FÍSICA

2º Bachillerato

Movimiento Armónico Simple
Movimiento Ondulatorio
Sonido

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

Índice general

Capítulo 1

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Un movimiento armónico simple (**MAS**) es un movimiento vibratorio y por tanto, oscilatorio y periódico. Es oscilatorio por que periódicamente la distancia del móvil al centro de oscilación pasa por un valor máximo y otro mínimo. Y además es periódico, por que a intervalos de tiempo iguales, las variables cinemáticas toman el mismo valor. Movimientos armónicos simples son, por ejemplo, el giro de un satélite alrededor de un planeta, un péndulo,...

1.1. CINÉTICA DEL MAS

En un MAS el origen es el punto medio del desplazamiento y en cada vibración se pasa por él. Al no considerar atenuaciones del movimiento producidas por el medio , el movimiento armónico pasa a denominarse simple. Se conoce con el nombre de **amplitud**, **A**, a la distancia que existe desde el origen hasta el extremo el movimiento. El espacio que recorre el móvil entre dos pasos sucesivos por el mismo punto y en el mismo sentido se conoce como oscilación.

La ecuación del movimiento a lo largo del eje X podemos representarla mediante una función trigonométrica tal,

$$\boxed{y = A\sin(\omega t + \phi_0)}$$

Siendo y la *elongación*, A la *amplitud*, ω la *frecuencia angular*, ϕ_0 la fase inicial y t el tiempo. Al argumento del seno se denomina *fase*. Si la función trigonométrica alcanza el valor máximo o mínimo, 1 o -1, obtenemos las elongaciones máximas y mínimas del movimiento, A y $-A$, es decir, la amplitud.

Elegir la coordenada y como eje de oscilación no es determinante, dependerá del eje en el que se encuentre la oscilación. En el MAS se utilizan mucho los términos de frecuencia y periodo.

Si derivamos esta expresión en función del tiempo nos encontramos la velocidad del movimiento armónico simple,

$$\boxed{v = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \phi_0)}$$

Cuando $\cos(\omega t + \phi_0) = 1$ obtenemos la velocidad máxima del movimiento, $v_{max} = \pm A\omega$, que ocurre cuando el móvil pasa por el punto medio del movimiento. Utilizando la ecuación fundamental de la trigonometría podemos hallar la relación entre la velocidad y la elongación como,

$$\boxed{v = \omega\sqrt{A^2 - y^2}}$$

Si ahora, derivamos la velocidad, obtenemos la aceleración,

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t + \phi_0)}$$

Siendo la aceleración máxima cuando $\sin(\omega t + \phi_0) = 1$, es decir, en los extremos, $a_{max} = \pm A\omega^2$. De igual manera que con la velocidad, podemos relacionar la aceleración con la elongación,

$$\boxed{a = -\omega^2 y}$$

1.2. DINÁMICA DEL MAS

Un movimiento armónico simple es un movimiento producido por una fuerza variable proporcional y de sentido contrario al desplazamiento. Por tanto, el MAS, es un movimiento producido por una fuerza recuperadora. Por ejemplo, cuando un muelle, en posición vertical y en equilibrio, soporta una masa y actúa sobre él una fuerza que aleja al sistema del equilibrio, se produce una fuerza recuperadora en sentido contrario de modo que, cuando deje de actuar esa fuerza desequilibrante, sólo actuará esa fuerza restauradora sobre el conjunto.

Aplicando la segunda Ley de Newton sobre el sistema anterior, en el que la única fuerza responsable del movimiento es la de la Ley de Hooke, y teniendo en cuenta las variables cinemáticas del oscilador armónico simple, podemos encontrar el periodo de las oscilaciones del muelle.

$$\Sigma F = ma \;\Rightarrow\; -ky = ma \;\Rightarrow\; -ky = -m\omega^2 y \;\Rightarrow\; k = m\omega^2$$

y puesto que $T = \frac{2\pi}{\omega}$,

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Analizando la expresión, observamos que el periodo de las oscilaciones será mayor cuanto mayor es la masa del cuerpo, es decir, tomará más tiempo en realizar una oscilación.

1.3. ENERGÍA DEL MAS

Cualquier cuerpo sometido a un movimiento armónico tiene energía cinética y potencial. Por el mero hecho de tener movimiento, presenta energía cinética. Sin embargo, la energía potencial, es consecuencia de la fuerza conservativa presente en el oscilador mecánico.

La **energía cinética** del oscilador viene dada por la sustitución de términos cinéticos del oscilador en la propia definición de la energía,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - y^2\right) = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t - \phi)$$

La expresión muestra como la energía cinética es periódica, tiene su valor máximo en el centro y mínimo (cero) en los extremos.

La **energía potencial** se corresponde con la energía potencial elástica, por tanto,

$$E_p = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t - \phi)$$

Siendo periódica pero con su valor máximo en los extremos y mínimo, en el centro.

La suma de ambas energías nos permite deducir la **energía mecánica** del oscilador. Analizando la expresión podemos confirmar que la energía total depende de las propiedades del oscilador, como son la constante elástica y la amplitud.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}k(A^2 - y^2) + \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Capítulo 2

MOVIMIENTO ONDULATORIO

Las olas del mar, la luz, el sonido o las ondas sísmicas, son, entre otros, fenómenos naturales que presentan un movimiento ondulatorio. Estos fenómenos físicos se originan debido a una perturbación en el espacio como consecuencia del cambio de alguna propiedad física. Además, su propagación por el espacio genera un transporte de energía pero no de materia.

Como definición, *una onda es una propagación de energía en el espacio sin que exista desplazamiento de materia*. Las partículas del medio (si existe), no acompañan el movimiento de avance de la onda.

El punto origen de la perturbación se conoce como **foco** o **centro emisor** y el conjunto de puntos que se encuentran en el mismo estado de vibración se conoce con el nombre de **frente de ondas**. Si la perturbación está constituida por una sucesión de pulsos la onda toma el nombre de **tren de ondas**.

La dirección de propagación de la energía de la onda se conoce como **rayo**, y éste, si el medio de propagación es homogéneo e isótropo, es siempre perpendicular al frente de onda. Por tanto, las ondas se alejan del foco en forma radial y el frente de ondas puede ser plano, circular o esférico (*una piedra que cae en un estanque provoca un frente de onda esférico*).

2.1. TIPOS DE ONDA

Existen distintos criterios para clasificar las ondas, así podemos tener:

- **Según el tipo de energía que propaga**
  - Mecánicas: Son ondas que transportan energía mecánica y necesitan un

medio material elástico (sólido, líquido o gaseoso) para su propagación. El medio tiene que ser elástico para que las partículas del medio se mantengan unidas. Ejemplos de estas ondas son el sonido, las olas, ...

- Electromagnéticas: Éstas transportan energía electromagnética y no necesitan un medio de material de propagación. La luz o cualquier otra perturbación del espectro electromagnético se corresponden con esta clasificación. Este tipo de energía se produce por oscilaciones de cargas eléctricas aceleradas.

- **Según la relación entre la dirección de propagación y de vibración**
  - Longitudinales: Son ondas cuya dirección de avance de la onda (*dirección de propagación*) y de vibración de las partículas del medio que transmiten la onda, coinciden. Se conocen como **ondas de presión** ya que se producen continuamente dilataciones y contracciones del medio.
  - Transversales: En esta caso, la onda tiene una dirección de propagación perpendicular al de vibración de sus partículas. Las ondas electromagnéticas o la onda generada por una cuerda al mover uno de sus extremos serían ejemplos de esta clase.
- **Según su naturaleza dimensional**
  - Unidimensional: La energía se propaga en una sola dirección. Onda en una cuerda.
  - Bidimensional: La energía se propaga en el plano. Las ondas que se propagan en la superficie del agua.
  - Tridimensional: En esta caso, la energía se propaga en las tres direcciones del espacio. El sonido.
- **Según su limitación**
  - Viajera: Si la perturbación alcanza a lo largo del tiempo a todos los puntos del medio.
  - Estacionaria: Si la propagación esta limitada a una región del espacio.

2.2. ONDAS ARMÓNICAS

Se denomina onda armónica a aquella onda que se genera por la transmisión de energía al medio de un oscilador armónico actuando en el foco o centro emisor. Es ecir, la onda es concecuencia de un movimiento armónico simples (MAS).

2.2.1. ELEMENTOS DE LA ONDA

Las magnitudes características de la onda armónica, y sus unidades en el SI, son:

- **ELONGACIÓN, (y)**: Posición en cualquier instante respecto a la posición de equilibrio de las particulas que oscilan. El valor de la elongación de una partícula cualquiera x en cualquier intante t se conoce como **función de onda,** $y(x, t)$. Se mide en metros.

- **AMPLITUD, (A)**: Es la máxima elongación (desplazamiento) con que vibran las partículas del medio. Se mide en metros.

- **FRECUENCIA ANGULAR O PULSACIÓN, (ω)**: Representa la rapidez con la que se producen las oscilaciones que originan la onda. Se mide en rad/s.

- **FASE INICIAL, (φ)**: Fase de la función trigonométrica en la posición e instante inicial, $x = 0$ y $t = 0$.

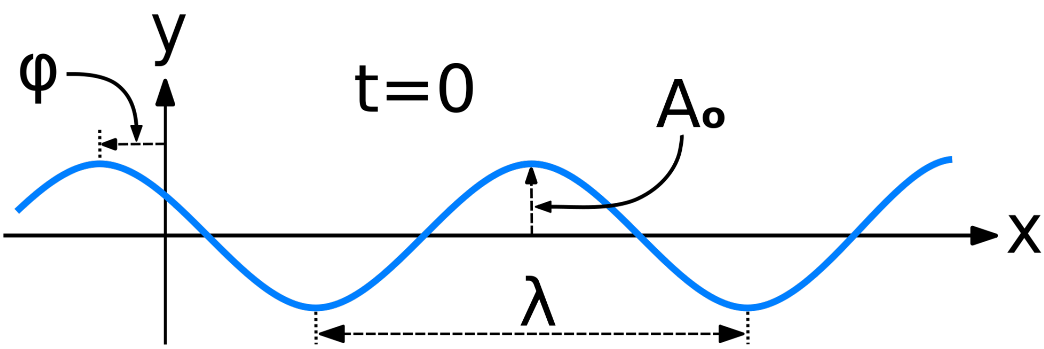
- **PERIODO, (T)**: Tiempo mínimo que tarda la onda en desplazarse entre dos puntos que se encuentran en fase. Se mide en segundos y se relaciona con la frecuencia angular como,
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- **FRECUENCIA, (ν) o (f)**: Es el número de oscilaciones que tiene lugar en un segundo. Se mide en Hertzios (Hz o s^{-1}) y se relaciona con el periodo y la frecuencia angular,
$$\nu = \frac{1}{T} \qquad \omega = 2\pi\nu$$

- **LONGITUD DE ONDA, (λ)**: Mínima distancia entre dos puntos de la onda que se encuentran en fase. Se mide en metros y se relaciona con la frecuencia, el periodo y la velocidad de propagación de la onda,
$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}$$

- **NÚMERO DE ONDAS, (k)**: Se define como elnúmero de longitudes de onda que hay en un ciclo o en una distancia de 2π. Se mide en $rad \cdot m^{-1}$ o m^{-1}. Se relaciona con la longitud de onda, la velocidad de propagación y la frecuencia angular,
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad k = \frac{\omega}{v}$$

- **VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN o DE FASE, (v)**: Velocidad con la que avanza la onda. Se mide en ms^{-1} y se relaciona con la longitud de onda y el periodo,
$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu$$
- **VELOCIDAD DE VIBRACIÓN, (v)**: Velocidad a la que vibran, en torno a un punto de equilibrio, las partículas del medio en el que se transmite la onda. Se mide en ms^{-1} y se calcula a partir de la función de ondas,
$$v = \frac{\partial y}{\partial t}$$



2.2.2. ECUACIÓN O FUNCIÓN DE ONDAS

El estado de vibración de una partícula del medio depende de su posición respecto al foco de la onda y del tiempo. Por tanto, la función de ondas es una expresión matemática que permite obtener la elongación o estado de vibración de una partícula cualquiera del medio en cualquier instante t.

Si tomamos un pulso ondulatorio que viaja de izquierda a derecha y con velocidad constante v a lo largo de eje 0X, en x=0, la elongación de la partícula para cualquier instante posterior sería,

$$y(x,t) = y(0,t) = A\sin(\omega t)$$

Ahora bien, considerando otra partícula P, a una distancia x de la anterior, comenzaría a moverse con un cierto retardo $t' = \frac{x}{v}$, cuyo estado de vibración (elongación) vendría dada por la función de ondas:

$$y(x,t) = A\sin\left(\omega\left(t - t'\right)\right) = A\sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right) = A\sin\left(\omega t - kx\right)$$

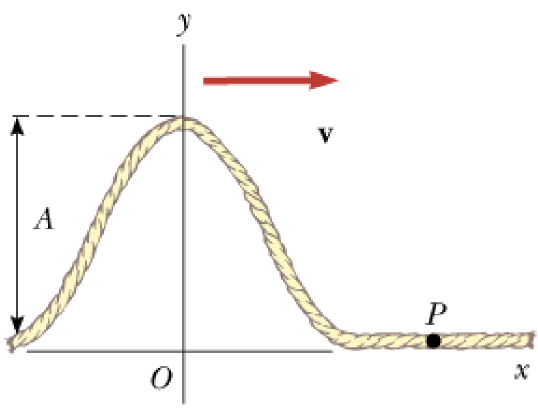
Siendo esta última, a excepción de que existiera una fase inicial distinta de cero, la **ecuación o función de onda** de forma general:

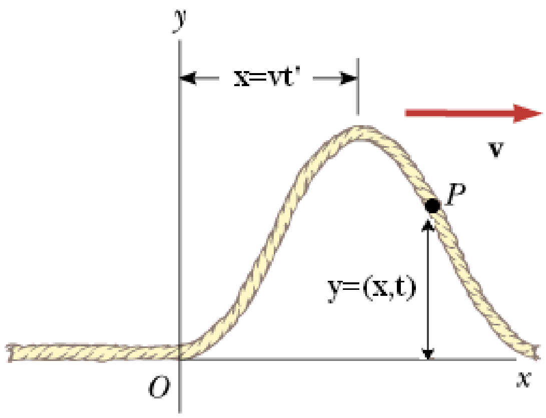
$$\boxed{y(x,t) = A\sin\left(\omega t - kx + \varphi\right)}$$

- La función de onda depende de dos variables, la distancia al foco o centro emisor, x y del tiempo, t.
- Si la onda se propaga en sentido negativo al eje 0X, la velocidad es negativa y la ecuación de onda será,

$$y(x,t) = A\sin\left(\omega t + kx + \varphi\right)$$

- Si se fija el valor de x, la función de onda nos da el valor de la elongación de una partícula dada en cualquier instante.
- Si se fija el valor de t, la ecuación de onda nos da la forma de la onda en cualquier punto en un instante determinado.
- La fase inicial, φ, se determina imponiendo las condiciones inciales a la función de onda.
- La función de onda también puede expresarse mediante la función coseno. En este caso, habría que introducir una corrección de fase de valor $\frac{\pi}{2}$.
- La onda armónica es periódica en el tiempo, es decir, cada periodo (T), la elongación de cada partícula toma el mismo valor.
- La onda armónica es periódica en el espacio. Cada longitud de onda (λ) la elongación de cada partícula tiene el mismo valor. Todos las partículas que distan entre sí $n\lambda$ en la misma dirección de propagación se encuentran en fase.





2.2.3. ENERGÍA E INTENSIDAD

Las ondas armónicas propagan la energía correspondiente a un movimiento armónico simple (MAS), cuya energía viene dada por,

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

Teniendo en cuenta una onda tridimensional y que el medio es homogeneo e isótropo, la energía de esta onda se va transmitiendo en forma de superficies esféricas concéntricas cada vez mayores con centro en el foco.

Teniendo en cuenta que la intensidad del movimiento ondulatorio podemos definirla como la energía que atraviesa, por unidad de tiempo,la unidad de superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación,

$$I = \frac{E/t}{S} = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi R^2}$$

Siendo P la potencia de la onda.

2.2.3.1. ATENUACIÓN

Si tomamos las intensidad de dos frentes de onda esféricos de radio R_1 y R_2, y recordamos que la intensidad es proporcional a la energía, siendo en un MAS proporcional al cuadrado de la amplitud, podemos escribir:

$$\boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}}$$

La onda, a medida que se aleja del centro emisor, se va amortiguando. La amplitud disminuye ya que ésta, es inversamente proporcional a la distancia del centro emisor. Por tanto, las partículas vibran con menos energía debido a que el frente de ondas tiene mayor número de partículas sobre los que repartir la energía.

2.2.3.2. ABSORCIÓN

Puesto que el medio de propagación de las ondas no es perfectamente elástico, las ondas pierden intensidad por disipación de energía en forma de calor. Se define el **coeficiente de absorción del medio** (β) como la facilidad con que la energía de una onda se disipa en ese medio conforme se propaga en él.

Tomando valores infinitesimales de la intensidad en función del coeficiente de absorción ($dI = -\beta I dx$) e integrando, llegamos a la expresión del valor de la intensidad cuando una onda atraviesa un medio una distancia x,

$$\boxed{I = I_0 e^{-\beta x}}$$

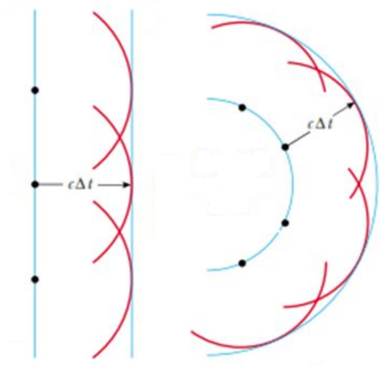
La absorción de un movimiento ondulatorio en un medio da lugar a la disminución exponencial de la intensidad de la onda.

2.3. FENÓMENOS ONDULATORIOS

2.3.1. PRINCIPIO DE HUYGENS

Bajo este principio se explica la propagación de cualquier onda desde un punto de vista geométrico. Christian Huygens, defensor de la teoria ondulatoria de la luz y fervierte opositor a la teoria corpuscular de la luz de Newton, dedujo el principio que lleva su nombre y explicó fenomenos ondulatorios como la propagación, la reflexión y la refracción de la luz.

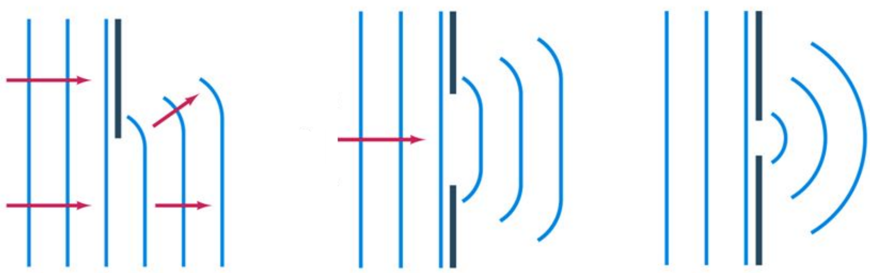
Según este principio, todo punto del frente de ondas es centro emisor de nuevas ondas elementales cuya envolvente es el nuevo frente de la onda, con igual frecuencia y velocidad que la onda inicial.



Frente de onda plano Frente de onda esférico

2.3.2. DIFRACCIÓN

Con este nombre expresamos la capacidad que tienen las ondas para sortear o doblar obstaculos. Cuando en la propagación de la onda en el medio nos encontramos con un obstáculo, los puntos del frente de onda que no se encuentran obstaculizados, se convierten en centros emisores de nuevos frentes de onda. De esta manera, se logra que la onda bordee el obstáculo y se propague detras del mismo.



Este fenomeno es más evidente cuando la longitud de la onda y el tamaño del obstáculo sean del mismo orden. Gracias a la difracción podemos tener el router en una habitación y estar conectados a internet en otro lugar de la casa.

2.3.3. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN DE ONDAS

El eco del sonido, la imagen sobre una superficie reflectora o la observación del canto de un río son fenómenos propios de cualquier onda. Ambos procesos fueron estudiados por Snell y se conocen como **Leyes de Snell de la reflexión y la refracción**.

La **reflexión** se define como el cambio de dirección dentro del mismo medio que experimentan las ondas al incidir sobre una superficie de separación entre dos medios.

- El rayo incidente, la normal a la superficie de separación y el rayo reflejado se encuentran en el mismo plano.
- El ángulo de incidencia ($\hat{i}$) y el de reflexión ($\hat{r}$) son iguales.

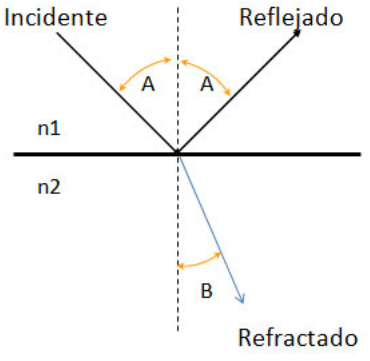
La **refracción** es el cambio de dirección de propagación y en el valor de la velocidad que se produce cuando una onda atraviesa la superficie de separación de dos medios distintos.

- El rayo incidente, la normal a la superficie de separación y el rayo refractado se encuentran en el mismo plano.
- La relación entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción es constante e igual a la relación que existe entre las velocidades de propagación de la onda en los dos medios.

$$\boxed{\frac{\sin\hat{i}}{\sin\hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}}$$

La frecuencia de la onda refractada es la misma que la de la onda incidente, sin embargo, su longitud de onda varía.

Normalmente, estos dos fenómenos ondulatorios ocurren a la vez y la energía que transporta la onda incidente se reparte entre ambas ondas, la reflejada y la refractada.



2.3.4. POLARIZACIÓN

Con este término hacemos referencia a la dirección de vibración de la perturbación asociada a una onda transversal. En las ondas longitudinales la dirección de vibración coincide con la de propagación pero en las transversales no es así.

No todas las ondas transversales están polarizadas, sólo lo estarán cuando la vibración de una magnitud física como puede ser la propia elongación, el campo electrico o magnético,. . . , se realiza en una dirección constante. La polarización de una onda se puede realizar mediante polarizadores, los cuales permiten pasar a la onda en una determinada dirección de vibración.

2.3.5. INTERFERENCIAS

La interferencia ocurre dos ondas coinciden en un mismo punto o zona concreta del espacio. La onda resultante será la suma de todas las ecuaciones de onda que llegan a ese punto (*principio de superposición*). Para que dos ondas interfieran deben de cumplir dos condiciones:

- Deben tener frecuencias iguales.
- Deben de proceder de focos coherentes, cada foco debe emitir una onda para que la diferencia de fase entre ambas sea constante.

La onda resultante en una interferencia viene dada por la suma de las funciones de onda de cada una de ellas:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A\sin(\omega t - kx_1) + A\sin(\omega t - kx_2)$$

$$y(x,t) = 2A\cos\frac{k(x_2-x_1)}{2}\sin\left[\omega t - \frac{k(x_1+x_2)}{2}\right] = A_r\sin\left[\omega t - \frac{k(x_1+x_2)}{2}\right]$$

Siendo A_r la amplitud de la onda resultante,

$$A_r = 2A\cos\frac{k(x_2-x_1)}{2} = 2A\cos\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda}$$

Analizando este término observamos que este efecto físico puede dar lugar a dos tipos de interferencias:

- INTERFERENCIAS CONSTRUCTIVAS: Se produce cuando la amplitud de la onda resultante alcanza su valor máximo. Esto ocurre cuando se cumple:

$$\cos\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda} = \pm 1 \;\rightarrow\; \frac{\pi}{\lambda}(x_2-x_1) = n\pi \;\Rightarrow\; x_2-x_1 = n\lambda$$

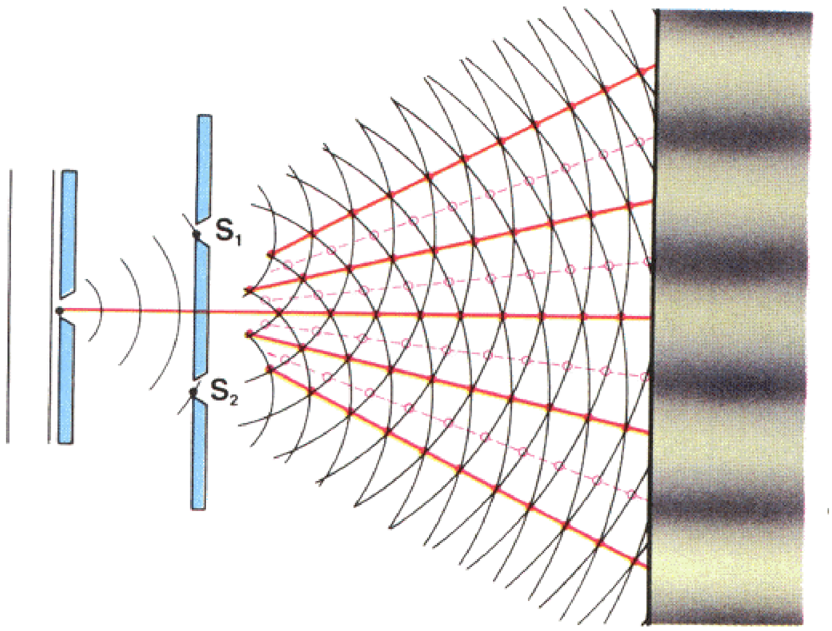
Todos aquellos puntos cuyas diferencias entre las distancias a los focos sea igual a un número entero de longitudes de onda generarán una interferencia constructiva.

- INTERFERENCIAS DESTRUCTIVAS: Ocurre cuando la amplitud de la onda resultante se anula, es decir,

$$\cos\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda}=0 \;\rightarrow\; \frac{\pi}{\lambda}(x_2-x_1)=(2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow\; x_2-x_1=(2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

  Los puntos cuyas diferencias entre las distancias a los focos sea igual a un número impar de semilongitudes de onda provocan una interferencia destructiva.

En 1801, Thomas Young demostró este fenómeno físico realizando la conocida *experiencia de la doble rendija*, ver ilustración. Como consecuencia de ésta, el debate científico sobre la naturaleza de la luz quedo zanjado, la luz era de naturaleza ondulatoria. Sin embargo, a comienzos del siglo XX, nuevas experiencias abogaron por una vuelta a la teoría corpuscular de la luz de Newton.



Capítulo 3

EL SONIDO

EL sonido es una onda mecánica longitudinal y de presión que se transmite de unas partículas a otras debido a una sucesión de compresiones y enrarecimientos del medio. La longitud de onda de la onda sonora es la distancia entre dos zonas de máxima compresión. Las caracteristicas del sonido son variadas:

- La onda sonora necesita de un medio material para su propagación.
- Las ondas sonoras son esféricas y provocan variaciones de densidad en el medio a través del cual se propagan.
- Los límites de audición del oído humano son 20 Hz y 20000 Hz. Por debajo de estos límites se habla de infrasonidos y ultrasonidos respectivamente.
- Las ondas sonoras pueden difractarse, interferir y por supuesto, reflejarse.
- El **eco** es la repetición del sonido original por reflexión. Puesto que el oído percibe dos sonidos distintos con 1 décima de segundo, el obstáculo donde se refleja el sonido debe de estar, como mínimo, a una distancia de la fuente de 17 metros. Si la distancia es menor, el oído no percibe sonidos distintos y es lo que se conoce como **reverberación**.

La velocidad del sonido depende del estado de agregación y de las características del medio de propagación. En general, aumenta con la temperatura del medio y cuando disminuye la densidad del medio en el que se propaga. Por ejemplo, la velocidad del sonido en el aire a 0 °C es de 331,7 ms^{-1} y a 15 °C es de 340 ms^{-1}.

3.1. CUALIDADES DEL SONIDO

Este apartado esta indicado para tratar las características del sonido desde un punto de vista subjetivo pero que están relacionadas con magnitudes físicas mensurables.

3.1.1. SONORIDAD

La **sonoridad depende de la intensidad**, por tanto, es la cualidad por la que percibimos los sonidos con mayor o menor fuerza (intensidad). Puesto que la intensidad depende proporcionalmente del cuadrado de la amplitud e inversamente del cuadrado de la distancia, la sonoridad dependerá de la amplitud y de la distancia a la fuente.

El umbral mínimo de intensidad sonora del oído humano es de $I_0 = 10^{-12}\ Wm^{-2}$ y la máxima de 1 Wm^{-2}. Sabiendo estos umbrales, se suelen comparar los niveles de intensidad de un sonido con el umbral mínimo mediante una escala logarítmica,

$$\boxed{\beta = 10\log\frac{I}{I_0}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{I = I_0 10^{\frac{\beta}{10}}}$$

Siendo β el nivel de intensidad del sonido que se mide en **decibelios** (**dB**), I la intensidad del sonido e $I_0 = 10^{-12}\ Wm^{-2}$ la intensidad mínima umbral.

3.1.2. TONO

Gracias al tono diferenciamos un sonido en **agudos** y **graves**. Cuando el número de vibraciones por segundo (frecuencia) es muy grande tenemos un sonido agudo y cuando es pequeño, el sonido es grave.

Todos los cuerpos tienen una frecuencia característica de vibración denominada frecuencia natural. La **resonancia** de un cuerpo se produce cuando éste recibe ondas sonoras de frecuencia muy similar a su frecuencia natural, acoplandose ambas y pudiendo provocar la rotura del mismo.

3.1.3. TIMBRE

Nos permite distinguir dos sonidos de igual intensidad y tono producidos por dos fuentes distintas. Esto es así, por que lo sonidos no son puros (monofrecuenciales) sino que resultan de superposiciones de varias vibraciones armónicas simples conocidas como **armónicos** o **sobretonos**. Esta relacionado con la forma de la onda.

3.2. EFECTO DOPPLER

El efecto Doppler debe su nombre al astrofísico Johann Doppler, el cuál dedujo este efecto cuando estudiaba el color de las estrellas. Sin embargo, es muy habitual sentir este efecto de manera sonora por el cambio en la frecuencia del sonido cuando una moto o un coche pasa de aproximarse a alejarse de nosotros.

El efecto Doppler siempre aparece cuando existe un movimiento relativo entre la fuente del sonido y el observador. De manera general podemos decir que *el efecto Doppler es el cambio de frecuencia de una onda recibida por un observador con respecto a la emitida por un foco cuando existe un movimiento relativo entre ambos.*

Teniendo en cuenta que ν' es la frecuencia percibida por el observador, ν la frecuencia emitida por la fuente, v es la velocidad del sonido, v_0 la velocidad del observador y v_F la velocidad de la fuente, la expresión general del efecto Doppler es,

$$\boxed{\nu' = \nu \frac{v \pm v_0}{v \pm v_F}}$$

Si el foco o la fuente se encuentran en reposo, su velocidad será nula. Esta ecuación general tiene como criterio de signos:

- **Cuando se aproximan**: v_0 $(+)$ y v_F $(-)$. La frecuencia que percibe el observador es mayor que la de la fuente.
- **Cuando se alejan**: v_0 $(-)$ y v_F $(+)$. La frecuencia que percibe el observador es menor.

3.3. APLICACIONES TECNOLÓGICAS

Las técnicas que utilizan ultrasonidos son muy abundantes en la industria y en distintos dispositivos tecnológicos. Esto es consecuencia de que la energía del movimiento vibratorio es propocional al cuadrado de su frecuencia y la vibración ultrasónica emite gran cantidad de energía. Además, el uso del efecto Doppler, a veces en conjunción con los ultrasonidos, generan gran cantidad de aplicaciones industriales.

Una de las técnicas que utiliza el efecto Doopler nos permite conocer la velocidad relativa de las estrellas y galaxias. Este tratamiento permitió conocer el desplazamiento al rojo en el espectro de las galaxias, es decir, la velocidad con que se alejan las galaxias de nosotros.

- ECOGRAFÍAS: Son una de las técnicas de diagnóstico clínico por imagen no invasivas que se fundamentan en el uso de ultrasonidos para crear imágenes de los tejidos y órganos. Sirven para estudiar y detectar anomalias en los organos, músculos o incluso, en el desarrollo embrionario de un feto. Las ecografias de efecto Doppler se usan para observar el flujo de sangre, ya que la distinta dirección y velocidad de ésta, da lugar a frecuencias mayores o menores que tratados posteriormente mediante una técnica de mapeado informático genera un mapa hemodinámico.

- RADAR: Sirve para medir distancias y velocidades de sistemas estáticos o móviles. No suelen utilizarse ondas sonoras, en cambio se usa una emisión de ondas electromagnéticas (ondas de radio) que una vez chocan con el objetivo, se reflejan y vuelven al emisor. Por efecto Doppler, estamos en condiciones de hallar la velocidad de un automóvil, un avión,...
- APLICACIONES INDUSTRIALES: Evaluación de edificios y otras estructuras, determinación de espesores de paredes, aplicaciones geofísicas, técnicas de navegación aérea y marítima (SONAR),...

3.4. PROBLEMAS RESUELTOS

1. Una masa de 50 g unida a un resorte realiza, en el eje X, un movimiento armónico simple dado por la ecuación:

$$x = 0,050 \sin(2t - \frac{\pi}{3})$$

expresada en unidades del S.I. Calcula la posición y la velocidad inicial.

En el momento inicial, t=0, por tanto la posición será

$$x_0 = 0,050 \sin(-\frac{\pi}{3}) = 0,025\ m$$

para encontrar la velocidad en el instante inicial, primero derivamos respecto al tiempo la ecuación del movimiento y después, hallamos la velocidad para t=0 s.

$$v = 0,1 \cos(2t - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow v_0 = 0,1 \cos(-\frac{\pi}{3}) = 0,087\ m/s$$

2. Una masa de 5 kg se cuelga del extremo de un muelle elástico vertical, cuyo extremo esta fijo al techo. La masa comienza a vibrar con un periodo de 2 segundos. Hallar la constante elástica del muelle.

A partir del periodo de oscilación de un muelle y con los datos del enunciado, podemos despejar directamente la constante elástica del muelle.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \ \Rightarrow\ k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 49,3\ \frac{N}{m}$$

3. Una masa de 200 gramos unida a un muelle de constante elástica K = 20 N/m oscila con una amplitud de 5 cm sobre una superficie horizontal sin rozamiento.

   a) Calcular la energía total del sistema y la velocidad máxima de la masa.
   b) Hallar la velocidad de la masa cuando la elongación sea de 3 cm.
   c) Hallar la energía cinética y potencial elástica del sistema cuando el desplazamiento sea igual a 3 cm

   a) La energía mecánica es,

$$E_m = \frac{1}{2}kA^2 = 0,025\ J$$

   y puesto que la velocidad máxima ocurre cuando la masa pasa por la posición de equilibrio, donde la energía potencial es cero, nos queda

$$E_m = E_c = \frac{1}{2}mv^2 \ \Rightarrow\ v = 0,5\ m/s$$

b) La velocidad de la partícula es,

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 0,4\ m/s$$

siendo $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\ rad/s$.

c) Aplicando las definiciones nos queda

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = 1,6 \cdot 10^{-2}\ J$$

$$E_c = \frac{1}{2}kx^2 = 9 \cdot 10^{-3}\ J$$

4. Una onda transversal se propaga por una cuerda tensa siendo su ecuación en unidades del SI $y = 0,060\sin(4\pi t - 2\pi x)$. Deduce:

   a) La longitud de onda, el periodo y su velocidad de propagación.

   b) El sentido de la propagación.

   c) Para t=2 s, la coordenada Y, así como su velocidad, de un punto de la cuerda que se encuentra a 1 m del origen.

   a) Comparando la ecuación delproblema con la ecuación general de las ondas armónicas,

   $$y = A\sin(wt - kx)$$

   podemos identificar los términos de la ecuación dada y las variables que nos piden en el apartado.

   $$A = 0,0060\ m;\ \omega = 4\pi\ rads^{-1};\ k = 2\pi\ radm^{-1}$$

   $$k = \frac{2\pi}{\lambda}\ \Rightarrow\ \lambda = 1\ m$$

   $$\omega = \frac{2\pi}{T}\ \Rightarrow\ T = 0,5\ s$$

   $$v_p = \frac{\lambda}{T}\ \Rightarrow\ v_p = 2\ ms^{-1}$$

   b) Observando la ecuación, vemos que el signo menos delante del número de onda indica que la propagación es en el sentido positivo del eje X.

c) A 1 metro del origen, la ecuación de ondas queda,

$$y = 0,060 \sin(4\pi\ t - 2\pi)$$

Por tanto,

$$Coordenada\ Y \ \Rightarrow\ y = 0,060 \sin(8\pi - 2\pi) = 0\ m$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,060\ 4\pi \cos(4\pi\ t - 2\pi) \xrightarrow{t=2\ s} v = 0,75\ ms^{-1}$$

5. Considera la siguiente ecuación de onda: $y(x,t) = A\sin(bt - cx)$

a) ¿Qué representan los coeficientes A,b y c? ¿Cuales son sus unidades?

b) ¿Qué interpretación tendría que la función fuera *coseno* en lugar de *seno*? ¿y qué el signo dentro del paréntesis fuera + en lugar de −?

a) Volvemos a comprar con la ecuación general de una onda,

$$y = A\sin(wt - kx)$$

A es la amplitud de la onda y se mide en metros, $b = \omega$ es la frecuencia angular o pulsación y se mide en $rads^{-1}$ y $c = k$, es el número de onda, se mide en m^{-1}

b) Cuando la función de onda general se escribe con la función *coseno*, nos queda

$$y = A\cos(wt - kx)$$

que con la función *seno* sería equivalente a

$$y = A\sin(wt - kx + \frac{\pi}{2})$$

La función $y = A\sin(wt - kx)$, describe una onda en la que su elongación es nula en el origen para t=0 s. Sin embargo, la función $y = A\cos(wt - kx)$ describe una onda en el que la elongación es máxima en el origen en el instante inicial. Es decir, la función *seno* se puede expresar como la función *coseno* pero añadiendo un desfase inicial de $\frac{\pi}{2}$.

Cuando la función de onda es $y = A\sin(wt + kx)$, la onda tiene las mismas características que la primera, pero se propaga en el sentido negativo del eje X.

6. Para un sonido cuya intensidad es $2,0 \cdot 10^{-11}\ Wcm^{-2}$ a 10 m del foco emisor y que puede considerarse como una onda armónica esférica, calcula, admitieno que no hay absorción:

   a) La energía emitida por el foco en medio minuto.

   b) La intensidad del sonido a una distancia de 20 m del foco emisor.

   c) La amplitud de vibración a los 20 m del foco, si a los 10 m es de 2 mm.

   a) Teniendo en cunta la definición de la intensidad o energía transmitida por una onda esférica de radio R,

   $$I = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{E}{4\pi\ R^2 t} \Rightarrow E = 4\pi\ R^2 It = 7,5\ mJ$$

   b) Si el medio no absorve energía, la energía total propagada por unidad de tiempo es la misma en todos los frentes de onda, $E_1 = E_2$,

   $$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \Rightarrow I_2 = 5,0 \cdot 10^{-12}\ Wcm^{-2}$$

   Como vemos existe una atenuación aunque el medio sea perfectamete elástico.

   c) Sin embargo, la energía mecánica de un oscilador armónico es función cuadrática de su amplitud, es decir,

   $$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \Rightarrow A_2 = \frac{R_1}{R_2} = 1\ mm$$

7. El ruido emitido por un martillo neumático tiene un nivel de intensidad sonora de 70 dB a 1 m de distancia. Calcula:

   a) La intensidad de la onda sonora generada por el martillo

   b) El nivel de la intensidad sonora producida por dos martillos neumáticos idénticos al anterior a 1 m de distancia.

   a) Partiendo de la expresión para el nivel de intensidad sonora β, en decibelios, y resolviendo la ecuación logarítmica obtenemos la intensidad de la onda,

   $$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = 1 \cdot 10^{-5}\ Wm^{-2}$$

   Donde hemos tomado como intensidad, I_0, el umbral de audición.

b) Al tener dos martillos, la intensidad de la onda es doble, es decir, $I_2 = 2I = 2{\cdot}10^{-5}\ Wm^{-2}$. Por tanto, el nivel de intensidad sonora, en decibelios, será

$$\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 73\ dB$$

8. Dos altavoces separados por una distancia de 3 m están emitiendo sendas ondas acústicas idénticas y en fase. Considemos una recta paralela a la que une los altavoces y que está a 8 metros de la misma. Un oyente recorre dicha recta encontrando puntos en los que la intensidad del sonido es máxima y otras en los que es mínima. En concreto, en O (punto equidistante de los altavoces) encuentra un máximo y en P, situado a 0,350 m de O, encuentra el primer mínimo.
Calcula la frecuencia de las ondas emitidas.
Dato: velocidad del sonido en el aire, $v = 340\ ms^{-1}$

A partir de la condición para encontrar un mínimo de interferencias y de términos puramente geométricos podmeos hallar la longitud de la onda y su frecuencia.

$$x_2 - x_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

El problema nos dice que en P se encuentra el primer mínimo (n=0), entonces

$$x_1 = \sqrt{8^2 + (1,5 + 0,35)^2} = 8,21\ m \qquad x_2 = \sqrt{8^2 + (1,5 - 0,35)^2} = 8,08\ m$$

Sustituyendo en la condición de mínimo

$$8,21 - 8,08 = \frac{\lambda}{2} \ \Rightarrow\ \lambda = 0,26\ m \ \Rightarrow\ \nu = \frac{v}{\lambda} = 1300\ Hz$$