

地震初至波走时的有限差分计算^①

张霖斌 姚振兴 纪 晨

(中国科学院地球物理研究所, 北京 100101)

摘 要 本文提出了用有限差分解程函数方程求取地震初至波走时的快速、精确方法.算法考虑了首波、散射波并采用新的延拓方法,在任意复杂的速度结构中能得到精确的结果.本方法对叠前偏移、层析成像是非常适宜的.

关键词 程函数方程 地震初至波走时 有限差分

1 前 言

地震波走时计算在地震资料的叠前偏移、层析成像中有着极其重要的作用.传统的射线方法(1)的主要缺陷在于:在复杂速度结构地质模型中难以处理焦散面及阴影区等问题;进行两点射线追踪时,计算量很大,只能求出一条射线路径和走时且不能保证它是最小走时.为此,Vidale(1988)提出了一种新的解决办法,即在直角坐标系下用有限差分法直接解程函数方程,在计算过程中,从震源出发按矩形盒向外延拓的方式模拟波向外传播,每次延拓时分别由每条矩形盒边的相对最小走时点开始,这样可依次得到模型网格点初至波的走时,进而由计算的时间场的最速下降方向得到每一接收点到震源的射线路径.然而,Vidale的方法存在不稳定问题,即其有限差分计算中可能出现负数的开平方,同时由于采用的按矩形盒向外延拓的方式,在计算过程中不能处理向震源方向传播的情况,因此,在复杂速度模型中,这种方法可能得到不正确的结果.Qin等(1992)对Vidale的方法进行改进,提出的波前扩展方法减少了不稳定性问题,在扩展过程中需要找出波前面上最小的走时点使得这种方法计算量很大.Podvin(1991)等则对有限差分算子进行改进,考虑了体波、首波和散射波,使局部算法稳定,并提出了反向延拓的算法,从而得到了复杂模型的初至波走时,由于他们采用的是一阶差分近似,其精度比Vidale的方法低.

本文对Vidale的方法进行改进,在局部的有限差分算法中考虑体波、首波和散射波的存在,同时采用了反向延拓算法,使本算法既能适应复杂的速度模型,又保留了有限差分法所具有快速、精确的优点.文中给出本方法的基本原理,并以数值实例表明方法的有效性.

^①本文1996年4月30日收到.

2 算法的基本原理

对于二维问题，程函方程为：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial t}{\partial x} \\ - \\ \frac{\partial t}{\partial z} \end{bmatrix}^2 + \begin{bmatrix} \frac{\partial t}{\partial z} \\ - \\ \frac{\partial t}{\partial x} \end{bmatrix}^2 = S^2(x,z) \tag{1}$$

其中： $t(x,z)$ 为走时， $S(x,z)$ 为慢度（速度的倒数）。我们将速度模型离散成矩形网格，网格边长为 h ，每个网格内的慢度为常数（或以网格四个结点慢度平均作为该网格的慢度）。

Vidale(1988)给出了已知 t_a 、 t_b 、 t_c 时，(1) 式中心有限差分的两种计算格式，如图 1 (a)、(b) 所示。对于图 1 (a)，由有限差分近似有：

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{2h}(t_d + t_c - t_b - t_a)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{1}{2h}(t_d + t_b - t_c - t_a)$$

对于图 1(b)，有：

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{2h}(t_c - t_b)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{1}{h}(t_d - t_a)$$

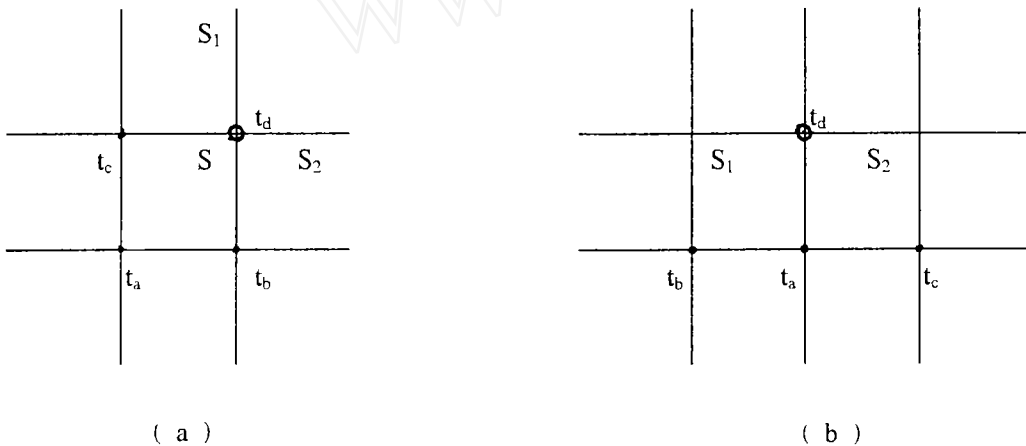


图 1 已知 t_a 、 t_b 、 t_c ，计算 t_d 的有限差分网格示意图。 S 、 S_1 、 S_2 分别为图中网格的慢度

代入(1)式, 可得到图 2(a)的有限差分公式:

$$t_d = t_a + \sqrt{2(hs)^2 - (t_c - t_b)^2} \quad (2)$$

图 2 (b) 的有限差分公式为:

$$t_d = t_a + \sqrt{(h\bar{s})^2 - 0.25(t_c - t_b)^2} \quad (3)$$

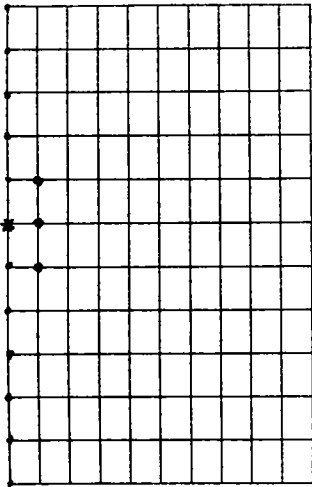


图 2 “*”为震源的位置,
“•”表示给定的初始时间点

式中, \bar{s} 为两个网格慢度的平均值, 即 $\bar{s} = \frac{(S_1 + S_2)}{2}$. 以上有限差分近似实际上是以局部

平面波对球面波进行近似, 由于采用的有限差分是二阶精度, 因此比 Podvin 等 (1991) 的方法精度高. 由局部算法 (2)、(3) 式, Vidale 提出了按矩形盒方式进行扩展延拓. 然而, 在复杂速度结构模型中, 这一方法不能得到正确结果, 其原因我们认为有两个: 首先, 局部算法只适用于小于临界角入射的情况, 大于临界角入射时, 局部算法出现根号内为负数; 其次, 按矩形盒方式进行扩展延拓不能处理出现首波时波反向向震源传播的情况, 因而这种扩展方式违反了因果律. 为此, 我们必须对局部算法及延拓算法进行改进.

2.1 局部算法

在局部算法中, 我们考虑复杂模型中存在首波和散射波的情况. 以图 1 (a) 为例, 考虑首波的存在有:

$$t_d^{(1)} = t_c + \min(S, S_1)h \quad (4a)$$

$$t_d^{(2)} = t_b + \min(S, S_2)h \quad (4b)$$

考虑散射波的存在有:

$$t_d^{(3)} = t_a + \sqrt{2}Sh \quad (5)$$

对于图 2(b), 有:

$$t_d^{(1)} = t_a + \min(S_2, S_1)h \quad (6a)$$

$$t_d^{(3)} = t_c + \sqrt{2}S_2h \quad (6b)$$

$$t_d^{(3)} = t_b + \sqrt{2}S_1h \quad (7)$$

在计算过程中, 同时用有限差分(2)及(4)、(5)式或(3)及(6)、

(7) 计算出 t_d , 选取最小值即为该点的初至走时, 若差分格式根号内为负数, 则仅计算(4)、(5)或(6)、(7), 取最小值作为该点的初至走时.

2.2 延拓算法

以图 2 为例说明我们的延拓计算过程.延拓由震源所在的列开始, 向右逐列进行.首先, 给出震源相邻的点及震源所在的列的走时 (这些走时将以下的正、反向延拓中得到修改, 最终得到正确值), 按图 3 (a)、(b) 的扫描计算方式从上到下、从下到上用上述的局部算法由已知 t_0 、 t_1 、 t_2 及 t_3 计算出下一列各网格点的走时 (如图中为需计算点), 直至模型的右边界为止.在计算过程中, 若 $t_0 < t_1$, $t_0 < t_3$, 即 t_0 为局部极小值点, 此时差分格式用 (3) 式由 t_0 、 t_1 、 t_3 计算出 t ; 否则用 (2) 式由 t_0 、 t_1 、 t_2 式计算出 t .在正向延拓过程中, 一旦出现首波, 则记下这一列的列号, 待完成向右的正向延拓后, 由该列进行向左的反向延拓, 其从上到下、从下到上的反向扫描计算如图 3 (c)、(d), 若得到的走时比原来的小, 则替代原来的值, 否则保留原值.所有的反向延拓完成之后, 再进行一次由震源所在的列开始的正向延拓, 则可得到每一网格点的精确初至走时.

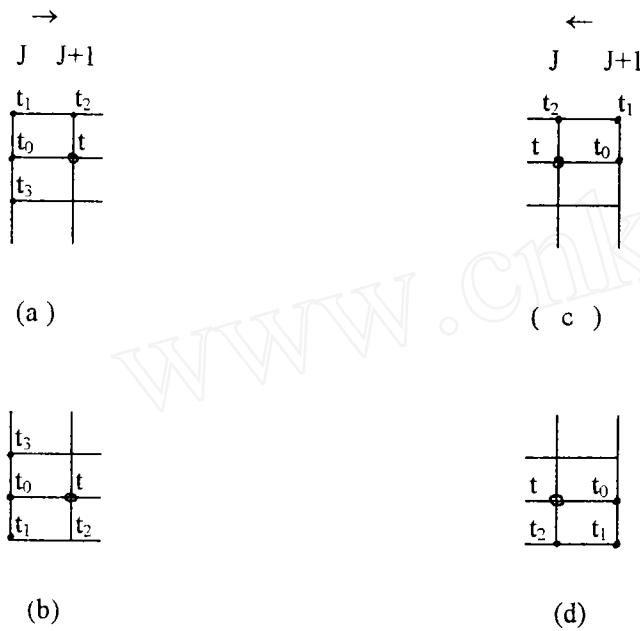


图 3 (a)为从上到下、(b)为从下到上由 J 列计算 J+1 列正向延拓扫描计算示意图.(c)为从上到下、(d)为从下到上由 J+1 列计算 J 列反向延拓扫描计算示意图.

t_0 、 t_1 、 t_2 、 t_3 为已知走时点, t 为需计算的走时点

与 Podvin 等 (1991) 的方法不同, 我们的反向延拓是在正向延拓完成之后进行的, 同时所采用的扫描计算更易于实现并行计算.

3 计算实例

为验证本方法的有效性, 我们给出了三个典型速度模型的数值实例. 算例中, 震源均位于模型的左上角, 网格的步长为 10m, 网格数为 80×80.

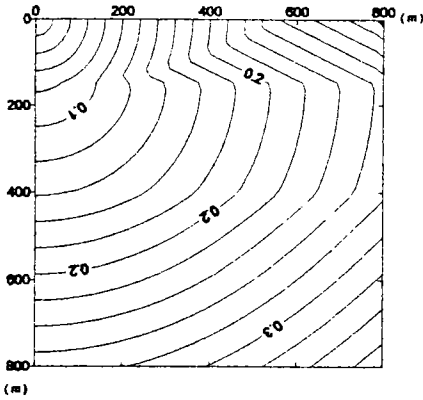


图 4 三层介质速度模型的波阵面图
介质的速度分别为 2000m/s, 4000m/s,
3000m/s

算例一为三层介质速度模型, 速度分别为 2000m/s, 4000m/s, 3000m/s, 计算得到的波阵面如图 4. 由于第二层为高速层, 因此, 图中第一层内产生了首波.

算例二的三层介质速度模型的速度分别为 2000m/s, 1500m/s, 3500m/s, 计算得到的波阵面如图五所示. 第二层为低速层, 因此计算得到的波阵面在第二层内近似为平面波波前, 同时由于第三层为高速层, 在该层内出现了首波.

算例三为一复杂的速度模型, 模型由一倾斜界面组成, 界面上方的速度为 3000m/s, 并有一低速异常体, 其速度为 1000m/s, 界面面如图 6 所示. 图中可见, 沿倾斜界面产生首波, 而且在低速异常体内有首波的存在. 在这一模型中, Vidale 的方法不能得到正确的结果.

下方的速度为 6000m/s, 其波阵以上的模型中, 我们都采用了反向延拓, 计算结果表明本方法对于复杂的速度模型能够得到满意的效果.

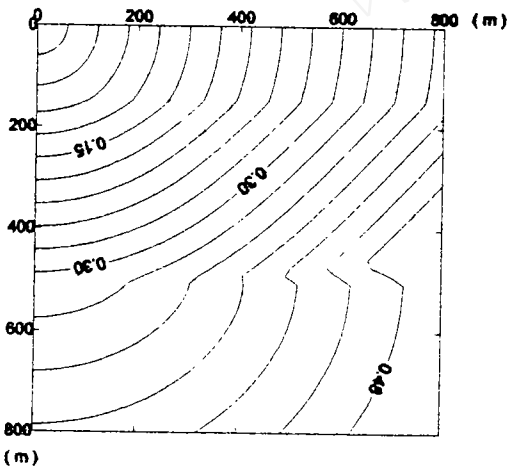


图 5 三层介质速度模型的波阵面图
介质的速度分别为 2000m/s, 1500m/s, 3500m/s

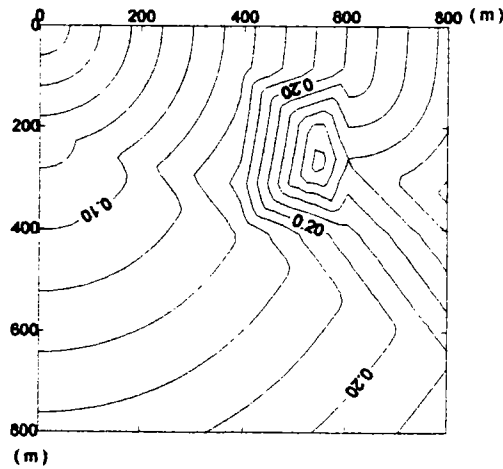


图 6 复杂结构速度模型波阵面图
下层为倾斜层, 速度为 6000m/s, 上层速度为
3000m/s, 低速块体的速度为 1000m/s

4 结论

本文提出的有限差分求取地震初至波走时的方法, 由于考虑了首波、散射波存在的情况, 同时采用反向延拓算法, 能处理波反向传播的情况, 因此, 在复杂的速度结构模型中本算法亦能得到精确的结果. 数值实例充分表明了本算法是正确有效的. 本方法除了具有快速、精确的优点外, 所采用的新的扫描算法易于实现并行计算, 因而非常适用于地震层析成像、叠前偏移等地震资料处理中.

参 考 文 献

- (1) Cerveny, V., Molotkov, I. A., and Psencik, I., Ray methods in seismology, Karlova Univerzita Press, 1977.
- (2) Podvin, P., and Lecomte, I., Finite difference computation of travetime in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools, *Geophys. J. Int.*, 105, 271–284, 1991.
- (3) Qin, F., Luo Y., Oslen, K. B., Cai W., and Schuster, G.T., Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts, *Geophysics*, 57, 478–487, 1992.
- (4) Reshef, M., and Kosloff, D., Migration of common-shot gathers, *Geophysics*, 51, 324–331, 1986.
- (5) Vidale, J., Finite-difference calculation of travel times, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 2062–2076, 1988.

FINITE DIFFERENCE CALCULATION OF SDIEMIC FIRST-ARRIVAL TRAVELTIME

Zhang Linbin Yao Zhenxing Ji Chen

(Institute of Geophysics, CAS, Beijing 100101)

Abstract

A fast accurate method for calculation of firstarrival travelttime with finite difference approximation to the eikonal equation is presented in this paper. In this method, refracted and diffraction waves are considered and a new extrapolation procedure is used. The accurate solutions could be obtained even for medium with strong inhomogeneities. the method is well suited for prestack migration and tomography.

Key words Eikonal equation, First-arrival travelttime, Finite Difference.