



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA

**CÁLCULO, DISEÑO Y FABRICACIÓN DE PROBETAS PARA ENSAYOS
FOTOELÁSTICOS**

M. EN C. RICARDO SÁNCHEZ MARTÍNEZ
M. EN C. RAFAEL RODRÍGUEZ MARTÍNEZ
M. EN C. RICARDO CORTEZ OLIVERA
ING. JOSÉ CARLOS LEÓN FRANCO

MARCO TEÓRICO.

PRINCIPIOS DE FOTOELASTICIDAD

Generalidades

El método fotoelástico se emplea principalmente para evaluar la distribución del campo de esfuerzos en dos dimensiones, donde la deformación es básicamente paralela a un plano principal, así como para aquellos elementos cuyas formas dificultan el estudio analítico del problema. Este método, ha probado su eficiencia en el análisis de esfuerzos en vigas de sección transversal delgada sometidas a flexión, dientes de engranes y en general en placas de cualquier forma y espesor constante, sometidas a estados de esfuerzo plano. Debido a esto, se le considera como una técnica muy práctica y versátil para el análisis experimental de esfuerzos. Es particularmente aplicable a las configuraciones complejas tridimensionales que se encuentran en equipos mecánicos, miembros estructurales y componentes de maquinaria.

La principal ventaja de la fotoelasticidad se deriva del hecho de que es una técnica capaz de mostrar la diferencia de esfuerzos principales en la superficie de un cuerpo, a partir de las franjas isocromáticas (franjas de diversos colores) e isóclinas (franjas negras). Las primeras están relacionadas con la magnitud de los esfuerzos, pues varían de posición con la intensidad de la carga. Mientras que las segundas, se relacionan con la inclinación de los esfuerzos principales (Planos principales), ya que se cambia su posición con el giro del modelo en su mismo plano.

Los materiales utilizados con este método, deben tener características fotoelásticas (birefringencia) como son: los policarbonatos y poliuretanos. Otros materiales que se utilizan, requieren de un recubrimiento a base de resina o laca especial con característica frágiles los cuales proporcionan las propiedades ópticas ideales, para el análisis fotoelástico. Es importante considerar que, a medida que se incrementa la carga, las propiedades ópticas pueden cambiar temporalmente.

Consideraciones teóricas

En muchos casos los componentes estructurales y partes de máquinas son analizados usando formulaciones elementales simples, y en la mayoría de los casos esto es permisible, pero desafortunadamente, debido a la geometría de ciertos componentes, los esfuerzos en puntos particulares pueden ser mucho más altos que los esperados, por lo tanto, un diseño basado en esfuerzos lineales promedio tiene sus limitaciones.

Estos casos se encuentran en concentraciones de esfuerzos originadas por discontinuidades agudas. En un limitado número de casos pueden obtenerse funciones de esfuerzo derivadas de la teoría matemática de elasticidad, las cuales pueden describir el campo de esfuerzos de las discontinuidades. Para muchos otros casos las soluciones teóricas exactas no existen, por lo que se requiere de algún método para examinar el componente. Para examinar el campo de esfuerzos de este tipo de partes el diseñador debe recurrir a métodos experimentales.

La fotoelasticidad, como método experimental juega un papel importante en ingeniería, debido a que es un método óptico por lo cual los campos de esfuerzo se pueden examinar directamente. En diseño mecánico donde los elementos se fabrican de acero o materiales opacos, se hace un modelo de la parte con material transparente adecuado y se carga en forma similar para simular las condiciones en el prototipo. De la apariencia que toma el prototipo bajo luz polarizada se puede deducir la distribución de esfuerzos. El énfasis en la importancia de este método consiste en que debido a que es una *técnica de análisis de campo completo*, se puede explorar todo el campo de esfuerzos y no solamente algunos puntos.

Este tema tiene la intención de introducir los conceptos básicos y enfatizar los elementos que son fundamentales para el método fotoelástico.

Comportamiento fotoelástico

Para comprender la fotoelasticidad, se deben comprender primero algunos factores acerca de la teoría de ondas de luz. La luz puede considerarse como un disturbio electromagnético consistente de vibraciones transversales (en ángulo recto) respecto a la línea recta de propagación. La luz blanca ordinaria es compleja en dos aspectos. En primer lugar las vibraciones incluyen muchas frecuencias o colores, los cuales juntos dan la impresión visual de blancura. Por otro lado; la luz monocromática (muy usual en fotoelasticidad) tiene, para consideraciones prácticas, un solo color (o una sola longitud de onda). En segundo lugar, cada frecuencia de luz ordinaria involucra vibraciones en muchas direcciones en el plano transversal al haz de luz. Si todas las vibraciones son en una dirección, la luz se llama *luz plana polarizada*. El plano transversal contiene la dirección de vibración y también el haz de luz y se llama *plano de polarización*.

El método fotoelástico se basa en una única propiedad de algunos materiales transparentes. Si consideramos un modelo de algún componente estructural hecho de un material fotoelástico, cuando este modelo es forzado y un haz de luz viaja a lo largo de una de las direcciones principales de esfuerzo, la luz se divide en dos ondas, cada una con su plano de vibración paralelo a uno de los planos principales. Además, la luz viaja a lo largo de estas dos direcciones con diferentes velocidades, las cuales dependen solamente del material y de la magnitud de los esfuerzos principales, por lo tanto, el medio en el que las ondas con diferentes

planos de vibración tienen diferentes índices de refracción es un fenómeno llamado *doble refracción o birrefringencia*.

Algunos materiales transparentes tienen doble refracción únicamente cuando son sometidos a esfuerzos. Eso indica que en este caso la birrefringencia es inducida y es controlada por el estado de esfuerzos en cada punto del cuerpo. Cuando la luz polarizada se hace pasar a través del material esforzado esta es refractada en dos planos de polarización, cada uno de los cuales tiene su plano de vibración paralelo a la dirección de uno de los esfuerzos principales. Este tipo de materiales son ópticamente sensibles a los esfuerzos y son los materiales usados para hacer los modelos en fotoelasticidad.

Otros materiales transparentes tienen doble refracción permanentemente, y pueden arreglarse de tal manera,, que solo una de las componentes de luz sea transmitida, mientras la otra es deflectada y absorbida. Este tipo de arreglo, el cual permite la transmisión de luz vibrando únicamente en un plano se llama polarizador.

También, algunos de esos materiales de birrefringencia permanente pueden ser arreglados de manera que transmitan las dos componentes de la luz polarizada, pero esto produce una diferencia de fase de un cuarto de longitud de onda entre ellas. La placa de material arreglada de esta manera se llama *placa cuarto de onda*.

Polariscopio estándar o polariscopio plano cruzado

La figura 2.1 muestra dos polarizadores llamados P y A en los que sus líneas de centro son coincidentes y paralelas a la dirección de un haz de luz natural que parte del origen S en línea recta hacia P.

La lente cercana al origen de luz se llama *polarizador* y la opuesta es el *analizador*. Hablando de la posición relativa de polarizador y analizador se presentan dos casos de especial interés, uno donde los planos principales de polarización son paralelos, fig 2.1 (a) y el otro donde los planos de polarización forman un ángulo de 90° entre sí (polariscopio cruzado) ,fig 2.1(b).

En el primer caso toda la luz polarizada atraviesa el analizador, mientras que en el segundo caso ninguna componente de luz atraviesa el analizador. Un par de polarizadores cruzados con líneas de centros coincidentes se define como polariscopio plano cruzado.

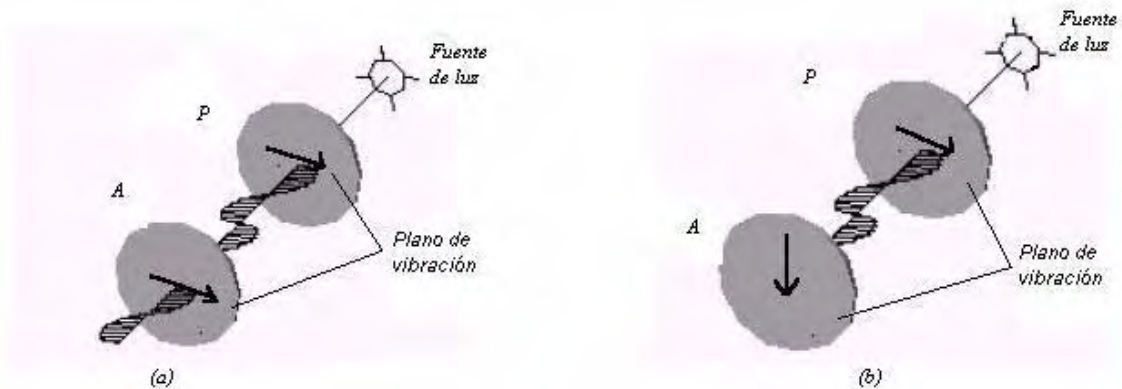


FIG 2.1 Polariscopio circular (cruzado y paralelo)

Consideremos ahora, un arreglo óptico como se muestra en la figura 2.2, el cual está compuesto por cuatro elementos: polarizador, analizador, y entre ellos dos placas cuarto de onda.

El polarizador P y el analizador A están en arreglo cruzado y la primera Qp como la segunda Qa placas están ajustadas a 45° y a 135° respectivamente del plano de P.

Si ahora un rayo de luz no polarizada entra a P, este se convertirá en luz polarizada en un plano a 0° y al entrar a Qp este rayo se divide en dos componentes iguales a 45° y desfasadas $\frac{1}{4}$ de longitud de onda. Cuando el rayo atraviesa la última placa cuarto de onda vuelve a situarse en el plano original pero desfasado $\frac{1}{4}$ de longitud de onda más. Este tipo de arreglo es conocido como *polariscopio circular cruzado*.

Si los elementos ya descritos se ajustan de la misma manera pero el analizador en vez de estar a 90° está a 0° , toda la luz (polarizada) del foco atravesará. A este tipo de arreglo se le llama *polariscopio circular paralelo*.

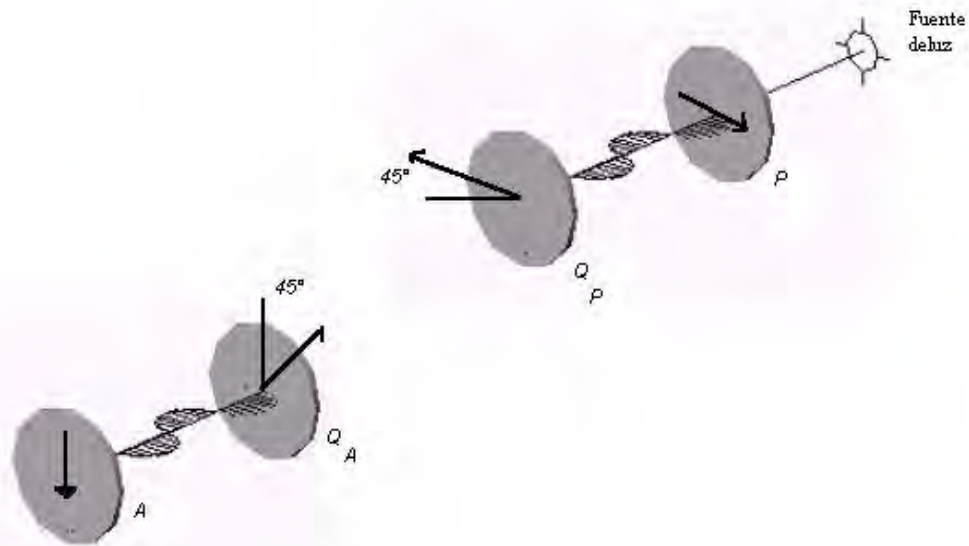
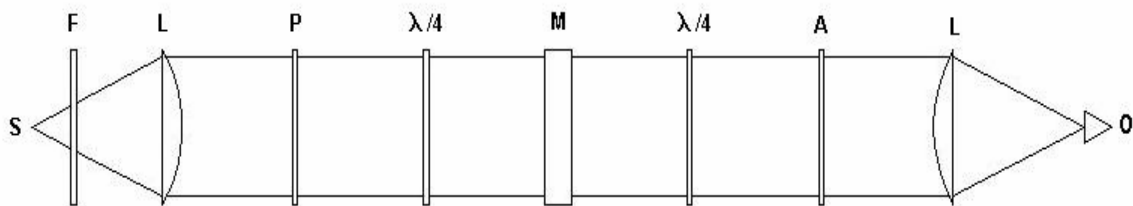


FIG. 2.2 Polariscopio circular cruzado

En el arreglo mostrado en la figura 2.3 se muestra un polariscopio circular (cruzado o paralelo) donde se agregan algunos otros elementos los cuales aparecen listados.

Todos los elementos se dividen en dos categorías, elementos directos y de focos luminosos, y elementos de control de longitud y polarización de las ondas. Los dos lentes de campo y la cámara están en la primera categoría.



- | | | |
|--------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| S = fuente de luz | P = Polarizador | O = Observador (cámara o pantalla) |
| F = Filtro | $\lambda/4$ = Placas cuarto de onda | |
| L = Lente de campo | A = Analizador | |

FIG. 2.3 Polariscopio circular (Cruzado o paralelo)

En la segunda categoría generalmente se usa un filtro de color que se emplea para aislar una pequeña banda de longitudes de onda absorbiendo todos los colores excepto los que se desean. El polarizador divide la luz de las ondas en

componentes vertical y horizontal, absorbe todas las componentes verticales y transmite la luz polarizada remanente. Una placa cuarto de onda, como se mencionó, es un elemento que se comporta exactamente como un material fotoelástico que tiene birrefringencia uniforme de $N = \frac{1}{4}$ y sirve para suministrar igual cantidad de luz a lo largo de cada uno de los dos planos de polarización de todos los puntos del modelo. Ordinariamente las placas cuarto de onda son cruzadas. El analizador (segundo polarizador), cuando se orienta con su eje de polarización cruzado respecto al del polarizador forma un *patrón isocromático de campo oscuro*, y los centros de las franjas oscuras son puntos de valores enteros de N (polariscopio circular cruzado). Si los ejes del polarizador y analizador son paralelos, se forma un *patrón isocromático de campo luminoso* y los centros de las franjas de luz son puntos de valores enteros de N (polariscopio circular paralelo).

Como se mencionó, algunos materiales presentan birrefringencia únicamente cuando se someten a esfuerzos y la luz que los atraviesa se refracta en dos ondas polarizadas planas en que sus planos de vibración son paralelos a las direcciones de los esfuerzos principales y tienen diferentes índices de refracción. Usando el polariscopio fotoelástico las ondas se traen juntas y permiten que ocurra el fenómeno de interferencia óptica.

Si el retardo (o retraso) relativo N es 0, 1, 2, 3, ... ciclos, la amplitud de la interferencia de las dos ondas es en todas partes igual y opuesta, se presenta interferencia destructiva y la intensidad de luz disminuye a cero. Intensidades intermedias se desarrollan para valores intermedios de N . Por lo tanto, un patrón fotoelástico de bandas oscuras y de luz se forma como sigue: La localización de puntos en los cuales $N = 0$ forman bandas luminosas, otras bandas luminosas se forman por rayos que cruzan el material fotoelástico en puntos donde $N = 1$; así de forma sucesiva bandas oscuras y luminosas se forman incrementando los valores de N . En la nomenclatura de interferencia óptica esas bandas se llaman franjas y el orden de franja se define como el valor de N para la banda en consideración.

Fotoelasticidad bidimensional

En esta parte se restringirá el análisis a sistemas bajo esfuerzo plano, para lo que las bases de fotoelasticidad se desarrollan sin complicaciones innecesarias. Un problema de esfuerzo plano es aproximado cuando el espesor del prototipo y el modelo son pequeños en relación con las dimensiones en el plano y las cargas aplicadas actúan en dicho plano, tal como se muestra en la figura 2.4.

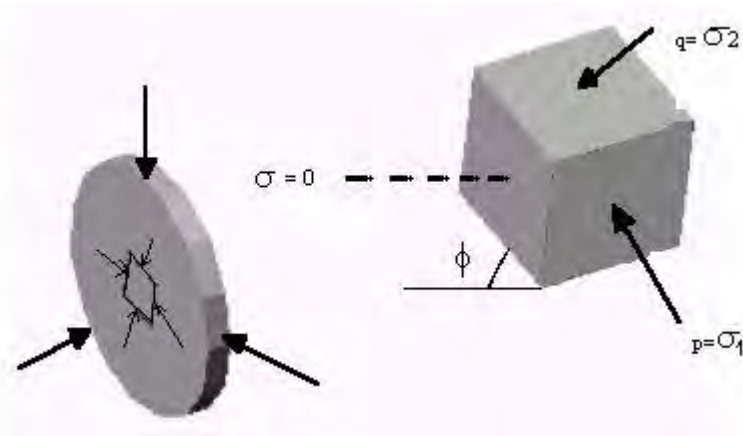


FIG. 2.4 Partícula en un cuerpo sometido a esfuerzo plano

Cuando un modelo en esfuerzo plano es visto en un polariscopio circular, los patrones de bandas oscuras y luminosas se forman en la pantalla de observación. Cuando se aplican cargas al modelo, el número de esas bandas o franjas se incrementa en proporción a las cargas aplicadas. Este patrón el cual provee el valor de N a través del modelo se llama *patrón isocromático*.

El patrón isocromático está relacionado con el sistema de esfuerzos según la *Ley óptica de los esfuerzos*:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{t} N \quad (2.1)$$

$$f = \frac{\lambda}{C_1 - C_2} \quad (2.2)$$

Donde

f = constante óptica de esfuerzos que depende del material del modelo y la longitud de onda empleada.

Lambda = Longitud de onda de la luz monocromática empleada.

C_1, C_2 = Constantes del material fotoelástico.

t = Espesor del modelo.

N = Retraso relativo u orden de franja isocromática.

La ecuación 2.1 muestra el orden de la franja N para cada punto en el modelo, el cual es directamente proporcional a la diferencia de los esfuerzos principales en el punto.

Interpretación de patrones isocromáticos

Cuando $\sigma_1 - \sigma_2$ varía a través del modelo de manera continua, N varía de la misma forma. Un cambio de una franja oscura a una franja luminosa adyacente representa un incremento o decremento de $\frac{1}{2}$ en el valor de N .

En términos del patrón isocromático el orden de la franja isocromática N en un punto se define como el número de franjas que pasan a través del punto durante la aplicación de las cargas. De acuerdo con los puntos ya establecidos, esto resulta de contar franjas de un patrón isocromático de un punto de esfuerzo cero a cualquier otro punto en el modelo, en orden para la diferencia de esfuerzos principales en ese punto.

Dirección de los esfuerzos principales

Cuando se quitan las placas cuarto de onda del polariscopio ya descrito, se obtiene un sistema como el que se muestra en la figura 2.5. La luz polarizada plana (horizontal) pasa a través de la región comprendida entre el polarizador y el analizador: Cuando el eje de polarización del analizador es horizontal, esta luz pasa a través del sistema; cuando el eje es vertical, la luz es detenida por el analizador y se produce extinción completa. Cuando un modelo cargado se coloca entre los elementos P y A (Fig.2.6) sobre el modelo entero, la luz polarizada plana Y_1 se divide en dos componentes

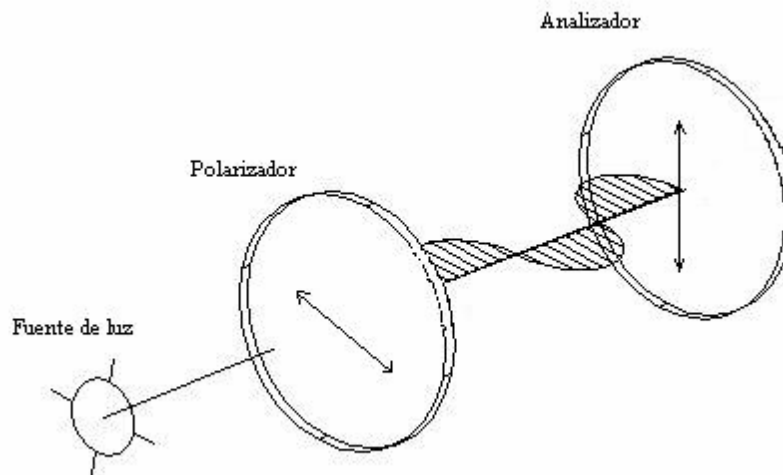


Fig. 2.5 Trayectoria de la luz cuando los ejes del polarizador y el analizador son paralelos o perpendiculares y se han retirado las placas cuarto de onda.

$$Y_2 = Y_1 \sin \phi$$

$$Y_3 = Y_1 \cos \phi$$

Y esas componentes atraviesan el modelo. Las componentes Y_2 y Y_3 yacen en un plano vertical y son capaces de pasar a través del analizador. Cuando Y_2 y Y_3 entran al analizador son separados en sus componentes vertical y horizontal. Las componentes horizontales son absorbidas y solo se transmiten Y_4 y Y_5 . De aquí Y_4 y Y_5 se combinan para formar un patrón de interferencia óptica el cual depende de dos valores de N introducidos por en modelo. Este es el patrón isocromático.

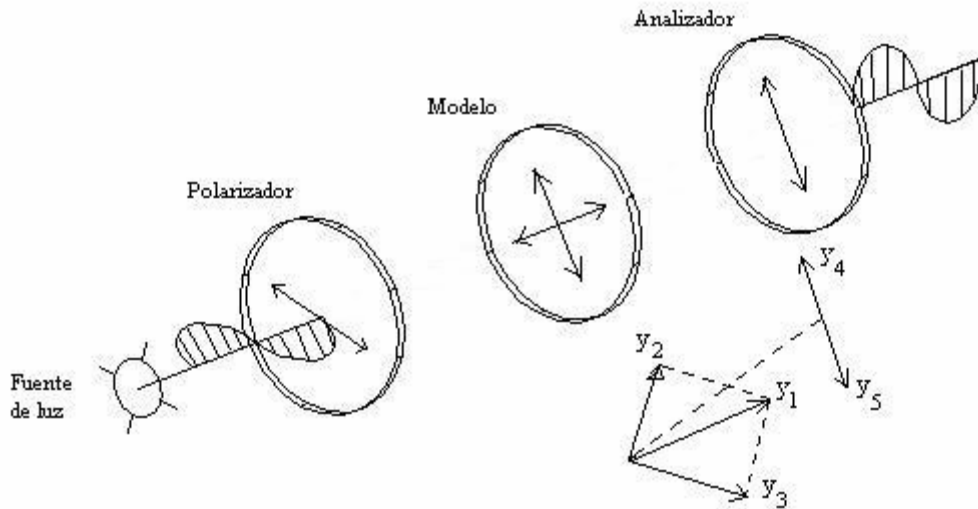


Fig. 2.6 descomposición de la luz que atraviesa un modelo fotoelástico cargado.

Si el modelo se orienta de manera que las direcciones de los esfuerzos principales sean paralelas a los ejes del polarizador y el analizador ($\phi_L = 0$), el modelo resuelve la luz incidente en componentes paralelas a las direcciones de esfuerzo principal, pero en este caso ellas no son componentes de la luz incidente en dirección vertical. Toda la luz se transmite con un plano horizontal de vibración. Recorriendo el analizador todavía no hay componente en la dirección vertical y toda la luz se extingue completamente. Por lo tanto, para la condición ($\phi_L = 0$) toda la luz se extingue sin importar el valor de N .

Franjas isoclínicas o isoclinas.

En general, las direcciones principales varían continuamente de punto a punto en los modelos fotoelásticos. Debido a los cambios de esfuerzo y direcciones de esfuerzo. Es común que, puntos para los esfuerzos principales tienen la misma dirección se encuentren a lo largo de curvas continuas. Para cualquier orientación del modelo la localización de puntos en los cuales ($\phi_L = 0$) forma una curva negra continua (extinción) llamada *isoclínica* o *franjas isoclinicas* (*una isoclínica es la localización de puntos en una curva a lo largo de la cual los esfuerzos principales tienen direcciones paralelas*). El ángulo que define la posición de un plano principal se mide a partir del eje X positivo y en sentido de las manecillas del reloj hacia donde se localizan los esfuerzos principales. Este parámetro no es nunca negativo ni mayor que 90° . En otras partes, para valores de $\phi_L \neq 0$, se presenta el patrón isocromático.

Las isoclínicas se desarrollan en un polariscopio plano, el cual, como ya se ha establecido, es meramente un polariscopio circular sin placas cuarto de onda y con los ejes del polarizador y analizador cruzados. La ecuación de distribución de intensidad en el caso de un polariscopio plano es

$$I = a^2 \sin^2 2\phi_L \sin^2 \pi N$$

De esta ecuación se observa que la intensidad es cero donde $\phi_L = 0$, sin importar el valor de N, e $I = 0$ cuando $N = 1, 2, 3, \dots$. El polariscopio plano produce el patrón isocromático, pero la intensidad de este patrón se modula por el término isoclínico $\sin^2 2\phi_L$.

Un patrón fotoelástico en un polariscopio plano empleando iluminación por luz blanca produce un patrón el cual es coloreado en todas partes excepto en los puntos donde $N = 0$.

Si el polarizador y el analizador se mantienen en posición cruzada y se rotan juntos 90° manteniendo el remanente de carga constante, una franja isoclínica pasará a través de todos los puntos en el modelo. Esto se debe a que, por algún tiempo durante la rotación, los ejes del polarizador y el analizador deben ser paralelos a las direcciones principales a través del modelo, y las franjas isoclínicas se graban por posiciones angulares sucesivas del polarizador y el analizador.

Características del material modelo

Las características del material con el cuál se hará el modelo son de particular importancia, debido a que aún material que se ha comprado a un mismo proveedor, y se ha fabricado en el mismo lote que otra porción similar, suele tener diferencias con respecto a este. Es necesario, por lo tanto; realizar una calibración del material para obtener la *constante óptica de esfuerzo* f , la cual es una

propiedad del material e interviene directamente en la determinación de la diferencia de esfuerzos y también para la interpretación del patrón isocromático se analizan las superficies libres de esfuerzos.

Calibración

La diferencia de esfuerzos principales $\sigma_1 - \sigma_2$ para cada punto en un modelo es proporcional a la birrefringencia N del punto, es una constante, la cual puede determinarse en un experimento en donde las cantidades se conocen (o se miden), excepto esa constante. Por lo tanto; un modelo simple, por ejemplo elementos sometidos a una tensión pura, vigas en flexión pura o discos en compresión se pueden usar.

El disco circular sometido a una carga diametral P de compresión se emplea con frecuencia debido a que es fácil de maquinar y de cargar. La distribución de esfuerzos a lo largo del diámetro horizontal (esto es, $y = 0$), están dados por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\sigma_x = \sigma_1 &= \frac{2P}{\pi D} \left(\frac{D^2 - 4x^2}{D^2 + 4x^2} \right)^2 \\ \sigma_y = \sigma_2 &= -\frac{2P}{\pi D} \left[\frac{4D^4}{(D^2 + 4x^2)^2} - 1 \right] \\ \tau_{xy} &= 0\end{aligned}\quad (2.4)$$

donde

D = diámetro del disco

t = espesor del disco

x = distancia a lo largo del diámetro horizontal medida desde el centro del disco

La diferencia de los esfuerzos principales σ_1 y σ_2 es

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{8P}{\pi D} \left[\frac{4D^4 - 4D^2 x^2}{(D^2 + 4x^2)^2} \right] = \frac{Nf}{t} \quad (2.5)$$

o

$$f = \frac{8P}{\pi D N} \left[\frac{4D^4 - 4D^2 x^2}{(D^2 + 4x^2)^2} \right] \quad (2.6)$$

La ecuación (2.6) puede ser empleada para calibrar materiales fotoelásticos si solamente se aplica una carga P al disco. En este caso el orden de la franja N es

determinado como una función de la posición x a lo largo del diámetro horizontal. Estos valores de N y x son sustituidos en la ecuación (2.6) para obtener varios valores de f , los cuales; son promediados para reducir el error de las lecturas del orden de la franja N .

Sin embargo, es más usual el punto central del disco como punto de calibración, donde, $x = y = 0$. Además; se aplica varias veces la carga para obtener valores de f y promediarlos. En este caso la ec. (2.6) se reduce a

$$f = \frac{8}{\pi D} \left(\frac{P}{N} \right) \quad (2.7)$$

Normalmente; los modelos para calibración deben ser cortados del mismo material fotoelástico que corresponde al material modelo, y las mediciones de calibración se mejoran usando el mismo foco de luz que se usará con el modelo, ya que f es una función de ambos, del material modelo y la longitud de onda de la luz utilizada.

Superficies libres de esfuerzos

La magnitud de $\sigma_1 - \sigma_2$ se deriva a través del modelo de patrón isocromático. Sin embargo, en superficies libres que deben ser superficiales en las cuales no existan cargas aplicadas; uno de los esfuerzos principales debe de ser cero. Debido a esto, el esfuerzo principal remanente se determina únicamente por el orden de la franja isocromática, como se muestra en la figura 2.7. La designación de los esfuerzos en la frontera debe ser consistente con la posición de que $\sigma_1 > \sigma_2$.

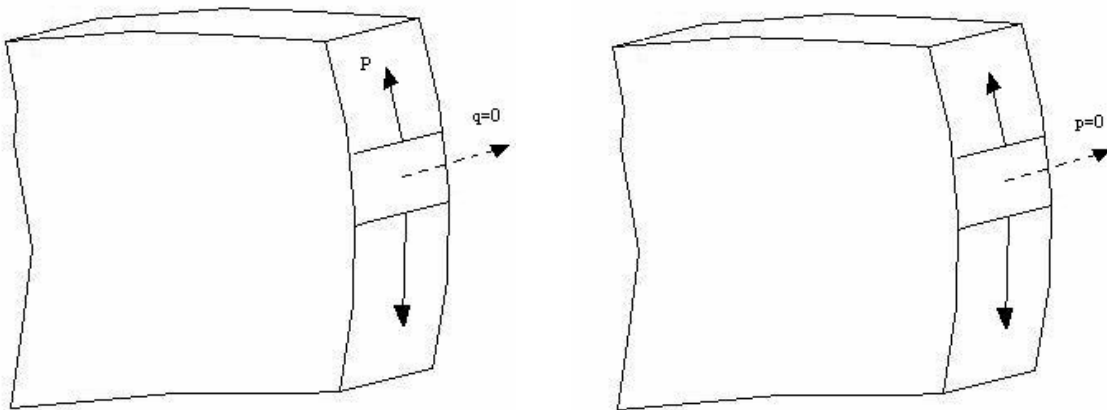


Fig. 2.7 Superficies libres de esfuerzos en algunas direcciones

En una esquina externa libre, la ausencia completa de cargas externas debe de ser acompañada por la ausencia completa de esfuerzos internos. Por lo tanto; en este caso $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ en esquinas externas y el orden de la franja isocromática es siempre cero.

Esto también; puede obtenerse de la geometría del modelo y de las condiciones de la carga si las condiciones de la frontera se incrementan o disminuyen. Esto unido al conocimiento de los órdenes de franja de uno o más puntos y conociendo el cambio de los órdenes de franja en una manera continua, permiten establecer valores de esfuerzo a lo largo de las fronteras, y con esto, se pueden determinar los órdenes de franja para todos los puntos del modelo.

Transición del modelo al prototipo.

El método fotoelástico produce esfuerzos en el propio modelo, y para muchos problemas prácticos bidimensionales elásticos con cargas y condiciones de frontera, los esfuerzos dependen únicamente de la geometría y cargas externas aplicadas, y no de las propiedades físicas del material (excepto que el material debe ser homogéneo e isotrópico). El modelo es geoméricamente similar al prototipo (no necesariamente del mismo tamaño), las cargas deben ser aplicadas en forma similar; pero pueden diferir en su magnitud por un factor de proporcionalidad. Entonces cualquier esfuerzo σ en el prototipo se determina del correspondiente esfuerzo σ_m en el correspondiente punto en el modelo por

$$\sigma = \frac{FL_m^2}{F_m L^2} \sigma_m \quad (2.8)$$

Donde

F = fuerza aplicada en el prototipo.

L = Dimensión lineal del prototipo.

m = Subíndice que denota valores correspondientes al modelo.

En fotoelasticidad bidimensional, se usan modelos distorsionados para el análisis bidimensionales (los modelos son geoméricamente similares al prototipo excepto por el espesor de la placa), aquí

$$\sigma = \frac{FL_m t_m}{F_m L t} \sigma_m \quad (2.9)$$

donde t_m y t representan los espesores del modelo y del prototipo. La relación de Poisson debe considerarse de manera especial, por que una similitud verdadera requiere de la Relación de Poisson sea de la misma para los materiales del modelo y el prototipo.

DISEÑO Y FABRICACIÓN DEL MARCO DE CARGA

El marco de carga que se utilizó en este proyecto, se diseñó y se construyó con la finalidad de poder ser utilizado como equipo didáctico portátil, que pueda ser usado en el salón de clase. Su diseño está pensado para montar probetas con ciertas configuraciones de vigas para ser probadas con cargas de flexión y compresión. En la siguiente figura se muestra el marco de carga tal como fue construido.

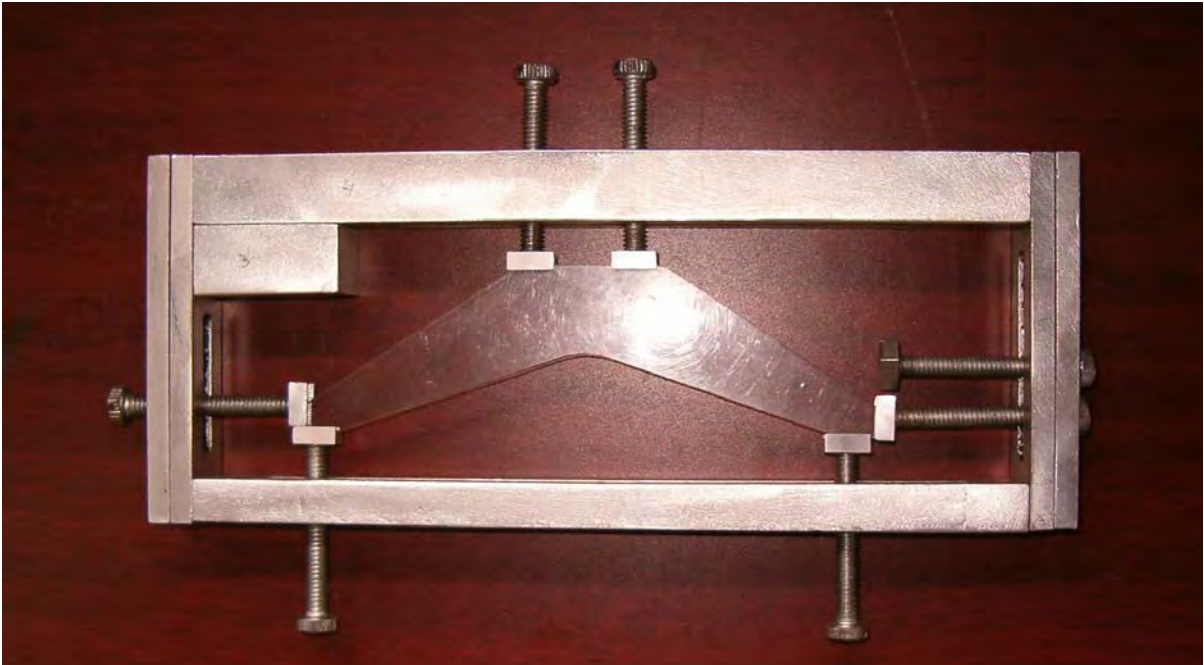


Fig. 1. Marco de carga para la experimentación de especímenes fotoelásticos.

Los planos del marco de carga se incluyen en los apéndices de este reporte.

PRÁCTICAS DE LABORATORIO

PRÁCTICA 1.

VIGA DE SECCIÓN VARIABLE CON AGUJERO CENTRAL Y RADIOS CONCENTRADORES SOMETIDA A FLEXIÓN

I. INTRODUCCIÓN.

En los cursos de Mecánica de Materiales y de Resistencia de Materiales que se imparten en la carrera de Ingeniería Mecánica, se incluye la enseñanza del análisis de vigas sometidas a diferentes condiciones de carga y con diversos tipos de configuraciones geométricas. El problema de los cursos teóricos estriba en que no dejan ver claramente al alumno lo que ocurre en la realidad de los elementos que se analizan. En esta práctica en particular, se trata de mostrar al alumno, cómo de manera que se aumenta la carga aplicada en la viga las franjas isocromáticas se intensifican en las zonas de concentración de esfuerzos y en función de los órdenes de franja se determinan los valores de los esfuerzos.

II. EQUIPO Y PROBETAS

1. Polariscopio de transmisión marca Chapman.
2. Probeta 6 de material fotoelástico de policarbonato de $\frac{1}{4}$ pulg. de espesor.
3. Marco experimental de carga de aluminio reforzado.
4. Cámara digital HP Photosmart 735.

III. PROCEDIMIENTO

A. General

En esta práctica la viga que se muestra en las figuras 1.1 y 1.2 será montada sobre el marco de carga que se construyó, de tal manera que termine apoyada en los extremos y se le aplique una carga puntual al centro.

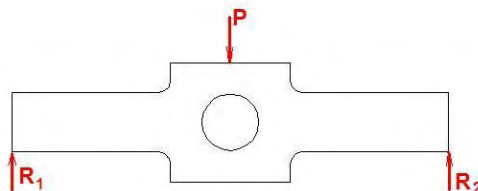


Fig. 1.1 Probeta fotoelástica de sección variable sometida a flexión.



Fig. 1.2 Probeta fotoelástica de sección variable sometida a flexión

El espécimen se carga gradualmente para obtener diferentes niveles de esfuerzo, con lo cual irán apareciendo diferentes colores de franjas isocromáticas. En las diferentes condiciones de carga se tomarán los órdenes de franja y utilizando la ecuación de la ley óptica de esfuerzos se calcularán los valores de estos. Aquí es importante observar las zonas de concentración, para comprobar efectivamente los incrementos localizados en ellas. Al final se realizará un reporte donde el alumno expondrá sus conclusiones respecto de los resultados obtenidos, en comparación con los resultados obtenidos de forma teórica.

B. Adquisición de datos.

Inicialmente se carga la probeta como se ilustra en la figura 1.3, obteniéndose el patrón isocromático que se observa.

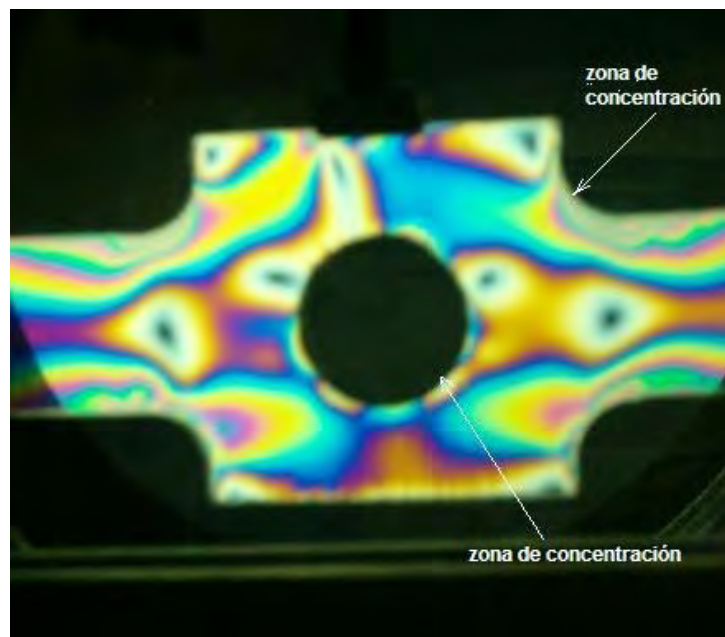


Fig. 1.3 Espécimen 6 sometido a una carga inicial.

Escogemos uno de los radios donde la viga cambia de sección y procedemos a calcular los esfuerzos. Lo único que tenemos que hacer es determinar el orden de franja en el punto seleccionado. Para este caso, de la tabla 1.1 observamos que para el color verde-amarillo en el nivel 10 el

orden de franja es 1.38, por lo que sustituyendo en la ecuación de la ley óptica de esfuerzos tenemos

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{t} N$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \tau_{m\acute{a}x} = \frac{f}{2t} N$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{f}{2t} N = \frac{40(1.38)}{2(0.235)} = 117.4 \text{ psi}$$

De igual manera, se determinan los esfuerzos en la zona del agujero central en el punto superior del orificio.

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{f}{2t} N = \frac{40(0.90)}{2(0.235)} = 76.6 \text{ psi}$$

ENSAYO 2.

Para realizar esta prueba, se incrementa la carga que transmite el tornillo superior y se obtiene el patrón isocromático que se muestra en la figura 1.4

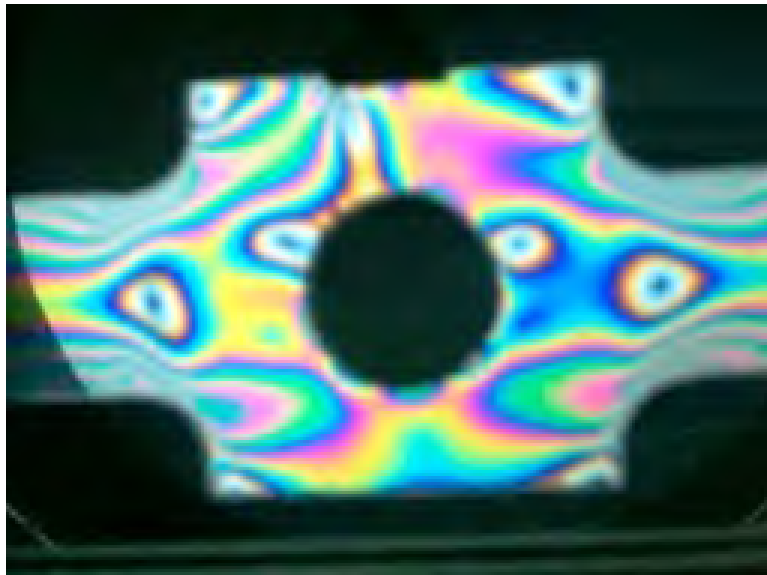


Fig 1.4 Patrón isocromático producido con el incremento de carga.

Volvemos a evaluar los esfuerzos en los puntos que se marcaron en la prueba 1, y tenemos para el borde

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{f}{2t} N = \frac{40(3.0)}{2(0.235)} = 255.3 \text{ psi}$$

Y en el agujero central

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{f}{2t} N = \frac{40(1.38)}{2(0.235)} = 117.4 \text{ psi}$$

IV. ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE DATOS.

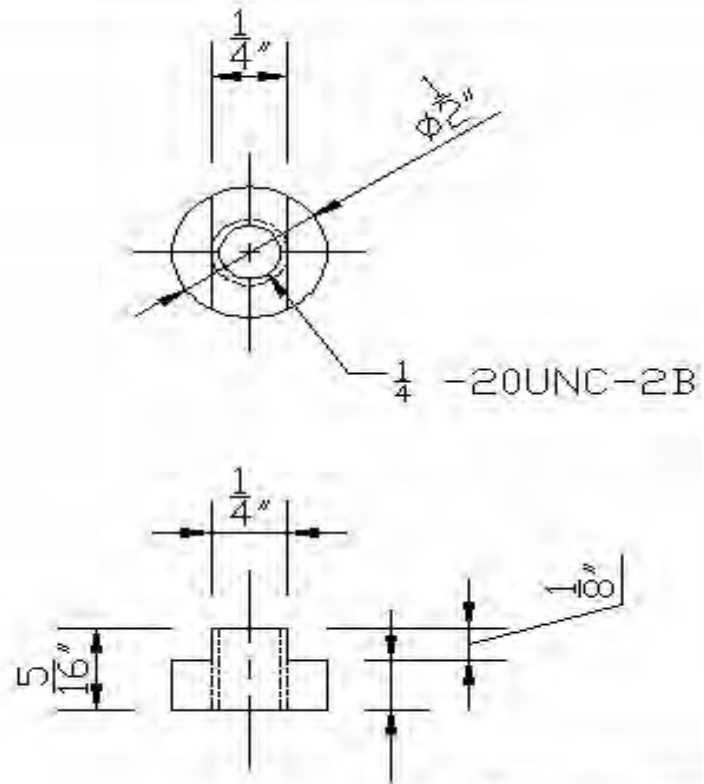
En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos en los dos ensayos

	Punto de análisis	Número de franja	Orden de franja (psi/fr/in)	Esfuerzo (psi)
E n s a y o 1	Borde del radio	10	1.38	117.4
	Agujero	6	0.90	76.6
E n s a y o 2	Borde del radio	16	3.0	255.3
	Agujero	10	1.38	117.4

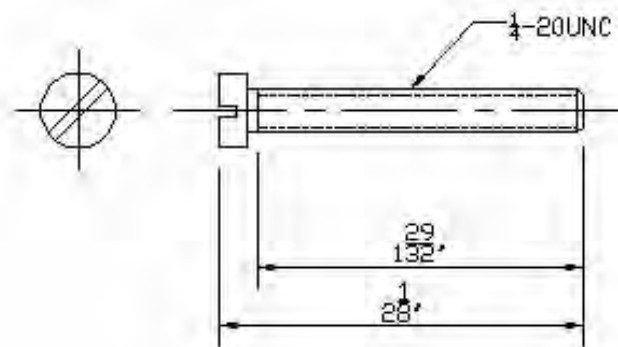
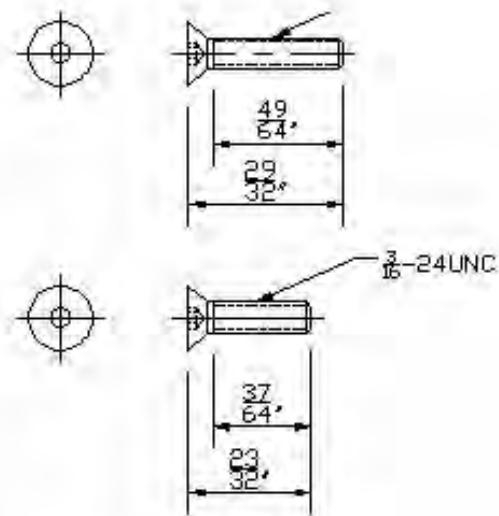
V. REPORTE


En esta sección se analizarán los resultados que obtuvo el alumno, así como las conclusiones a las que llegó.

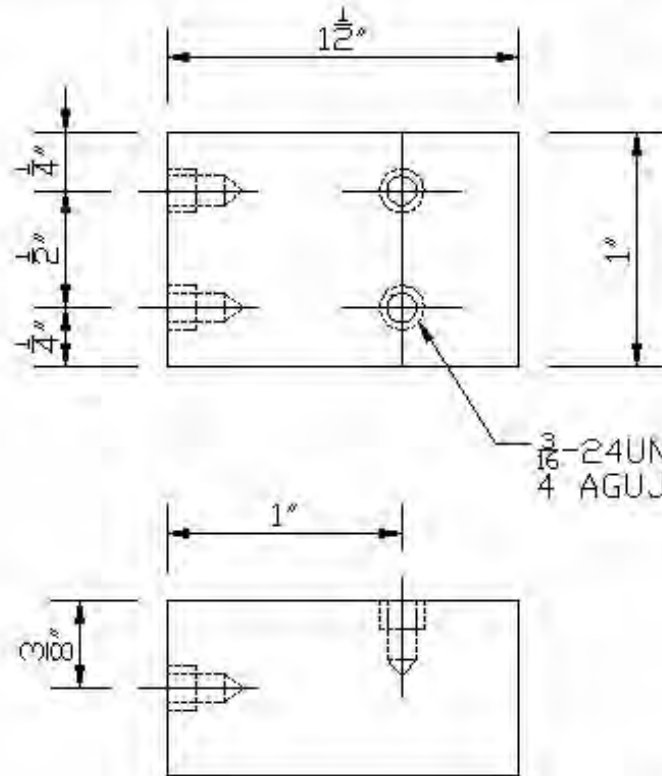
APÉNDICE A



CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS				
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES FOTOELASTICOS				
	DESCRIPCION			Nº DE PIEZA
	GUIA PARA SOPORTES			PIEZA 1
	ESQ:	ACOT.	MAT.	PROYECTO
	SIN	PULG.	ALUMINIO	20051267
AUTORES:				FECHA
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL				DIC 05
HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO				PLANO
				X de Y



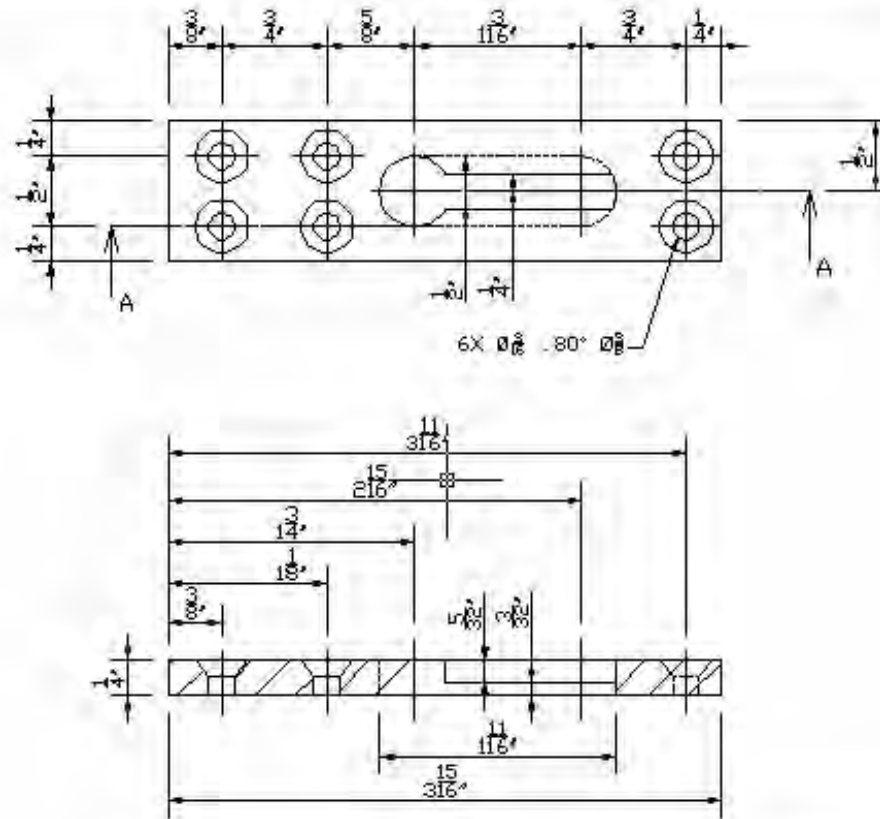
CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS			
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES FOTDELÁSTICOS			
	DESCRIPCION GUIA PARA SOPORTES		№ DE PIEZA PIEZA 2
	ESD: SIN	ADD: PULG.	MAT: ALUMINIO
	ALUMINIO:		PROYECTO 20051267
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO		FECHA DIC 05	PLANO X de Y



3
16-24UNC-2B, PROF. 1/4
4 AGUJEROS

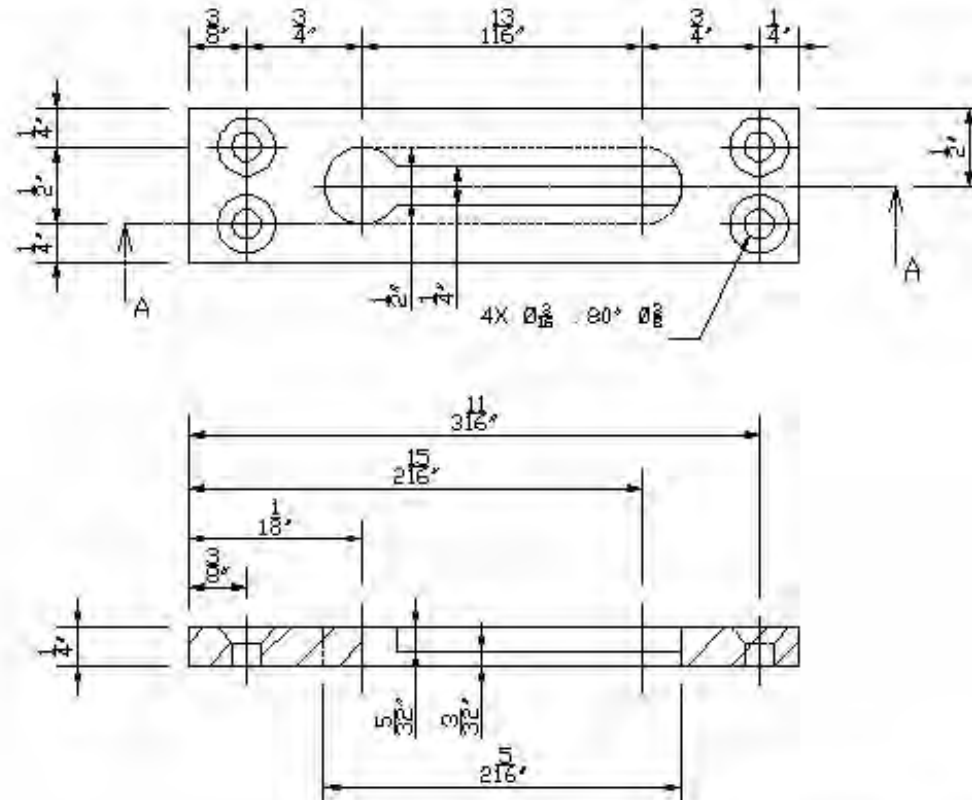
**CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION
DE PROBETAS FOTOELASTICAS**
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES
FOTDELASTICOS

	DESCRIPCION		N° DE PIEZA	
	GUIA PARA SOPORTES		PIEZA 3	
	ESC:	AOT:	MAT:	PROYECTO:
	SIN	PULG.	ALUMINIO	20051287
ALUMNOS:			FECHA:	
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			DIC 05	
			PLANO:	
			X de Y	

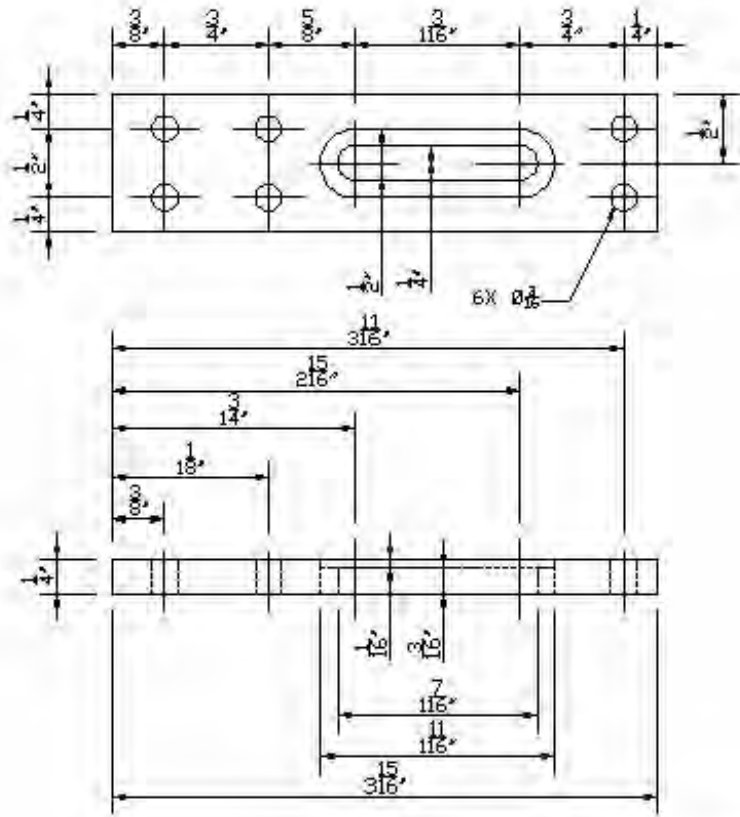


**CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION
DE PROBETAS FOTOELASTICAS
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES
FOTDELASTICOS**

	DESCRIPCION			N° DE PIEZA	
	GUIA PARA SOPORTES			PIEZA 1	
	ESC:	ACOT.	MAT.	PROYECTO	
	SIN	PULG.	ALUMINIO	20051267	
ALUMNOS:				FECHA	
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL				DIC 05	
HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO				PLANO	X de Y

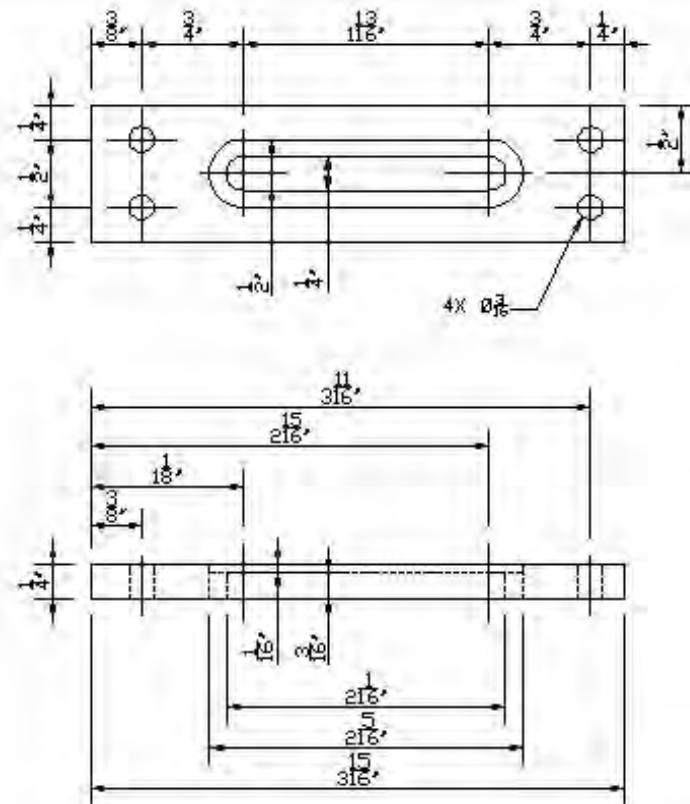



CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS			
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES FOTOELASTICOS			
	DESCRIPCION		Nº DE PIEZA
	GUIA PARA SOPORTES		PIEZA 5
ESC:	ACOT:	MAT:	PROYECTO:
SIN	PULG.	ALUMINIO	20051267
ALUMNOS:			FECHA:
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			DIC 05
			PLANO:
			X de Y

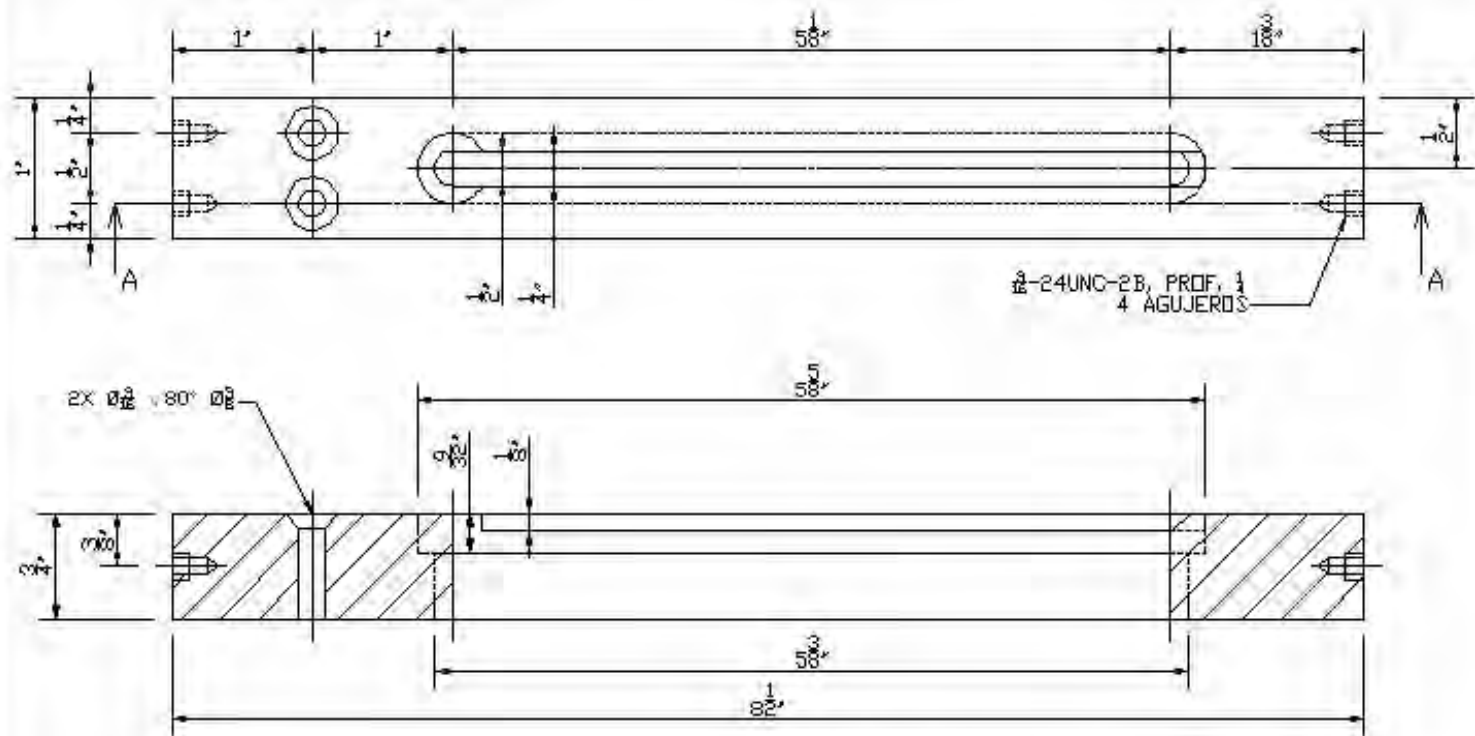


**CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION
DE PROBETAS FOTOELASTICAS
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES
FOTDELASTICOS**

	DESCRIPCION:		Nº DE PIEZA
	GUIA PARA SOPORTES		PIEZA 6
	ESC:	ACOT:	MAT.
	SIN	PULG.	ALUMINIO
ALUMINO:			FECHA
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL			DIC 05
HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			PLANO
			X de Y




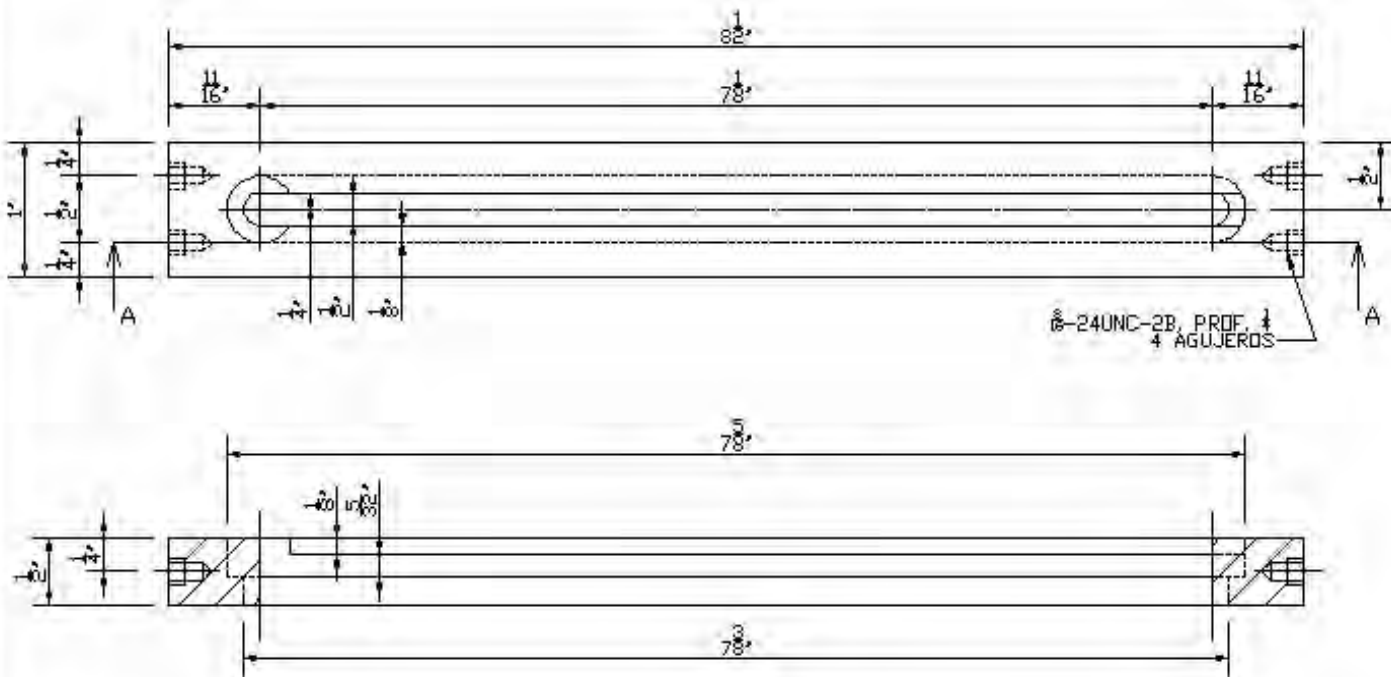
CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS			
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES FOTOELASTICOS			
	DESCRIPCION		Nº DE PIEZA
	GUIA PARA SOPORTES		PIEZA 7
	ESC:	ADOT:	PROYECTO:
	SIN	PULG.	20051267
ALUMNO:		FECHA:	
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL		DIC 05	
HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO		FLANO	
		X. de Y	



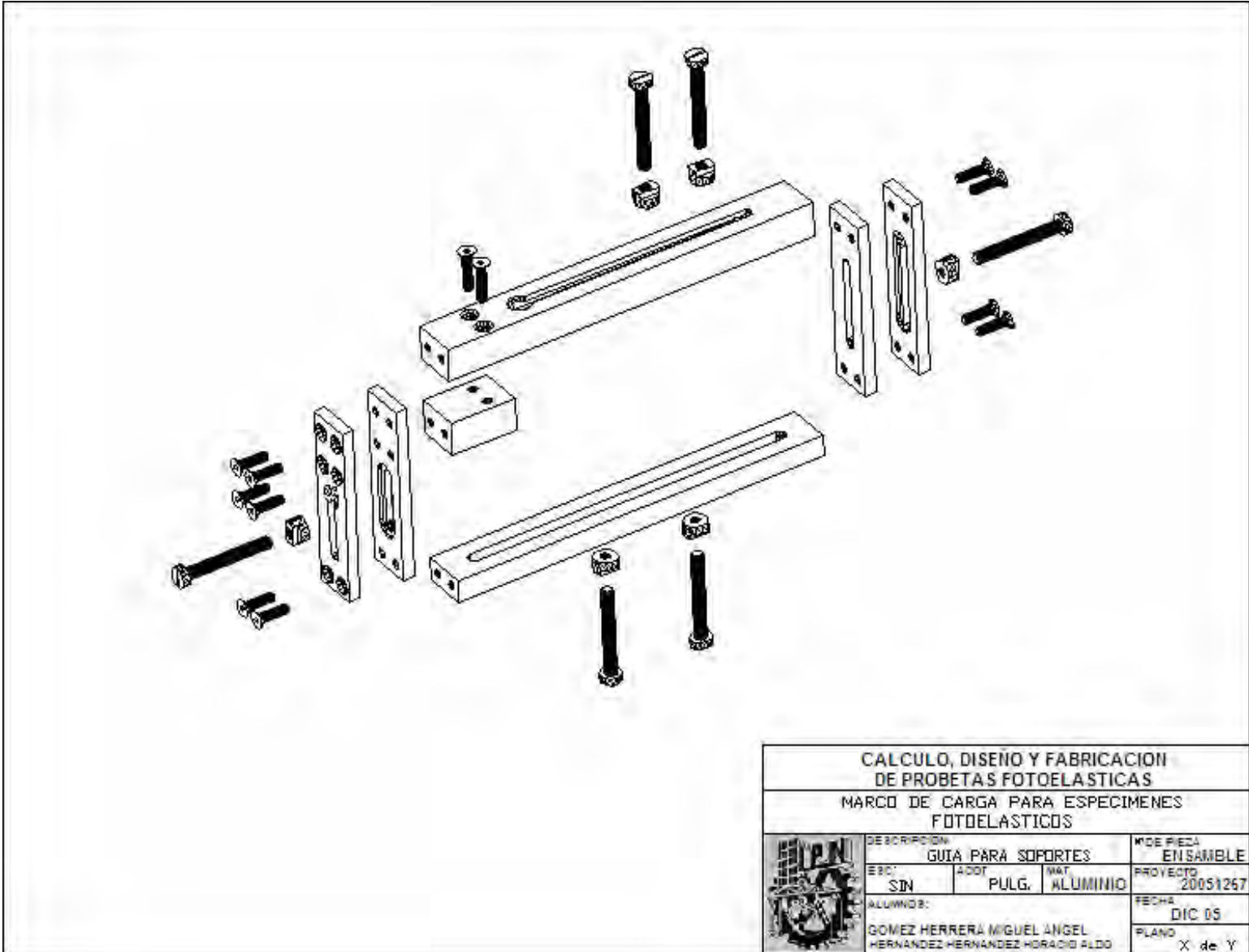
CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION
DE PROBETAS FOTOELASTICAS

MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES
FOTOELASTICOS

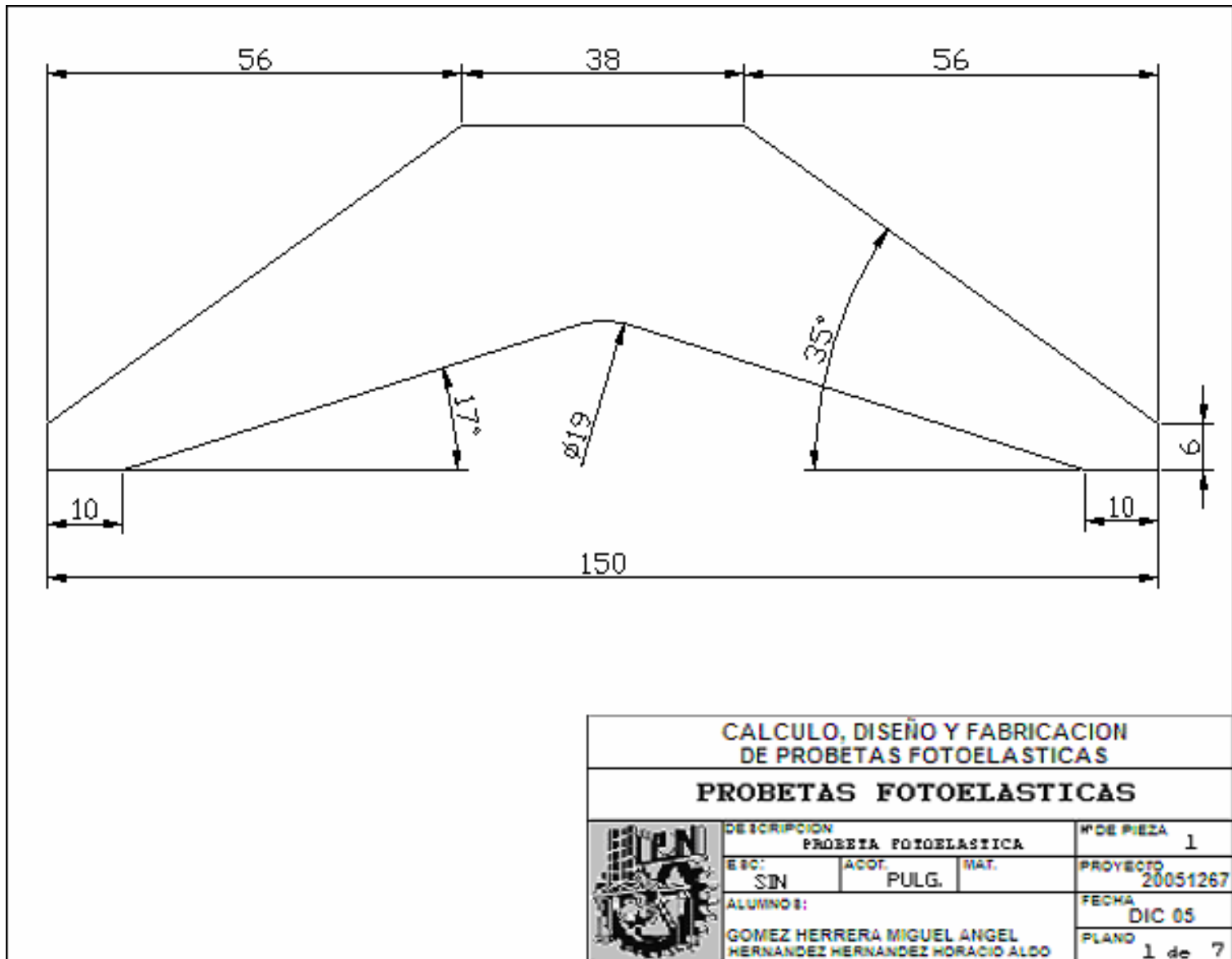
	DE DESCRIPCION:		WIDE PIEZA
	GUIA PARA SOPORTES		PIEZA B
	ESQ:	ADOT	MAT
	SIN	PULG.	ALUMINIO
ALUMNOS:			PROYECTO
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL			20051267
HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			FECHA
			DIC 05
			FOLIO
			X de Y



CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS				
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES FOTDELÁSTICOS				
	DESCRIPCION			Nº DE PIEZA
	GUIA PARA SOPORTES			PIEZA 3
	ESC:	ACOT:	MAT:	PROYECTO
	SIN	PULG.	ALUMINIO	20051267
ALUMNO(S):			FECHA:	
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL			DIC 05	
HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			PLANO	
			X de Y	



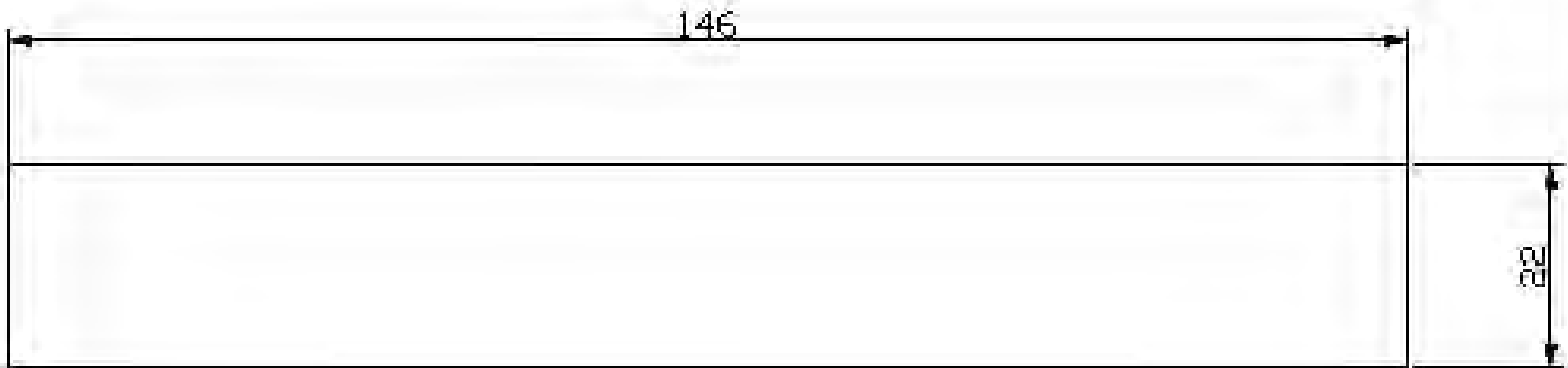
CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS				
MARCO DE CARGA PARA ESPECIMENES FOTDELASTICOS				
	DESCRIPCION: GUIA PARA SOPORTES		MODE PIEZA: ENSAMBLE	
	ERIC: SIN	ACOT: PULG.	MAT: ALUMINIO	PROYECTO: 20051267
	ALUMNOS: GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			FECHA: DIC 05
				PLANO: X de Y



**CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION
DE PROBETAS FOTOELASTICAS**


PROBETAS FOTOELASTICAS

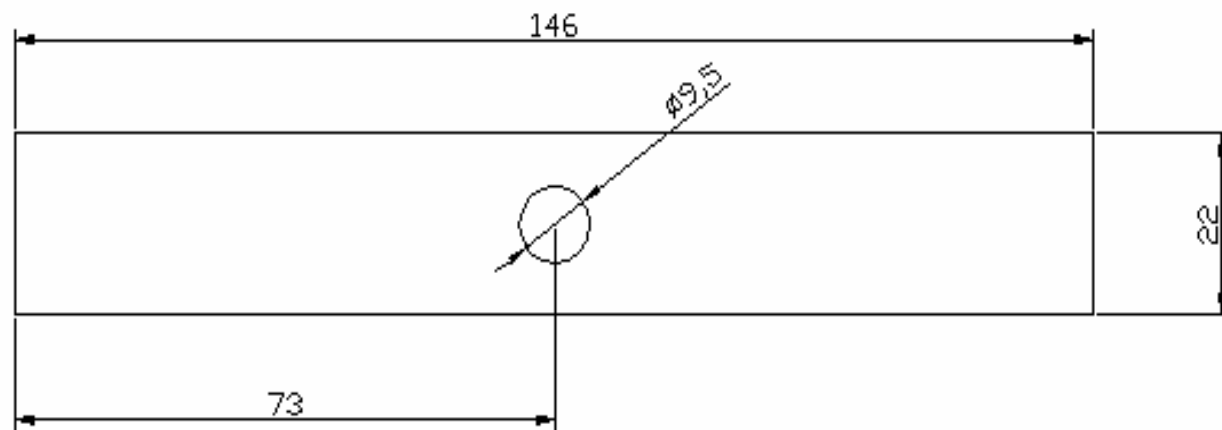
	DESCRIPCION			Nº DE PIEZA
	PROBETA FOTOELASTICA			1
	ESC:	ACOT.	MAT.	PROYECTO
	SIN	PULG.		20051267
ALUMNOS:			FECHA	
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			DIC 05	
			PLANO	
			1 de 7	



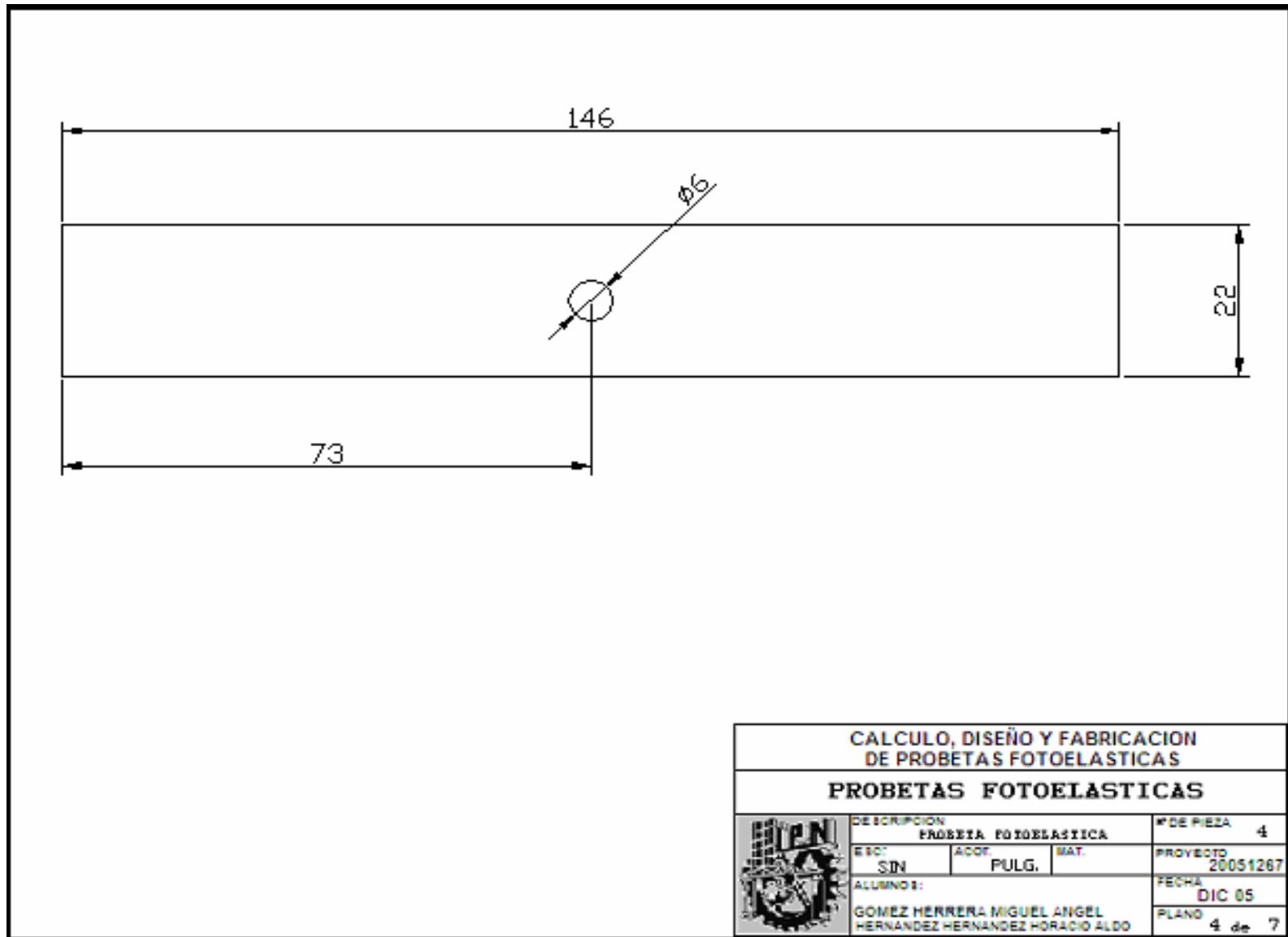
**CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION
DE PROBETAS FOTOELASTICAS**

PROBETAS FOTOELASTICAS

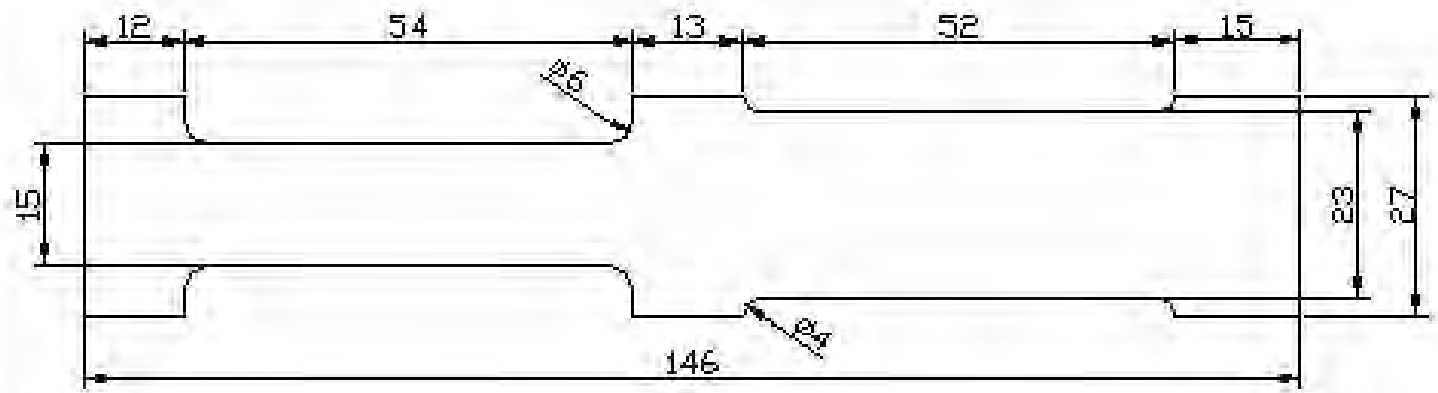
	DESCRIPCION			Nº DE PIEZA
	PROBETA FOTOELASTICA			2
	ESC:	ACOT.	MAT.	PROYECTO
	SIN	PULG.		20051267
ALUMNOS:			FECHA	
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL			DIC 05	
HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			PLANO	
			2 de 7	



CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS			
PROBETAS FOTOELASTICAS			
	DESCRIPCION PROBETA FOTOELASTICA		Nº DE PIEZA 3
	ESQ: SIN	ACOT. PULG.	MAT. PROYECTO 20051267
	ALUMNOS: GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO		FECHA DIC 05
			PLANO 3 de 7



CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS			
PROBETAS FOTOELASTICAS			
	DESCRIPCION		# DE PIEZA
	PROBETA FOTOELASTICA		4
	REC:	ACOF.	MAT.
	SIN	PULG.	20051267
ALUMNOS:		FECHA	
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO		DIC 05	
		PLANO	4 de 7

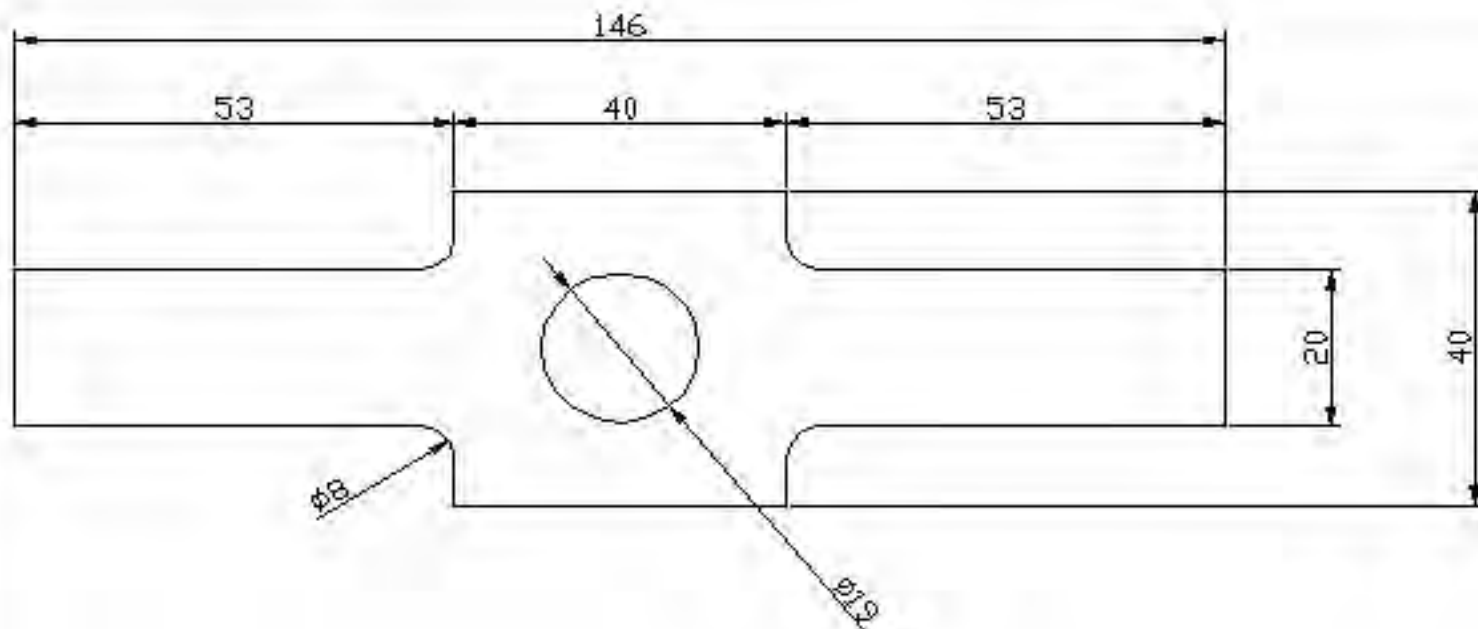



**CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION
DE PROBETAS FOTOELASTICAS**

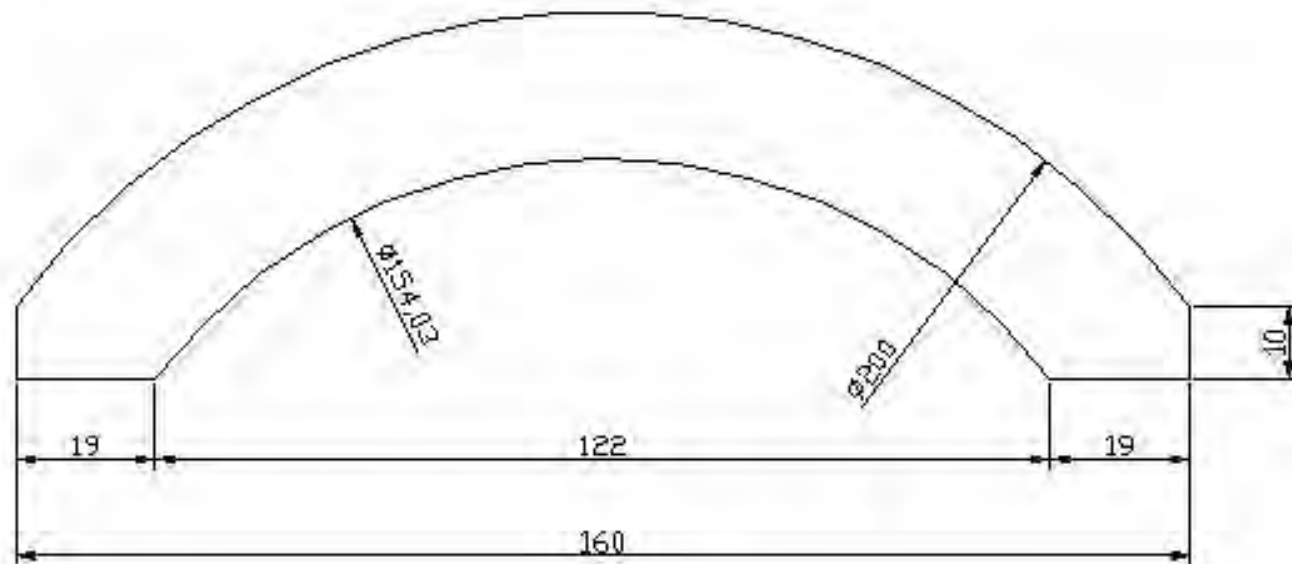
PROBETAS FOTOELASTICAS



DESCRIPCION			N° DE PIEZA
PROBETA FOTOELASTICA			5
EBO:	ACOF.	MAT.	PROYECTO
SIN	PULG.		20051267
ALUMNOS:			FECHA
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO			DIC 05
			PLANO
			5 de 7




CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION DE PROBETAS FOTOELASTICAS				
PROBETAS FOTOELASTICAS				
	DESCRIPCION: PROBETA FOTOELASTICA		Nº DE PIEZA 6	
	ESC: SIN	ACOT. PULG.	MAT.	PROYECTO 20051257
	ALUMNOS: GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO		FECHA DIC 05	PLANO 6 de 7



**CALCULO, DISEÑO Y FABRICACION
DE PROBETAS FOTOELASTICAS**

PROBETAS FOTOELASTICAS

	DESCRIPCION			Nº DE PIEZA
	PROBETA FOTOELASTICA			7
	ESC:	ACOT.	MAT.	PROYECTO
	SIN	PULG.		20051267
ALUMNOS:				FECHA
GOMEZ HERRERA MIGUEL ANGEL HERNANDEZ HERNANDEZ HORACIO ALDO				DIC 05
				PLANO
				7 de 7

APÉNDICE B

XI. SECUENCIA DE COLORES PRODUCIDOS EN UN CAMPO OSCURO. POLARISCOPIO DE LUZ BLANCA^{A.A}

<i>Color</i>	<i>Retraso nm</i>	<i>Orden De franja, $\delta\lambda$</i>
Negro	0	0
Gris	160	0.28
Bianco	260	0.45
Amarillo	350	0.60
Naranja	460	0.79
Rojo	520	0.90
Tinte de transición 1 ^B	577	1.00
Azul	620	1.06
Azul-verde	700	1.20
Verde-amarillo	800	1.38
Naranja	940	1.62
Rojo	1050	1.81
Tinte de transición 2 ^B	1150	2.00
Verde	1350	2.33
Verde-amarillo	1450	2.50
Rosa	1550	2.67
Tinte de transición 3 ^B	1730	3.00
Verde	1800	3.10
Rosa	2100	3.60
Tinte de transición 4 ^B	2300	4.00
Verde	2400	4.13

Tabla 1.1 Orden de franja para los diferentes colores de las franjas

CONCLUSIONES

Mediante el desarrollo de proyectos de investigación para autoequipamiento, es posible obtener prototipos y probetas para el análisis experimental de esfuerzos, a un costo mucho menor del que se encuentran estos en el mercado. Por otra parte, en el estudio de la ingeniería mecánica este tipo de prácticas son fundamentales para el entendimiento de los conceptos de diseño tanto en licenciatura como en posgrado y que los alumnos sean capaces de emplear los métodos experimentales en el análisis de esfuerzos y deformaciones.