

# 确定(似)大地水准面的方法分析及适用性研究

张利明<sup>2</sup>, 李斐<sup>3</sup>

(1. 中国科学院测量与地球物理研究所, 武汉 430077; 2. 中国科学院研究生院,  
北京 100039; 3. 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430072)

**摘要** 本文从物理大地测量研究基本原理入手, 论述了确定(似)大地水准面的重力/水准法、GPS/水准法及 GPS/重力法, 对它们的特点、优劣以及适用性等进行分析研究, 结合实际应用提出一些改进的方法与建议。

**关键词** 物理大地测量, (似)大地水准面, GPS/水准法, GPS/重力边值问题

中图分类号 P22, P312

文献标识码 A

文章编号 1004-2903(2005)01-0198-06

## Research and analysis of quasi-geoid determination

ZHANG Li-ming<sup>1,2</sup>, LI Fei<sup>1,3</sup>

(1. *Institute of Geodesy and Geophysics, CAS, Wuhan 430077, China;* 2. *Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China;* 3. *Lab. Of Information Engineering of Survey and Mapping and Remote Sense, Wuhan University, Wuhan 430072, China*)

**Abstract** Based on the basic theory of physical geodesy. This paper discusses and analyzes some problems as follows. Firstly, the methods of gravimetric geoid, GPS/leveling and GPS/Gravity are reviewed; Secondly; their characteristics, advantages and problems are compared or analyzed; At last, according to the facts, some ways and means are put forward in order to improve on their precision.

**Keywords** physical geodesy, quasi-geoid, GPS/leveling, GPS/Gravity-BVP

## 0 引言

大地水准面是物理大地测量研究的主要对象之一,也是地球物理用以分析和反演地球内部物质结构的最重要手段之一.它是代表地球形状的一个封闭重力等位面,具体定义为与全球平均海水面重合的重力等位面.然而随着GPS技术的出现和广泛应用,理论上解决了物理大地测量研究中地球形状的确切问题,人们似乎觉得已经没有必要研究代表地球形状的(似)大地水准面.但是,在GPS出现之前,关于地球形状的描述,一直是以大地水准面或似大地水准面来表达,全球高程系统也都是以局部、区域及全球大地水准面或似大地水准面作为基准面.(似)大地水准面更重要的意义还在于为相关地球学科(如地球物理学、大地构造学、地球动力学、地震学

和海洋学等)研究地球内部结构和动力学过程提供基础信息.而仅仅依靠GPS的纯几何功能,对于具有一定物理内涵的(似)大地水准面的以及外部重力场结构分析,尚显得无能为力.因此,从实际应用的角度,作为高程基准的(似)大地水准面的获取仍有必要.

大地水准面和似大地水准面都是大地测量定义的高程系统的基准面.前者是测定正高的基准面,后者是测定正常高的基准面,它们是以地球重力场的位理论为基础,通过解算相应的边值问题或用纯几何方法来实现.确定(似)大地水准面就是确定(似)大地水准面相对于参考椭球面的起伏.目前主要有重力水准法、GPS/水准法以及GPS/重力方法.本文从物理大地测量研究基本原理出发,对上述三种方法的数学模型、应用条件及优劣进行比较论述.旨在

收稿日期 2004-05-05; 修回日期 2004-08-09.

基金项目 国家自然科学基金(40374005)、测绘遥感信息工程国家重点实验室开放基金(02-0201、WKL03-0201)和地理空间信息工程国家测绘局重点实验室基础测绘课题联合资助.

作者简介 张利明,男,1977年生,山西阳曲人,中国科学院硕士研究生,主要从事物理大地测量与大地测量数据处理研究与工作.

(E-mail: zhangli ming77@126.com)

为实际应用提供方法选择上的依据.

## 1 物理大地测量研究基本原理

物理大地测量的理论体系主要以 Stokes 理论和 Molodensky 理论为代表, 两者都是求解关于扰动位 Laplace 方程的自由边值问题. Stokes 理论是以大地水准面为边界面, 而在 Molodensky 理论中, 是以似地球表面为边界面的. 概括起来说, 物理大地测量理论可以由如下函数关系表述

$$g = F(S, W), \quad (1)$$

求解算子  $F$  的逆算子  $F^{-1}$ , 获得形状因子  $S$

$$S = F^{-1}(g, w). \quad (2)$$

在公式(1)和公式(2)中,  $g$  为重力或重力矢量,  $S$  为地球形状,  $W$  为地球表面的重力位. 在公式(2)中, 由于逆算子  $F^{-1}$  的求解仍然依赖于坐标  $S$ , 因此, 我们称问题(2)为自由边值问题. 由于自由边值问题的求解, 在数学上是一个较为困难的问题, 因而, 物理大地测量研究是通过线性化方法和应用扰动技术对问题进行迭代和逼近. 首先设定一个与地球形状最为接近的椭球(正常椭球), 以其作为实际地球的主体部分. 而实际地球与正常椭球的差异则用扰动场量加以分析. 这样我们就把地球形状的确切问题转化为地面至椭球面的距离问题(大地高  $h$  的求解问题).

关于大地高  $h$  的求解(见图1), 我们可以将其分为两部分:

$$h = H_1 + H_2,$$

其中: 一部分是可以通过直接测量和相对容易的计算而得到; 另一部分, 则是通过以地面观测值(重力场)为边界条件, 建立相应的关于扰动场量的微分方程或积分方程进行解算.

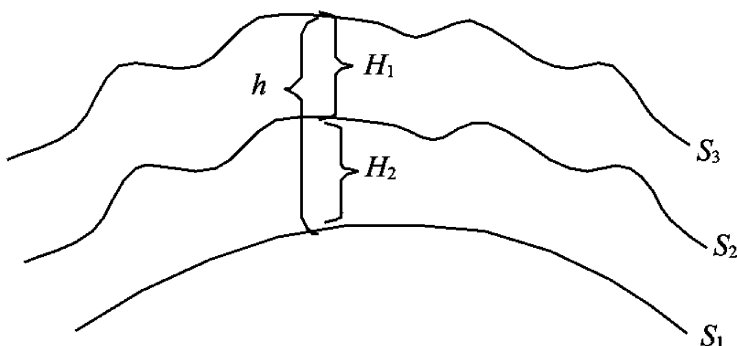


图1 大地高所对应的几何面

Fig.1 Surface corresponding to heights

在图1中,  $S_1$  代表正常椭球,  $S_3$  代表实际地球表面, 而  $S_2$  则在不同的理论中代表不同的介面.

在 Stokes 理论中, 可以通过重力水准测量获得的部分, 称为正高  $H$ , 对应图1 中为  $H_1 = H$ ; 而相应的起始面为  $S_2$ , 被定义为大地水准面. 而另一部分, 即大地水准面至正常椭球  $S_1$  之间的距离, 称为大地水准面高  $N$ , 即  $H_2 = N$ . 大地水准面高的确定需要建立和求解以重力异常  $g$  为边界条件的关于扰动位  $T$  的 Laplace 方程. 所得到的计算公式为经典的 Stokes 积分公式<sup>[1,2]</sup>

$$N = \frac{R}{4} \int g S(\sigma) d\sigma, \quad (3)$$

其中:  $G$  为正常椭球产生的正常重力;  $R$  为地球平均半径;  $g$  为大地水准面上的重力异常,  $S(\sigma)$  为 Stokes 函数. 因此, 图1 中的大地高  $h$  等于

$$h = H_1 + H_2 = H + N. \quad (4)$$

在 Molodensky 理论中, 是通过设定  $S_2$  上的正常位与实际地球表面上的重力位相等, 由正常位差 ( $S_2$  上的正常位与正常椭球  $S_1$  上的正常位之差) 与距离的关系, 计算出  $S_2$  至正常椭球面  $S_1$  之间的距离, 这一距离称之为正常高  $H^*$ . 此时,  $S_2$  称之为似地球表面. 而  $S_2$  至地面的距离被称为高程异常. 在图1 中,

$$H_1 = H^* + N.$$

它是通过建立以地面重力异常为边值、关于地面扰动位的积分方程而求解得到. 最终解式为 Molodensky 级数解<sup>[1,2]</sup>. 常用的一阶近似表达式为

$$H_1 = \frac{R}{4} \int (g + G_1) S(\sigma) d\sigma, \quad (5)$$

其中,  $g$  为地面重力异常;  $G_1$  为地形改正项. 此时, 图1 中的大地高  $h$  等于

$$H = H_1 + H_2 = H^* + N. \quad (6)$$

在这里, 大地水准面与似地球表面并非同一几何面, 它们是两个不同理论体系中的概念.

## 2 确定(似)大地水准面的主要方法

确定大地水准面的方法一般有三种: 重力水准法、GPS/水准法和 GPS/重力法.

### 2.1 重力水准法确定(似)大地水准面

所谓重力水准法就是利用地面的重力测量数据和水准数据作为基础数据, 按经典的 Stokes 理论或 Molodensky 理论确定局部重力场和(似)大地水准面. 用该方法确定的大地水准面称为重力(似)大地水准面. 在 Stokes 理论中, 是以大地水准面为边界面, 以其上的重力异常为边界条件通过解算扰动位  $T$  的 Laplace 方程得到(具体见公式3). 但在实际应

用中,我们只能得到地球表面上的重力数据,因此必须将其归算到大地水准面上,这就涉及到了密度的未知性问题,并且在地形起伏较大的区域,归算误差也比较大.为了避开密度的未知性问题和由此引起的误差,Molodensky 在1945年提出了 Molodensky 理论,即通过建立以地面重力异常为边值条件、通过求解第二类 Fredholm 积分方程得到地面扰动位的解.其最终的 Molodensky 级数解形式见(5)式.从式(5)可以看出 Molodensky 问题解和 Stokes 问题解在数学上有着密切的内在联系,Molodensky 级数解的零阶项就是 Stokes 积分,只是其中的重力异常为地面重力异常,一阶项也是 Stokes 积分形式.但其是个斜向导数问题,求解过程相当复杂. Stokes 理论和 Molodensky 理论都是通过 Bruns 公式将扰动位这一物理量转换成要求解的几何量.但它们分别确定的大地水准面高和高程异常是两个完全不同的概念,不可混为一谈.关于这两个理论具体公式在文中已有论及,这里不再重复.

在应用重力水准法确定(似)大地水准面时,理论上要求全球连续分布的重力数据,但实际情况并非如此,重力数据是离散的,并且在很多地区分布不均.在实用计算中,是通过对重力数据的插值拟合得到格网化的重力数据,然后通过 FFT 技术求得问题的逼近解,而远区的影响一般是用重力场模型顾及.大家都知道,Stokes 核函数的收敛性很慢,因为在 Stokes 函数的勒让德多项式展开式中,随着  $n$  增大,  $P_n(\cos \theta)$  的系数却几乎不减小,趋向于极限值 2.这也说明重力场模型的精度对解算结果有很大的影响,所以重力场模型的选择问题也是运用移去-恢复法中遇到一个值得注意的问题.为了提高结果精度,在此,建议用以下方法或手段加以改进:

(1) 在重力数据的格网化处理时,要选用适合本地区的拟合插值方法以保证插值精度.不适当的拟合方法将导致数据的失真.

(2) 运用各种重力场模型进行试算和结果分析(如与 GPS/水准法确定的(似)大地水准面进行比较),选出适合于本地区最好的重力场模型.

(3) 计算区域应有一定的面积,布点均匀合理,并且要进行适当的边缘拓展,这样才能顾及边缘区高频信息的影响而使精度得到进一步的提高.

(4) 根据精度要求,依据布点公式<sup>[8]</sup>.

$$n = \frac{3}{A} \frac{2c_{布}^4}{m_{布}^2}, \quad (7)$$

计算出测区格网所需测点数,这样可以实现格网精

度的统一.式中  $n$  为格网应测点数目; $A$  为方形格网面积; $c_{布}$  为格网所属地形类别的布格重力异常代表误差系数,是规范中规定的已知值; $m_{布}^-$  为格网平均布格重力异常的中误差,可与下式<sup>[8]</sup>计算得到,即:

$$m_{布}^- = [m_{空}^2 - (0.1116 m_H)^2] \quad (8)$$

其中,  $m_{空}^-$  是格网平均空间重力异常的中误差,是事先知道的已知量; $m_H$  是平均地形高程中误差,也是事先确定的精度指标.

重力水准法确定(似)大地水准面自19世纪中叶 Stokes 理论诞生以来,一直是确定地球形状的主要方法之一.其精度主要通过提高重力数据的精度和分辨率加以改善.但是由于其理论体系无法突破自由边值问题的固有缺陷,使得计算模型的改善难有实质性的进展.直到 GPS 技术出现后,这种情况才出现了改善.

## 2.2 GPS/水准法确定(似)大地水准面

从1978年发射第一颗 GPS 试验卫星以来,利用该系统进行定位的研究、开发和实验工作,发展异常迅速.其定位原理是以 GPS 卫星和用户接收机天线之间的距离(或距离差)观测量为基础,并根据已知的卫星瞬时坐标,来确定用户接收机天线所对应的点位,其定位方法的实质就是测量学中的空间后方交会.由于利用 GPS 技术可以确定地球上任何点的三维坐标,即我们可以求得任何点的大地高  $h$ ,而水准测量可以得到该点的正高或正常高,这样 GPS/水准法应用而生.所谓 GPS/水准法,是一个纯几何的方法,不用建立微分方程,没有求解数学模型所带来的误差,是直接利用 GPS 和水准测量资料,按公式

$$= h - H^*, \text{ 或}$$

$$N = h - H \quad (9)$$

计算高程异常和大地水准面高  $N$  的方法.根据所测点的坐标和  $N$  值,采用数学的拟合的计算方法,拟合出测区内的(似)大地水准面.这种方法的原理很简单,下面就具体说明其详细过程.

在一个区域性的测区内,我们可以根据地形的情况,选取一些分布合理、密度合理的 GPS 观测点,并进行水准测量,然后根据式(7)计算各点的高程异常或大地水准面高  $N$ (在这里,有时不是一个高程系统时,就需要不同高程系统之间的转换.这样我们就可以建立测区(似)大地水准高的数学模型,一般可表示为

$$= f(B, L) \text{ 或 } N = f(B, L), \quad (10)$$

其中  $B$  和  $L$  分别表示大地纬度和大地经度。 $f(B, L)$  为与测区(似)大地水准面相拟合的数学面。根据实际情况, 可以采用平面拟合、二次曲面拟合、多面函数拟合等方法。在高程异常已知点上, 则可写出

$$h_i = h - H^* \text{ 或 } N_i = h - H^*, \quad (11)$$

我们可以根据上式和  $f(B, L)$  具体拟合函数写出误差方程组的一般形式

$$V = Ax + L, \quad (12)$$

在这里,  $A$  为设计矩阵;  $x$  系数阵;  $L$  为已知高程异常或大地水准面高的观测值向量。由此, 通过最小二乘法求解系数阵

$$x = -(A^T P A)^{-1} (A^T P L), \quad (13)$$

其中,  $P$  为已知点高程异常的权阵。这样关于(似)大地水准面的拟合函数就建立起来。

实践表明<sup>[9, 10]</sup>, 在地势平坦的区域, 利用 GPS/水准测量可以精确(厘米级)求定局部区域的(似)大地水准面高。在测区小于  $100 \text{ km}^2$ , 可以利用 4 ~ 5 个 GPS/水准点进行平面拟合; 在测区大于  $100 \text{ km}^2$  (一般在  $100 \text{ km}^2$  到  $200 \text{ km}^2$ ) 时, 一般宜采用 GPS/水准点 6 ~ 10 个。当然, 我们必须根据测区的实际情况来具体确定怎么分区和该用哪种方法进行拟合。在山区, 大地水准面的起伏一般比较大, 这就需要增加 GPS/水准点点的数量、细化分区、选择最适宜的拟合模型等手段来精化(似)大地水准面, 但这样做的结果是增加了成本, 并且在山区进行水准测量时, 劳动强度大, 累积误差一般也很大。在此, 建议采用以下方法加以改善:

(1) 综合利用测区其他方法确定的(似)大地水准面资料, 尤其是在大山区和水准测量难以施测的地方可以结合重力法进行(似)大地水准面的确定工作, 从而改善模型的分辨率;

(2) 考虑到(似)大地水准面与测区地形的密切相关性, 在模型中可引入地形影响的改正项, 以提高(似)大地水准面的精度<sup>[11]</sup>;

(3) 根据测区的实际情况, 适当的增加 GPS/水准点的数量, 并改善其分布。

由以上的分析可以看出, GPS/水准法有原理简单, 求解精度高等优点。GPS/水准法目前的困难在于, 其数据与已有的重力数据相比, 分辨率还太低, 水准数据的获取需要大量的人力、物力和财力, 使得区域性拟合工作受到限制。但随着 GPS 快速定位技术的迅速发展、精度不断的提高和数据的进一步积累, GPS/水准法确定(似)大地水准面应该有着广阔

的应用前景。

### 2.3 GPS/重力法确定似大地水准面

由于运用 GPS 技术可以直接获得大地高, 结合已有的重力数据, 人们可以直接求得扰动重力  $g$ , 因此位论中的第二边值问题( Neumann 边值问题)被一些学者重视并提到了日程上来。由此, 产生出求解(似)大地水准面的 GPS 重力方法, GPS/重力方法的定义可归纳为:

以地球的自然表面  $S$  为边界面, 以  $S$  面上所得到的扰动重力  $g$  为边界条件, 来解算 Laplace 方程, 从而可以得到扰动位  $T$  的解。具体的数学表达式为

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_S = -g, \quad (14)$$

$$T = 0. \quad (15)$$

以式(12)为边界条件对式(13)进行求解。理论上讲, 可以得出关于扰动位  $T$  的表达式, 但由于地球表面的复杂性, 所以很难解算出问题的严密解。因此, 李斐<sup>[1, 2]</sup>等人借助物理大地测量关于扰动位的单层位密度逼近方式求的 GPS/重力问题的一阶近似下的扰动位的解为

$$\begin{aligned} T &= T_0 + T_1 \\ &= \frac{R}{4} g H(r, \theta) d + \frac{R}{4} g_1 H(r, \theta) d, \end{aligned} \quad (16)$$

式中,  $R$  为地球平均半径,  $\theta$  为方位角,  $g_1$  为与  $g$  有关的高阶项, 具体形式为

$$g_1 = \frac{R^2}{2} \frac{h - h_p}{l_0^3} g - \frac{1}{8} g H(r, \theta) d d, \quad (17)$$

$H(r, \theta)$  为 Hotine 核, 具体形式为

$$H(r, \theta) = \frac{2R}{l} - \ln \frac{1 + R - r \cos \theta}{r(1 - \cos \theta)}, \quad (18)$$

对应的级数表达式为

$$H(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} \frac{R^{n+1}}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta), \quad (19)$$

其中,  $P_n$  为  $n$  阶 Legendre 函数,  $r$  为待求点向径,  $l$  为积分面元与待求点之间的距离。

从以上解的形式可以知道, Hotine 函数在计算公式中起着重要作用。研究表明<sup>[12]</sup>, Hotine 函数较之 Stokes 函数, 在边界精度相同的情况下, 前者更为“稳健”, 抗差性优于后者。这是一种确定(似)大地水准面的新方法。它充分利用了 GPS 的纯几何特性和重力数据的物理属性, 从而拓展了物理大地测量

研究的方法和途径.从理论上讲,它是固定边值问题,相对于自由边值问题是具有一定先进性的,并且较之传统的物理大地测量方法,由于应用了高精度的 GPS 数据,理论上误差源小,结果更可靠,而求解方法完全可以借鉴 Molodensky 中的理论和方法,并且上文提出的对重力水准法的改进意见完全实用于该方法.与 GPS/水准法相比较,不需要大量的费时费力的水准测量.但这种方法面临的现有问题是:在原有大量重力数据的点位上测定 GPS 值尚不现实,尤其是针对全球性及难以恢复重力点位的区域性似大地水准面及外部重力场进行的计算.这也是制约该方法发展的一个最主要的因素.但随着 GPS 数据的进一步积累,这一问题的应用范围及功能领域将更加广阔.

## 5 各种方法适用性原则

依据各方法的性质和特点,提出以下几种适用性原则:

### 5.1 数据类型原则

如果测区有较好的重力数据和 DTM,可以用重力水准法确定(似)大地水准面;重力数据与 GPS 数据具有较好的匹配性,建议采用 GPS/重力法;测区有较好的 GPS/水准数据,可以直接利用 GPS/水准法确定(似)大地水准面;而以上三种数据都有,建议用三种方法的计算结果进行比较或综合利用三种方法的优点而得出最优化解.

### 5.2 精度要求原则

一般情况下,运用 GPS/水准法确定的(似)大地水准面的精度最高,并且有计算简单等优点;重力水准法和 GPS/重力法具有相类似的属性,但后者是固定边值问题,相对于自由边值问题有计算结果可靠,误差源小等特点,因此在理论上应优先采用 GPS/重力法.

### 5.3 地形特征及成本核算原则

在山区或大山区,由于水准测量有成本高和累积误差比较大等缺点,应结合其他方法进行(似)大地水准面的确定工作;而在平原区,由于(似)大地水准面的变化不大,原则上讲,三种方法都有可能达到很好的效果.在此建议用 GPS/水准法,因为用很少的 GPS/水准点就可以达到很高的精度,而用其他方法还是要测相对多的重力点,从而增加了成本.

以上三条原则是相辅相成的.在实际应用中,要根据测区情况,如测区现有的数据和所要求达到的精度等,综合考虑各种因素,优化设计,从而确定出

测区适宜的方法或综合利用几种方法.

## 6 结 论

以上讨论了三种确定(似)大地水准面的方法,并且在优劣方面进行了比较详细的叙述和分析研究.理论上讲,重力水准法和 GPS/重力法的理论公式都是全球面域的积分,这就要求必须知道全球分布的重力数据,而现有的重力数据是离散的,而且存在分布不均匀、结构不良和数量不足等问题,特别是还有许多重力空白区.因此对这种问题的处理就不可避免的引入了较大的误差,但随着重力场逼近理论和数值计算方法的进一步发展和完善,在这方面的误差有望得到进一步的改善.已有的研究成果表明,该方面的误差呈现出一定的系统性,可以用 GPS/水准法所确定的高程异常或大地水准面高作为高一级的控制进行拟合,并且已经取得了良好的效果<sup>[13]</sup>.但现有重力数据存在的问题仍然是影响计算精度的一个最主要的原因,是我们亟需解决的.

根据目前的状况,应用重力水准法和 GPS/水准法确定(似)大地水准面是普遍采用的,并且已在一些区域取得了令人满意的结果<sup>[13]</sup>;GPS/重力法还处在研究和试算阶段,但在理论上有很多优点.GPS/水准法确定(似)大地水准面近乎完美,可是有作业强度大和成本高等缺点,使其不能广泛应用,尤其是在(似)大地水准面变化较大的地方,如果测点分布不合理或拟合模型选择不当,则会造成高频信息的缺失.但不可否认,它是有很大的应用价值和发展前景;重力法和 GPS/重力在确定似大地水准面时所面临的一个相类似的问题,就是必须面对复杂的地形表面积分所遇到的困难(斜向导数问题).为了解决这个问题,作者正在进行进一步的研究.

(似)大地水准面的确定工作一直是物理大地测量学界不断研究和探索的重大课题之一,这也是实现“数字地球”、“数字中国”和“数字城市”等战略工程的基础步骤,因此还需要不断的研究和探索精化大地水准面的新方法和新理论,从而满足实际应用的需要.

## 参 考 文 献(References):

- [1] 李斐,陈武,岳建利.GPS在物理大地测量中的应用及GPS边值问题[J].测绘学报,2003,32(3):198~203.
- [2] 李斐,陈武,岳建利.GPS/重力边值问题的求解及应用[J].地球物理学报,2003,46(5):595~599.
- [3] 李斐.物理大地测量研究动态及发展趋势[J].地球物理学进展,1999,14(2):109~113.

- [4] 李斐. 大地测量基础理论与方法研究进展[J]. 地球物理学进展, 2000, 15(2): 63 ~ 66.
- [5] 李建成, 陈俊勇, 宁津生, 等. 地球重力场逼近理论与中国2000似大地水准面的确定[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2003: 1 ~ 9.
- [6] 管泽霖, 管铮, 黄谟涛等. 局部重力场逼近理论和方法[M]. 北京: 测绘出版社, 1997: 6 ~ 61.
- [7] Heiskanen W A, Moritz H. Physical Geodesy[M]. San Francisco and London: W H Freeman Co, 1967.
- [8] 孙凤华, 孔维兵, 李智慧, 等. 我国陆地均匀重力测量补点问题的研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2001, 26(4): 349 ~ 353.
- [9] 周忠谟, 易杰军, 周琪. GPS 卫星测量原理与应用[M]. 北京: 测绘出版社, 1997: 230 ~ 240.
- [10] 潘宝玉, 丁先伟. GPS 水准高程拟合的精度研讨[J]. 地矿测绘, 1996, 3: 1 ~ 7.
- [11] 兰虎彪, 王昆杰. GPS 网正常高求解方法的研究[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1992, 3.
- [12] Vanicek P, ZHANG Changyou, Sjoberg L E. A comparison of Stokes and Hotine's approaches to geoid computation[J]. Manu. Geod., 1992, 17: 29 ~ 35.
- [13] 宁津生, 罗志才, 杨沾吉, 等. 深圳市1km 高分辨率厘米级高精度大地水准面的确定[J]. 测绘学报, 2003, 32(2): 102 ~ 107.
- [14] 张赤军, 边少锋. 大地水准面和似大地水准面之差及其模型检核[J]. 成都理工学院学报, 2002, 29(1): 105 ~ 109.
- [15] 陈俊勇. 对我国新一代大地水准面的思考[J]. 测绘通报, 1997, 11: 2 ~ 4.
- [16] 松中苗. 利用空中平均重力异常确定区域大地水准面[J]. 解放军测绘学院学报, 1999, 16(4): 241 ~ 243.
- [17] 郭春喜, 伍寿兵, 王惠民等. 区域厘米级大地水准面的确定[J]. 测绘通报, 2000, 9: 3 ~ 4.
- [18] HAAGMANS R R N, de MINE, van GELDEREN M. Fast Evaluation of Convolution Integrals on the Sphere Using 1-D FFT, and a Comparison with Existing Methods for Stokes's Integral[J]. Manuscr Geod, 1993, (18): 227 ~ 241.