



## O ENSINO DA GEOMETRIA SOB A ÓTICA DOS VAN HIELE

Adriana Clara Hamazaki

Orientadora Professora Mestre Dumara Coutinho Tokunaga Sameshima

Universidade Guarulhos

GRUMAM – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática

[adrianahamazaki@bol.com.br](mailto:adrianahamazaki@bol.com.br)

### 1. JUSTIFICATIVA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem para o ensino da geometria, que o aluno desenvolva a compreensão do mundo em que vive, aprendendo a descrevê-lo, representá-lo e a se localizar nele, estimulando ainda a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, a identificar regularidades, compreender conceitos métricos, e permitir o estabelecimento de conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; porém este objetivo não está sendo realizado por diversas razões, tais como o tema geometria estar normalmente no final dos livros didáticos, a falta de preparo do professor em geometria, detectada após o movimento da Matemática Moderna no Brasil, onde a Álgebra é mais enfatizada.

Devemos citar ainda a importância da Geometria na formação acadêmica dos alunos; em relação à própria Matemática, por facilitar a compreensão de conteúdos que de forma geral auxiliam significativamente na aprendizagem de outras disciplinas como a Física, Química, Geografia.

No contexto profissional a importância da Geometria só é reconhecida nas profissões onde se faz necessária a utilização da mesma. Como exemplo podemos citar Engenharia, Arquitetura, Desenho, a Geometria aparece na forma de habilidades em profissões onde sua aplicação é menos formal: costureira, mestre de obras, coreógrafo, desportista, manobrista, etc.

Em relação à potencialidade da geometria como conhecimento, Freudenthal<sup>1</sup>, se expressa da seguinte maneira:

*“A Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possa de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta.”*

Segundo projeto de pesquisa realizado pela PUC-SP:

*“A geometria é um ramo importante tanto como objeto de estudo como instrumento para outras áreas. No entanto, os professores do ensino fundamental apontam a geometria como um dos problemas de ensino/aprendizagem e quando solicitados a indicar os cursos de extensão que gostariam fazer, em sua maioria, indicam um curso de geometria. O diagnóstico dessa situação vem sendo discutido nos meios acadêmicos, em alguns segmentos da sociedade e inclusive, em algumas instancias governamentais. A Secretaria de Ensino Fundamental do MEC colocou em discussão nacional, Parâmetros curriculares e aponta a necessidades de revisão na formação de professores para a efetiva implantação de novas alternativas<sup>2</sup>“.*

Baseando-se em todas as afirmações anteriores proponho uma alternativa para o ensino de Geometria baseado na contribuição do casal van Hiele.

---

<sup>1</sup> FREUDENTHAL, Hans. *Mathematics as an educational task*. Dordrecht::Reidel,1973,p.407 apud FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. *O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte, Autêntica, 2001.

<sup>2</sup> PROJETO: FENÔMENOS DE ENSINO APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA  
Projeto PUC/SP – FAPESP

É importante citar que sob a orientação do educador matemático Hans Freudenthal, o casal van Hiele pesquisou o ensino da Geometria com alunos de 12 e 13 anos, enfatizando a manipulação de figuras (Lorenzato, 1995).

*“O Modelo de van Hiele, que concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico) com as seguintes características: no nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua aparência, a ele pertencem os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades); no nível seguinte (análise) os alunos conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas; no outro nível (ordenação), as propriedades das figuras são ordenadas logicamente (inclusão) e a construção das definições se baseia na percepção do necessário e do suficiente. As demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Nos dois níveis seguintes estão aqueles que constroem demonstrações e que comparam sistemas axiomáticos<sup>3</sup>”.*

Resumindo, os van Hiele descreveram um modelo de aprendizagem fundamentado numa visão que valoriza a aprendizagem da Geometria como um processo gradual, global e construtivo. Gradual, porque considera que a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica são obtidos gradualmente. Global, porque figuras e propriedades não são abstrações isoladas, inter-relacionam-se e pressupõem diversos níveis que levam a outros significados. Construtivo, porque pressupõem que não existe transmissão de conhecimentos, mas que o aluno deverá construir ele próprio os seus conceitos (Serrazina, 1996).

## 2. OBJETIVOS

Verificar se o Método dos van Hiele se mostra como uma metodologia alternativa no ensino da Geometria em processos de intervenção.

---

⇒ <sup>3</sup> LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? *A educação matemática em revista*. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

### 3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Pelo fato de no Brasil o trabalho dos van Hiele não ter recebido o devido reconhecimento e motivada pela curiosidade de conhecer suas aplicações é que dedico esta pesquisa à aplicação do Método dos van Hiele em turmas ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática como tentativa para suprir o necessário conhecimento da Geometria.

O ensino de Geometria no Brasil permanece no nível inicial, onde os alunos julgam que o quadrado não é retângulo só porque possuem aparências diferentes (Lorenzato, 1995).

Será possível ensinar Geometria através da intuição e do raciocínio de forma que os alunos construam seus próprios conceitos geométricos?

### 4. ESTUDOS ANTERIORES DESENVOLVIDOS SOBRE O TEMA

Verificamos um levantamento realizado nas séries iniciais do ensino fundamental, sobre O Ensino da Geometria na Escola Fundamental - Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais (FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. – Belo Horizonte: Autêntica), onde as autoras questionam:

- “O que se ensina de geometria”,
- “Os conhecimentos de geometria dos professores”,
- “Por que ensinar geometria”.

Podemos ainda citar o projeto “Fenômenos de Ensino Aprendizagem da Geometria”, realizado pela PUC-SP/FAPESP, onde são levantadas as seguintes questões:

- “Quais fenômenos são ligados à formação de conceitos geométricos dos alunos de 5ª a 8ª série?”,
- “Quais são as representações dos professores dessas séries em relação ao papel da Geometria na formação do aluno, ao ensino e à aprendizagem de conceitos/habilidades geométricas?”.

A equipe do Projeto Fundação – IM/UFRJ (Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro) desenvolveu o trabalho “Geometria Segundo a Teoria de van Hiele” sob a coordenação da Profª Drª Lílian Nasser. O modelo sugere que os alunos progridem segundo uma seqüência de níveis de compreensão de

conceitos, o progresso se dá através da vivência de atividades adequadas ordenadas pelo professor, do que de idade ou maturação.

Este trabalho é consequência das investigações, baseadas nas seguintes indagações:

- Como se constrói o conhecimento e como se desenvolve o raciocínio em Geometria?
- Está a aquisição (formação) dos conceitos geométricos sujeita a uma idade cronológica?
- Será possível facilitar e antecipar a formação desses conceitos através de instrução apropriada?

## 5. MÉTODO DE TRABALHO

Por meio das Atividades Complementares conforme exigência da atual legislação na forma de aulas presenciais, onde serão aplicadas atividades para o desenvolvimento do raciocínio em geometria pelo Método dos van Hiele, que deve seguir os seguintes níveis:

Nível dos van Hiele	Características	Exemplo
1º Nível Reconhecimento	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
2º Nível Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
3º Nível	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4

Abstração	pode decorrer de outra; Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
4º Nível Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
5º Nível Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais; Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

## 6. CONTEÚDO BÁSICO

Desenvolvimento de atividades em aulas presenciais, com os seguintes conteúdos e objetivos:

Conteúdos	Atividades	Objetivos
Quadriláteros	1 e 2	- Diferenciar figura geométrica plana de sólido geométrico; - Observar as semelhanças e diferenças entre os pares de figuras e de sólidos.
	3	- Classificar os quadriláteros.
	4	- Identificar propriedades características dos diferentes tipos de quadriláteros.
	5	- Observar que alguns tipos de quadriláteros têm propriedades em comum.

Quadriláteros	6	- Concluir que há propriedades mínimas para descrever os diferentes tipos de quadriláteros.
	7	- Reconhecer figuras geométricas, através de seus elementos.
	8	- Identificar figuras geométricas através de propriedades específicas.
	9	- Reconhecer as figuras geométricas que fazem parte do Tangram, e identificar suas propriedades através de seu manuseio. A idéia de conservação de área deverá ser dominada.
Isometrias	1	- Conceituar eixo de simetria.
	2	- Reconhecer eixos de simetria de figuras e letras.
	3	- Conceituar a transformação de reflexão e suas propriedades.
	4	- Determinar a imagem de figuras através de uma reflexão.
	5	- Conceituar a transformação de translação e suas propriedades.
	6	- Determinar a imagem da figura através de uma translação.
	7	- Conceituar a transformação de rotação e suas propriedades.
	8	- Diferenciar os sentidos horário e anti-horário da rotação; - Determinar a imagem de figuras de uma rotação.
	9	- Diferenciar e comparar as três isometrias estudadas.
Congruência De Figuras		- Reconhecer e definir figuras congruentes; - Destacar as condições necessárias para a congruência de duas figuras planas; - Identificar elementos correspondentes em

		figuras congruentes.
Construção e Congruência de Triângulos		<ul style="list-style-type: none"><li>- Explorar a construção de triângulos;</li><li>- Observar sob que condições um triângulo fica bem determinado;</li><li>- Concluir os três casos de congruência de triângulos.</li></ul>
Homotetia		<ul style="list-style-type: none"><li>- Introduzir o conceito de homotetia;</li><li>- Identificar propriedades características de uma homotetia;</li><li>- Distinguir ampliações e reduções, de acordo com a razão de homotetia;</li><li>- Reconhecer figuras homotéticas.</li></ul>
Semelhança		<ul style="list-style-type: none"><li>- Construir o conceito de semelhança de figuras, através da homotetia;</li><li>- Reconhecer polígonos semelhantes;</li><li>- Identificar propriedades de polígonos semelhantes.</li></ul>
Semelhança de Triângulos		<ul style="list-style-type: none"><li>- Identificar as condições necessárias e suficientes para a semelhança de polígonos e triângulos;</li><li>- Identificar propriedades de triângulos semelhantes.</li></ul>
Teorema de Pitágoras		<ul style="list-style-type: none"><li>- Deduzir o Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo, através da semelhança de triângulos, usando recortes e dobraduras;</li></ul>

## 7. RESULTADOS ESPERADOS

Elaboração de uma proposta de intervenção pedagógica para o ensino da Geometria aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UnG.



## 8. APLICAÇÃO DOS RESULTADOS

Com uma nova proposta de intervenção pedagógica para o ensino da Geometria, os professores terão mais uma opção em material didático para ministrar suas aulas, com o objetivo de facilitar o esquema ensino-aprendizado.

PALAVRAS CHAVES: Educação Matemática - Geometria

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. *O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte, Autêntica, 2001.
- RAUBER, Jaime José (Coord.); SOARES, Marcio (Coord.). *Apresentação de trabalhos científicos: normas e orientações práticas*. Passo Fundo, UPF, 2003.
- SEVERINO, Antônio Joaquim. *Metodologia do trabalho científico*. 22.ed. São Paulo, Cortez, 2002.
- PROJETO: *Fenômenos de ensino aprendizagem da geometria*.  
Projeto PUC/SP – FAPESP
- PIRES, Célia Maria C. et al. *Espaço & forma : a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental*. São Paulo, Proem, 2000.
- NASSER, Lílian (Coord.); SANT'ANNA, Neide P. (Coord.). *Geometria segundo a teoria de van Hiele*. Rio de Janeiro, Projeto Fundação IM/UFRJ, 2000.
- LOPES, Maria Laura M. Leite (Coord.); NASSER, Lílian (Coord.). *Geometria: na era da imagem e do movimento*. Rio de Janeiro, Projeto Fundação IM/UFRJ, 1996.
- SERRAZINA, Maria de Lurdes; MATOS, José Manuel. *Didáctica da matemática*. Portugal, Universidade Aberta, 1996.
- LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? *A educação matemática em revista*. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.