

## 2.5 维地震波场褶积微分算子法数值模拟

程冰洁<sup>1</sup>, 李小凡<sup>2</sup>

(1. 中石化西南分公司博士后科研工作站, 成都 610081; 2. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029)

**摘要** 早期的褶积微分算子都是基于正反傅立叶变换而实现的,其精度比四阶有限差分的精度稍高,本文将计算数学中的 Forsyte 广义正交多项式微分算子与褶积算子相结合,构建了一个新的快速、高精度褶积微分算子,其计算结果非常接近实验函数微分的精确值,精度与 16 阶有限差分的精度相当,远优于错格伪谱法的精确度.另外,2.5 维数值模拟比二维模拟可以更真实地模拟三维介质的某个剖面的波场,并且 2.5 维地震波模拟的计算量比三维模拟的计算量及计算耗时要大大减少.本文利用基于 Forsyte 广义正交多项式褶积微分算子法计算 2.5 维非均匀介质地震波场,模拟结果表明,该算法的计算速度快,计算精度高,能够直观、高效地反映复杂介质中波场的传播规律,并且 2.5 维波场数值模拟具有更高的计算效率,是一种非常值得深入研究并广泛应用的方法.

**关键词** 褶积微分算子, Forsyte 广义正交多项式, 地震波场, 2.5 维数值模拟

中图分类号 P631

文献标识码 A

文章编号 1004-2903(2008)04-1099-07

## 2.5D modelling of elastic waves using the convolutional differentiator method

CHENG Bing-jie<sup>1</sup>, LI Xiao-fan<sup>2</sup>

(1. Mobile Postdoctoral Center, Southwest Branch Co., SINOPEC, Chengdu 610081, China;

2. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing 100029, China)

**Abstract** Early convolutional differentiators were all based on the Fourier transformation, their precision was a little higher than that of the four-order finite difference. For improving the precision and efficiency of seismic modeling, the authors develop a new modeling approach (Convolutional Forsyte Polynomial Differentiator Method) by using optimized convolutional operators for spatial differentiation and staggered-grid finite-difference for time differentiation in wave equation computation. The solution of this new method is much close to the exact value, and the precision is nearly equal to that of 16-order finite difference, and higher than that of the pseudospectral method. 2.5D modelling is more efficient than 3D modelling, and more effective to model the 3D seismic field than 2D modelling. This paper applies the convolutional Forsyte polynomial differentiator method to model 2.5D seismic waves field. The numerical results show that the algorithm can bring reliable outcomes with high precision and fast speed, and 2.5D modelling is much efficient and economical, and deserves more attentation, research and extensive application.

**Keywords** convolutional differentiator, Forsyte polynomial, seismic waves, 2.5D numerical modeling

### 0 引 言

2.5 维(或者,二维半),简言之即“二维模型三维源”.也就是说在二维模型介质中模拟三维地震数据,也称为 2.5 维问题(Eskola et. 1981).地震波

2.5 维问题的研究也一直受到国外地球物理学者的关注<sup>[1~9]</sup>,但是国内关于 2.5 维问题的研究文献并不多见<sup>[10~12]</sup>.研究地震波 2.5 维问题具有很重大的意义:首先,在大型计算机或并行集群机上进行三维弹性波数值模拟,由于巨大的内存及 CPU 时间需

收稿日期 2008-04-10; 修回日期 2008-05-20.

基金项目 国家自然科学基金委员会重点项目(40437018)、中石化股份公司科研项目“3D 多波多分量属性提取及综合应用技术研究”(P06028-T02)联合资助.

作者简介 程冰洁,女,1977 年生,2007 年 7 月于中国科学院地质与地球物理研究所获得理学博士学位,主要从事地震波传播理论及方法,多波多分量地震勘探技术研究.(E-mail: cheng\_bj@126.com)

求,费用十分昂贵,而且一个很小的模型,也会花费很长的计算时间. 尽管目前计算机的功能变得日益强大,三维地震波问题的计算量不再是一个问题,然而三维问题的计算在实际应用过程中仍然遇到很多困难与不便,特别是其耗资大,耗时长,使地球物理工作者不得不重视 2.5 维问题;其次,尽管纯二维的正反演已有较多的成熟的研究成果,而且计算量不是很大,但就物理本质而言,由于场源的三维性质,纯二维的正反演不能有效地近似三维波场的相应剖面;另外,我国地形及地理条件复杂,山区面积约占国土三分之二. 在山区开展地震勘探工作时,复杂的地形条件是个重要的干扰因素. 而且,在地形过于复杂的地区进行面积性勘查工作(三维勘探),其应用效果远不如剖面性工作来的务实和经济. 因此,地震波 2.5 维问题的研究同三维相比较,一方面计算量大大减少了,普通性能的微机上就能顺利地实现它,一方面又使方法的研究更为紧密地结合了我国的实际国情;与纯二维的情形相比较,它又能更好地接近野外实际地质条件.

迄今为止,地震波场正演模拟的数值算法有很多,每一种方法都存在其自身的优越性与局限性<sup>[13~14]</sup>. 尽管褶积微分算子不是一个新的概念,但早期的相关方法<sup>[15~18]</sup>都是基于傅氏变换的褶积微分算子,其精度仅稍高于四阶有限差分的精度,本文是以计算数学中的 Forsyte 广义正交多项式插值函数<sup>[19]</sup>为基础,构建一个新的褶积微分算子,其精度与 16 阶有限差分的精度相当,远优于错格伪谱法的精确度. 将该算子引入到弹性波一阶速度—应力方程的空间微分运算中去,采用时间错格有限差分算子替代普通的差分算子以匹配高精度的褶积微分算子,从而构造一种全新的地震波场数值模拟方法. 该方法同时具有广义正交多项式方法的高精度和短算子低阶有限差分算法的高速度. 通过对算子长度的调节及算子系数的优化,可同时兼顾波场解的全局信息与局部信息.

## 1 基于广义正交多项式褶积微分算子法原理

本文利用错格有限差分褶积微分算子法来计算非均匀介质中的地震波场,其主导思想是:利用基于 Forsyte 广义正交多项式褶积微分算子的有效表示计算波场对空间的偏导数,采用错格有限差分法计算对时间的偏导数,其计算思路类似于伪谱法.

### 1.1 Forsyte 广义正交多项式褶积微分算子

首先我们给出 Forsyte 多项式微分算子. For-

syte 多项式是一个广义正交多项式,其插值函数可写为

$$\varphi(x) = C_0 P_0(x) + \sum_{j=1}^n C_j P_j(x), \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} P_0 &= 1, \\ P_1(x) &= (x - \alpha_1) P_0(x), \\ P_2(x) &= (x - \alpha_2) P_1(x) - \beta_1 P_0(x), \\ P_3(x) &= (x - \alpha_3) P_2(x) - \beta_2 P_1(x), \\ &\dots\dots\dots \\ P_{j+1}(x) &= (x - \alpha_{j+1}) P_j(x) - \beta_j P_{j-1}(x), \end{aligned}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i, \quad \alpha_{j+1} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i P_j^2(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_j^2(x_i)},$$

$$\beta_j = \frac{\sum_{i=1}^m x_i P_j(x_i) P_{j-1}(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_{j-1}^2(x_i)},$$

$$C_0 = \frac{\sum_{i=1}^m f(x_i) P_0(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_0^2(x_i)},$$

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^m f(x_i) P_j(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_j^2(x_i)}$$

$f(x_i)$  为被插值函数  $f(x)$  在点  $x_i$  处的值. (1) 式中的  $P_0(x), \dots, P_{j+1}(x)$  定义为 Forsyte 多项式系统.

对(1)式中的  $x$  求导,可得

$$\varphi'(x) = \frac{d\varphi(x)}{dx} = C_1 + \sum_{j=2}^N C_j P'_j(x), \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} P'_j(x) &= \frac{dP_j(x)}{dx}, \\ P'_1(x) &= P_0(x), \\ P'_2(x) &= P_1(x) + (x - \alpha_2) P'_1(x), \\ P'_3(x) &= P_2(x) + (x - \alpha_3) P'_2(x) \\ &\quad - \beta_2 P'_1(x), \\ &\dots\dots\dots \\ P'_{j+1}(x) &= P_j(x) + (x - \alpha_{j+1}) P'_j(x) \\ &\quad - \beta_j P'_{j-1}(x). \end{aligned}$$

Forsyte 多项式微分算子可写为

$$\frac{d}{dx} = C_1 + \sum_{j=2}^N C_j P'_j(x), \quad (3)$$

其中

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^m P_j(x_i)}{\sum_{i=1}^m P_j^2(x_i)},$$

此处的  $C_j$  不同于(2)式中的  $C_j$  .

将上述微分算子(3)离散化可得

$$d_1(i\Delta x) = C_1 + \sum_{j=2}^N C_j P'_j(i\Delta x). \tag{4}$$

这里,  $i$  为采样指标,  $\Delta x$  为沿着  $x$  轴的采样间隔. 就实际应用而言, 须将微分算子截成短算子. 这势必引起 Gibbs 现象. 另外, 多项式的引入还将引起 Runge 现象. 为了消除这些现象, 必须采用窗函数以截断长微分算子. 本文采用的是下列 Gaussian 窗函数:

$$\omega(n) = ce^{-an\Delta x^2}, |n| = 0, 1, 2, \dots, mx \tag{5}$$

其中  $mx$  为单边截断长度的采样数,  $c$  为常数,  $a(0.1 \leq a \leq 0.75)$  为衰减因子. 将微分算子(4)用式(5)截断并锯齿化后, 可得如下实用的一阶褶积微分算子:

$$\hat{d}_1(i\Delta x) = \begin{cases} (-1)^i d_1(i\Delta x) \omega(i) & i = 1, 2, \dots, m \\ -\hat{d}_1(j\Delta x) & i = -1, -2, \dots, -m \\ & j = -i? \end{cases} \tag{6}$$

$$\hat{d}_1(0\Delta x) = 0.$$

类似地, 二阶褶积微分算子可写为

$$\hat{d}_2(i\Delta x) = \hat{d}_1(i\Delta x) * \hat{d}_1(i\Delta x). \tag{7}$$

通过对算子长度的调节及算子系数的优化, 可同时兼顾波场解的全局信息与局部信息, 本文运用算子长度为 9 点的一阶褶积微分算子求解弹性波场的一阶速度—应力方程. 当  $\Delta x = 10$  时, 9 点褶积算子的最优权系数为:  $-0.00234, 0.00874, -0.0274, 0.085, 0.0, -0.085, 0.0274, -0.00874, 0.00234$ , 可以看出, 算子的系数是反对称的(如图 1).

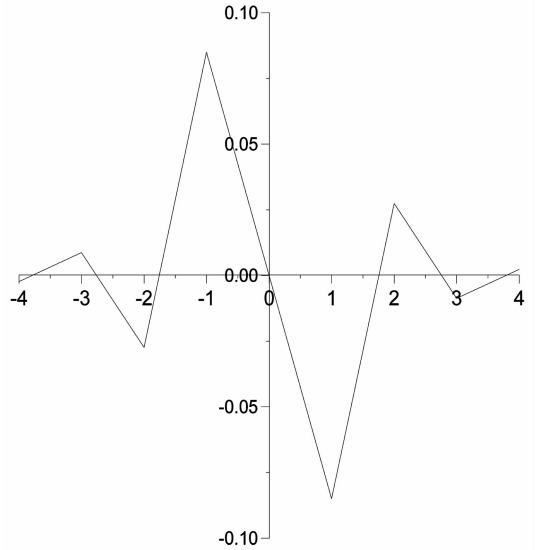


图 1 一阶褶积微分算子

Fig. 1 One-order convolutional differentiator

### 1.2 Forsyte 广义正交多项式褶积微分算子精度分析

以函数  $f(x) = e^{-a^2 x^2}$ , 且  $a = 1/\Delta x$  作为检验函数, 检验本文所构造的 Forsyte 广义正交多项式褶积微分算子的计算精度.

图 2 分别为  $\partial f(x)/\partial x$  的精确值(EDGD)、基于 Forsyte 褶积微分算子法(CFPD)、错格伪谱法(SGF-PM)、16 阶有限差分法(sixteen-order FDM)对  $\partial f(x)/\partial x$  的数值解. 从图中可以看出, 9 点 Forsyte 褶积微分算子法的解非常接近于解析解和 16 阶有限差分的解, 并且比错格伪谱法的解要精确得多. 因此, 9 点 Forsyte 褶积微分算子法可以应用于模拟地震波场.

### 1.3 褶积微分算子法 2.5 维弹性波场离散化格式

对模型区间离散后, 设  $n, l, m, k$  分别是沿着空间  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴、时间  $t$  轴的采样点数,  $\Delta x, \Delta z, \Delta t$  分别是沿  $x$  轴、 $z$  轴、 $t$  轴的采样间隔,  $mx, my, mz$  是沿  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴采样数的半算子长度, 则震源以  $y$  轴对称时 2.5 维地震波一阶速度—应力方程, 其离散化的时间错格差分褶积微分算子法格式可写为(体力为零):

$$\begin{aligned} \tilde{v}_x\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) &= \tilde{v}_x\left(n, k_y, m, k - \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\rho(n\Delta x, k_y, m\Delta z)} \left\{ \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{\sigma}_{xx}(n-i, k_y, m, k) \right. \\ &\quad \left. - k_y \tilde{\sigma}_{xy}(n, k_y, m, k) + \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{\sigma}_{xz}(n, k_y, m-j, k) \right\}, \\ \tilde{v}_y\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) &= \tilde{v}_y\left(n, k_y, m, k - \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\rho(n\Delta x, k_y, m\Delta z)} \left\{ \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{\sigma}_{xy}(n-i, k_y, m, k) \right. \\ &\quad \left. - k_y \tilde{\sigma}_{yy}(n, k_y, m, k) + \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{\sigma}_{yz}(n, k_y, m-j, k) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{v}_z\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) &= \tilde{v}_z\left(n, k_y, m, k - \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\rho(n\Delta x, k_y, m\Delta z)} \left\{ \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{\sigma}_{xx}(n-i, k_y, m, k) \right. \\
&\quad \left. - k_y \tilde{\sigma}_{yz}(n, k_y, m, k) + \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{\sigma}_{zz}(n, k_y, m-j, k) \right\} \\
\tilde{\sigma}_{xx}(n, k_y, m, k+1) &= \tilde{\sigma}_{xx}(n, k_y, m, k) \\
&\quad + \Delta t \cdot \left\{ \lambda(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot \left[ \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{v}_x\left(n-i, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + k_y \tilde{v}_y\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) + \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{v}_z\left(n, k_y, m-j, k + \frac{1}{2}\right) \right] \right\} \\
&\quad + 2\mu(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{v}_x\left(n-i, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right), \\
\tilde{\sigma}_{yy}(n, k_y, m, k+1) &= \tilde{\sigma}_{yy}(n, k_y, m, k) \\
&\quad + \Delta t \cdot \left\{ \lambda(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot \left[ \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{v}_x\left(n-i, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + k_y \tilde{v}_y\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) + \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{v}_z\left(n, k_y, m-j, k + \frac{1}{2}\right) \right] \right\} \\
&\quad + 2\mu(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot k_y \tilde{v}_y\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right), \\
\tilde{\sigma}_{zz}(n, k_y, m, k+1) &= \tilde{\sigma}_{zz}(n, k_y, m, k) \\
&\quad + \Delta t \cdot \left\{ \lambda(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot \left[ \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{v}_x\left(n-i, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + k_y \tilde{v}_y\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) + \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{v}_z\left(n, k_y, m-j, k + \frac{1}{2}\right) \right] \right\} \\
&\quad + 2\mu(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{v}_z\left(n, k_y, m-j, k + \frac{1}{2}\right), \\
\tilde{\sigma}_{xy}(n, k_y, m, k+1) &= \tilde{\sigma}_{xy}(n, k_y, m, k) \\
&\quad + \Delta t \cdot \left\{ \mu(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot \left[ \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{v}_y\left(n-i, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - k_y \tilde{v}_x\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) \right] \right\}, \\
\tilde{\sigma}_{xz}(n, k_y, m, k+1) &= \tilde{\sigma}_{xz}(n, k_y, m, k) \\
&\quad + \Delta t \cdot \left\{ \mu(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot \left[ \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{v}_x\left(n, k_y, m-j, k + \frac{1}{2}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \Delta x \cdot \sum_{i=-mx}^{i=mx} \hat{d}_1(i\Delta x) \cdot \tilde{v}_z\left(n-i, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) \right] \right\}, \\
\tilde{\sigma}_{yz}(n, k_y, m, k+1) &= \tilde{\sigma}_{yz}(n, k_y, m, k) \\
&\quad + \Delta t \cdot \left\{ \mu(n\Delta x, k_y, m\Delta z) \cdot \left[ \Delta z \cdot \sum_{j=-mz}^{j=mz} \hat{d}_1(j\Delta z) \cdot \tilde{v}_y\left(n, k_y, m-j, k + \frac{1}{2}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - k_y \tilde{v}_z\left(n, k_y, m, k + \frac{1}{2}\right) \right] \right\}. \tag{8}
\end{aligned}$$

式中,  $\rho(n\Delta x, k_y, m\Delta z)$ ,  $\lambda(n\Delta x, k_y, m\Delta z)$ ,  $\mu(n\Delta x, k_y, m\Delta z)$  分别为非均匀介质的密度及拉梅常数,  $\tilde{v}_x$ ,  $\tilde{v}_y$ ,  $\tilde{v}_z$  为分别为地震波场速度的  $x, y, z$  分量的傅氏变换,

$$k_y = n\Delta k_y (n = -N_y, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_y),$$

$$\Delta k_y = \frac{2\pi}{L_y},$$

$L_y$  表示  $y$  方向上模型的长度.  $n$  为  $y$  方向上网格的点数, 其中对每一个  $k_y$ , 方程(8)可看作为二维地震波动方程来求解.

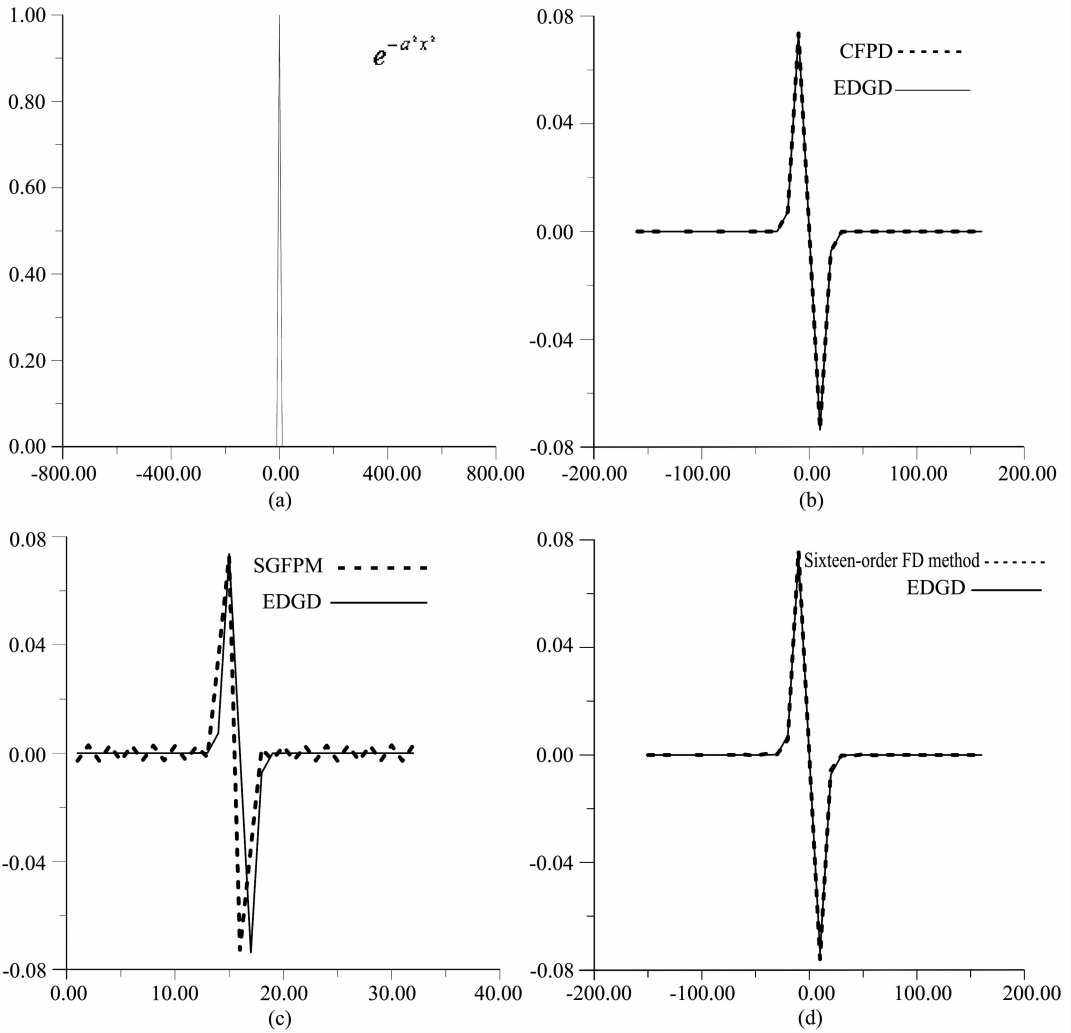


图 2 精度对比数值实验

(a) 高斯分布函数  $a=1/\Delta x$ ,  $\Delta x=10$ ; (b) 9 点差分算子求导结果与解析解的比较  
(c) 错格伪谱法求导结果与解析解的比较; (d) 16 阶有限差分求导结果与解析解的比较

Fig. 2 Comparison of accuracy of differentiators

(a) A Gaussian distribution with  $a=1/\Delta x$  and  $\Delta x=10$ ;  
(b) Comparison of the exact derivative of the Gaussian distribution with the result of nine-point CFPD;  
(c) result of SGFPM; (d) result of the sixteenth-order FD method

最后对  $\tilde{v}_p(x, k_y, z, t)$  做反傅氏变换, 从而得到地震波场的各个速度分量. 即

$$v_p(x, y_d, z, t) = \frac{1}{L_y \Delta k_y} \sum_{k_y=-N_y \Delta k_y}^{N_y \Delta k_y} \tilde{v}_p(x, k_y, z, t) e^{ik_y y_d} \quad (p = x, y, z). \quad (9)$$

利用递推公式将速度转化成位移, 即为最终求得的 2.5 维地震波场的位移分量.

#### 1.4 稳定性条件及边界条件

通过分析可知, 式(8)所示的基于 Forsythe 广义

正交多项式褶积微分算子法的稳定性条件类似于伪谱法的稳定性条件(Gazdag<sup>[20]</sup>, 1981)

$$|V_{\max} \cdot \Delta t \cdot k| \leq 2, \quad (10)$$

其中  $V_{\max}$  为介质速度最大值,  $\Delta t$  为时间步长

$k = \sqrt{[\tilde{d}_1(n\Delta x) * \tilde{d}_1(n\Delta x)] + [\tilde{d}_1(m\Delta z) * \tilde{d}_1(m\Delta z)]}$ , 同理, 用于伪谱法的 Cerjan 吸收边界条件也同样适用于基于 Forsythe 广义正交多项式褶积微分算子法, Cerjan<sup>[21]</sup>、Kosloff<sup>[22]</sup> (1985, 1986)

$$G = e^{-\alpha(N-i)}, \quad 1 \leq i \leq N. \quad (11)$$

该边界吸收方法的主导思想就是给模型的有效区域的边界上加粘滞层,使得波的能量在粘滞层内最大程度地衰减,从而消除边界反射.式(11)中, $\alpha$ 为衰减系数, $N$ 为粘滞层的网格点数.

### 2 计算实例

本文设计一个三维模型(如图3),其中震源位于网格点坐标(150,150,30),模型被一阶梯状界面分为两层,模型参数值列于表1中.应用时间错格差分褶积微分算子法模拟2.5维地震波场.计算空间导数时使用9点Forsythe广义正交多项式褶积微分算子,在输出文件中,只取模型数值计算的有效空间

$$\left[ \frac{M}{2}, NX - \frac{M}{2} + 1 \right], \left[ \frac{M}{2}, NZ - \frac{M}{2} + 1 \right],$$

其中 $M = 9$ ,  $NX, NZ$ 为模型空间的网格点数;震源函数形式为主频30Hz的Ricker子波,吸收边界条件为式(11)所示,其中 $\alpha = 0.015$ ,  $N = 10$ .在CPU为P4 2.6GHz,内存为512MB的个人电脑上计算该2.5维模型,计算耗时仅需340.125".从波场快照图4可以看出,2.5维正演模拟在某一剖面上

的数值模拟不仅可以获得跟三维相近的地下信息量,而且能够准确地近似三维波场.

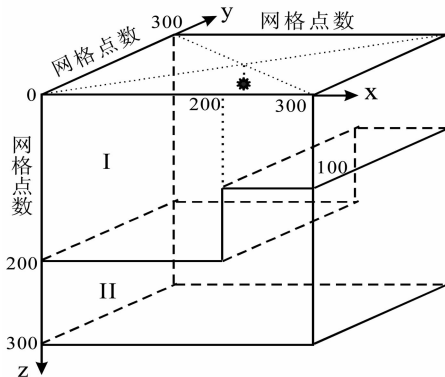


图3 300×300×300 网格点三维模型  
Fig.3 Sketch of 3D model

表1 模型介质参数  
Table 1 Model parameters

层位	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$V_p$ (m/s)	网格间距(m)	$\Delta t$ (ms)	子波主频(Hz)
I	2.6	3200	10	1	30
II	1.3	1847			

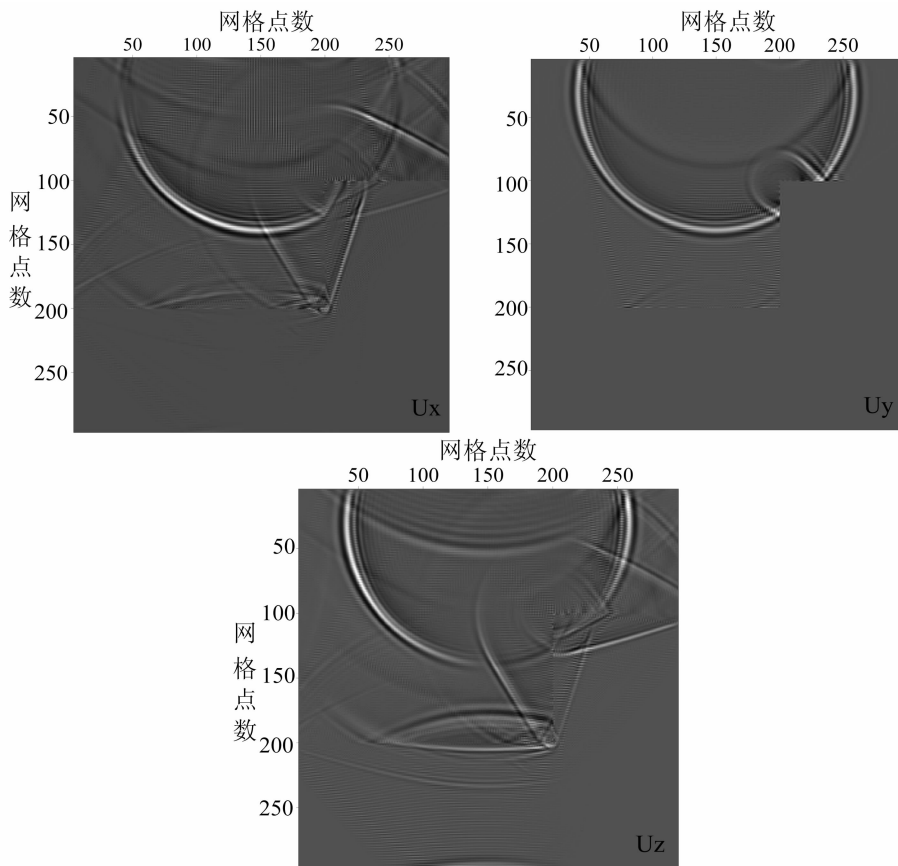


图4 300×300 网格点模型;2.5维 XOZ 面 600ms 时刻 x,y,z 分量的波场快照  
Fig.4 2.5D Wave-field snapshot of x,y,z component at 600ms

### 3 结 论

数值实验表明,本文所构造的时间错格差分 Forsyte 广义正交多项式褶积微分算子法能有效解决复杂非均匀介质及各向异性介质的波场传播,该方法是一种快速的、高精度的地震波场模拟方法,它相对于有限差分法和伪谱法而言,其频散小,精度较高,计算速度较快.可以预期,该方法的推出及后续研究的成功开展,将为高精度地震波模拟、地震波偏移、地震反演、地震波成像及地震波在复杂非均匀介质中的传播等研究提供更为广泛的选择.

同时,2.5 维模型计算结果表明:2.5 维数值模拟比二维数值模拟可以更真实地模拟三维介质的某个剖面的波场传播,并且 2.5 维地震波模拟的计算量比三维模拟的计算量及计算耗时大大减少.因而 2.5 维波场数值模拟具有更高的计算效率,是一种非常值得深入研究并广泛应用的方法.

### 参 考 文 献 (References):

[1] Bleistein N. Two and one-half dimensional in-plane wave propagation[J]. *Geophysical Prospecting*, 1986, 34 :686~703.

[2] John W, Stockwell J. 2.5-D wave equations and high-frequency asymptotics[J]. *Geophysics*, 1995, 60: 556~562.

[3] Song Z M, Paul R. Williamson. Frequency-domain acoustic-wave modeling and inversion of crosshole data: part I—2.5-D modeling method propagation[J]. *Geophysics*, 1995, 60 :784~795.

[4] Takashi F, Hiroshi T. 2.5-D modelling of elastic waves using the pseudospectral method[J]. *Geophys. J. Int.* 1996, 124: 820~832.

[5] Cao S, Greenhalgh S. 2.5-D modeling of seismic wave propagation: Boundary condition, stability criterion, and efficiency [J]. *Geophysics*, 1998, 63: 2082~2090

[6] Hiroshi Takenaka, *et al.* Quasi-cylindrical 2.5D wave modeling for large-scale seismic surveys[J]. *Geophys. Res. Lett.*, 2003, 30(21): 2086.

[7] Stig-Kyrre Foss, Bjorn Ursin. 2.5-D modeling, inversion and angle migration in anisotropic elastic media[J]. *Geophysical prospecting*, 2004, 52 :65~84..

[8] Amélia Novais, Lúcio T. Santos. 2.5D finite-difference solution of the acoustic wave equation[J]. *Geophysical Prospecting*, 2005, 53 :523~531.

[9] Sinclair C, Greenhalgh S, Zhou B. 2.5-D Modelling of Elastic Waves in Anisotropic Media using the Spectral-Element Method - a Preliminary Investigation[J]. *AESC2006*, Melbourne, Australia.

[10] 范桢祥,郑仙种.变背景速度 2.5 维反散射技术在地震勘探中的应用问题[J]. *地球物理学报*,1995,38: 112~122.

Fan Z X, Zheng X Z. The application problem of 2.5 dimen-

sional Born inverse scattering method with variable background velocity in seismic prospecting[J]. *Chinese J. Geophys.* (in chinese), 1995, 38: 112~122 .

[11] 牛滨华,孙春岩.裂隙各向异性介质 2.5 维弹性波场数值模拟[J]. *地球科学*, 1995, 20: 107~111.

Niu B H, Sun C Y. Numerical modeling with 2.5 wave field in anisotropic media containing cracks[J]. *Earth Science-Journal of China University of Geosciences*, 1995, 20: 107~111.

[12] 熊彬,罗延钟.电导率分块均匀的瞬变电磁 2.5 维有限元数值模拟[J]. *地球物理学报*, 2006, 49(2): 590~597.

Xiong B, Luo Y Z. Finite element modeling of 2.5-D TEM with block homogeneous conductivity[J]. *Chinese J. Geophys.* (in chinese), 2006, 49(2): 590~597.

[13] José M. Carcione, Gérard C. Herman, *et al.* Y2K Review Article: Seismic modeling[J]. *Geophysics*, 2002, 67(4):1304~1325.

[14] 郑洪伟,李廷栋,高锐,等.数值模拟在地球动力学中的研究进展[J]. *地球物理学进展*,2006,21(2):360~369.

Zheng H W, Li T D, Gao R, *et al.*, The advance of numerical simulation in geodynamics[J]. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2006,21(2):360~369.

[15] Zhou B, Greenhalgh S A. Seismic scalar wave equation modeling by a convolutional differentiator[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1992, 82(1): 289~303.

[16] 张中杰,滕吉文,杨顶辉.声波与弹性波场数值模拟中的褶积微分算子法[J]. *地震学报*,1996, 18(1): 63~69.

Zhang Z J, Teng J W, Yang D H. Acoustic and elastic wave modeling by a convolutional differentiator [J]. *Acta Seismologica Sinica*, 1996, 18(1): 63~69.

[17] 戴志阳,孙建国,查显杰.地震波场模拟中的褶积微分算子法[J]. *吉林大学学报(地球科学版)*,2005, 35(4): 520~524.

Dai Z Y, Sun J G, Li X J. Seismic wave field modeling with convolution differentiator algorithm[J]. *Journal of JiLin University (Earth Science Edition)*, 2005, 35(4): 520~524.

[18] 戴志阳,孙建国,查显杰.地震波混合阶褶积算法模拟[J]. *物探化探计算技术*,2005, 27(2): 111~114.

Dai Z Y, Sun J G, Li X J. Seismic wave modeling with hybrid order convolution differentiator[J]. *Computing techniques for geophysical and geochemical exploration*, 2005, 27(2): 111~114 .

[19] 靖涛.物探数据处理的数学方法一下册[M].北京:地质出版社,1981, 97~104.

Xie J. Numerical method for geophysical data process[M]. Beijing: Geological Publishing House, 1981, 97~104.

[20] Gazdag J, Modelling of the acoustic wave equation with transform method[J]. *Geophysics*, 1981, 46: 854.

[21] Cerjan C, Kosloff D, *et al.* A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equation[J]. *Geophysics*, 1985, 50: 705~708.

[22] Kosloff R. Absorbing boundaries for wave propagation problems[J]. *J. Comput. Phys.*, 1986,63: 363~376.