

---

**FÍSICA**

2º Bachillerato

Óptica Geométrica

Prof. Jorge Rojo Carrascosa

---

# Índice general

<b>1. ÓPTICA GEOMÉTRICA</b>	<b>2</b>
1.1. CONCEPTOS BÁSICOS . . . . .	2
1.1.1. CONVENIO DE SIGNOS . . . . .	3
1.2. SISTEMAS DIÓPTRICOS . . . . .	4
1.2.1. DIÓPTRICO ESFÉRICO . . . . .	4
1.2.1.1. DISTANCIAS FOCALES . . . . .	5
1.2.1.2. CONSTRUCCIÓN DE UNA IMAGEN . . . . .	6
1.2.1.3. TAMAÑO DE LA IMAGEN . . . . .	7
1.2.2. DIÓPTRICO PLANO . . . . .	7
1.3. SISTEMAS CATÓPTRICOS . . . . .	7
1.3.1. ESPEJOS PLANOS . . . . .	8
1.3.2. ESPEJOS ESFÉRICOS . . . . .	8
1.3.2.1. DISTANCIA FOCAL . . . . .	8
1.3.2.2. CONSTRUCCIÓN DE UNA IMAGEN . . . . .	9
1.3.2.3. TAMAÑO DE LA IMAGEN . . . . .	10
1.4. LENTAS DELGADAS . . . . .	10
1.4.1. CONSTRUCCIÓN DE UNA IMAGEN . . . . .	11
1.5. ANÁLISIS Y CONSTRUCCIÓN DE INSTRUMENTOS ÓPTICOS .	13
1.5.1. LA LUPA o MICROSCOPIO SIMPLE . . . . .	13
1.5.2. EL MICROSCOPIO ÓPTICO . . . . .	13
1.5.3. EL TELESCOPIO . . . . .	14
1.6. EL OJO HUMANO . . . . .	14
1.6.1. DEFECTOS DE LA VISIÓN . . . . .	15
1.7. PROBLEMAS RESUELTOS . . . . .	17

# Capítulo 1

## ÓPTICA GEOMÉTRICA

La óptica geométrica se basa en un concepto puramente geométrico del rayo de luz, no se consideran los fenómenos ondulatorios que ésta produce ni tampoco la interacción con la materia. Por tanto, en el estudio de este área, solo hay que tener en cuenta la propagación rectilínea de la luz y la desviación que se produce de los rayos luminosos en la superficie de separación de dos medios.

### 1.1. CONCEPTOS BÁSICOS

La óptica geométrica se asienta en los siguientes conceptos:

- En los medios isótropos y homogéneos, es decir, cuando la velocidad de la luz en el medio es la misma en módulo y dirección, la luz se propaga en línea recta. Estas líneas de propagación se denominan **rayos luminosos**.
- El camino óptico de los rayos luminosos es reversible, el cruce de dos o más rayos no afectan a la trayectoria.
- Se cumplen las leyes de la reflexión y la refracción, es decir, se cumple la **Ley de Snell**.
- Se denomina **sistema óptico** al conjunto de superficies que separan medios de distinta refringencia. Siendo un **sistema óptico centrado** cuando las superficies de separación de los medios tienen los centros alineados. La recta que une los dos centros se denomina **eje óptico**.
- Los rayos de luz procedentes de un mismo punto objeto llegan a la superficie de otro medio y sufren distintas reflexiones y/o refracciones. La salida de los rayos del sistema formará una imagen que podemos clasificarla en función de

distintos parámetros:

Según su naturaleza:

- **Imagen real:** Si los rayos convergen en un punto que no es visible por el ojo humano pero que puede proyectarse sobre una pantalla para ser visible.
- **Imagen virtual:** Si los rayos no convergen en un punto, divergen, pero sí sus prolongaciones en sentido contrario al de su propagación. En este caso, si son visibles para el observador.

Según su posición:

- **Imagen derecha:** Si tiene la misma posición que el objeto.
- **Imagen invertida:** Cuando la posición de la imagen es contraria a la del objeto.

Según su tamaño:

- **Imagen mayor:** La imagen es mayor que el objeto.
  - **Imagen menor:** La imagen es menor que el objeto.
- Cuando los rayos emitidos por un punto objeto se cortan en un mismo punto imagen, el sistema óptico es **estigmático**; si no es así, se dice que es **astigmático**.

### 1.1.1. CONVENIO DE SIGNOS

Para evitar ambigüedades y determinar con precisión las características de los objetos y sus imágenes es necesario establecer una serie de parámetros que fijen nuestra sistema. Las magnitudes básicas de la óptica geométrica obedecen al siguiente criterio de signos (*normas DIN*):

- Las figuras se dibujan de modo que la luz viaje de izquierdas a derechas hacia el sistema óptico.
- Las magnitudes y los signos que hacen referencia a la imagen son los mismos que los referidos al objeto pero añadiendo el apóstrofe '.
- Los puntos se representan con letras mayúsculas y las distancias con minúsculas. El radio de curvatura se representa con la letra R.
- En la dirección OX, a partir del vértice del sistema óptico, las distancias son positivas (+) si se miden hacia la derecha y negativas (-) si se miden hacia la izquierda.

- En la dirección OY, las distancias son positivas (+) por encima del eje óptico y negativas (-) al contrario.
- Los ángulos de incidencia, reflexión y refracción de un rayo tienen signo positivo (+) si el ángulo medido desde el rayo a la normal por el camino más corto, se gira en sentido horario.
- Los ángulos medidos por la recta y el eje óptico son positivos (+) si al girar la recta para hacerla coincidir con el eje por el camino angular más corto, se gira en sentido antihorario.

## 1.2. SISTEMAS DIÓPTRICOS

Cuando el rayo de luz alcanza la superficie de separación de dos medios de distintas refringencias se dice que estamos en presencia de un sistema dióptico, pudiendo ser esférico o plano.

### 1.2.1. DIÓPTICO ESFÉRICO

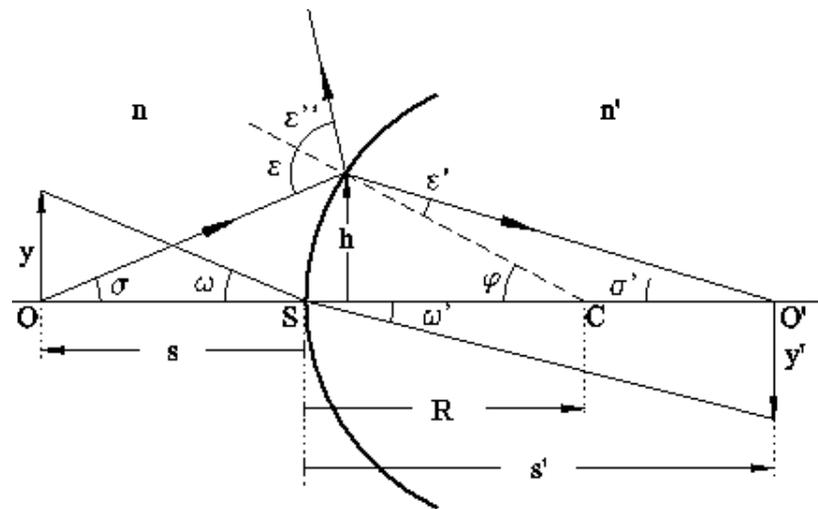
Como principales elementos tiene:

- Vértice o centro óptico (V): Es el punto donde intersectan el eje óptico y el sistema dióptico.
- Centro de curvatura (C): Se corresponde con el centro de curvatura de la superficie esférica.
- Radio de curvatura (R): Es el radio de la superficie esférica. Si el dioptrio es **convexo**, su radio de curvatura será positivo; si es **concavo**, su radio de curvatura será negativo.

Considerando solamente rayos de luz que forman con el eje óptico ángulos muy pequeños, menores a  $10^\circ$ , podemos realizar la *aproximación paraxial* que sustituye los funciones trigonométricas senos y tangentes por los propios ángulos sin cometer errores apreciables. Posteriormente, utilizando la ley de Snell, podemos hallar la **ecuación fundamental del dióptico esférico**:

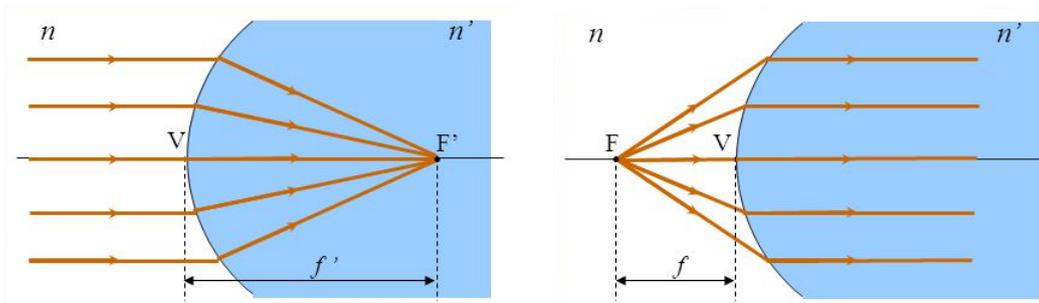
$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R}$$

Esta ecuación relaciona la distancia imagen  $s'$ , la distancia objeto  $s$ , el radio de curvatura  $R$  y los índices de refracción de los dos medios.



1.2.1.1. DISTANCIAS FOCALES

Cuando el punto objeto se encuentra en el infinito ( $s = -\infty$ ), el haz de rayos llega paralelo al eje óptico y la imagen se forma en el punto  $F'$ , denominado **foco imagen**. La distancia entre el foco imagen y el vértice del dioptrio se llama **distancia focal imagen**,  $f'$ . Sin embargo, cuando los rayos pasan por un punto  $F$  denominado **foco objeto**, al atravesar el dioptrio salen paralelos al eje óptico y la imagen se forma en el infinito, ( $s' = \infty$ ). La distancia desde el vértice del dioptrio y el foco objeto se denomina **distancia focal objeto**,  $f$ .



Para calcular ambas distancias focales solo tenemos que aplicar la ecuación fundamental del dioptrio esférico:

$$f' = \frac{n'}{n' - n} R$$

$$f = -\frac{n}{n' - n} R$$

Analizando estos valores podemos extraer tres conclusiones cuya deducción se deja para que la realice el propio alumno:

Si dividimos ambas distancias focales obtenemos la relación que existe entre ambas y observamos que se encuentran en la misma relación que los índices de refracción de ambos medios.

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

Si se suman las distancias focales:

$$f + f' = R$$

Pasando en la ecuación fundamental del dioptrio el miembro de la derecha hacia la izquierda se llega a la **ecuación de Gauss de las lentes**. Ésta relaciona las distancias focales con las distancias objeto e imagen.

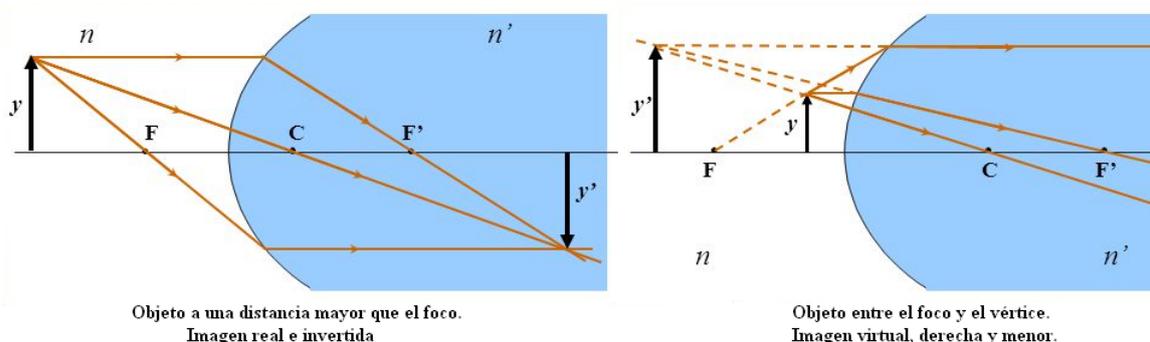
$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

### 1.2.1.2. CONSTRUCCIÓN DE UNA IMAGEN

Para construir la imagen de cualquier objeto se toman tres rayos luminosos de un mismo punto, el cruce de éstos dará la imagen del objeto:

- El primer rayo viaja paralelo al eje óptico hasta llegar a la superficie de separación de ambos medios, al atravesarla sufre una refracción pasando por el foco imagen,  $F'$ .
- El segundo rayo tiene que pasar por el foco objeto  $F$  para posteriormente refractarse paralelo al eje óptico.
- El tercer rayo se hace pasar por el centro de curvatura  $C$  y por tanto, no se desvía. Al ser el rayo perpendicular al dioptrio, el ángulo de incidencia es cero.

En función del tipo de superficie refringente, cóncava o convexa, y de donde se encuentra el objeto, su imagen se visualizará con unas características u otras. Por ejemplo, para un dióptrico convexo:



### 1.2.1.3. TAMAÑO DE LA IMAGEN

Por último, a fin de completar la imagen de un objeto, debemos conocer su tamaño. Tomando como  $y$  e  $y'$  los tamaños del objeto y de la imagen respectivamente, se denomina **aumento lateral** del dioptrio,  $M_L$ , a la relación entre el tamaño de la imagen y la del objeto.

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{ns'}{n's}$$

Dependiendo de que el aumento lateral sea positivo o negativo, la imagen será derecha o invertida respectivamente.

### 1.2.2. DIÓPTRICO PLANO

En el caso de tener un dióptrico plano, el radio pasa a ser infinito, y por tanto, la **ecuación fundamental del dioptrio plano** pasar a ser:

$$\boxed{\frac{n}{s} = \frac{n'}{s'}}$$

Como consecuencia principal, en el dióptrico plano la imagen y el objeto tienen el mismo tamaño.

## 1.3. SISTEMAS CATÓPTRICOS

Son sistemas en los que la luz que llega a ellos sale reflejada. El sistema óptico catóptrico más habitual son los espejos.

Un espejo es una superficie pulida capaz de reflejar la practica totalidad de la luz incidente. Los espejos ordinarios están constituidos por una lámina de vidrio que lleva en el reverso una capa de plata en la cual se produce la reflexión de la imagen. Existen espejos planos, esféricos, cilíndricos, ...

Como norma, cuando la luz llega a un espejo siempre se refleja, de manera que los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales pero de signo contrario (normas DIN). Esto implica que al aplicar la ley de Snell de la refracción,

$$\boxed{n = -n'}$$

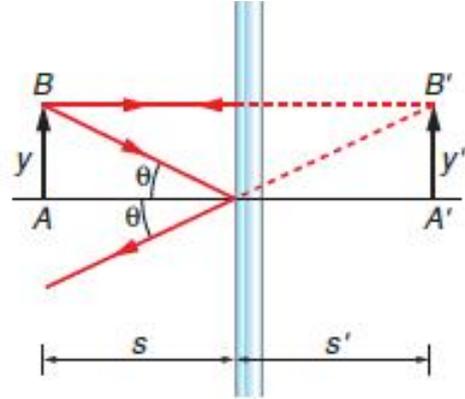
Este curso nos centraremos en el estudio de los espejos planos y esféricos (cóncavos y convexos).

### 1.3.1. ESPEJOS PLANOS

Para observar la imagen de un punto objeto luminoso tenemos que realizar las prolongaciones de los rayos reflejados. Al aplicar la ecuación del dioptrio plano,

$$\frac{n}{s} = \frac{n'}{s'} \Rightarrow \boxed{s' = s}$$

La imagen producida en un espejo plano es virtual, simétrica respecto al plano del espejo, derecha, de igual tamaño e idéntica distancia que el objeto por detrás del espejo.



### 1.3.2. ESPEJOS ESFÉRICOS

Los espejos esféricos pueden ser concavos o convexos. Si la superficie reflectora es la interior es un espejo concavo ( $R < 0$ ), si es la exterior se trata de un espejo convexo ( $R > 0$ ). Como elementos principales tiene los mismos que el dioptrio esférico salvo que en este caso sólo existe una distancia focal y por tanto, un solo foco.

La **ecuación fundamental de los espejos esféricos** se obtiene a partir de la ecuación del dioptrio esférico,

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} \quad \xrightarrow{n' = -n} \quad \boxed{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}}$$

#### 1.3.2.1. DISTANCIA FOCAL

Si sobre el espejo incide un haz de rayos paralelos,  $s = -\infty$ , al aplicar la ecuación fundamental de los espejos esféricos calculamos el valor de  $s'$  que es la distancia focal imagen,  $f'$ .

$$\frac{1}{f'} + \frac{1}{-\infty} = \frac{2}{R} \Rightarrow f' = \frac{R}{2} \quad \frac{1}{-\infty} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R} \Rightarrow f = \frac{R}{2}$$

De igual forma, cuando se consideran rayos que parten del foco e inciden sobre el espejo, éstos saldrán paralelos al eje óptico ( $s' = -\infty$ ) y podremos calcular el valor de  $s$  y por tanto, la distancia focal objeto  $f$ .

Como podemos observar, ambos focos son el mismo y de ahí que solo se hable de una distancia focal y de un foco. Quedando la distancia focal como la mitad del radio de curvatura del espejo esférico.

$$f = f' = \frac{R}{2}$$

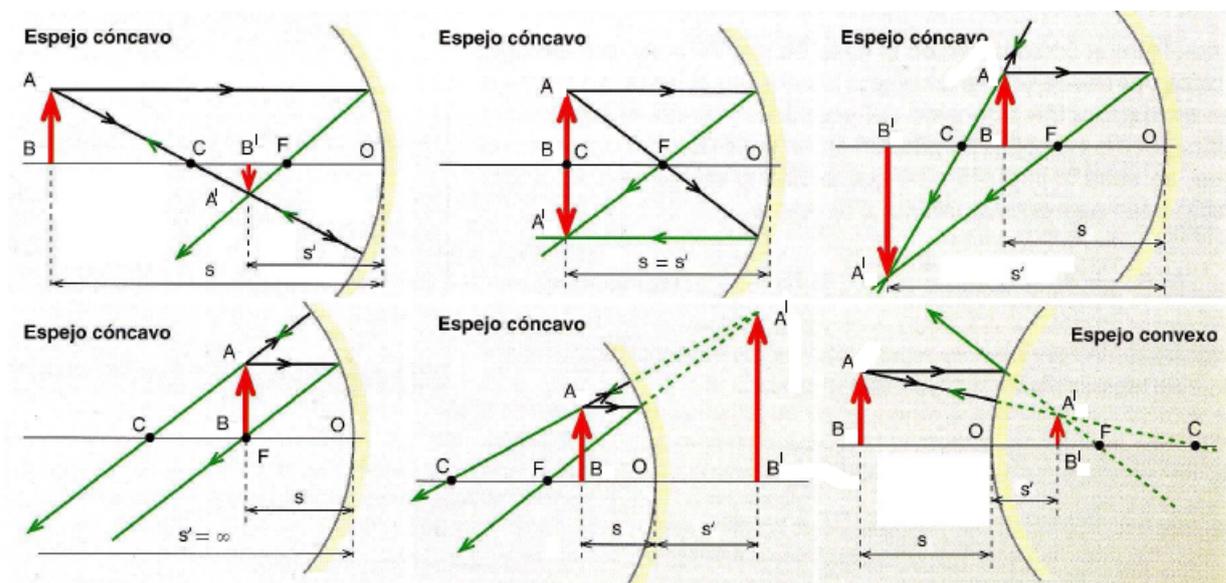
Utilizando la expresión de la distancia focal podemos redefinir la ecuación fundamental de los espejos esféricos como,

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

### 1.3.2.2. CONSTRUCCIÓN DE UNA IMAGEN

Al igual que en el dioptrio esférico, para calcular la imagen habrá que hallar el punto de corte de tres rayos:

- El primer rayo es el propio eje del espejo, el cual se refleja en el espejo sin sufrir ninguna desviación y se refleja siguiendo la misma trayectoria original.
- El segundo rayo a considerar es aquel que pasa por el foco de un espejo cóncavo, o se dirige al foco de un espejo convexo, y se refleja paralelamente al eje óptico.
- Por último, tomamos un rayo paralelo al eje óptico y que al reflejarse, pasa por el foco de un espejo cóncavo o parece que proviene del foco de un espejo convexo.



Los espejos cóncavos generan todo tipo de imágenes en función de donde se encuentre el objeto a lo largo del eje óptico, sin embargo, las imágenes formadas por espejos convexos son siempre virtuales, derechas y menores que el objeto.

ESPEJO	SITUACIÓN DEL OBJETO	IMAGEN
Cóncavo	$s > C$	Real, invertida y menor
Cóncavo	$s = C$	Real, invertida, igual y situada en C
Cóncavo	$f < s < C$	Real, invertida y mayor
Cóncavo	$s = f$	No existe imagen
Cóncavo	$s < f$	Virtual, derecha y mayor
Convexo	Cualquier punto	Virtual, derecha y menor

### 1.3.2.3. TAMAÑO DE LA IMAGEN

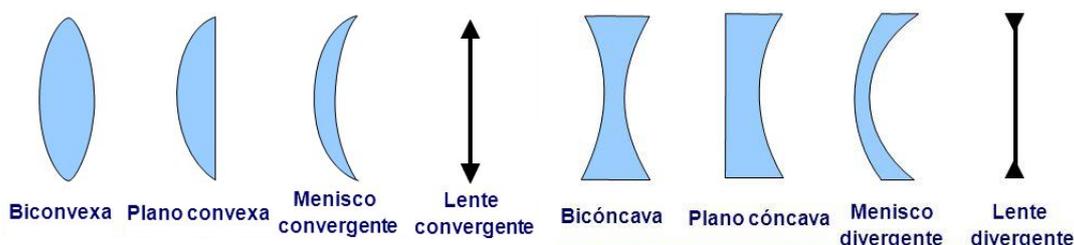
El tamaño lateral o tamaño de las imágenes formadas se calcula a partir de la ecuación del dioptrio esférico,

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{n s'}{n' s} \xrightarrow{n' = -n} \boxed{M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}}$$

## 1.4. LENTAS DELGADAS

Las lentes están construidas con un material transparente (generalmente vidrio), limitadas por dos caras esféricas o por una plana y otra esférica, por tanto, es un sistema óptico formado por dos dioptrios. Cuando hablamos de *lentes delgadas*, estamos diciendo que su espesor es despreciable en relación a la longitud de sus radios de curvatura. Existen dos tipos de lentes:

- **CONVERGENTES:** Son aquellas que son más gruesas por el centro y concentran los haces. La distancia focal imagen,  $f'$ , es positiva.
- **DIVERGENTES:** Éstas son más gruesas por los bordes y separan los haces. El foco imagen es virtual y por tanto, su distancia focal imagen es negativa.



Si el índice de refracción de la lente es  $n$ , con radios de curvatura  $R_1$  y  $R_2$  e inmersa en el aire ( $n_{\text{aire}} = 1$ ), un rayo de luz que atravesará la lente sufrirá dos refracciones al pasa por cada una de las superficies de la lente. Aplicando la ecuación fundamental del dioptrio esférico a cada caso y sumando ambas expresiones llegamos a la **ecuación fundamental de las lentes delgadas** o **fórmula del constructor de lentes**:

$$\begin{array}{l} \text{Primera cara} \quad \frac{n}{s'_1} - \frac{1}{s} = \frac{n-1}{R_1} \\ \text{Segunda cara} \quad \frac{1}{s'} - \frac{n}{s'_1} = \frac{1-n}{R_2} \end{array} \quad \boxed{\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}$$

Una lente posee dos focos, situados en el eje, uno a cada lado y a igual distancia de ella cuando se trata de lentes delgadas ( $f = f'$ ). El foco imagen,  $f'$ , es un punto tal que es la imagen de otro situado en el eje y en el infinito ( $s = -\infty$ ), allí se concentran los rayos paralelos al eje óptico. El foco objeto,  $f$ , es un punto cuya imagen está en el eje y en el infinito ( $s' = \infty$ ), los rayos que inciden en la lente procedentes de  $f$  salen de ella paralelos al eje óptico.

Como ambos focos se encuentran a igual distancia de la lente,

$$\boxed{\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}}$$

El poder de refracción de la lente está dado por la convergencia de la lente o más comunmente por la **potencia de la lente**,  $P$ . La potencia se define como la inversa de la distancia focal imagen  $f'$  y se mide en dioptrías ( $D = m^{-1}$ ) si la distancia focal se mide en metros.

$$\boxed{P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}}$$

El **aumento lateral**, ( $M_L$ ), en una lente delgada viene dado por,

$$\boxed{M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}}$$

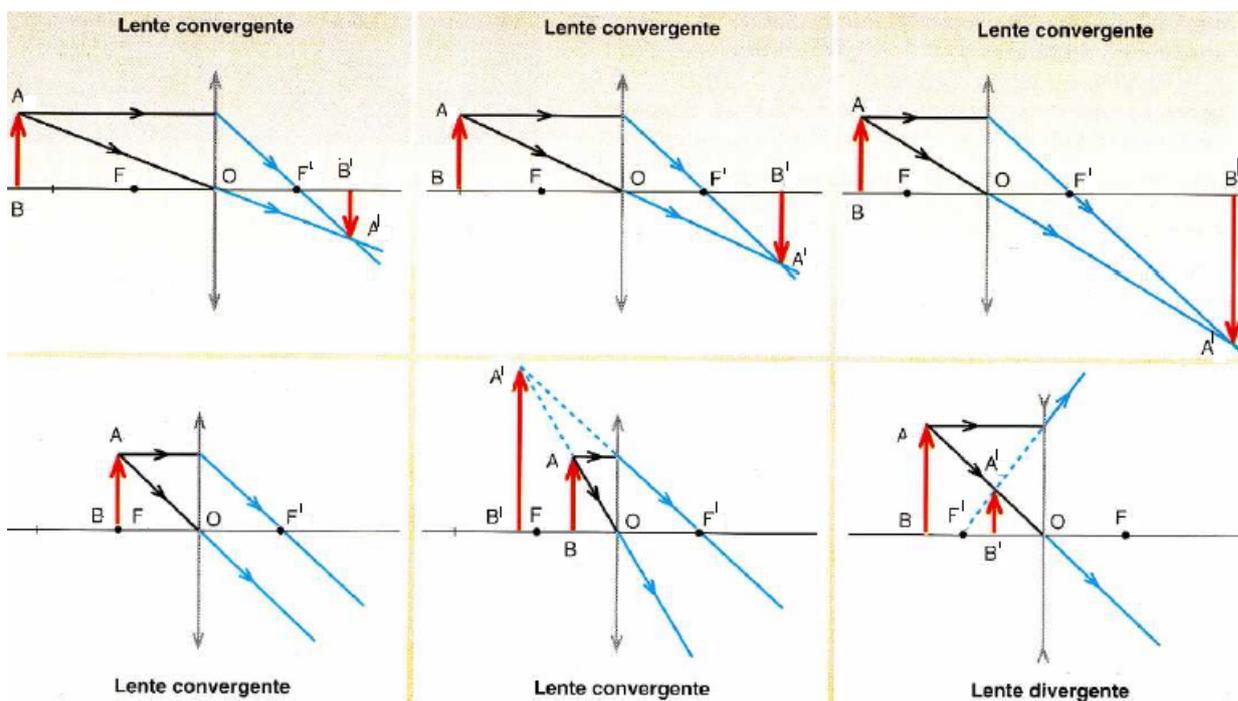
Los tamaños de la imagen y del objeto están en la misma relación que sus distancias a la lente.

### 1.4.1. CONSTRUCCIÓN DE UNA IMAGEN

Trazamos tres rayos para hallar el punto imagen de un objeto:

- El primer rayo es el propio eje de la lente, pasa por su centro geométrico y no se desvia por ser la lente delgada.
- El segundo rayo le trazamos paralelo al eje óptico, una vez refractado pasa por el foco imagen  $F'$ .
- Por último, el tercer rayo le hacemos pasar por el foco objeto,  $F$ , y al refractarse emergerá paralelo al eje óptico de la lente.

La imagen del punto objeto se halla con la intersección de dos de los rayos anteriores.



LENTE	SITUACIÓN DEL OBJETO	IMAGEN
Convergente	$s > 2f$	Real, invertida y menor
Convergente	$s = 2f$	Real, invertida, igual y situada en $2f$
Convergente	$f < s < 2f$	Real, invertida y mayor
Convergente	$s = f$	No existe imagen
Convergente	$s < f$	Virtual, derecha y mayor
Divergente	Cualquier punto	Virtual, derecha y menor

## 1.5. ANÁLISIS Y CONSTRUCCIÓN DE INSTRUMENTOS ÓPTICOS

Los instrumentos ópticos se destinan para obtener imágenes de los objetos a examinar. Se clasifican en:

- **Instrumentos de proyección:** Este tipo de aparatos tienen como finalidad formar una imagen real sobre una pantalla (proyector, cámara fotográfica, . . .). Por ejemplo, el proyector, genera una imagen mayor y real gracias a un sistema de lentes convergentes, sin embargo, la cámara fotográfica da lugar a una imagen menor, real e invertida.
- **Instrumentos de observación:** Generan imágenes virtuales y pueden destinarse a la observación de objetos lejanos (prismáticos o telescopios) o próximos (lupa y microscopio). Generalmente las imágenes se forman en el infinito, con lo cual se elimina la fatiga muscular causada por la acomodación.

### 1.5.1. LA LUPA o MICROSCOPIO SIMPLE

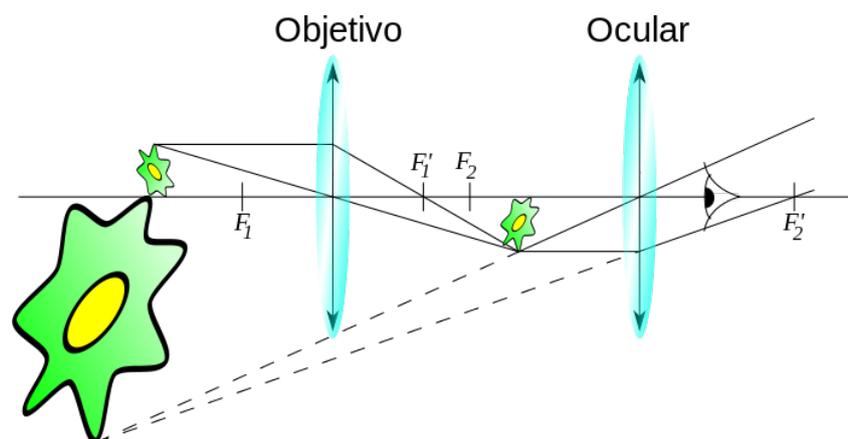
Al acercar el ojo para examinar un objeto el ángulo visual y la imagen retiniana se hacen más grande. Utilizando una lente convergente podemos aumentar el ángulo visual y formar imágenes virtuales, derechas, aumentadas y con ángulos aparentemente mayores de objetos colocados dentro de la distancia focal.

Para evitar la fatiga de la acomodación se coloca la lupa de modo que coincida con el foco, la imagen se forma en el infinito y el ojo podemos colocarlo a cualquier distancia de la lupa.

### 1.5.2. EL MICROSCOPIO ÓPTICO

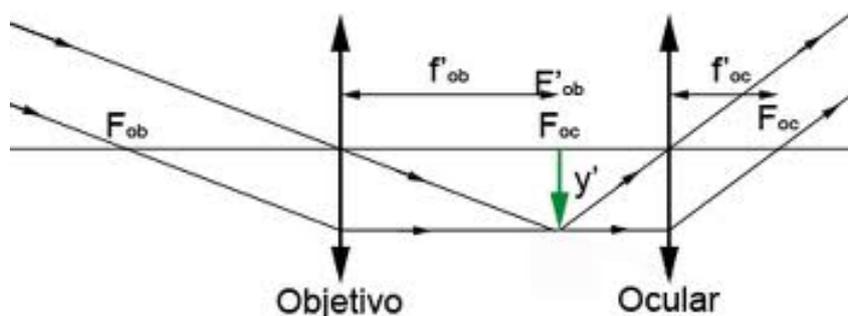
Producen aumentos mayores que la lupa, esencialmente constan de dos lentes convergentes, el objetivo y el ocular. Ambos se encuentran insertados en el mismo tubo y el enfoque se realiza alejando o acercando el tubo para que el objeto quede ligeramente fuera de la distancia focal del objetivo. Esto origina una imagen intermedia  $I'$  real, invertida y mayor que recogida por el ocular dentro de la distancia focal la observa como si fuera una lupa.

Por último, la imagen  $I$  formada por la lente convergente del ocular es virtual, invertida y mayor. El aumento total de la imagen en relación al objeto es igual al producto del aumento proporcionado por el objetivo y el del ocular.



### 1.5.3. EL TELESCOPIO

Al igual que el microscopio óptico, está formado por dos lentes convergentes. Sin embargo, al observar objetos muy lejanos, los rayos procedentes del objeto llegan paralelos entre sí y se forma una imagen real en el plano focal del objetivo, cuya distancia focal es muy grande. El ocular se suele situar de manera que coincida su foco objeto con el foco imagen del objetivo, así, la imagen final es virtual e invertida.

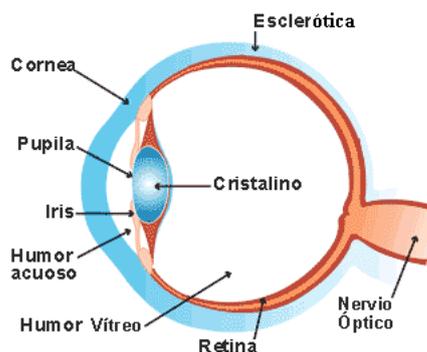


Existen telescopios refractores y reflectores en función de que se usen lentes o espejos para recoger la luz de los objetos respectivamente.

### 1.6. EL OJO HUMANO

El ojo humano tiene una membrana dura y opaca que lo envuelve, la *esclerótica*, cuya parte anterior se hace más curvada y transparente, constituyendo la *cornea*. La luz penetra por ella y se encuentra con líquido transparente, el *humor acuoso* incidiendo sobre el *crystalino* que es una sustancia gelatinosa en forma de lente biconvexa y sostenida por los *músculos ciliares*.

Delante del cristalino esta el *iris* cuyo color varia de unos individuos a otros y actúa a modo de diafragma, dejando pasar la luz a través de un orificio circular, la *pupila*, cuyo tamaño controla a fin de regular la intensidad luminosa que penetra. En el interior del ojo se encuentra el *humor vitreo* y en el fondo la *retina*, que es la prolongación del *nervio óptico*.



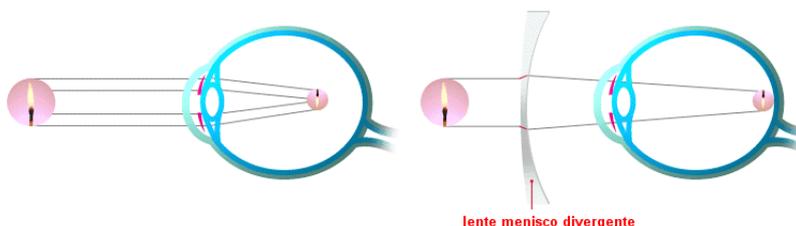
La retina contiene los organos sensibles a la luz, las celulas denominadas conos y bastones, receptores de la radiación electromagnética visible. Su distribución es irregular, los conos son sensibles a los colores y sirven para ver a plena luz, los bastones se encargan de la visualización cuando la luz es débil.

El ojo equivale a un sistema óptico centrado convergente, los rayos que penetran en él experimentan una serie de refracciones para terminar convergiendo en la retina. La imagen se forma invertida y es el cerebro el encargado de ponerla derecha. Un ojo normal posee su foco imagen en la retina. Los músculos ciliares, encargados de la acomodación, actuan sobre el cristalino haciendolo más esférico y aumentando la convergencia para que la imagen se forme en la retina a cualquier distancia.

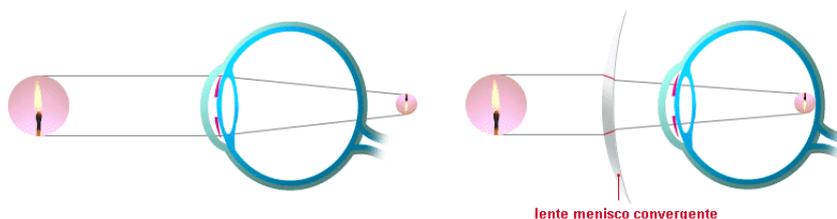
Los límites del intervalo donde es posible una visión clara y distinta son los llamados **puntos remotos** y **próximos** respectivamente. El punto remoto para un ojo normal se encuentra en el infinito y el próximo a unos 25 cm. La agudeza visual es el ángulo mínimo bajo el cual pueden verse dos puntos separados.

### 1.6.1. DEFECTOS DE LA VISIÓN

- **MIOPÍA:** La imagen de una punto lejano se forma antes de la retina, sus puntos remoto y próximo se acercan, con lo cual no pueden verse los objetos alejados pero sí y muy bien los objetos a distancias cortas. Es un exceso de convergencia que se corrige con lentes divergentes.



- **HIPERMETROPÍA:** Forma la imagen de un punto lejano detrás de la retina, por lo que a todas las distancias, la visión se realiza por acomodación. Al mismo tiempo, el punto próximo se aleja como en la vista cansada, se corrige con lentes convergentes.



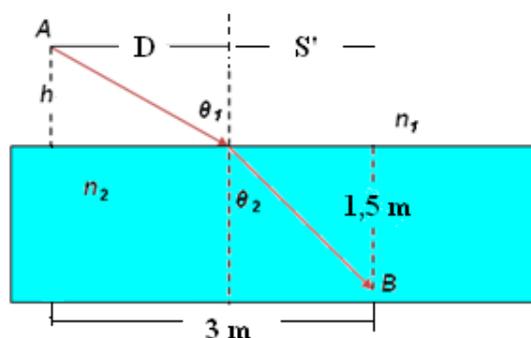
- **ASTIGMATISMO:** Se refiere a un defecto en el cual la superficie de la córnea no es perfectamente esférica, sino que tiene una curvatura mayor en un plano que en otro. El astigmatismo no permite enfocar simultáneamente con nitidez las barras horizontales y verticales. En este caso se necesitan lentes correctoras cilíndricas.
- **PRESBICIA:** Con la edad, el punto próximo aumenta debido a la pérdida de elasticidad del cristalino y a la debilidad de los músculos ciliares. Aproximadamente, a los 60 años se encuentra a 2 metros y para su corrección se deben utilizar lentes convergentes. Este defecto se conoce más comúnmente como vista cansada.
- **CATARATAS:** Con el paso del tiempo el cristalino se vuelve opaco impidiendo el paso de la luz. Se soluciona realizando una operación quirúrgica en el que se sustituye el cristalino por una lente de plástico intraocular.

## 1.7. PROBLEMAS RESUELTOS

1. Una persona mira el agua de un estanque con un ángulo de  $40^\circ$  y ve un pez que nada a 1,5 m de profundidad y a 3 m de la orilla. ¿Desde que altura mira la persona?. Dato,  $n_{agua} = 1,33$

Para hallar la altura de la persona,  $h$ , tan sólo tenemos que realizar la tangente de  $40^\circ$

$$\tan 40^\circ = \frac{h}{D} \Rightarrow h = D \tan 40^\circ$$



Donde  $D$  es la distancia horizontal que recorre el rayo luminoso fuera del agua.

Aplicando la ecuación de Snell hallamos el valor del ángulo refractado y por consideraciones geométricas calculamos la distancia horizontal recorrida por el rayo dentro del agua

$$n_{aire} \sin \hat{i} = n_{agua} \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{r} \approx 35^\circ$$

$$\tan \hat{r} = \frac{s'}{\text{profundidad}} \Rightarrow s' = 1,5 \cdot \tan 35^\circ = 1,05 \text{ m}$$

El valor de  $D$  viene dado por la resta correspondiente y así calculamos la altura de la persona,

$$D = 3 - s' = 1,95 \text{ m} \Rightarrow h = 1,95 \cdot \tan 40^\circ = 1,63 \text{ m}$$

2. Un buceador enciende una linterna debajo del agua ( $n_{agua} = 1,33$ ) y dirige el haz luminoso hacia arriba y formando un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical. Determina:

- a) El ángulo con el que emergerá la luz del agua.

b) El ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua.

a) Aplicando la ley de Snell de la refracción,

$$n_{agua} \sin \hat{i} = n_{aire} \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{r} = 42^\circ$$

En este caso, el rayo emergente se aleja de la normal ya que el segundo medio es menos refringente.

b) Para hallar el ángulo límite (reflexión total), el ángulo de refracción debe ser de  $90^\circ$

$$n_{agua} \sin \hat{i} = n_{aire} \sin 90^\circ \Rightarrow \hat{i} = 49^\circ$$

Cuando el ángulo de incidencia sea mayor de  $49^\circ$  tendremos reflexión total y no habrá rayo refractado, el rayo luminoso no podrá escapar del agua.

3. Se coloca un objeto de 2,0 cm de altura a 30,0 cm de un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura mide 20,0 cm. Calcula:

a) La distancia focal

b) La posición de la imagen y su tamaño

a) La distancia focal podemos calcularla a partir de la relación entre ésta y su radio. Eso sí, hay que tener en cuenta que el radio del espejo cóncavo es negativo,

$$f = \frac{R}{2} = -10,0 \text{ cm}$$

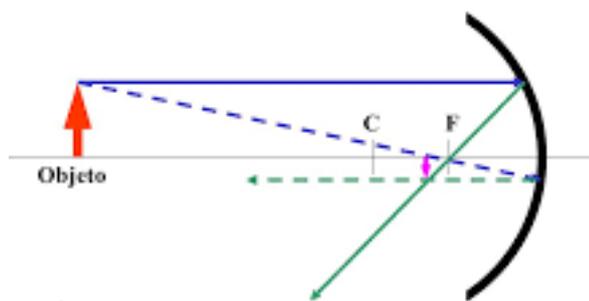
b) Con la ecuación fundamental de los espejos (ley de Gauss) calculamos la posición de la imagen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{-10} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{-30} \Rightarrow s' = -15 \text{ cm}$$

Para hallar el tamaño de la imagen se calcula con la expresión del aumento lateral

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow y_2 = -\frac{y_1 s'}{s} = -1,0 \text{ cm}$$

Al estar el objeto más alejado que el radio del espejo, la imagen es menor, invertida y real.



4. Se tiene una lente biconvexa con un índice de refracción  $n=1,5$  con ambos radios de curvaturas iguales a 10 cm. Calcula:

- Las distancias focales de la lente
  - La posición del objeto para que la imagen tenga el mismo tamaño que el objeto
  - La velocidad de la luz en el interior de la lente
- a) Con la ecuación del constructor de lentes, teniendo en cuenta los radios de la lente, hallamos el valor del foco imagen,  $f$

$$\frac{1}{f'} = (n_l - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \frac{1}{f'} = (1,5 - 1) \left( \frac{1}{0,1} - \frac{1}{-0,1} \right) \Rightarrow$$

$$f' = -f = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

- b) Para este apartado utilizamos la ecuación de las lentes delgadas. Para hallar el valor de  $s'$  y  $s$  nos valemos del tamaño de la imagen, es decir, según nos dice el enunciado, el tamaño de la imagen y el objeto es el mismo.

$$\beta = -\frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -s$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{0,1} = \frac{1}{-s} - \frac{1}{s} \Rightarrow s = -20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

- b) Por último, si hacemos uso del índice de refracción calculamos el valor de la velocidad en el interior de la lente.

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = 2 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

5. Un ojo miope cuyo punto remoto está situado a 40 cm ¿qué lente correctora debe utilizar?

Por el enunciado sabemos que la imagen de un objeto en el infinito ( $s = -\infty$ ) debe situarse a 40 cm del ojo ( $s' = -40 \text{ cm}$ ). Aplicando la ecuación de las lentes delgadas podemos calcular la distancia focal imagen.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = -40 \text{ cm} = -0,4 \text{ m}$$

Al ser la distancia focal negativa, la lente es divergente y de valor,

$$P = \frac{1}{f'} = -2,5 \text{ dioptrías}$$