασία τοιχωμάτων T_1 την οποία διατηρούμε σταθερή και εντός του οποίου τοποθετούμε ένα σώμα με θερμοκρασία T_2 (Σχήμα 1.1.1). **Αφαιρούμε με αντλία κενού όλο τον αέρα από το δοχείο**. Με κατάλληλους αισθητήρες παρατηρούμε ότι υπάρχει μεταφορά θερμότητας μεταξύ των τοιχωμάτων του δοχείου και του σώματος και μετά από κάποιο χρονικό διάστημα η θερμοκρασία του σώματος ισούται με την θερμοκρασία των τοιχωμάτων του δοχείου.

Ο μηχανισμός μετάδοσης θερμότητας δεν μπορεί να είναι η αγωγή (conduction) ή η συναγωγή (convection) αφού εντός του δοχείου δεν έχουμε αέρα, δηλαδή ο εσωτερικός χώρος του δοχείου είναι σε **κενό**, αφού όπως γνωρίζουμε η μετάδοση θερμότητας με αγωγή ή συναγωγή επιτυγχάνεται πάντοτε διαμέσου κάποιου υλικού/μέσου (medium).

Είναι προφανώς ότι η μετάδοσης θερμότητας **επιτυγχάνεται με ένα νέο/τρίτο μηχανισμό που ονομάζεται ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ (radiation)**.



Σχήμα 1.1.1: Εναλλαγή θερμότητας με ακτινοβολία

Τι είναι ακτινοβολία? Σε τι οφείλεται? Πως διαδίδεται? κ.τ.λ.

Προφανή ερωτήματα τα οποία δεν απαντώνται εύκολα εάν δεν μελετήσουμε σε βάθος τις θεωρίες του ηλεκτρομαγνητισμού και της κβαντομηχανικής.

Το 1864 ο James Clerk Maxwell παρουσίασε ένα πάρα πολύ σημαντικό άρθρο στη κλασική φυσική όπου ορίζονται οι σχέσεις **ανάμεσα σε ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία** και ότι **τα η/μ κύματα διαδίδονται με την ταχύτητα του φωτός**. Επίσης στο ίδιο άρθρο διατυπώνεται ότι **το ίδιο το φώς είναι στη μορφή ενός η/μ κύματος**. Η θεωρία του Maxwell επαληθεύθηκε πειραματικά από τον Hertz.

Λόγω της συνεχούς μεταβολής της ηλεκτρονικής δομής και της ενεργειακής κατάστασης των ηλεκτρονίων, ατόμων και μορίων τα επιταχυνόμενα φορτία ή μεταβαλλόμενα ρεύματα εκπέμπουν η/μ ακτινοβολία. Τα η/μ κύματα είναι οι φορείς της ενέργειας που εκπέμπει η ύλη (αέρια, υγρά, στερεά).

Με τη κλασσική προσέγγιση η ακτινοβολία μπορεί να μελετηθεί **με βάση τη θεωρία μεταφοράς ενέργειας με η/μ κύματα**. Όμως για να γίνει αυτό σε ειδικές περιπτώσεις απαιτείται να εξετάσουμε την φασματική κατανομή της ενέργειας που εκπέμπεται από ένα σώμα ή τις ιδιότητες ακτινοβολίας των αερίων.

Τα αντικείμενα αυτά εξετάζονται με βάση τη **θεωρία της κβαντομηχανικής (Max Planck 1900) όπου η ενέργεια μεταφέρεται με διακριτά σωματίδια (πακέτα ενέργειας) τα «φωτόνια» ή κβάντα**.

Εδώ θα εφαρμόσουμε την θεωρία των κυμάτων που άλλωστε χρησιμοποιείται ευρέως σε υπολογισμούς μηχανικής και περιστασιακά θα αναφερθούμε σε κβαντικά φαινόμενα μόνο όταν είναι απαραίτητο.

Επομένως **ανάμεσα στα μοντέλα των κυμάτων και των κβάντων επιλέγουμε το πρώτο**. Άλλωστε η κλασσική θεώρηση της αλληλεπίδρασης της ακτινοβολίας με το μέσο οδηγεί τις περισσότερες φορές στις ίδιες εξισώσεις με αυτές που προκύπτουν με την κβαντομηχανική προσέγγιση.

Σημειώνεται ότι ακόμη και σήμερα η απόλυτα ακριβής φύση της η/μ ακτινοβολίας, δηλαδή εάν είναι κύματα ή κβάντα δεν είναι γνωστή αλλά για τους μηχανικούς ή καλύτερα για τους υπολογισμούς που κάνουν οι μηχανικοί αυτό δεν έχει ιδιαίτερη σημασία.

Με βάση τα παραπάνω όλα τα σώματα εκπέμπουν **η/μ ακτινοβολία** σαν αποτέλεσμα της συνεχούς κίνησης των μορίων και ατόμων που σχετίζεται με την εσωτερική ενέργεια της ύλης του σώματος. Απλά μπορούμε να δεχθούμε ότι η ακτινοβολία είναι ενέργεια που παράγεται με διάφορους τρόπους και στη συνέχεια μεταφέρεται με κύματα ή με κβάντα.

Η εκπεμπόμενη ενέργεια εκτείνεται από ράδιο-κύματα, με μήκη κύματος περίπου 10(+4)m μέχρι κοσμική ακτινοβολία με μήκη κύματος περίπου 10(-14)m. Εδώ θα μελετήσουμε την ακτινοβολία που αναφέρεται ως **θερμική ακτινοβολία** (thermal radiation) με μήκη κύματος κάπου μεταξύ των παραπάνω και περιλαμβάνει **θερμότητα** (heat) και **φως** (light).

Ήδη αναφέραμε ότι σε αντίθεση με τους μηχανισμούς μετάδοσης θερμότητας με αγωγή και συναγωγή η μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία ανάμεσα σε δύο σώματα **δεν απαιτεί την παρουσία κάποιου μέσου** (no medium). Επομένως όταν η αγωγή και συναγωγή είναι απύσες τότε η μετάδοση θερμότητας μπορεί να επιτευχθεί μόνο με ακτινοβολία.

Στην μετάδοση θερμότητας με αγωγή και συναγωγή η μεταφορά θερμότητας γίνεται από την υψηλή προς την χαμηλή θερμοκρασία και στο ενδιάμεσο χώρο η θερμοκρασία μεταβάλλεται μονοσήμαντα. Αντίθετα έχουμε πολλά παραδείγματα **μετάδοσης θερμότητας με ακτινοβολία ανάμεσα σε δύο σώματα που διαχωρίζονται με ένα ψυχρότερο μέσο**:

Παράδειγμα 1: ήλιος-διάστημα-γη

Παράδειγμα 2: ήλιος-κάλυμμα θερμοκηπίου-εσωτερικός χώρος θερμοκηπίου

Παράδειγμα 3: άνθρωπος-αέρας-φωτιά τζακιού

Στην αγωγή και στην συναγωγή η ενέργεια που μεταφέρεται προς και από ένα απειροστά μικρό (διαφορικό) ογκομετρικό στοιχείο στερεού ή ρευστού (υγρού ή αερίου) **εξαρτάται από τις θερμοκρασιακές διαφορές και τις φυσικές ιδιότητες της ύλης του στοιχείου ή της ύλης που είναι πάρα πολύ κοντά στο στοιχείο.**

Για παράδειγμα όταν έχουμε μόνο **αγωγή** η εξίσωση θερμικής αγωγής διατυπώνεται εφαρμόζοντας τοπικά τον νόμο του Fourier:

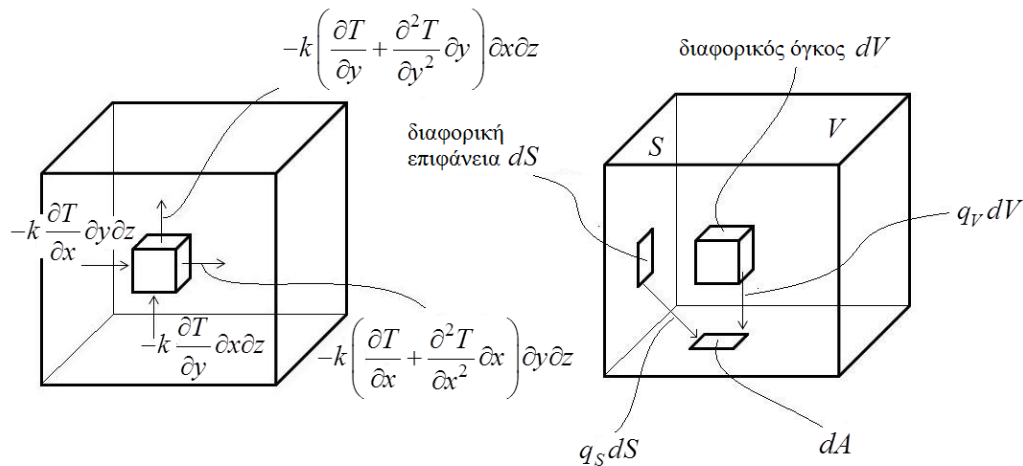
$$q_c| = -k \frac{\partial T}{\partial \zeta}, \text{ όπου } \zeta \text{ δηλώνει την κατεύθυνση}$$

Για ένα στοιχειώδη κύβο, θεωρώντας την καθαρή θερμοροή προς και από όλες τις επιφάνειες του κύβου προκύπτει η εξίσωση Laplace που περιγράφει την θερμική αγωγή εντός του υλικού (Σχήμα 1.1.2):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση ενεργειακού **ισοζυγίου εξαρτάται αποκλειστικά από τις τοπικές θερμοκρασιακές παραγώγους.**

Αντίστοιχη αλλά λίγο πιο σύνθετη ανάλυση στη περίπτωση μετάδοση θερμότητας με **συναγωγή** οδηγεί στο συμπέρασμα ότι και πάλι **το ισοζύγιο θερμότητας εξαρτάται από τοπικές ιδιότητες και συνθήκες.**



Σχήμα 1.1.2 Μηχανισμός θερμικής αγωγής (αριστερά) και θερμικής ακτινοβολίας (δεξιά)

Έστω ένα θερμαινόμενο κλειστό δοχείο με επιφάνεια S και όγκο V (Σχήμα 1.1.2) πλήρες με κάποιο υλικό που εκπέμπει ακτινοβολία (π.χ. ζεστό αέριο ή γυαλί).

Έστω ότι η ενέργεια ακτινοβολίας από την επιφάνεια dS που φθάνει στην επιφάνεια dA είναι $q_s dS$.

Έστω ότι η ενέργεια ακτινοβολίας από τον όγκο dV που φθάνει στην επιφάνεια dA είναι $q_v dV$.

Η συνολική ενέργεια ακτινοβολίας από την επιφάνεια S και όγκο V που φθάνει στην επιφάνεια dA είναι

$$q_r = \int_S q_s dS + \int_V q_v dV$$

Είναι προφανές ότι το αποτέλεσμα αυτό δεν εξαρτάται από τοπικές αλλά αντίθετα από συνολικές ιδιότητες και συνθήκες. Οι εξισώσεις ενεργειακών ισοζυγίων έχουν πλέον ολοκληρώματα και ονομάζονται **ολοκληρωτικές εξισώσεις** που δεν είναι πολύ γνωστές στους μηχανικούς.

Όταν η μετάδοση θερμότητας γίνεται με αγωγή, συναγωγή και ακτινοβολία τότε πολλές φορές οι εξισώσεις ενεργειακών ισοζυγίων περιέχουν παραγώγους και ολοκληρώματα, ενώ οι όροι της θερμοκρασίας μπορεί να είναι υψωμένοι σε διάφορες δυνάμεις και στη περίπτωση ονομάζονται **μη γραμμικές ολοκληρω-διαφορικές εξισώσεις**. Επιλύονται δύσκολα και βεβαίως μόνο με αριθμητικές μεθόδους.

Μία πρόσθετη δυσκολία στην μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία, πέρα των μαθηματικών δυσκολιών είναι ο **ακριβής προσδιορισμός των φυσικών ιδιοτήτων** των υλικών που εξαρτώνται από πολλές παραμέτρους, όπως η τραχύτητα και ο βαθμός επεξεργασίας της επιφάνειας, η καθαρότητα του υλικού, η θερμοκρασία, το μήκος κύματος της ακτινοβολίας, η γωνία προσπίπτουσας και ανακλώμενης ακτινοβολίας κ.τ.λ. Έχουν γίνει και ακόμη γίνονται πειράματα για τον προσδιορισμό των φυσικών ιδιοτήτων όμως ακόμη και σήμερα σε πολλές περιπτώσεις δεν μπορούν να εκτιμηθούν με ακρίβεια.

Επίσης **στην αγωγή και συναγωγή η μεταφορά θερμότητας ανάμεσα σε δύο θέσεις εξαρτάται από τη θερμοκρασιακή διαφορά των δύο θέσεων υψωμένη περίπου στην πρώτη δύναμη**. Στην ελεύθερη συναγωγή ή σε μη γραμμικά προβλήματα (π.χ. όταν οι ιδιότητες των υλικών εξαρτώνται από την θερμοκρασία) η δύναμη στην οποία υψώνεται η θερμοκρασιακή διαφορά μπορεί να είναι μεγαλύτερη της μονάδας αλλά συνήθως είναι μικρότερη του δύο.

Θα δούμε ότι η μεταφορά ενέργειας θερμότητας με **θερμική ακτινοβολία εξαρτάται από την διαφορά των απόλυτων θερμοκρασιών των δύο σωμάτων όπου η κάθε μία υψώνεται σε δύναμη ανάμεσα στο τέσσερα και το πέντε**.

Σύνοψη: Εξάρτηση μηχανισμού μεταφοράς θερμότητας ανάμεσα σε δύο θέσεις ως προς τις θερμοκρασίες των δύο θέσεων:

- Αγωγή: $q_{cond} \sim \Delta T$
- Εξαναγκασμένη συναγωγή: $q_{conv} \sim \Delta T$
- Ελεύθερη συναγωγή: $q_{conv} \sim \Delta T^n$, $1.25 \leq n \leq 1.4$
- **Ακτινοβολία:** $q_{rad} \sim T^n$, $4 \leq n \leq 5$

Επομένως ο μηχανισμός μετάδοσης θερμότητας με ακτινοβολία είναι ιδιαίτερα σημαντικός όταν έχουμε μεγάλες θερμοκρασιακές διαφορές.

Παράδειγμα: Ο σχηματισμός πάγου στη διάρκεια της νύχτας στα πλαστικά ή γυάλινα καλύμματα θερμοκηπίων σε σημεία όπου εγκλωβίζεται νερό και οφείλεται στη διαφορά θερμοκρασίας ανάμεσα στο νερό και το πολύ κρύα διαστημική «δεξαμενή».

Βεβαίως η μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία είναι σημαντική ακόμη και όταν η διαφορά θερμοκρασίας είναι μικρή.

Παράδειγμα: Η αίσθηση ψύχους που νιώθουμε όταν είμαστε σε ένα δωμάτιο με κρύους τοίχους-παράθυρα, ενώ η θερμοκρασία του αέρα του δωματίου είναι σχετικά υψηλή.

1.2 Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

Σύμφωνα με την η/μ κυματική θεωρία, η η/μ ακτινοβολία περιγράφεται από την θεωρία των εγκάρσιων κυμάτων που ταλαντώνονται κάθετα προς την κατεύθυνση που διαδίδονται (μεταφέρουν ενέργεια όπως τα θαλάσσια κύματα αλλά κινούνται με πολύ μεγαλύτερες ταχύτητες).

Η ταχύτητα διάδοσης είναι ίση με την ταχύτητα του φωτός. Άλλωστε όπως είπαμε το φως είναι και αυτό ένας ειδικός τύπος η/μ ακτινοβολίας σε μία πολύ μικρή περιοχή του φάσματος της η/μ ακτινοβολίας.

Στο κενό η ταχύτητα διάδοσης είναι $c_0 = 299.800 \text{ km/s}$.

Σε ένα μέσο η ταχύτητα διάδοσης είναι $c = c_0 / n$, όπου $n > 1$ είναι ο **δείκτης διάθλασης** (refraction index) του μέσου. Στα αέρια ο δείκτης διάθλασης είναι κοντά στη μονάδα, ενώ στο γυαλί γύρω στο 1.5.

Υπάρχουν **πολλοί τύποι η/μ ακτινοβολίας** και διακρίνονται από το **μήκος κύματος** τους λ ή από τη **συχνότητά** τους ν στο κενό.

Η συχνότητα ορίζεται ως $\nu = c / \lambda$ και δηλώνει το αριθμό των πλήρων ταλαντώσεων (κύκλων) το δευτερόλεπτο. **Συχνότητα και μήκος κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογα.**

Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να διατυπώσουμε την **ενέργεια** ενός διακριτού πακέτου ενέργειας, δηλαδή ενός **φωτονίου ή κβάντα**. Σύμφωνα με τον Planck η ενέργεια δίδεται από την παρακάτω σχέση:

$e = h\nu = hc / \lambda$, όπου $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ Js}$ είναι η σταθερά του Planck
Επομένως, η **ενέργεια των φωτονίων είναι αντιστρόφως ανάλογη με το μήκος κύματος**, δηλαδή η ακτινοβολία μικρού μήκους κύματος έχει περισσότερη ενέργεια (μεγάλες ενέργειες φωτονίων), ενώ η ακτινοβολία μεγάλου μήκους κύματος έχει λιγότερη ενέργεια (μικρές ενέργειες φωτονίων).

Το κάθε φωτόνιο ή κβάντα (quantum) μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σωματίδιο που έχει μάζα ($h\nu / c^2$), ορμή ($h\nu / c$) και ενέργεια (e) όπως ακριβώς και ένα μόριο αερίου. Επομένως, **η ακτινοβολία θα μπορούσε να γίνει αντιληπτή και να μοντελοποιηθεί σαν ένα αέριο φωτονίων!**

Ανάλογα με το μήκος κύματος διακρίνουμε τα εξής είδη η/μ ακτινοβολίας εντός του η/μ φάσματος:

- Κοσμικές ακτίνες, $\lambda < 10(-7) \mu\text{m}$
- Ακτίνες γ , $10(-7) < \lambda < 10(-4) \mu\text{m}$
- Ακτίνες X, $10(-5) < \lambda < 10(-2) \mu\text{m}$
- Υπεριώδη, $0.01 < \lambda < 0.4 \mu\text{m}$
- ΟΡΑΤΗ, $0.4 < \lambda < 0.76 \mu\text{m}$
- Υπέρυθρη, $0.76 < \lambda < 100 \mu\text{m}$
- Μικροκύματα, $10(+2) < \lambda < 10(+5) \mu\text{m}$
- Ραδιοκύματα, $10(+5) < \lambda < 10(+10) \mu\text{m}$
- Κύματα ηλεκτρικής ισχύος, $\lambda > 10(+10) \mu\text{m}$

ΘΕΡΜΙΚΗ (thermal radiation): $0.1 < \lambda < 100 \mu\text{m}$

ΗΛΙΑΚΗ (solar radiation): $0.3 < \lambda < 3 \mu\text{m}$

Σημείωση 1: Σε διάφορα συγγράμματα η υπέρυθρη εκτείνεται και μέχρι τα $1000 \mu\text{m}$ (far infrared).

Σημείωση 2: Η ενέργεια της η/μ ακτινοβολίας σε μικρά μήκη κύματος (ακτίνες γ και X, UV) είναι ιδιαίτερα υψηλή με καταστροφικές συνέπειες.

Σημείωση 3:

Η ατμόσφαιρα της γης λειτουργεί σαν προστατευτική ασπίδα για τις επικίνδυνες ακτινοβολίες πολύ υψηλής συχνότητας. Η ατμόσφαιρα απορροφά το μεγαλύτερο μέρος των κοσμικών ακτινών αλλά και της υπεριώδους ακτινοβολίας. Αντίθετα επιτρέπει πλήρως την διέλευση των ραδιοκυμάτων υψηλής συχνότητας, των μικροκυμάτων χαμηλότερης συχνότητας, του φωτός και ενός τμήματος της υπέρυθρης ακτινοβολίας. Τα ραδιοκύματα χαμηλών συχνοτήτων ανακλώνται σ' ένα μεγάλο ποσοστό στο ατμοσφαιρικό στρώμα της ιονόσφαιρας.

Η θερμική ακτινοβολία περιλαμβάνει την υπέρυθρη, την ορατή και τμήμα της υπεριώδους ακτινοβολίας.

Τα διάφορα είδη η/μ ακτινοβολίας εντός του η/μ φάσματος **παράγονται με διαφορετικούς μηχανισμούς:**

Οι ακτίνες γ παράγονται από πυρηνικές αντιδράσεις, οι ακτίνες X από βομβαρδισμό ηλεκτρονίων, ενώ τα ραδιοκύματα από τη ενίσχυση των ταλαντώσεων ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

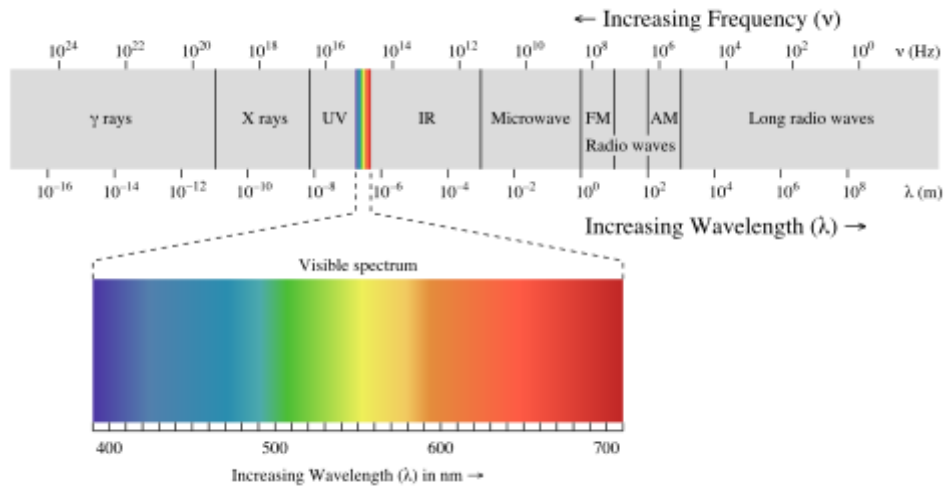
Από την κβαντομηχανική σκοπιά, όπως είπαμε, η η/μ ακτινοβολία οφείλεται στη μετακίνηση των ηλεκτρονίων από ένα σε άλλο ενεργειακό επίπεδο με αποτέλεσμα να παράγεται ενέργεια ακτινοβολίας. Οι μετακινήσεις αυτές των ηλεκτρονίων οφείλονται και σε υπάρχοντα πεδία ακτινοβολίας.

Η θερμική ακτινοβολία οφείλεται στην περιστροφική και δονητική μετακίνηση των μορίων στα αέρια, υγρά και στερεά λόγω της θερμοκρασίας τους.

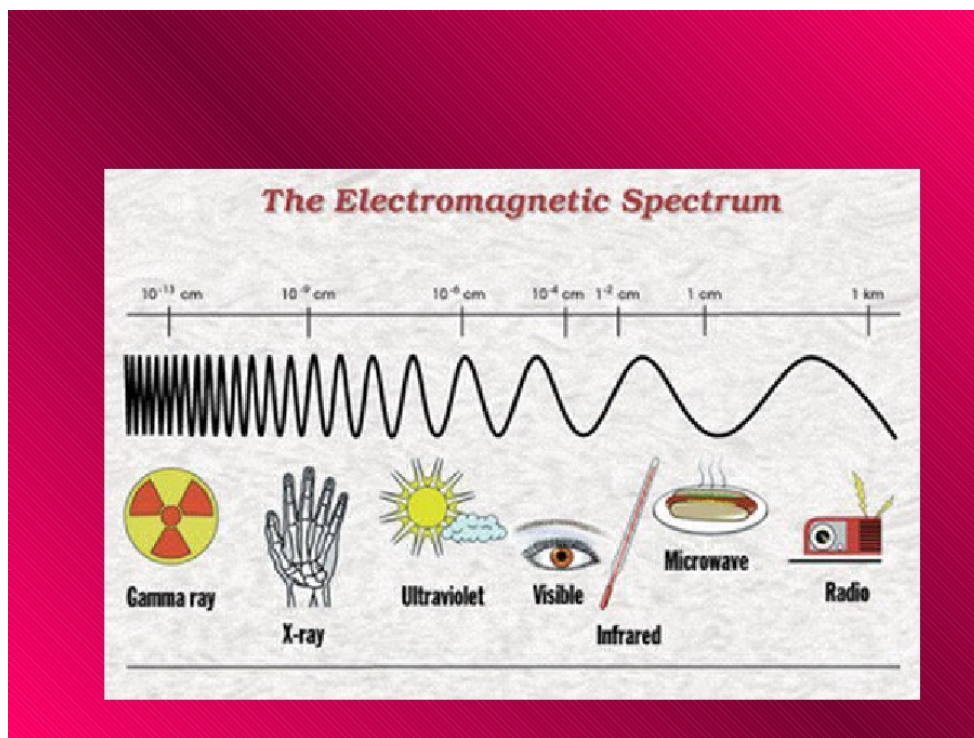
Εκπέμπεται διαρκώς από οποιαδήποτε μορφή ύλης που η θερμοκρασία της βρίσκεται πάνω από το απόλυτο μηδέν.

Η θερμοκρασία του σώματος αποτελεί μέτρο υπολογισμού της έντασης της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας.

Η θερμική ακτινοβολία βρίσκεται εντός τους εύρους του μήκους κύματος που δίδει στην ανθρωπότητα **θερμότητα, φως και φωτοσύνθεση**. Η ίδια η ύπαρξη μας οφείλεται στην ηλιακή ακτινοβολία που αποτελεί τμήμα της θερμικής ακτινοβολίας. Είναι προφανές ότι η μελέτη της θερμικής ακτινοβολίας και η αλληλεπίδρασή της με την ατμόσφαιρα και την επιφάνεια της γης είναι ιδιαίτερα σημαντική για την ανθρωπότητα.



Σχήμα 1.2.1: Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα και η ορατή περιοχή



Σχήμα 1.2.2: Τύποι ακτινοβολιών ανάλογα του μήκους κύματος

Το **φως** που αποτελεί ένα πολύ μικρό τμήμα της η/μ ακτινοβολίας δεν διαφέρει από τις άλλες η/μ ακτινοβολίες με εξαίρεση το γεγονός ότι ερεθίζει την όραση του ανθρώπινου ματιού.

Χρώμα	Ιώδες	Μπλε	Πράσινο	Κίτρινο	Πορτοκαλί	Κόκκινο
Μήκος κύματος (μm)	0.40- 0.44	0.44- 0.49	0.44- 0.54	0.54- 0.60	0.60- 0.673	0.63 - 0.76

Το χρώμα μιας επιφάνειας εξαρτάται από την ικανότητά της να ανακλά συγκεκριμένα μήκη κύματος και να απορροφά την υπόλοιπη ορατή ακτινοβολία.

Μια επιφάνεια που ανακλά όλη την ορατή ακτινοβολία (φως) φαίνεται **λευκή**.

Μια επιφάνεια που απορροφά όλη την ορατή ακτινοβολία (φως) φαίνεται **μαύρη**.

Ένα σώμα που εκπέμπει ακτινοβολία στην ορατή ζώνη ονομάζεται **πηγή φωτός** (ήλιος).

Η ακτινοβολία που εκπέμπουν τα σώματα σε θερμοκρασία δωματίου είναι στη **υπέρυθρη περιοχή**. Όμως σε θερμοκρασίες πάνω από 800K αρχίζουν να εκπέμπουν ορατή ακτινοβολία (π.χ. το νήμα μίας λυχνίας βολφραμίου αφού θερμανθεί σε θερμοκρασίες πάνω από 2000K εκπέμπει ακτινοβολία στο ορατό φάσμα).

Η **υπεριώδης ακτινοβολία** πρέπει να αποφεύγεται αφού μπορεί να προκαλέσει ζημιά στους ανθρώπους και άλλους ζωντανούς οργανισμούς.

Περίπου **12% της ηλιακής ακτινοβολίας βρίσκεται στην υπεριώδη περιοχή** και θα προκαλούσε τεράστια καταστροφή αν έφθανε στη γη. Ευτυχώς απορροφάται από το στρώμα του **όζοντος** (O₃) στην ατμόσφαιρα. Όμως ακόμη και αυτή η μικρή ποσότητα υπεριώδους ακτινοβολίας που διαπερνά την ατμόσφαιρα σε περίπτωση εκτεταμένης άμεσης έκθεσης σε αυτή μπορεί να προκαλέσει σημαντικές επιπλοκές όπως καρκίνο του δέρματος.

Για το λόγο αυτό έχουν απαγορευθεί χημικές ουσίες, όπως το ευρέως διαδεδομένο ψυκτικό Freon 12, που καταστρέφουν το όζον της ατμόσφαιρας.

Βεβαίως η υπεριώδης ακτινοβολία χρησιμοποιείται και για ευεργετικούς σκοπούς όπως στην ιατρική για εξολόθρευση βακτηρίων.

Στο σημείο αυτό έχοντας αναλύσει το η/μ φάσμα της η/μ ακτινοβολίας είναι χρήσιμο να αναφερθούμε στην **αλληλεπίδραση της ακτινοβολίας με την ύλη** (Σχήμα 1.2.3):

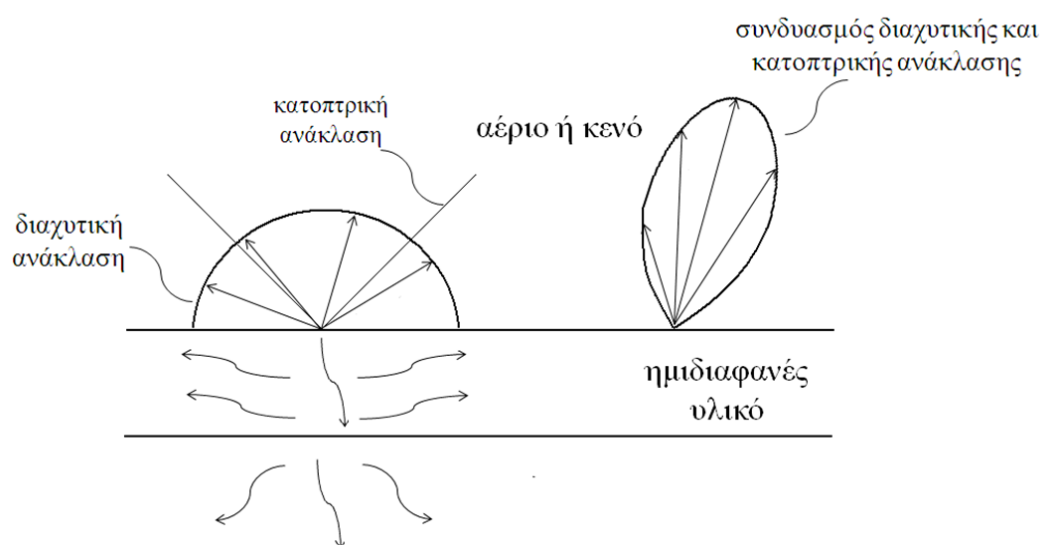
Όταν η ακτινοβολία προσπίπτει σε ένα ομογενές σώμα τμήμα της ακτινοβολίας ανακλάται (διαχυτικά ή κατοπτρικά) ενώ το υπόλοιπο εισέρχεται εντός του σώματος. Η ακτινοβολία που εισέρχεται μπορεί να απορροφηθεί ή απλώς να διαπεράσει το σώμα. Είναι απαραίτητο να γίνει αυτός ο διαχωρισμός και είναι ιδιαίτερα σημαντικός και από πρακτική σκοπιά.

Για παράδειγμα στη περίπτωση ενός μετάλλου του οποίου η επιφάνεια έχει λειανθεί το μεγαλύτερο τμήμα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας θα ανακλαστεί αλλά το μικρό τμήμα της ακτινοβολίας που θα εισέλθει θα απορροφηθεί πολύ γρήγορα σε μικρή απόσταση από την επιφάνεια και θα μετατραπεί σε εσωτερική ενέργεια.

Επομένως, τα μεταλλικά υλικά ενώ έχουν πολύ μικρή απορροφητικότητα σε σχέση με την προσπίπτουσα ακτινοβολία έχει πολύ καλή εσωτερική απορροφητικότητα.

Αντίθετα τα μη μεταλλικά υλικά έχουν την αντίθετη συμπεριφορά, δηλαδή επιτρέπουν να εισέλθει μεγαλύτερη ποσότητα ακτινοβολίας αλλά στη συνέχεια απορροφούν μικρή ποσότητα της εισερχόμενης ακτινοβολίας (π.χ. γυαλί).

Τα σώματα τα οποία απορροφούν όλη την εισερχόμενη ακτινοβολία ονομάζονται **αδιαφανή (opaque)**. Στα σώματα αυτά η ακτινοβολία μπορεί να θεωρηθεί σαν **επιφανειακό φαινόμενο και όχι ογκομετρικό** όπως συνήθως είναι, αφού η ακτινοβολία που εισέρχεται θα απορροφηθεί σε πολύ μικρή απόσταση, ενώ η ακτινοβολία που εκπέμπεται εσωτερικά δεν θα φθάσει στην επιφάνεια.



Σχήμα 1.2.3: Αλληλεπίδραση προσπίπτουσας ακτινοβολίας με ύλη

1.3 Ακτινοβολία μέλανος σώματος

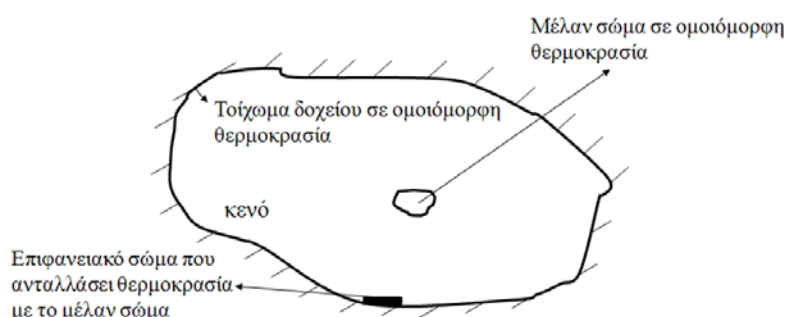
Το μέλαν σώμα ορίζεται ως το σώμα που επιτρέπει όλη η προσπίπτουσα ακτινοβολία να εισέλθει εντός του σώματος (**μηδενική επιφανειακή αντανάκλαση**) και στην συνέχεια απορροφά εσωτερικά όλη την ακτινοβολία (**τέλεια εσωτερική απορροφητικότητα και μηδενική διαπερατότητα**).

Το μέλαν σώμα χαρακτηρίζεται από μηδενική επιφανειακή ανάκλαση και απόλυτη εσωτερική απορροφητικότητα!

Τα παραπάνω ισχύουν για όλα τα μήκη κύματος και για όλες τις γωνίες προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Όπως θα δούμε το μέλαν σώμα όχι μόνο απορροφά αλλά επίσης **εκπέμπει το μέγιστο δυνατόν ποσό ακτινοβολίας**.

Τοποθετούμε ένα μέλαν σώμα σε κενό εντός ενός δοχείου του οποίου τα τοιχώματα είναι τέλεια μονωμένα με την ίδια θερμοκρασία ενώ αρχικά η θερμοκρασία του μελανού σώματος είναι διαφορετική (Σχήμα 1.3.1). Η εσωτερική επιφάνεια των τοιχωμάτων θεωρείται μέλαν σώμα. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα το μέλαν σώμα και το δοχείο είναι σε θερμοκρασιακή ισορροπία. **Στο σημείο ισορροπίας το μέλαν σώμα θα πρέπει να εκπέμπει ακριβώς το ίδιο ποσό θερμότητας με αυτό που απορροφά.** Εάν δεν ίσχυε αυτό η θερμοκρασία του μέλανος σώματος θα έπρεπε να αυξηθεί ή να μειωθεί. Τότε θα είχαμε μη μηδενική διαφορά μεταφορά θερμότητας ανάμεσα σε δύο επιφάνειες που βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία που αποτελεί παραβίαση του 2^{ου} νόμου της θερμοδυναμικής.



Σχήμα 1.3.1: Μέλαν σώμα εντός κοιλότητας

Επομένως, το μέλαν σώμα όχι μόνο απορροφά αλλά επίσης εκπέμπει το μέγιστο δυνατό ποσό ακτινοβολίας προς κάθε διεύθυνση και σε κάθε μήκος κύματος.

Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται σαν **σημείο αναφοράς** σε σχέση με το ποσό ακτινοβολίας που απορροφούν και εκπέμπουν τα πραγματικά σώματα. Λίγες επιφάνειες πλησιάζουν την ικανότητα του μέλανος σώματος να απορροφά ακτινοβολία. Το όνομα, «**μέλαν σώμα**», έχει προκύψει από το γεγονός ότι τα σώματα που απορροφούν ικανοποιητικά την προσπίπτουσα ορατή ακτινοβολία φαίνονται μαύρα (μελανά) στο ανθρώπινο μάτι. Το ανθρώπινο μάτι δεν αποτελεί αξιόπιστο κριτή για την απορροφητική ικανότητα ενός υλικού σε όλο το εύρος της θερμικής ακτινοβολίας. Για παράδειγμα επιφάνειες βαμμένες με άσπρη λαδομπογιά απορροφούν σε θερμοκρασία δωματίου πολύ καλά την υπέρυθη ακτινοβολία ενώ δεν απορροφούν την ορατή ακτινοβολία.

Το μέλαν σώμα είναι το φωτεινότερο όλων των σωμάτων!

Το γεγονός ότι ένα σώμα ακόμη και όταν είναι σε θερμική ισορροπία συνεχίζει να εκπέμπει ακτινοβολία με το περιβάλλον ονομάζεται **Νόμος του Prevost**.

Ιδιότητες μέλανος σώματος:

- perfect absorber
- perfect emitter at each direction and wavelength
- total radiant energy from a black body into vacuum is a function only of temperature and it is proportional to a monotonically increasing function of temperature

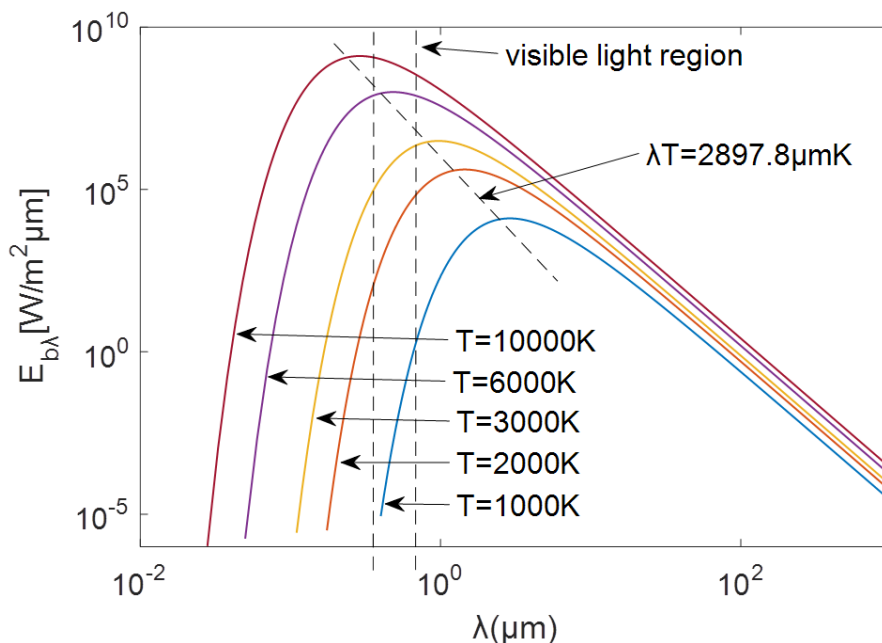
Οι παραπάνω ιδιότητες και χαρακτηριστικά του μέλανος σώματος αποδεικνύονται με βάση γνωστές θερμοδυναμικές αρχές.

Υπάρχει μία πάρα πολύ σημαντική βασική ιδιότητα – εξίσωση που ορίζει την ποσότητα της ενέργειας που εκπέμπεται ανά μονάδα χρόνου σε σχέση με το μήκος κύματος και τη απόλυτη θερμοκρασία. Η εξίσωση αυτή βασίζεται στην κβαντομηχανική, διατυπώθηκε από τον Planck και είναι γνωστή ως ο **Νόμος ή η κατανομή του Planck**:

$$E_{\lambda b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right]}, \text{ [W/(m}^2\mu\text{m)]}$$

όπου $C_1 = 2\pi hc_0^2 = 3.742 \times 10^8 \text{ W}\mu\text{m}^4/\text{m}^2$, $C_2 = hc_0 / k = 1.439 \times 10^4 \mu\text{mK}$ και $k = 1.3805 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Η ποσότητα $E_{b\lambda}(\lambda, T)$ ονομάζεται: **ημισφαιρική φασματική εκπεμπόμενη ισχύς**. Δηλώνει την ενέργεια εκπομπής ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα επιφάνειας, ανά μήκος κύματος σε θερμοκρασία T (όχι ανά στερεά γωνία αφού είναι ημισφαιρική).



Σχήμα 1.3.2: Κατανομή Planck της ισχύος ακτινοβολίας για διάφορες θερμοκρασίες

Η ποσότητα $E_{\lambda b}(\lambda, T)d\lambda$ δηλώνει τη ποσότητα ισχύος εντός ζώνης $d\lambda$.

Η γραφική απεικόνιση της σχέσης αυτής για διάφορες τιμές της απόλυτης θερμοκρασίας οδηγεί στις παρακάτω παρατηρήσεις:

- Σε όλες τις απόλυτες θερμοκρασίες η φασματική εκπεμπόμενη ισχύ αυξάνει καθώς αυξάνει το μήκος κύματος έως φθάσει μία μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνεται καθώς το μήκος κύματος συνεχίζει να αυξάνει.
- Σε όλα τα μήκη κύματος η ισχύς εκπομπής αυξάνει καθώς αυξάνει η θερμοκρασία.
- Το μέγιστο της φασματικής εκπεμπόμενης ισχύος μετακινείται προς ένα μικρότερο μήκος κύματος καθώς αυξάνει η θερμοκρασία.

- Το ποσοστό της ισχύος που εκπέμπεται σε μικρά μήκη κύματος είναι μεγαλύτερο κυρίως σε υψηλές θερμοκρασίες.
- Ένα πολύ μικρό ποσοστό της συνολικά εκπεμπόμενης ισχύος βρίσκεται εντός της ορατής περιοχής.
- Καθώς η θερμοκρασία αυξάνει πρώτα γίνεται ορατό το κόκκινο φώς. Στη συνέχεια εμφανίζονται και άλλα μήκη κύματος της ορατής ακτινοβολίας.
- Ο ακτινοβολία που εκπέμπει ο ήλιος, ο οποίος θεωρείται μέλαν σώμα περίπου στους 5780K, φθάνει στο μέγιστο εντός της ορατής περιοχής του φάσματος. Αυτό πιθανόν να οφείλεται στην εξέλιξη του ανθρώπινου ματιού ώστε να αντιλαμβάνεται στην φασματική περιοχή της μέγιστης ενέργειας που δέχεται.
- Η εκπεμπόμενη ακτινοβολία σε θερμοκρασίες μικρότερες των 800K δεν είναι ορατές από το ανθρώπινο μάτι.

Ολοκληρώνοντας την σχέση του Planck ως προς το μήκος κύματος προκύπτει η συνολική εκπεμπόμενη ισχύ ενός μέλανος σώματος στο κενό γνωστή ως **Νόμος Stefan – Boltzmann**:

$$E_b = \sigma T^4 \text{ (W/m}^2\text{)},$$

όπου $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ (W/m}^2\text{/K}^4\text{)}$ είναι η σταθερά Stefan–Boltzmann. Είναι το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της φασματικής εκπεμπόμενης ακτινοβολίας στην αντίστοιχη απόλυτη θερμοκρασία.

Το ολοκλήρωμα υπολογίζεται αναλυτικά. Από την ολοκλήρωση προκύπτει ότι

$$\sigma = \frac{C_1 \pi^4}{15C_2^4}$$

Για να βρούμε την μέγιστη ισχύ εκπομπής σε σχέση με το μήκος κύματος παίρνουμε την παράγωγο της σχέσης του Planck ως προς το μήκος κύματος και τη θέτουμε ίση με το μηδέν. Η μαθηματική επεξεργασία οδηγεί στο αποτέλεσμα

$$\left. \frac{dE_{\lambda b}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\max}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\max} T = \frac{C_2}{5} \frac{1}{1 - e^{-\frac{C_2}{\lambda_{\max} T}}}$$

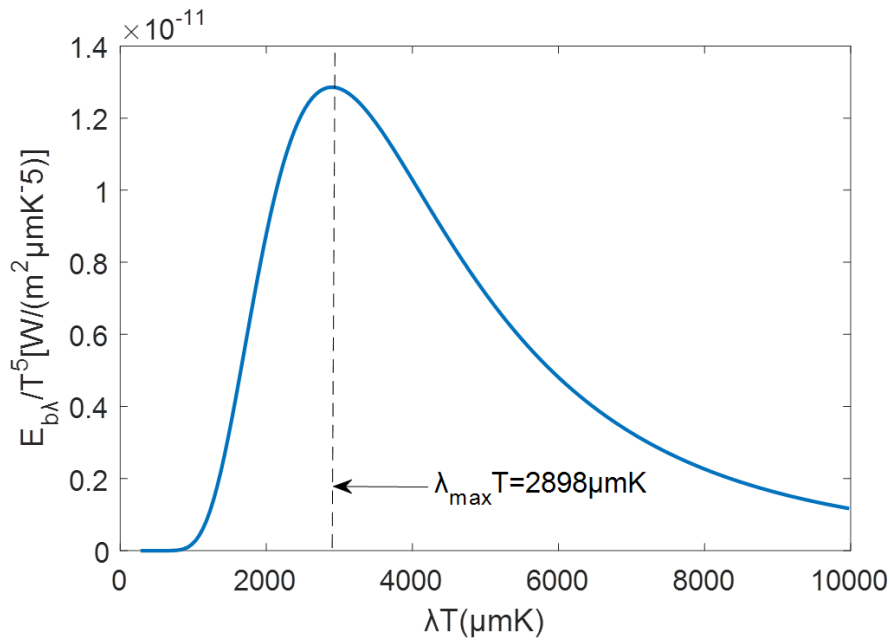
Η εξίσωση επιλύεται αριθμητικά (εύρεση ρίζας εξίσωσης) και προκύπτει $\lambda_{\max} T = C_3 = 2898 \mu\text{mK}$

Το αποτέλεσμα αυτό είναι γνωστό ως ο **Νόμος Μετατόπισης Wien**.

Ο Νόμος (ή η κατανομή) του Planck γράφεται σε πιο βολική μορφή εάν διαιρέσουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με την ποσότητα T^5 :

$$\frac{E_{\lambda b}(\lambda, T)}{T^5} = \frac{C_1}{(\lambda T)^5 \left[e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right]} = g(\lambda T)$$

Το πλεονέκτημα είναι ότι δεν απαιτείται χωριστή καμπύλη σε κάθε απόλυτη θερμοκρασία (βλέπε Σχήμα 1.3.3). Εκτενή αποτελέσματα της ποσότητας $E_{\lambda b}(\lambda, T) / T^5$ ως προς το γινόμενο λT βρίσκονται στη βιβλιογραφία σε μορφή πινάκων.



Σχήμα 1.3.3: Κατανομή $E_{\lambda b}(\lambda, T)/T^5$ ως προς λT

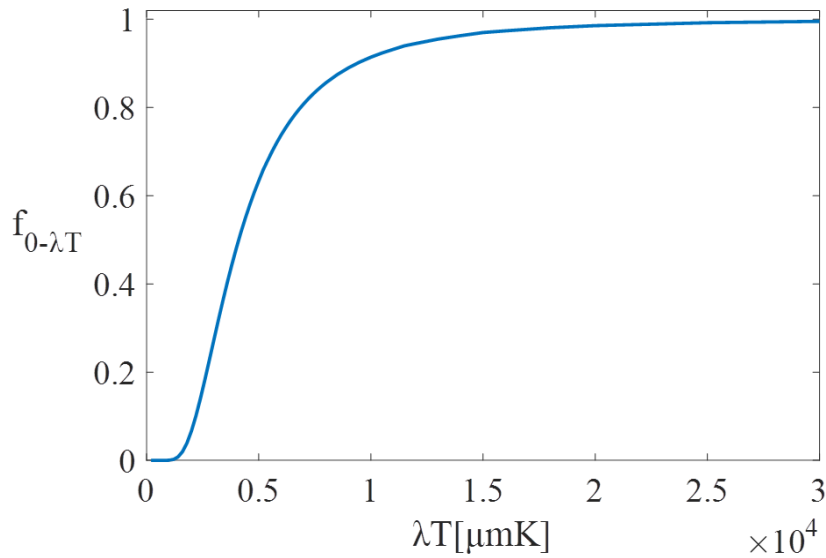
Ο Νόμος Stefan–Boltzmann περιγράφει την εκπεμπόμενη ισχύ σε συγκεκριμένη θερμοκρασία και σε όλο το μήκος του η/μ φάσματος, δηλαδή στο $\lambda \in [0, \infty)$.

Πολλές φορές είναι απαραίτητο να υπολογίσουμε το κλάσμα της εκπεμπόμενης ισχύος σε μία συγκεκριμένη ζώνη του συνολικού η/μ φάσματος, έστω στο διάστημα στο $\lambda \in [\lambda_1, \lambda_2]$. Στη περίπτωση αυτή ακολουθούμε την εξής μεθοδολογία:

Ο λόγος της εκπεμπόμενης φασματικής ισχύος στο διάστημα $\lambda \in [\lambda_1, \lambda_2]$ προς την ολική εκπεμπόμενη ισχύ ισούται με

$$\begin{aligned}
 f_{\lambda_1-\lambda_2} &= \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda b}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} = f_{0-\lambda_2} - f_{0-\lambda_1} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda b}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} - \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda b}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} = \\
 &= \frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda_2 T} \frac{E_{b\lambda}(\lambda, T)}{T^5} d(\lambda T) - \frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda_1 T} \frac{E_{b\lambda}(\lambda, T)}{T^5} d(\lambda T) = \\
 &= f_{0-\lambda_2 T} - f_{0-\lambda_1 T} = f_{\lambda_1 T-\lambda_2 T}
 \end{aligned}$$

Τιμές της ποσότητας $0 \leq f_{0-\lambda T} \leq 1$ βρίσκονται υπό μορφή πινάκων στην βιβλιογραφία (παλαιά έκδοση: σελ. 687, Πίνακας 9.2, νέα έκδοση: Κεφάλαιο 12, Πίνακας 12.2, βλέπε επίσης Σχήμα 1.3.4).



Σχήμα 1.3.4: Κατανομή $f_{0-\lambda T}$ ως προς λT

Παράδειγμα 1.3.1:

Το νήμα πυράκτωσης σε έναν λαμπτήρα είναι στους 3000K. Εάν υποθέσουμε ότι το νήμα εκπέμπει ακτινοβολία σαν μέλαν σώμα το ποσοστό της ακτινοβολίας είναι στην ορατή περιοχή?

Ορατή περιοχή: 0.4 – 0.76μm

$$\lambda_1 T = 0.4 \times 3000 = 1200 \mu\text{mK} \quad \rightarrow \quad f_{0-\lambda_1 T} = 0.002134$$

$$\lambda_2 T = 0.76 \times 3000 = 2280 \mu\text{mK} \quad \rightarrow \quad f_{0-\lambda_2 T} = 0.116$$

Το ποσοστό της ολικής ισχύος εκπομπής στην ορατή περιοχή είναι:

$$f_{\lambda_2 T - \lambda_1 T} = f_{0-\lambda_2 T} - f_{0-\lambda_1 T} = 0.116 - 0.002 = 0.114 = 11.4\%$$

Το υπόλοιπο ποσοστό μετατρέπεται σε θερμότητα. Εάν μειωθεί η θερμοκρασία του νήματος πυράκτωσης το ποσοστό αυτό αυξάνει ή μειώνεται?

Παράδειγμα 1.3.2:

Έστω ένα μέλαν σώμα που ακτινοβολεί στους 2778K. Επιθυμούμε να μετρήσουμε την ολική ισχύ εκπομπής με μετρητή ακτινοβολίας που απορροφά όλη την ακτινοβολία αλλά μόνο στη ζώνη $\lambda \in [0.8, 5] \mu\text{m}$. Ποια είναι η ποσοστιαία διόρθωση που πρέπει να εφαρμόσουμε στις μετρήσεις?

$$\lambda_1 T = 0.8 \times 2778 = 2222 \mu\text{mK} \quad \rightarrow \quad f_{0-\lambda_1 T} = 0.1050$$

$$\lambda_2 T = 5.0 \times 2778 = 13890 \mu\text{mK} \quad \rightarrow \quad f_{0-\lambda_2 T} = 0.9621$$

Το ποσοστό της ολικής ισχύος εκπομπής που δεν απορροφά ο μετρητής είναι:

$$f_{0-\lambda_1 T} + f_{\lambda_2 T-\infty} = f_{0-\lambda_1 T} + (1 - f_{0-\lambda_2 T}) = 0.1050 + (1 - 0.9621) = 0.1429$$

Επομένως η διόρθωση θα πρέπει να είναι 14.29% της ολικής ισχύος εκπομπής.

Εάν είναι εφικτό να διευρύνουμε το εύρος της ζώνης απορρόφησης του μετρητή μόνο από την μία πλευρά κατά 0.5μm, ποια πλευρά θα επιλέξουμε? Προφανώς τα 0.8μm.

Όλα τα παραπάνω ισχύουν για εκπομπή ισχύος από μέλαν σώμα σε κενό ή σε μέσο με δείκτη διάθλασης πολύ κοντά στην μονάδα.

Εάν η εκπομπή γίνεται σε **κάποιο μέσο** με δείκτη διάθλασης $n > 1$ τότε οι σταθερές C_1 και C_2 αντικαθίσταται με τις νέες τιμές $C_1^* = hc^2$ και $C_2^* = hc/k$, όπου $c = c_0/n$ είναι η ταχύτητα του φωτός στο μέσο που διαδίδεται και λ_m είναι το αντίστοιχο μήκος κύματος. Τότε ισχύουν τα παρακάτω:

Νόμος του Planck:
$$E_{\lambda_m b}(\lambda_m, T) = \frac{C_1^*}{\lambda_m^5 \left[e^{\frac{C_2^*}{\lambda_m T}} - 1 \right]}, \text{ [W/(m}^2\text{μm)]}$$

Νόμος Stefan – Boltzmann:
$$E_{b,m} = n^2 \sigma T^4 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

Νόμος μετατόπισης Wien :
$$n \lambda_{\max,m} T = C_3 = 2897.8 \mu\text{mK}$$

Βλέπουμε ότι η ολική ισχύς εκπομπής από ένα μέλαν σώμα διαμέσου υάλου ($n \approx 1.5$) είναι 2.25 φορές μεγαλύτερη από την αντίστοιχη σε αέρα.

1.4 Ένταση ακτινοβολίας

Επειδή η μετάδοση θερμότητας με θερμική ακτινοβολία επιβάλλει τη χρήση συστήματος σφαιρικών συντεταγμένων μία επανάληψη των βασικών ορισμών του συστήματος σφαιρικών συντεταγμένων είναι χρήσιμη:

Το διάνυσμα θέσης \mathbf{r} σε σφαιρικές συντεταγμένες ορίζεται από το μέτρο του r , τη πολική γωνία $\theta \in [0, \pi]$ και την αζιμούθια γωνία $\varphi \in [0, 2\pi]$ (βλέπε Σχήμα 1.4.1).

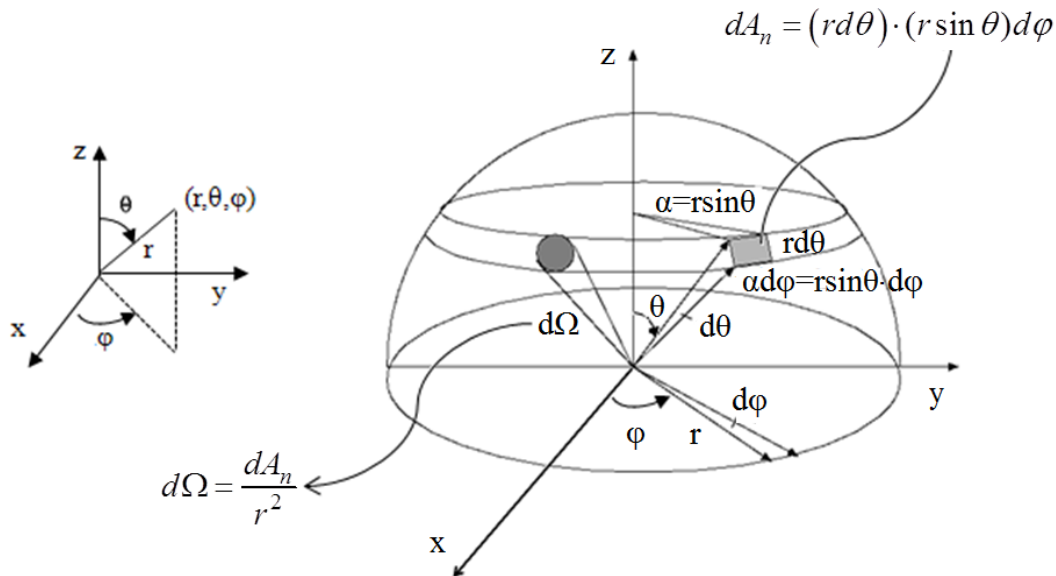
Ορισμός στερεάς γωνίας:
$$d\omega = \frac{dA}{r^2}$$

Εμβαδόν επιφάνειας dA_n :
$$dA_n = (r \sin \theta d\varphi) \times (r d\theta)$$

Από τις παραπάνω προκύπτει ότι $d\omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ (unit solid angle)

Η στερεά γωνία που αντιστοιχεί στο ημισφαίριο του Σχήματος 1.4.1 δίδεται από το ολοκλήρωμα:

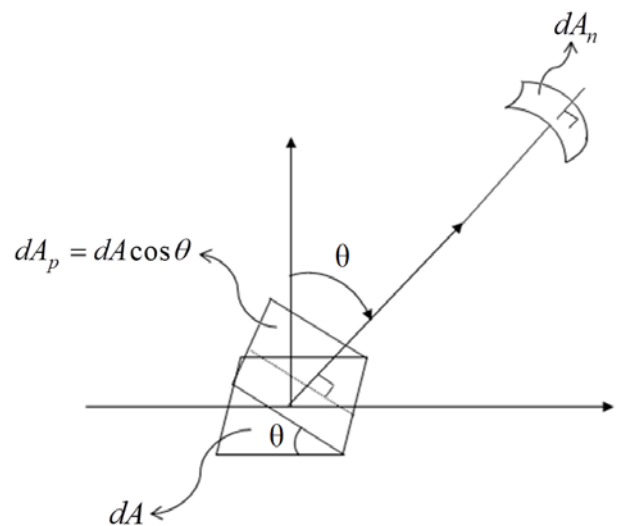
$$\int_{\text{ημισφαίριο}} d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta d\varphi = 2\pi, \quad \text{μονάδα μέτρησης: steradian (sr)}$$



Σχήμα 1.4.1: Ορισμός στερεάς γωνίας σε σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων.

Φασματική ένταση ακτινοβολίας είναι η ισχύς ακτινοβολίας μήκους κύματος λ που εκπέμπεται στη κατεύθυνση (θ, φ) , ανά μονάδα επιφάνειας εκπομπής κάθετη στη κατεύθυνση (θ, φ) ανά μονάδα στερεάς γωνίας και ανά μονάδα μήκους κύματος ζώνης $d\lambda$ γύρω από το λ .

Συμβολίζεται με $I_\lambda(\lambda, \theta, \varphi)$ και έχει μονάδες $\frac{W}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}$



Σχήμα 1.4.2: Εναλλαγή ακτινοβολίας ανάμεσα στις επιφάνειες dA και dA_n .

Με βάση τον παραπάνω ορισμό και το Σχήμα 1.4.2 η ισχύς της ακτινοβολίας που φεύγει από την επιφάνεια dA και διέρχεται από την επιφάνεια dA_n είναι

$$dq|_{dA \rightarrow dA_n} = I_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) dA \cos\theta d\omega d\lambda = I_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) dA \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi d\lambda$$

Η ποσότητα dq μπορεί επίσης να ορισθεί ως

$$dq|_{dA \rightarrow dA_n} = E_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) dA d\omega d\lambda = E_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) dA \sin \theta d\theta d\varphi d\lambda,$$

όπου $E_\lambda(\lambda, \theta, \varphi)$ είναι η **φασματική κατευθυντική εκπεμπόμενη ισχύς ακτινοβολίας** μήκους κύματος λ που εκπέμπεται στη κατεύθυνση (θ, φ) , ανά μονάδα επιφάνειας εκπομπής, ανά μονάδα στερεάς γωνίας και ανά μονάδα μήκους κύματος ζώνης $d\lambda$ γύρω από το λ .

Εξισώνοντας τις δύο παραπάνω εκφράσεις προκύπτει ότι

$$E_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) = I_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta \quad (*)$$

Τοποθετούμε μελανή επιφάνεια dA εντός ημισφαιρίου με χαρακτηριστικά μέλανος σώματος. Όταν έχουμε ακτινοβολία **από μέλαν σώμα** τότε η ισχύς της ακτινοβολίας που φεύγει από την επιφάνεια dA και περνάει μέσα από την επιφάνεια dA_n γράφεται

$$dq_b|_{dA \rightarrow dA_n} = I_{\lambda b}(\lambda, \theta, \varphi) dA_p d\omega d\lambda \quad \text{όπου} \quad dA_p = dA \cos \theta$$

Αφού πρόκειται για μέλαν σώμα η ισχύς της ακτινοβολίας εκπομπής και απορρόφησης στη κατεύθυνση (θ, φ) , δηλαδή που εκπέμπεται από dA προς dA_n και αυτή που εκπέμπεται από dA_n και απορροφάται από dA πρέπει να είναι ίσες:

$$dq_b|_{dA \rightarrow dA_n} = dq|_{dA_n \rightarrow dA} \Rightarrow I_{\lambda b}(\lambda, \theta, \varphi) dA_p \frac{dA_n}{r^2} d\lambda = I_{\lambda b, n}(\lambda) dA_n \frac{dA_p}{r^2} d\lambda \Rightarrow$$

$$I_{\lambda b}(\lambda, \theta, \varphi) = I_{\lambda b, n}(\lambda)$$

Η ποσότητα $I_{\lambda b, n}(\lambda)$ είναι η ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από την επιφάνεια dA_n και γίνεται αντιληπτή από την επιφάνεια dA_p (και dA).

Ο δείκτης n δηλώνει ότι η εκπεμπόμενη ακτινοβολία είναι κάθετη στην επιφάνεια.

Το αποτέλεσμα αποδεικνύει ότι η ένταση ακτινοβολίας μέλανος σώματος, όπως έχει ορισθεί σε σχέση με την προβαλλόμενη επιφάνεια, δεν εξαρτάται από τη κατεύθυνση εκπομπής.

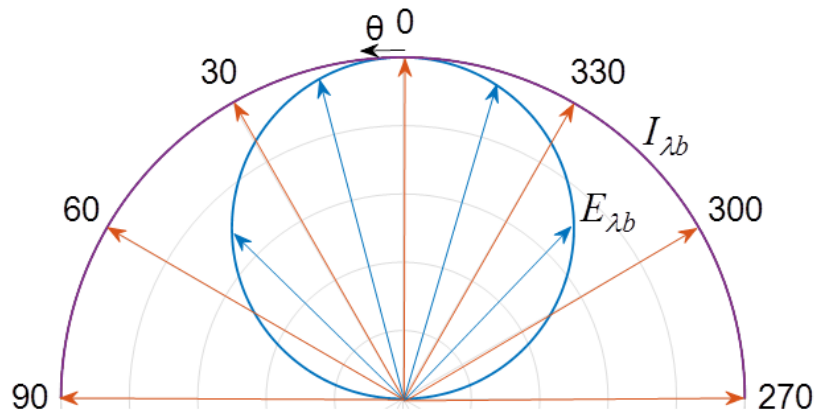
Επομένως, **η ένταση ακτινοβολίας εκπομπής μέλανος σώματος είναι ανεξάρτητη από τη κατεύθυνση (θ, φ) .**

Με βάση τα παραπάνω η Εξ. (*) γράφεται στη μορφή

$$E_{\lambda b}(\lambda, \theta, \varphi) = I_{\lambda b}(\lambda) \cos \theta = E_{\lambda b}(\lambda, \theta)$$

Η σχέση αυτή που ισχύει για μέλαν σώμα είναι γνωστή ως **ο νόμος του συνημίτονου του Lambert**.

Στο Σχήμα 1.4.3 φαίνεται η γραφική απεικόνιση της έντασης και της ισχύος ακτινοβολίας μέλανος σώματος, όπου η πρώτη είναι ανεξάρτητη, ενώ η δεύτερη εξαρτάται από την πολική γωνία θ .



Σχήμα 1.4.3: Γωνιακή κατανομή έντασης και ισχύος ακτινοβολίας μέλανος σώματος.

Ολοκληρώνοντας στο ημισφαίριο προκύπτει η **ημισφαιρική φασματική ισχύς εκπομπής** μέλανος σώματος δίδεται από τη σχέση

$$E_{\lambda b}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} E_{\lambda b}(\lambda, \theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda b}(\lambda) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi =$$

$$= I_{\lambda b}(\lambda, \theta, \varphi) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \Rightarrow E_{\lambda b}(\lambda) = \pi I_{\lambda b}(\lambda)$$

Η φασματική κατανομή της ημισφαιρικής ισχύος $E_{\lambda b}(\lambda)$ και έντασης $I_{\lambda b}(\lambda)$ σε θερμοκρασία T δίδεται, όπως αναφέραμε, από το **Νόμο του Planck**:

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \pi I_{\lambda b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right]}$$

Ολοκληρώνοντας ως προς το μήκος κύματος για $\lambda \in [0, \infty)$ προκύπτει ο **Νόμος Stefan Boltzmann**: $E_b = \sigma T^4 = \pi I_b$

Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να ορίσουμε τους όρους «irradiation» και «radiosity»:

Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να ορίσουμε τους όρους «irradiation» και «radiosity»:

Irradiation (ακτινοβόληση) είναι η ισχύς ακτινοβολίας που προσπίπτει ανά μονάδα επιφάνειας από όλες τις κατευθύνσεις. Η φασματική ακτινοβόληση ορίζεται ως εξής:

$$G(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_i(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\varphi d\theta \left[\frac{W}{m^2 \mu m} \right]$$

Είναι ο ρυθμός ακτινοβολίας που δέχεται μία επιφάνεια από όλες τις κατευθύνσεις, όπου I_i είναι η ακτινοβολία μήκους κύματος λ που προσπίπτει από την κατεύθυνση

(θ, φ) , ανά μονάδα επιφάνειας επί της οποίας προσπίπτει η ακτινοβολία κάθετη στη κατεύθυνση (θ, φ) , ανά μονάδα στερεάς γωνίας και ανά μονάδα μήκους κύματος ζώνης $d\lambda$ γύρω από το λ .

Radiosity (ακτινοβόλος ισχύς) είναι η ισχύς ακτινοβολίας που φεύγει ανά μονάδα επιφάνειας από όλες τις κατευθύνσεις. Η φασματική ακτινοβόλος ισχύς ορίζεται ως εξής:

$$J(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{e+r}(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\varphi d\theta \left[\frac{W}{m^2 \mu m} \right]$$

Είναι ο ρυθμός ακτινοβολίας που φεύγει από μία επιφάνεια προς όλες τις κατευθύνσεις, όπου I_{e+r} είναι η ακτινοβολία μήκους κύματος λ που εκπέμπεται και ανακλάται στην κατεύθυνση (θ, φ) , ανά μονάδα επιφάνειας από την οποία φεύγει η ακτινοβολία κάθετη στη κατεύθυνση (θ, φ) , ανά μονάδα στερεάς γωνίας και ανά μονάδα μήκους κύματος ζώνης $d\lambda$ γύρω από το λ .

1.5 Ιδιότητες μη μελανών επιφανειών

ΕΚΠΟΜΠΗ (emissivity): Ιδιότητα επιφάνειας σώματος που ορίζεται ως ο λόγος της έντασης της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας ως προς την αντίστοιχη ακτινοβολία του μέλανος σώματος στην ίδια θερμοκρασία.

Η εκπομπή ή ικανότητα εκπομπής ή συντελεστής εκπομπής εξαρτάται από την θερμοκρασία, το μήκος κύματος εκπομπής, τη γωνία εκπομπής και την επιφάνεια (υλικό, κατασκευή, χημικές αντιδράσεις με περιβάλλον).

Πειραματικά μετράται συνήθως στη κατεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια εκπομπής.

κατευθυντική – φασματική (directional – spectral):

$$\varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) = \frac{I_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A)}{I_{\lambda b}(\lambda, T_A)} = \frac{E_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A)}{E_{\lambda\theta b}(\lambda, \theta, T_A)}$$

κατευθυντική – ολική (directional – total): $\varepsilon_{\theta}(\theta, \varphi, T_A) = \frac{I_{\theta}(\theta, \varphi, T_A)}{I_b(T_A)} = \frac{E_{\theta}(\theta, \varphi, T_A)}{E_{\theta b}(\theta, T_A)}$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\theta}(\theta, \varphi, T_A) &= \frac{E_{\theta}(\theta, \varphi, T_A)}{E_{\theta b}(\theta, T_A)} = \frac{\int_0^{\infty} E_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) d\lambda}{E_{\theta b}(\theta, T_A)} = \frac{\int_0^{\infty} I_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) \cos \theta d\lambda}{I_b(\theta, T_A) \cos \theta} = \\ &= \frac{\int_0^{\infty} I_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) d\lambda}{\sigma T_A^4 / \pi} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) I_{\lambda b}(\lambda, T_A) d\lambda}{\sigma T_A^4 / \pi} = \frac{I_{\theta}(\theta, \varphi, T_A)}{I_b(T_A)} \end{aligned}$$

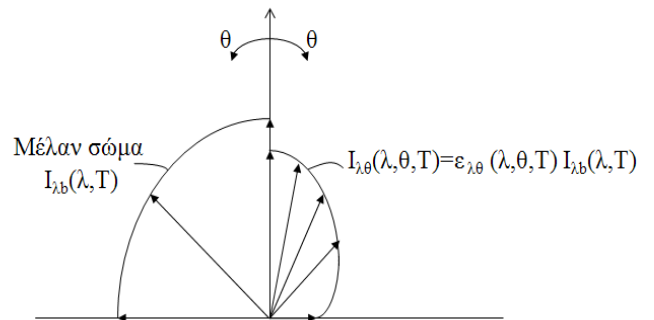
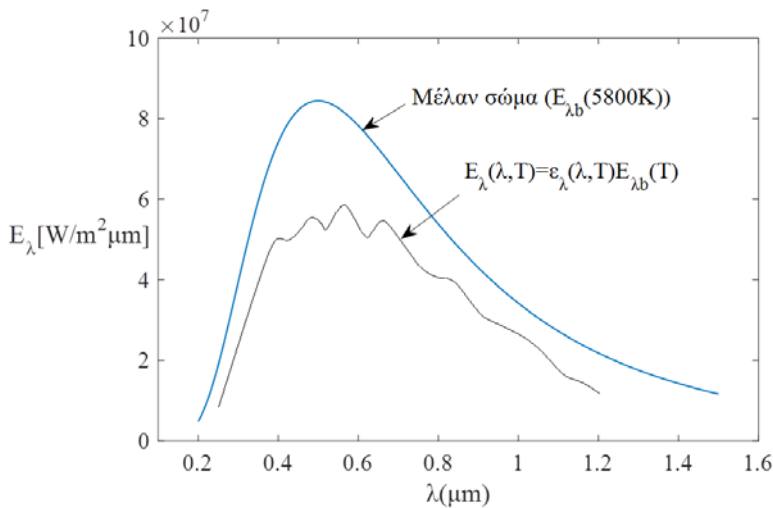
ημισφαιρική – φασματική (hemispherical – spectral): $\varepsilon_\lambda(\lambda, T_A) = \frac{I_\lambda(\lambda, T_A)}{I_{\lambda b}(\lambda, T_A)} = \frac{E_\lambda(\lambda, T_A)}{E_{\lambda b}(\lambda, T_A)}$

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T_A) = \frac{E_\lambda(\lambda, T_A)}{E_{\lambda b}(\lambda, T_A)} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda b}(\lambda, T_A) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi} =$$

$$= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \varepsilon(\lambda, \theta, \varphi, T_A) I_{\lambda b}(\lambda, T_A) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda b}(\lambda, T_A) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi} = 2 \int_0^{\pi/2} \varepsilon(\lambda, \theta, T_A) \cos\theta \sin\theta d\theta$$

ημισφαιρική – ολική (hemispherical – total): $\varepsilon(T_A) = \frac{I(T_A)}{I_b(T_A)} = \frac{E(T_A)}{E_b(T_A)}$

$$\varepsilon(T_A) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \varepsilon(\theta, \varphi, T_A) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{\int_0^\infty \varepsilon(\lambda, T_A) E_{\lambda b}(\lambda, T_A)}{\sigma T_A^4} d\lambda$$



Σχήμα 1.5.1: Σύγκριση ανάμεσα στην εκπεμπόμενη ισχύ μελανών και πραγματικών επιφανειών ως προς το μήκος κύματος (αριστερά) και τη κατεύθυνση (δεξιά)

Σημειώσεις:

Σε **διαχυτικές** επιφάνειες η ικανότητα εκπομπής δεν εξαρτάται από την κατεύθυνση:

$$\varepsilon = \varepsilon_\lambda(\lambda, T_A)$$

Σε **γκρίζες** επιφάνειες η ικανότητα εκπομπής δεν εξαρτάται από το μήκος κύματος:

$$\varepsilon = \varepsilon_\theta(\theta, \varphi, T_A)$$

Αποτελεί λογική υπόθεση ότι η ικανότητα εκπομπής δεν εξαρτάται από την αζιμούθια γωνία.

Πειραματικά μετράται συνήθως στη κατεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια εκπομπής ($0.95 \leq \varepsilon / \varepsilon_n \leq 1.3$)

Αποτελεί σχετικά καλή προσέγγιση η υπόθεση $\varepsilon = \varepsilon_n$, δηλαδή για την ικανότητα εκπομπής στη γωνία $\theta = 0$.

Η ικανότητα εκπομπής μεταλλικών επιφανειών είναι πολύ χαμηλή (μέχρι και 0.02 για λειασμένες επιφάνειες από χρυσό και ασήμι).

Η ικανότητα εκπομπής των μη αγώγιμων υλικών είναι σχετικά υψηλή (πάνω από 0.6).

Η ικανότητα εκπομπής των αγώγιμων υλικών αυξάνει καθώς αυξάνει η θερμοκρασία.

ΑΠΟΡΡΟΦΗΤΙΚΟΤΗΤΑ (absorptivity): Ιδιότητα επιφάνειας σώματος που ορίζει το κλάσμα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας που απορροφάται από την επιφάνεια.

Η απορροφητικότητα ή ικανότητα απορρόφησης ή συντελεστής απορρόφησης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά (μήκος κύματος, κατεύθυνση, θερμοκρασία) της προσπίπτουσας ακτινοβολίας (irradiation).

Η προσπίπτουσα ακτινοβολία δεν εξαρτάται από την θερμοκρασία της επιφάνειας στην οποία προσπίπτει αλλά από την θερμοκρασία T_i του σώματος που την εκπέμπει.

Η ικανότητα απορρόφησης μιας επιφάνειας επίσης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας που απορροφά την ακτινοβολία αλλά εξαρτάται πολύ λίγο από την θερμοκρασία της επιφάνειας (εκτός αν ποσοστό ακτινοβολίας που ανακλάται επιστρέφει στην επιφάνεια).

Πειραματικά συνήθως μετράται ο συντελεστής εκπομπής και για το λόγο αυτό είναι χρήσιμο να έχουμε μία σχέση που να συνδέει τις δύο ιδιότητες.

κατευθυντική – φασματική (directional – spectral): $\alpha_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{I_{\lambda\theta,i,absorbed}(\lambda, \theta, \varphi)}{I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi, T_i)}$

όπου $I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi, T_i)$ και $I_{\lambda\theta,i,absorbed}(\lambda, \theta, \varphi)$ είναι η ακτινοβολία που προσπίπτει και απορροφάται αντίστοιχα.

Ο παραπάνω ορισμός γράφεται και στην μορφή: $\alpha_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{dq_{i,absorbed}(\lambda, \theta, \varphi)}{dq_i(\lambda, \theta, \varphi)}$,

όπου $dq_i(\lambda, \theta, \varphi) = I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi, T_i) dA \cos \theta d\omega d\lambda$.

Εάν η προσπίπτουσα ακτινοβολία στην επιφάνεια dA που βρίσκεται σε θερμοκρασία T_A είναι από μέλαν σώμα επίσης σε θερμοκρασία T_A τότε

$dq_i(\lambda, \theta, \varphi) = I_{\lambda b,i}(\lambda, T_A) dA \cos \theta d\omega d\lambda$ και

$$dq_{i,absorbed}(\lambda, \theta, \varphi) = \alpha_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) I_{\lambda b, i}(\lambda, T_A) dA \cos \theta d\omega d\lambda$$

Όπως αναφέραμε στη Παράγραφο 1.4, η εκπεμπόμενη ισχύς από την επιφάνεια dA εντός ζώνης κύματος $d\lambda$ και στερεάς γωνίας $d\omega$ είναι

$$dq_e = I_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) dA \cos \theta d\omega d\lambda = \varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) I_{\lambda b}(\lambda, T_A) dA \cos \theta d\omega d\lambda$$

Εάν η επιφάνεια dA τοποθετηθεί εντός μελανής κοιλότητας σε θερμοκρασία T_A , τότε η ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που εκπέμπεται και απορροφάται πρέπει να είναι ίσες, δηλαδή $dq_e = dq_{i,absorbed}$ και επομένως $\varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) = \alpha_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A)$.

Η σχέση αυτή ορίζει την πλέον γενική μορφή του Νόμου του Kirchoff και ισχύει πάντα χωρίς περιορισμούς ανάμεσα στις ιδιότητες του υλικού, ακόμη και όταν η ακτινοβολία δεν προσπίπτει από μέλαν σώμα **σε θερμοκρασία ίδια με αυτή της επιφάνειας στην οποία προσπίπτει** (εάν δεν ίσχυε αυτή σχέση η θερμοκρασία της επιφάνειας θα ήταν μονίμως αυξανόμενη ή μειούμενη).

κατευθυντική – ολική (directional – total):

$$\alpha_{\theta}(\theta, \varphi) = \frac{dq_{i,absorbed}(\theta, \varphi)}{dq_i(\theta, \varphi)} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) I_{\lambda\theta, i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{\lambda\theta, i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) I_{\lambda\theta, i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{\lambda\theta, i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda}$$

Συγκρίνουμε την παραπάνω σχέση με την αντίστοιχη έκφραση για την κατευθυντική – ολική ικανότητα εκπομπής

$$\varepsilon(\theta, \varphi, T) = \frac{I_{\theta}(\theta, \varphi, T_A)}{I_b(T_A)} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A) I_{\lambda b}(\lambda, T_A) d\lambda}{\sigma T_A^4 / \pi}$$

Από την σύγκριση προκύπτει ότι

Εάν η προσπίπτουσα ακτινοβολία έχει φασματική κατανομή ανάλογη με αυτή του μέλανος σώματος, σύμφωνα με τη σχέση

$$I_{\lambda\theta, i}(\lambda, \theta, \varphi) = C(\theta, \varphi) I_{\lambda b}(\lambda, T_A), \quad (*)$$

όπου η συνάρτηση $C(\theta, \varphi)$ δεν εξαρτάται από το μήκος κύματος, τότε

$$\varepsilon_{\theta}(\theta, \varphi, T_A) = \alpha_{\theta}(\theta, \varphi, T_A)$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι ο Νόμος του Kirchoff για κατευθυντικές – ολικές ιδιότητες και ισχύει μόνο εάν η κατανομή της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι σύμφωνα με την (*).

Αντίστοιχα αν ισχύει η (*) για την ακτινοβολία που εκπέμπεται από μια επιφάνεια τότε η ικανότητα εκπομπής της επιφάνειας $\varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A)$ με βάση τον ορισμό της δεν εξαρτάται από το μήκος κύματος λ και το ίδιο ισχύει και για την ικανότητα απορρόφησης $\alpha_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi, T_A)$.

Επιφάνειες που έχουν αυτή τη συμπεριφορά ονομάζονται **ΦΑΙΕΣ (ΓΚΡΙΖΕΣ)** επιφάνειες και η ικανότητα απορρόφησης όπως και εκπομπής δεν εξαρτώνται από το μήκος κύματος.

ημισφαιρική – φασματική (hemispherical – spectral):

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) = \frac{dq_{i,absorbed}(\lambda)}{dq_i(\lambda)} =$$

$$= \frac{\int_{\text{hemisphere}} \alpha_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega}{\int_{\text{hemisphere}} I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega} = \frac{\int_{\text{hemisphere}} \varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega}{\int_{\text{hemisphere}} I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega}$$

Εάν η προσπίπτουσα ακτινοβολία είναι ανεξάρτητη κατεύθυνσης, δηλαδή

$$I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) = I_{\lambda,i}(\lambda) \quad (*)$$

τότε η ημισφαιρική – φασματική απορροφητικότητα ισούται με

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) = 2 \int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, T) \cos \theta \sin \theta d\theta$$

Συγκρίνοντας το αποτέλεσμα αυτό με το αντίστοιχο για την ικανότητα εκπομπής προκύπτει ότι

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T_A) = \alpha_{\lambda}(\lambda, T_A),$$

δηλαδή οι κατευθυντικές – φασματικές ικανότητες εκπομπής και απορρόφησης είναι ίσες όταν δεν εξαρτώνται από τη στερεά γωνία.

Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι ο Νόμος του Kirchoff για ημισφαιρικές – φασματικές ιδιότητες και ισχύει μόνο εάν η κατανομή της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι σύμφωνα με την (*).

Επιφάνειες που έχουν αυτή τη συμπεριφορά ονομάζονται **ΔΙΑΧΥΤΙΚΕΣ** επιφάνειες και η ικανότητα απορρόφησης όπως και εκπομπής δεν εξαρτώνται από τη κατεύθυνση της ακτινοβολίας.

ημισφαιρική – ολική (hemispherical – total):

$$\alpha = \frac{dq_{i,absorbed}}{dq_i} = \frac{\int_{hemisphere} \left[\int_0^{\infty} \alpha(\lambda, \theta, \varphi) I_i(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda \right] \cos \theta d\omega}{\int_{hemisphere} \left[\int_0^{\infty} I_i(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda \right] \cos \theta d\omega} =$$

$$= \frac{\int_{hemisphere} \left[\int_0^{\infty} \varepsilon(\lambda, \theta, \varphi, T_A) I_i(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda \right] \cos \theta d\omega}{\int_{hemisphere} \left[\int_0^{\infty} I_i(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda \right] \cos \theta d\omega}$$

Εάν η προσπίπτουσα ακτινοβολία είναι ανεξάρτητη κατεύθυνσης και ανάλογη της αντίστοιχης του μέλανος σώματος, δηλαδή

$$I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) = C I_{\lambda b}(\lambda, T_A) \quad (*)$$

όπου τώρα το C είναι μία σταθερά τότε αποδεικνύεται εύκολα ότι

$$\varepsilon(T_A) = a(T_A).$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι ο Νόμος του Kirchoff για ημισφαιρικές – ολικές ιδιότητες και ισχύει μόνο εάν η κατανομή της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι σύμφωνα με την (*).

Οι επιφάνειες που έχουν αυτή τη συμπεριφορά είναι **ΓΚΡΙΖΕΣ (ΦΑΙΕΣ) και ΔΙΑΧΥΤΙΚΕΣ.**

Η **γκρίζα και διαχυτική** επιφάνεια απορροφά το ίδιο κλάσμα προσπίπτουσας ακτινοβολίας από κάθε κατεύθυνση και σε κάθε μήκος κύματος, ενώ εκπέμπει το ίδιο κλάσμα ακτινοβολίας σε κάθε κατεύθυνση και σε κάθε μήκος κύματος ως προς το μέλαν σώμα.

Σημειώσεις:

Η απορροφητικότητα εξαρτάται από την θερμοκρασία της πηγής από όπου έρχεται η ακτινοβολία.

Η απορροφητικότητα των μετάλλων αυξάνει με την αύξηση της θερμοκρασίας, ενώ αντίθετα των μη αγωγίμων υλικών μειώνεται.

Η απορροφητικότητα αλλάζει σημαντικά με το μήκος κύματος. Για παράδειγμα μια επιφάνεια που είναι βαμμένη με λευκό χρώμα έχει χαμηλή απορροφητικότητα στην ηλιακή ακτινοβολία αλλά υψηλή στην υπέρυθη (IR).

Παράδειγμα 1.5.1: Μικρή μεταλλική σφαίρα με **αδιαφανή διαχυτική** βαφή βρίσκεται αρχικά σε θερμοκρασία $T_s = 300\text{ K}$ και στη συνέχεια τοποθετείται εντός φούρνου με θερμοκρασία τοιχωμάτων $T_w = 1200\text{ K}$ που ακτινοβολούν σαν μέλανες επιφάνειες.

Η φασματική-ημισφαιρική ικανότητα εκπομπής της βαμμένης επιφάνειας της σφαίρας είναι: $\alpha_\lambda = 0.8$ για $\lambda \leq 5\ \mu\text{m}$ και $\alpha_\lambda = 0.1$ για $\lambda > 5\ \mu\text{m}$.

Αδιαφανή: η ακτινοβολία είναι επιφανειακό φαινόμενο: **διαχυτική:** $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$

Η ολική-ημισφαιρική ικανότητα απορρόφησης της σφαίρας **αρχικά** είναι:

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda E_{\lambda b}(\lambda, T_w) d\lambda}{E_b(T_w)} = 0.8 \frac{\int_0^5 E_{\lambda b}(\lambda, T_w) d\lambda}{E_b(T_w)} + 0.1 \frac{\int_5^\infty E_{\lambda b}(\lambda, T_w) d\lambda}{E_b(T_w)} = 0.8 \times 0.738 + 0.1 \times (1 - 0.738) = 0.62$$

Η ολική-ημισφαιρική ικανότητα εκπομπής της σφαίρας **αρχικά** είναι:

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda b}(\lambda, T_s) d\lambda}{E_b(T_s)} = 0.8 \frac{\int_0^5 E_{\lambda b}(\lambda, T_s) d\lambda}{E_b(T_s)} + 0.1 \frac{\int_5^\infty E_{\lambda b}(\lambda, T_s) d\lambda}{E_b(T_s)} = 0.8 \times 0.014 + 0.1 \times (1 - 0.014) = 0.11$$

Με τη πάροδο του χρόνου η θερμοκρασία της σφαίρας αυξάνει έως ότου φθάσει σχεδόν τη θερμοκρασία των τοιχωμάτων του φούρνου.

Παράλληλα ο συντελεστής α παραμένει σταθερός ενώ ο συντελεστής ε αυξάνει.

Όταν $T_s = T_w$ τότε $\alpha = \varepsilon$

Θεωρώντας ότι η σφαίρα είναι σε ομοιόμορφη θερμοκρασία το ενεργειακό ισοζύγιο γύρω από τη σφαίρα είναι:

$$\dot{Q}_{st} = \dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} \Rightarrow mc_p \frac{dT_s}{dt} = \alpha GA_s - \varepsilon JA_s = A_s (\alpha \sigma T_w^4 - \varepsilon(t) \sigma T_s^4)$$

Η αριθμητική επίλυση της ΣΔΕ ορίζει την χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας της σφαίρας από τους 300K στους 1200K. Η μεταβολή της ικανότητας εκπομπής ως προς το χρόνο θα πρέπει να ληφθεί υπόψη.

Αντανεκλαστικότητα (reflectivity): Ιδιότητα επιφάνειας σώματος που ορίζει το κλάσμα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας που αντανεκλάται από την επιφάνεια.

Η αντανεκλαστικότητα εξαρτάται από το μήκος κύματος, τη στερεά γωνία πρόσπτωσης της ακτινοβολίας αλλά και από τη στερεά γωνία ανάκλασης:

$$\rho = \rho(\lambda, \theta, \varphi, \theta_r, \varphi_r) = \frac{I_{i,reflected}(\lambda, \theta, \varphi, \theta_r, \varphi_r)}{I_i(\lambda, \theta, \varphi, \theta_r, \varphi_r)}$$

Η πολυπλοκότητα αυξάνει σημαντικά επειδή πρόκειται για **bidirectional** ιδιότητα.

Για αν αποφύγουμε αυτή την πολυπλοκότητα θα εξετάσουμε την ιδιότητα της ικανότητας αντανάκλασης μόνο σε περιπτώσεις όπου η ανακλώμενη ακτινοβολία έχει μία μέση τιμή ολοκληρώνοντας ως προς τη στερεά γωνία ανάκλασης, δηλαδή δεν εξαρτάται από την γωνία ανάκλασης.

κατευθυντική – φασματική (directional – spectral): $\rho_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{I_{i,reflected}(\lambda, \theta, \varphi)}{I_i(\lambda, \theta, \varphi)}$

κατευθυντική – ολική (directional – total): $\rho_{\theta}(\theta, \varphi) = \frac{I_{\theta,i,reflected}(\theta, \varphi)}{I_{\theta,i}(\theta, \varphi)}$

ημισφαιρική – φασματική (hemispherical – spectral): $\rho_{\lambda}(\lambda) = \frac{I_{\lambda,i,reflected}(\lambda)}{I_{\lambda,i}(\lambda)}$

ημισφαιρική – ολική (hemispherical – total): $\rho = \frac{I_{i,reflected}}{I_i}$

$$\rho_{\theta}(\theta, \varphi) = \frac{dq_{i,reflected}(\theta, \varphi)}{dq_i(\theta, \varphi)} = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda}$$

$$\rho_{\lambda}(\lambda) = \frac{dq_{i,reflected}(\lambda)}{dq_i(\lambda)} = \frac{\int_{hemisphere} \rho_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega}{\int_{hemisphere} I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega}$$

$$\rho = \frac{dq_{i,absorbed}}{dq_i} = \frac{\int_{hemisphere} \left[\int_0^{\infty} \rho_{\lambda\theta}(\lambda, \theta, \varphi) I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda \right] \cos \theta d\omega}{\int_{hemisphere} \left[\int_0^{\infty} I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda \right] \cos \theta d\omega}$$

Δύο οριακές καταστάσεις αντανάκλασης είναι η **τέλεια διαχυτική** και η **τέλεια κατοπτρική** αντανάκλαση, ενώ τις περισσότερες φορές παρατηρείται συνδυασμός των δύο οριακών καταστάσεων.

Περατότητα (transmissivity): Ιδιότητα επιφάνειας σώματος που ορίζει το κλάσμα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας που μεταφέρεται δια μέσου του σώματος.

Σε αδιαφανή σώματα ένα κλάσμα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ανακλάται, ενώ το υπόλοιπο εισέρχεται και απορροφάται σε πολύ μικρή απόσταση από την επιφάνεια. Τότε η ακτινοβολία θεωρείται και μελετάται ως επιφανειακό φαινόμενο.

Σε διαφανή σώματα επιπλέον των ποσοστών ακτινοβολίας που ανακλάται και απορροφάται υπάρχει και ένα τρίτο τμήμα το οποίο μεταφέρεται διαμέσου του μη αδιαφανούς μέσου.

Η ολική περατότητα ορίζεται ως:

$$\tau = \frac{I_{i,transmitted}}{I_i} = \frac{\int_{hemisphere} \left[\int_0^{\infty} \tau(\lambda, \theta, \varphi) I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda \right] \cos\theta d\omega}{\int_{hemisphere} \left[\int_0^{\infty} I_{\lambda\theta,i}(\lambda, \theta, \varphi) d\lambda \right] \cos\theta d\omega}$$

Σημειώσεις:

Το γυαλί και το νερό είναι ημιδιαφανή, δηλαδή τμήμα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας τα διαπερνά, σε μικρά μήκη κύματος ενώ συμπεριφέρονται σαν αδιαφανή σε μακρά μήκη κύματος.

Αυτή η συμπεριφορά που οφείλεται στα επιμέρους συστατικά των υλικών είναι πολύ σημαντική και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στο σχεδιασμό καλυμμάτων ηλιακών συλλεκτών, παραθύρων ενεργειακού σχεδιασμού και οπτικών εξαρτημάτων υπέρυθρων συστημάτων απεικόνισης.

Αδιαφανή μέσα: $\alpha + \rho = 1$

Ημιδιαφανή μέσα: $\alpha + \rho + \tau = 1$

Σε πολλές περιπτώσεις οι ορισμοί των ιδιοτήτων (εκτός της ικανότητας εκπομπής) δίδονται σε σχέση με την **ακτινοβολήση G** , για παράδειγμα

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda} \quad \rho = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda} \quad \tau = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda}$$

1.6 Ηλιακή ακτινοβολία

Η ενέργεια που εκπέμπεται από τον ήλιο ονομάζεται ηλιακή ενέργεια.

Ο ήλιος είναι ένα σχεδόν σφαιρικό σώμα με τα εξής χαρακτηριστικά:

Διάμετρος: $D = 2R = 1.39 \times 10^9$ m

Μάζα: $M = 2 \times 10^{30}$ kg

Θερμοκρασία εντός του ήλιου: 40×10^6 K

Θερμοκρασία στην επιφάνεια του ήλιου: ~ 6000 K

Απόσταση από τη γη: $L = 1.5 \times 10^{11}$ m

Ισχύς εκπομπής: 3.8×10^{26} W

Ισχύς ακτινοβολίας που φθάνει στην ατμόσφαιρα της γης: 1.7×10^{17} W

Η ανώτερη ατμόσφαιρα της γης δέχεται ετησίως περίπου 1.5×10^{21} Whr ηλιακής ακτινοβολίας, ενέργεια που είναι μεγαλύτερη κατά 23.000 φορές από την ενέργεια που καταναλίσκει όλος ο πλανήτης.

Η μέση ημερήσια ενέργεια που παρέχεται από τον ήλιο στην Ελλάδα (ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας) εκτιμάται σε 1680 kWh/m².

Ηλιακή σταθερά: $G_S^* = 1367 \pm 5$ W/m² είναι η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας έξω από την ατμόσφαιρα (στο διάστημα) σε επίπεδο κάθετο στην ηλιακή ακτινοβολία.

Θεωρώντας ότι ο ήλιος εκπέμπει ακτινοβολία ως μέλαν σώμα, η ενεργός θερμοκρασία της επιφάνειας του ηλίου ορίζεται από τη σχέση:

$$(4\pi L^2)G_S^* = (4\pi R^2)E_{b,sun} = (4\pi R^2)\sigma T_{sun}^4 \quad \Rightarrow \quad T_{sun} \approx 5780 \text{ K}$$

Η φασματική κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας είναι διαφορετική από τη κατανομή ακτινοβολίας των επιφανειών συσκευών, διατάξεων, εξοπλισμού που χρησιμοποιούμε καθημερινά.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.1.1 η κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας έξω από την ατμόσφαιρα της γης πλησιάζει αυτή του μέλανος σώματος σε θερμοκρασία περίπου 5800K. Είναι συγκεντρωμένη στη περιοχή με χαμηλά μήκη κύματος του θερμικού φάσματος με μέγιστη ισχύ περίπου στα 0.5μm.

Η συγκέντρωση της ακτινοβολίας σε μία μικρή περιοχή (ζώνη) από μήκη κύματος είναι ο κύριος λόγος της υπόθεσης ότι η επιφάνειες που ακτινοβολούνται από ηλιακή ακτινοβολία θεωρούνται γκριζες, ενώ η εκπεμπόμενη ακτινοβολία των ίδιων επιφανειών βρίσκεται συνήθως σε μήκη κύματος μεγαλύτερα των 4 μm και δεν είναι συνηθισμένο οι φασματικές ιδιότητες των επιφανειών να είναι σταθερές σε ένα τόσο μεγάλο φασματικό εύρος.

Η ισχύς της ηλιακής ακτινοβολίας, όπως και η φασματική και κατευθυντική της κατανομή αλλάζει σημαντικά καθώς διέρχεται από την ατμόσφαιρα της γης.

Οι αλλαγές αυτές οφείλονται στην **απορρόφηση** και τη **σκέδαση** της ακτινοβολίας από τα συστατικά της ατμόσφαιρας.

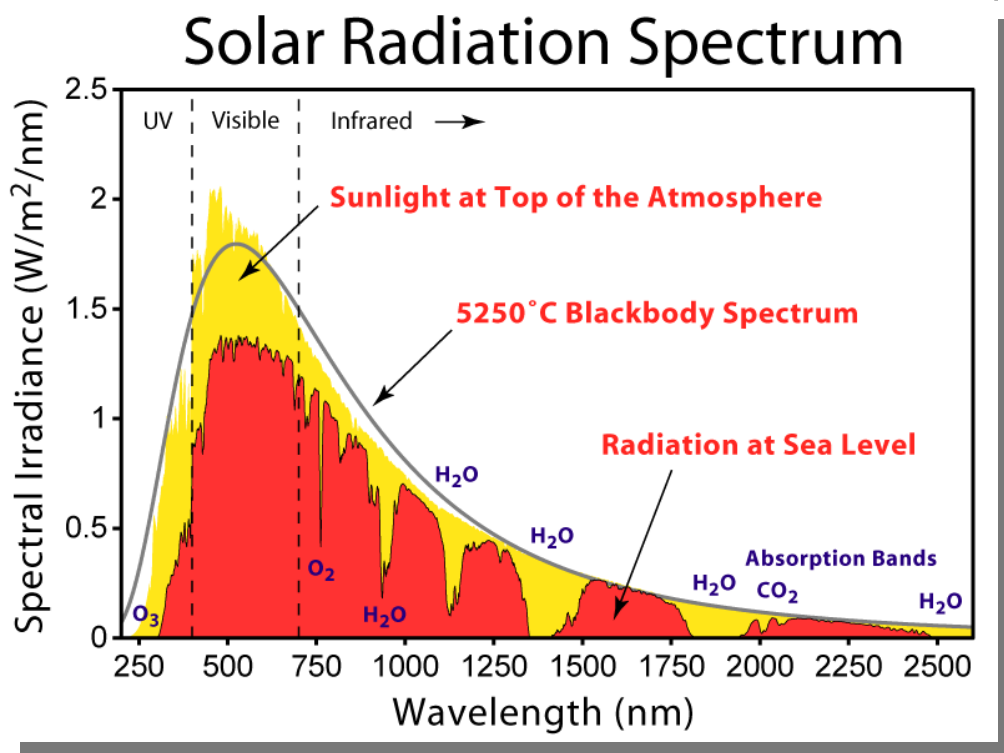
Στο Σχήμα 6.1.1 φαίνεται το αποτέλεσμα της **απορρόφησης** της ακτινοβολίας από τα αέρια της ατμόσφαιρας και συγκεκριμένα από το όζον (O_3), τους υδρατμούς (H_2O), το οξυγόνο (O_2) και το διοξείδιο του άνθρακα (CO_2).

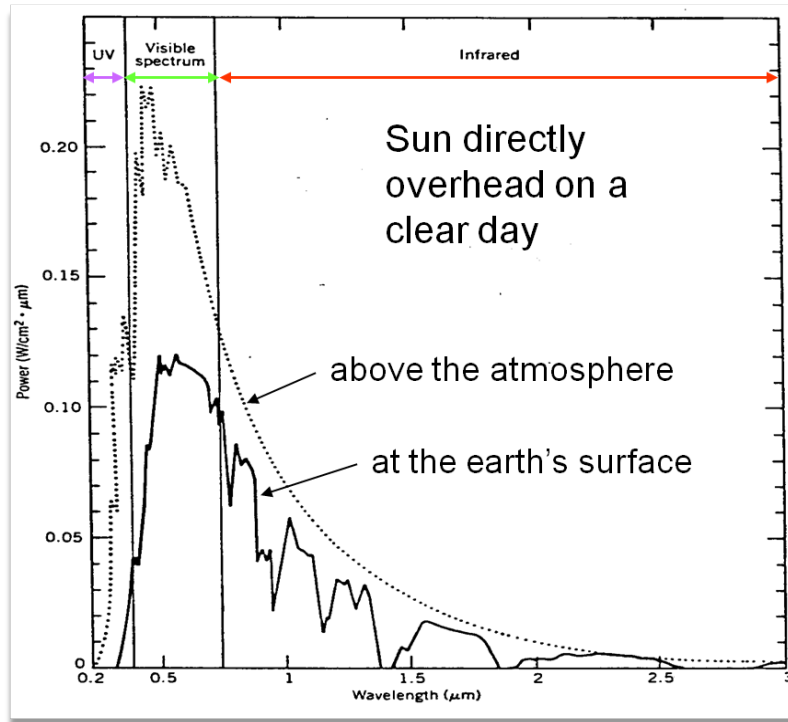
Το όζον απορροφά την ακτινοβολία στην υπεριώδη περιοχή προκαλώντας σημαντική μείωση σε μήκη κύματος μικρότερα των $0.4 \mu m$ και σχεδόν συνολική μείωση κάτω από $0.3 \mu m$. Εντός του ορατού φάσματος παρατηρείται απορρόφηση από το όζον και το οξυγόνο και εντός της υπέρυθρης περιοχής από τους υδρατμούς. Επίσης, σε όλο το φάσμα της ηλιακής ακτινοβολίας υπάρχει συνεχή απορρόφηση από σωματίδια σκόνης και αεροζόλ που βρίσκονται στην ατμόσφαιρα.

Ηλιακό φάσμα (έξω από την ατμόσφαιρα):

- ~7% υπεριώδης περιοχή, $\lambda < 0.38 \mu m$ (υψηλή ενέργεια)
- ~47% ορατή περιοχή, $0.38 \leq \lambda \leq 0.78$
- ~46% υπέρυθρη περιοχή, $\lambda > 0.78 \mu m$

Η ηλιακή ακτινοβολία που προσπίπτει πάνω στην επιφάνεια της γης είναι μειωμένη κατά $>50\%$.





Σχήμα 1.6.1: Φάσμα ηλιακής ακτινοβολίας

Η **σκέδαση** της ακτινοβολίας συνεπάγεται την αλλαγή κατεύθυνσης της ακτινοβολίας και γίνεται με δύο τρόπους:

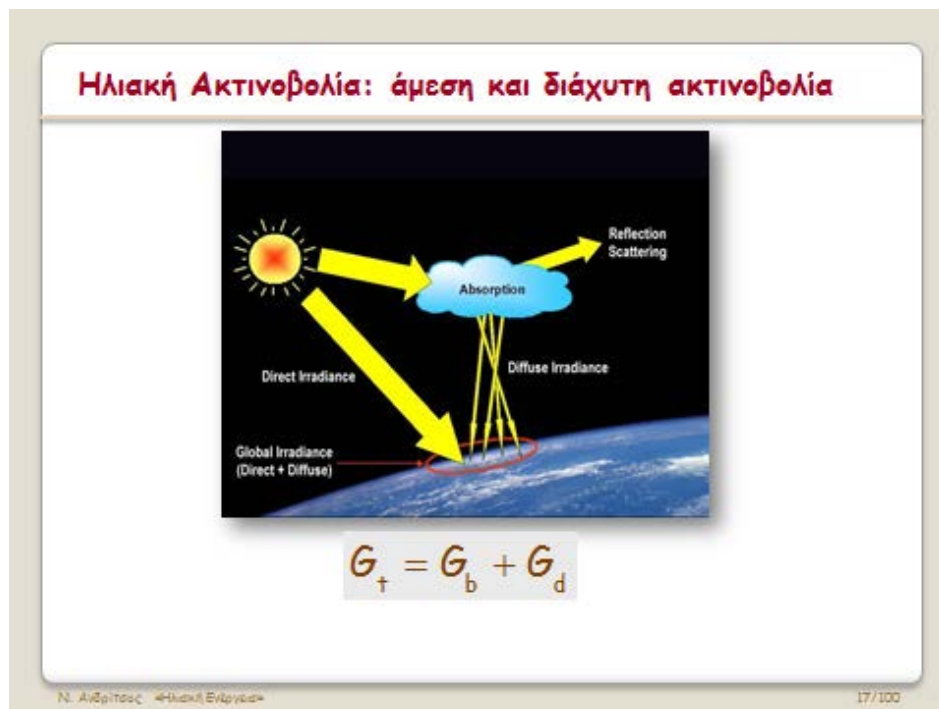
Rayleigh (or molecular) scattering: οφείλεται στα μικρά σε μέγεθος μόρια αερίων όταν ο λόγος της διαμέτρου του μορίου προς το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι πολύ μικρότερος της μονάδας. Το αποτέλεσμα είναι ομογενής σκέδαση της ακτινοβολίας προς όλες τις κατευθύνσεις και επομένως περίπου το ήμισυ της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας επιστρέφει στο διάστημα (εκτός γήινης ατμόσφαιρας), ενώ το υπόλοιπο ήμισυ προσπίπτει στην επιφάνεια της γης. Θεωρούμε ότι σε κάθε σημείο της επιφάνειας προσπίπτει από όλες τις κατευθύνσεις ομοιόμορφα.

Mie scattering: οφείλεται στα μεγαλύτερα σωματίδια σκόνης και αεροζόλ όταν ο λόγος της διαμέτρου του μορίου προς το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι περίπου ίσος με τη μονάδα. Το αποτέλεσμα είναι κατευθυντική σκέδαση της ακτινοβολίας προς κατευθύνσεις που είναι κοντά στην κατεύθυνση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και επομένως όλη η σκεδαζόμενη ακτινοβολία προσπίπτει στην επιφάνεια της γης.

Στο Σχήμα 1.6.2 φαίνονται η ακτινοβολία που προσπίπτει απευθείας με τον όρο **απευθείας** και η συνολικά σκεδαζόμενη ακτινοβολία (Rayleigh + Mie scattering) με τον όρο **σκεδαζόμενη** στην επιφάνεια της γης. Η σκεδαζόμενη προσπίπτουσα ακτινοβολία αν και δεν είναι θεωρούμε για λόγους απλούστευσης ότι είναι διαχυτική δηλαδή προσπίπτει από όλες τις κατευθύνσεις ομοιόμορφα.

Η απευθείας και η σκεδαζόμενη ηλιακή ακτινοβολία ονομάζονται **άμεση και διαχυτική ηλιακή ακτινοβολία** αντίστοιχα και συμβολίζονται με G_A και G_{Δ} .

Η διαχυτική ακτινοβολία σαν ποσοστό της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας μπορεί να μεταβάλλεται από 10% όταν η μέρα είναι καθαρή χωρίς σύννεφα μέχρι 100% όταν η μέρα είναι με πάρα πολλά σύννεφα.



Σχήμα 1.6.2: Άμεση και διάχυτη ακτινοβολία

Επιπλέον της ηλιακής προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι απαραίτητο να μελετήσουμε και την **εκπεμπόμενη ακτινοβολία από τη επιφάνεια της γης και από την ατμόσφαιρα** ή καλύτερα από τα συστατικά της ατμόσφαιρας.

Η εκπεμπόμενη ακτινοβολία είναι σε μήκη κύματος πολύ μεγαλύτερα από την ηλιακή ακτινοβολία.

Ο πλέον συνηθισμένος τρόπος για τον υπολογισμό της **εκπεμπόμενης ακτινοβολίας από τη γη** είναι από τη σχέση

$$E = \varepsilon \sigma T^4$$

όπου ε και T είναι η ικανότητα εκπομπής και η θερμοκρασία της επιφάνειας της γης. Οι θερμοκρασίες στη γη κυμαίνονται περίπου από 250 έως 320K και επομένως η φασματική περιοχή είναι από 4 έως 40μm με τη μέγιστη ισχύ περίπου στα 10μm. Η ακτινοβολία αυτή προέρχεται κυρίως από H₂O και CO₂.

Συνηθίζεται αν και δεν απόλυτα ακριβές να θεωρούμε ότι η **εκπεμπόμενη ακτινοβολία από την ατμόσφαιρα** είναι αντίστοιχη του μέλανος σώματος και να την υπολογίζουμε από τη σχέση

$$G_{sky} = \sigma T_{sky}^4$$

όπου T_{sky} η θερμοκρασία του ουρανού και η τιμή της εξαρτάται από τις καιρικές συνθήκες. Το εύρος τιμών κυμαίνεται από 230K σε καθαρό και κρύο καιρό μέχρι 285K σε ζεστό και υγρό καιρό. Κατά τη διάρκεια της νύχτας αποτελεί τη μόνη πηγή προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Για το λόγο αυτό όταν η θερμοκρασία του ουρανού είναι χαμηλή παρατηρούμε ότι σε σημεία όπου μαζεύεται νερό, το νερό μπορεί να παγώσει ακόμη και αν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι μεγαλύτερη των 273K.

Ποσοστό εκπεμπόμενης ακτινοβολία από την ατμόσφαιρα που απορροφάται από τη γη είναι:

$$E_{sky,absorbed} = a_{earth} G_{sky} = a_{earth} \sigma T_{sky}^4 = \varepsilon_{earth} \sigma T_{sky}^4$$

- Ισοζύγιο ενέργειας στην επιφάνεια της γης (χωρίς συναγωγή):

$$\dot{q}_{net,rad} = E_{solar,absorbed} + E_{sky,absorbed} - E_{emitted} = a_s G_{solar} + \varepsilon_{earth} \sigma T_{sky}^4 - \varepsilon_{earth} \sigma T_{earth}^4$$

Παράδειγμα 1.6.1:

Πλάκα απορρόφησης επίπεδου συλλέκτη χωρίς κάλυμμα έχει ικανότητα απορρόφησης ηλιακής ακτινοβολίας $\alpha_{\sigma\lambda,solar} = 0.95$ και ικανότητα εκπομπής $\varepsilon_{\sigma\lambda} = 0.1$.

Σε δεδομένη χρονική στιγμή στη διάρκεια της ημέρας όταν η ηλιακή ακτινοβολία είναι $\dot{q}_s = 750 \text{ W/m}^2$, η θερμοκρασία ουρανού ίση με $T_{sky} = -10^\circ\text{C}$ και η θερμοκρασία περιβάλλοντος ίση με $T_a = 30^\circ\text{C}$, η θερμοκρασία της πλάκας απορρόφησης του συλλέκτη είναι σε $T_{\sigma\lambda} = 120^\circ\text{C}$.

Έστω ότι ο συντελεστής θερμικών απωλειών είναι $h = 0.22(T_{\sigma\lambda} - T_a)^{1/3} \text{ W/m}^2/\text{K}$.

Σε αυτές τις συνθήκες ποιο είναι το χρήσιμο θερμικό φορτίο και ο συντελεστής απόδοσης του συλλέκτη?

$$\dot{q}_u = \sum \dot{E}_{in} - \sum \dot{E}_{out} = \alpha_{\sigma\lambda,solar} G_{solar} + \alpha_{\sigma\lambda,sky} \sigma T_{sky}^4 - \varepsilon_{\sigma\lambda} \sigma T_{\sigma\lambda}^4 - \dot{q}_{conv}$$

Επειδή η ακτινοβολία του ουρανού βρίσκεται περίπου στην ίδια φασματική ζώνη με αυτή της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας από τη πλάκα απορρόφησης θεωρούμε

$$\alpha_{\sigma\lambda,sky} \approx \varepsilon_{\sigma\lambda} = 0.1$$

$$\dot{q}_u = 0.95 \times 750 + 0.1 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 263^4 - 0.1 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 393^4 - 0.22(120 - 30)^{4/3}$$

$$\dot{q}_u = 712.5 + 27.1 - 135.3 - 88.7 = 516 \text{ W/m}^2$$

$$\eta = \frac{\dot{q}_u}{\dot{q}_s} = \frac{516}{750} = 0.69$$

Σημείωση 1: Είναι **λάθος** να θεωρήσουμε $\alpha_{\sigma\lambda,solar} = \alpha_{\sigma\lambda,sky}$ επειδή η φασματική ζώνη της ηλιακής ακτινοβολίας είναι τελείως διαφορετική από αυτή της ακτινοβολίας ουρανού.

Σημείωση 2: Ο συντελεστής απωλειών λόγω συναγωγής είναι ιδιαίτερα χαμηλός ($h \approx 1 \text{ W/m}^2/\text{K}$). Μια πιο ρεαλιστική τιμή είναι περίπου $h \approx 5 \text{ W/m}^2/\text{K}$. Στη περίπτωση αυτή: $\dot{q}_u = 154 \text{ W/m}^2$ και $\eta = 0.21$. Η τοποθέτηση καλύμματος θα μείωνε σημαντικά τις απώλειες.

Διόρθωση ηλιακής σταθεράς στη διάρκεια του έτους:

Η ηλιακή σταθερά διορθώνεται λόγω της ελλειπτικής τροχιάς της γης γύρω από τον ήλιο και της εκκεντρότητάς της και επομένως λόγω της μεταβαλλόμενης απόστασης ήλιου-γης σύμφωνα με τη σχέση:

$$I_0(n) = G_s^* \left[1 + 0.034 \cos\left(\frac{360n}{365}\right) \right]$$

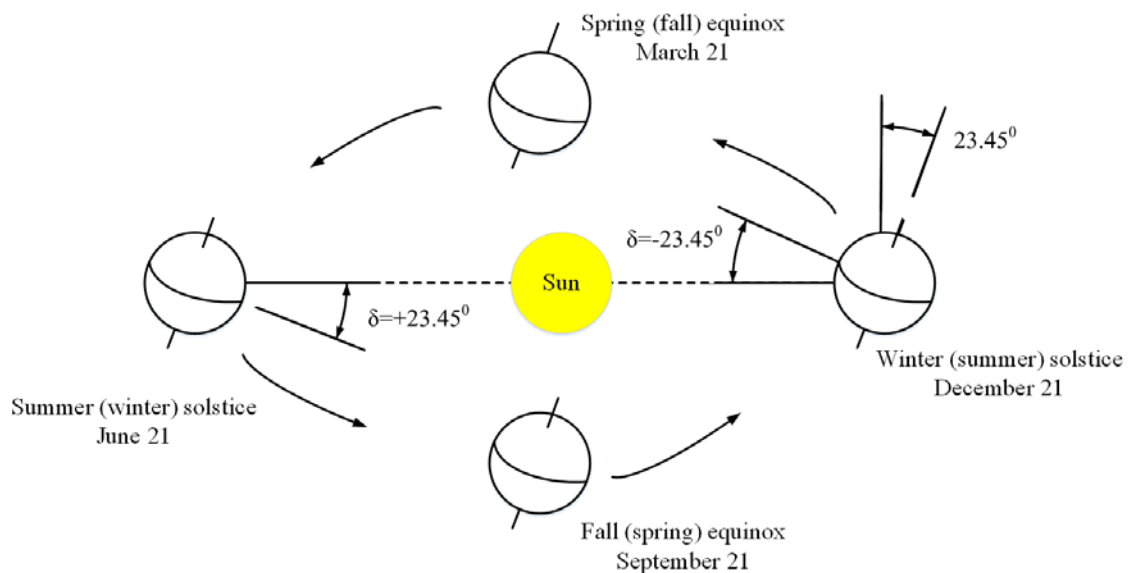
όπου n ο αριθμός των ημερών μετρώντας από την 1^η Ιανουαρίου. Η μεταβολή είναι περίπου μεταξύ του $\pm 3\%$.

- Μέγιστη τιμή: 31^η Δεκεμβρίου
- Ελάχιστη τιμή: 1^η Ιουλίου

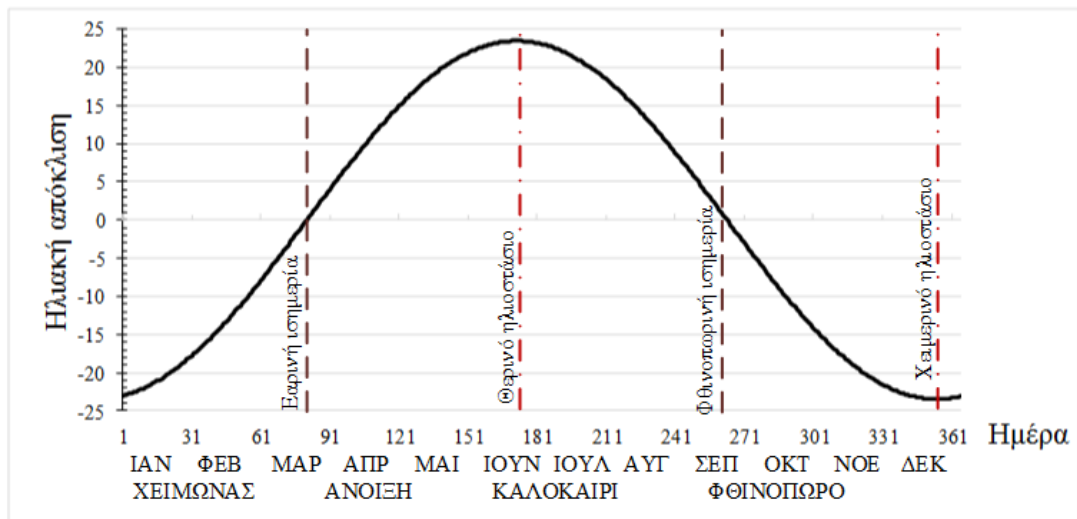
Ηλιακή απόκλιση:

Είναι η γωνία $-23.45^\circ \leq \delta \leq 23.45^\circ$ που σχηματίζεται ανάμεσα στην ευθεία που ενώνει τα κέντρα γης - ήλιου και στο επίπεδο του ισημερινού (**declination**, θετικό για βόρεια του ισημερινού).

$$\delta = 23.45 \sin \left[360 \left(\frac{284 + n}{365} \right) \right]$$



Σχήμα 1.6.3: Περιστροφή γης γύρω από τον ήλιο και μεταβολή γωνίας απόκλισης βόρειου (νοτίου) ημισφαιρίου

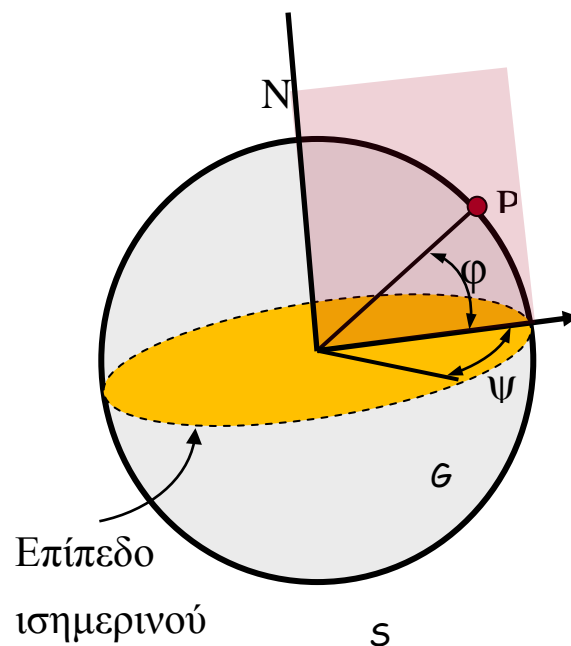


Σχήμα 1.6.4 Γωνία απόκλισης δ ανά μήνα έτους για το βόρειο ημισφαίριο.

Προσδιορισμός σημείου P στην επιφάνεια της γης:

- γεωγραφικό πλάτος $-90^{\circ} \leq \varphi \leq 90^{\circ}$ (**latitude**, θετικό για βόρεια του ισημερινού)
- γεωγραφικό μήκος $-180^{\circ} \leq \psi \leq 180^{\circ}$ (**longitude**, θετικό ανατολικά του **πρώτου μεσημβρινού** στο Greenwich England)
Τοπικός μεσημβρινός καλείται το επίπεδο NPS (το τοπικό ζενίθ είναι ο νοητός άξονας κάθετα στον ορίζοντα της περιοχής)

Βόλος: γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 39^{\circ}22'$, γεωγραφικό μήκος $\psi = 22^{\circ}56'$



Σχήμα 1.6.5: Γεωγραφικό πλάτος και μήκος τοποθεσίας.

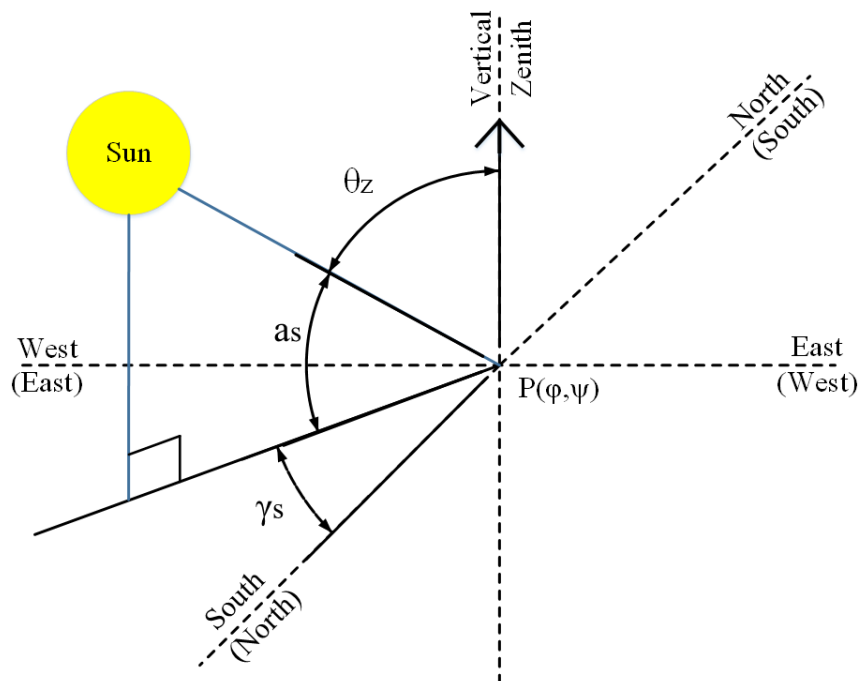
Ηλιακή αζιμούθια γωνία γ_s είναι η γωνία μεταξύ του τοπικού μεσημβρινού και της προβολής της ηλιακής ακτινοβολίας στο οριζόντιο επίπεδο (**solar azimuth angle**). Ανατολικά του μεσημβρινού: $\gamma_s < 0$, Δυτικά του μεσημβρινού: $\gamma_s > 0$

Ηλιακή ζενιθιακή γωνία θ_z είναι η γωνία μεταξύ του τοπικού ζενίθ και της ηλιακής ακτινοβολίας (**solar zenith angle**), δηλαδή η κλίσης της ακτινοβολίας ως προς τον ορίζοντα.

Ηλιακό ύψος α_s είναι η γωνία μεταξύ του ορίζοντα και της κατεύθυνσης της ηλιακής ακτινοβολίας (**solar altitude ή elevation angle**), δηλαδή $\alpha_s = 90^\circ - \theta_z$.

Ξημέρωμα: $\alpha_s = 0$, ηλιακό μεσημέρι: $\alpha_s = \max$

Βόρειο ημισφαίριο: μέγιστη το καλοκαιρινό και ελάχιστη το χειμερινό ηλιοστάσιο.



Σχήμα 1.6.6: Ηλιακή αζιμούθια γωνία, ηλιακή ζενιθιακή γωνία και ηλιακό ύψος

Ηλιακός χρόνος

Γενικά, ο ηλιακός χρόνος δεν συμπίπτει με τον τοπικό ωρολογιακό χρόνο (συμβατικός)

Ηλιακό μεσημέρι θεωρείται η χρονική στιγμή που ο ήλιος μεσουρανάει ($\gamma_s = 0$) και τότε είναι η 12^η ώρα (η στιγμή που ένας κατακόρυφος στύλος ρίχνει τη μικρότερη σκιά στον οριζόντιο επίπεδο).

Επομένως, **το ηλιακό μεσημέρι σε μία περιοχή δεν συμπίπτει απόλυτα με το τοπικό ωρολογιακό μεσημέρι.**

Η μέτρηση του ηλιακού χρόνου βασίζεται στην γωνιακή μετακίνηση του ήλιου σε σχέση με τον τοπικό μεσημβρινό.

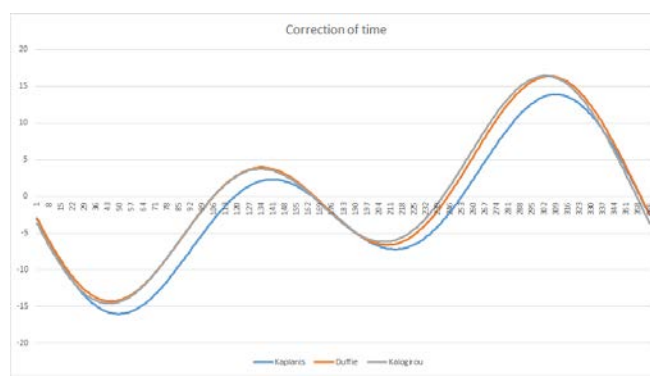
Τα δύο χρονικά συστήματα είναι απλώς μετατοπισμένα με μία χρονική μετατόπιση που δεν είναι σταθερή και μεταβάλλεται στη διάρκεια του έτους.

Οι εφαρμογές ηλιακής ενέργειας βασίζονται στον ηλιακό χρόνο.

Σχέση μεταξύ ηλιακού και τοπικού χρόνου (min): $t_{solar} = t_{local} \pm 4 (\text{min} / \mu\text{οίρα}) (L_{st} - L_{local}) + E$

Εξίσωση χρόνου:

$$E = 0.0172 + 0.3278 \cos B - 7.3456 \sin B - 3.3468 \cos 2B - 9.3544 \sin 2B, \quad B = 360(n-1) / 365$$



Σχήμα 1.6.7: Διόρθωση χρόνου ως προς την ημέρα του χρόνου

Παράδειγμα 1.6.2: Να υπολογισθεί ο ηλιακός χρόνος στη **Πάτρα** στις 9:30π.μ. την 1/6.

Τοπικός μεσημβρινός: $L_{local} = 21.44^{\circ}$

Για την Ελλάδα ο μεσημβρινός μέτρησης χρόνου είναι αυτός της 2^{ης} ατράκτου: $L_{st} = 30^{\circ}$

Διόρθωση εξαιτίας ελλειπτικής τροχιάς:

$$E = 0.0172 + 0.3278 \cos B - 7.3456 \sin B - 3.3468 \cos 2B - 9.3544 \sin 2B,$$

$$B = 360(n-1) / 365, \quad n = 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 1 = 152, \quad B = 148.93, \quad E = 2.65 \text{ min}$$

Διόρθωση λόγω θερινής ώρας: $t_{local} = 9:30 - 1 = 8:30$

$$t_{solar} = t_{local} - 4(30 - 21.44) + 2.65 = 8:30 - 34.24 \text{ min} + 2.65 \text{ min} = 7\text{hr} + 58\text{min} + 25\text{sec}$$

Σημείωση: Για γωνιακή μετατόπιση μίας ατράκτου (15°) απαιτείται 1hr ($360^{\circ} = 24\text{hr} \times 15^{\circ}/\text{hr}$)

Παράδειγμα 1.6.3: Να υπολογισθεί ο ηλιακός χρόνος στη **Ρόδο** στις 9:30π.μ. την 1/6 [3].

Τοπικός μεσημβρινός: $L_{local} = 28.13^0$

Για την Ελλάδα ο μεσημβρινός μέτρησης χρόνου είναι αυτός της 2^{ης} ατράκτου: $L_{st} = 30^0$

Διόρθωση εξαιτίας ελλειπτικής τροχιάς:

$$n = 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 1 = 152, \quad B = 148.93, \quad E = 2.65 \text{ min}$$

Διόρθωση λόγω θερινής ώρας: $t_{local} = 9:30 - 1 = 8:30$

$$t_{solar} = t_{local} - 4(30 - 28.13) + 2.65 = 8:30 - 7.48 \text{ min} + 2.65 \text{ min} = 8\text{hr} + 25\text{min} + 10\text{sec}$$

Σημείωση: Ο ηλιακός χρόνος στη Ρόδο είναι μεγαλύτερος από ότι στη Πάτρα για ωρολογιακό χρόνο Ελλάδας 9:30π.μ. αφού ο ήλιος ανατέλλει πρώτα στη Ρόδο και μετά στη Πάτρα.

Συμπληρωματικές εκφράσεις: $\sin \alpha_s = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \omega$, $\sin \gamma_s = \frac{\cos \delta \sin \omega}{\sin \theta_z}$

Ωριαία ηλιακή γωνία ω είναι η γωνία που έχει περιστραφεί η γη από το ηλιακό μεσημέρι (solar hour angle). Σχετίζεται με τον ηλιακό χρόνο: $\omega = 15^0 \text{ hr}^{-1} (t_{solar} - 12)$.

Ξεκινά με 0^0 το ηλιακό μεσημέρι και μειώνεται/ αυξάνει κατά 15^0 για κάθε ώρα πριν / μετά το ηλιακό μεσημέρι, π.χ. στις 3:00μ.μ. $\omega = 45^0$ και στα δύο ημισφαίρια.

Γωνία ώρας ανατολής και ηλιοβασιλέματος ω_{ss} είναι η γωνία για την οποία η ζενιθιακή γωνία $\theta_z = 90^0$ ή το ηλιακό ύψος $\alpha_s = 0$ (sunrise and sunset angles).

Υπολογίζεται θέτοντας $\alpha_s = 0$:

$$\sin \alpha_s = 0 = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \omega_{ss} \Rightarrow \omega_{ss} = \cos^{-1}(-\tan \varphi \tan \delta)$$

Διάρκεια σε ώρες από την ανατολή έως τη δύση: $t_d = \frac{2}{15^0} \omega_{ss} = \frac{2}{15^0} \text{ hr} \cos^{-1}(-\tan \varphi \tan \delta)$

Παράδειγμα 1.6.4:

Σε γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 30^0 \text{ N}$ να προσδιοριστούν η ώρα ανατολής, οι ώρες ανάμεσα σε ανατολή και δύση (διάρκεια ημέρας), η ηλιακή αζιμούθια γωνία γ_s ανατολής, το ηλιακό ύψος α_{sn} το ηλιακό μεσημέρι **κατά τις ισημερίες και τα ηλιοστάσια** [2].

Ισημερία: $\delta = 0$, $\omega_{ss} = \cos^{-1}(-\tan \varphi \tan \delta) = \cos^{-1}(0) = \pm 90^0 = \pm 6 \text{ hr} \Rightarrow$

Ανατολή 6:00 π.μ. και δύση 6:00 μ.μ. (ηλιακός χρόνος!) $\Rightarrow t_d = 12 \text{ hr}$

$$\sin \gamma_s = \frac{\cos \delta \sin \omega}{\sin \theta_z} \Rightarrow \sin \gamma_{ss} = \frac{\cos \delta \sin \omega_{ss}}{\sin \theta_z} = \frac{\cos(0) \sin(\pm 90)}{\sin(90)} = \pm 1 \Rightarrow \gamma_{ss} = \pm 90^\circ$$

Αυτό σημαίνει ότι ο ήλιος ανατέλλει 90° ανατολικά του μεσημβρινού και δύει 90° δυτικά.

Το ηλιακό ύψος α_{sn} το ηλιακό μεσημέρι: $\gamma_s = 0$, $\omega = 0$

$$\sin \alpha_s = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \omega \Rightarrow$$

$$\sin \alpha_{sn} = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos(0) = \cos \varphi = \sin(90^\circ - \varphi) \Rightarrow \alpha_{sn} = 60^\circ$$

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τα δύο ηλιοστάσια και προκύπτει ο παρακάτω συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων:

	Ισημερίες	Χειμερινό ηλιοστάσιο	Εαρινό ηλιοστάσιο
φ	30°	30°	30°
δ	0	-23.45°	23.45°
ω_{ss}	6hr	5.03 hr	6.97 hr
t_d	12hr	10.07 hr	13.93hr
γ_{ss}	90°	62.5°	117.4°
α_{sn}	60°	36.5°	83.5°

Γενικά, η θέση του ήλιου προκύπτει με βάση τις τριγωνομετρικές σχέσεις ή εναλλακτικά με τη χρήση των ηλιακών χαρτών που περιγράφουν γραφικά τις τροχιές του ήλιου.

Παράδειγμα 1.6.5: Σε γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 33^\circ \text{ N}$ και μήκος $\psi = 112^\circ \text{ W}$ (Phoenix, AZ) να προσδιοριστούν οι ώρες ανατολής και δύσης (τοπική ώρα) στις 30 Οκτωβρίου.

30 Οκτωβρίου: $\delta = -13.4^\circ$, $E = 16.2 \text{ min}$ ($-16 < E < 16.5 \text{ min}$)

$$\omega_{ss} = \cos^{-1}(-\tan(33)\tan(-13.4)) = 81.1^\circ$$

Ηλιακός χρόνος: Ο ήλιος ανατέλλει $\frac{81.1^\circ}{15^\circ} = 5.41 \text{ hr} = 5\text{hr} + 25\text{min}$ πριν το ηλιακό μεσημέρι (12:00), δηλαδή στις **6:35π.μ.** και δύει $5.41 \text{ hr} = 5\text{hr} + 25\text{min}$ μετά το ηλιακό μεσημέρι δηλαδή στις **5:25π.μ.**

$$t_{solar} = t_{local} + 4 (\text{min}/\mu\text{οίρα}) (L_{st} - L_{local}) + E \Rightarrow 6:35 = t_{local} + 4(105 - 112) \text{min} + 16.2 \text{min} \Rightarrow$$

Ωρολογιακός χρόνος ανατολής: $t_{local} = 6:35 + 28 \text{min} - 16.2 \text{min} = 6:35 + 11.8 = 6:46:48 \text{π.μ.}$

Ωρολογιακός χρόνος δύσης: $t_{local} = 5:25 + 28 \text{min} - 16.2 \text{min} = 5:25 + 11.8 = 5:36:48 \text{μ.μ.}$

Σύνοψη: η θέση του ήλιου στον ουρανό είναι συνάρτηση

- α) της τοποθεσίας πάνω στη γη
- β) της χρονικής στιγμής στη διάρκεια του έτους και
- γ) της ώρας στη διάρκεια της ημέρας.

- ο Η τοποθεσία προσδιορίζεται από το γεωγραφικό πλάτος φ .
- ο Η χρονική στιγμή στη διάρκεια του έτους προσδιορίζεται από την απόκλιση δ .
- ο Η ώρα στη διάρκεια της ημέρας προσδιορίζεται από την ωριαία ηλιακή γωνία ω .

Με βάση τις ποσότητες φ , δ και ω προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις οι γωνίες γ_s και $\alpha_s = 90 - \theta_z$ που προσδιορίζουν τη θέση του ήλιου:

$$\sin \alpha_s = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \omega$$

$$\sin \gamma_s = \frac{\cos \delta \sin \omega}{\sin \theta_z} = \frac{\cos \delta \sin \omega}{\cos \alpha_s}$$

Παράδειγμα τροχιών που διαγράφει ο ήλιος στη διάρκεια της ημέρας σε γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 38^\circ \text{N}$

